УДК 621.396.2

Л. А. ТИТАРЕНКО, канд. техн. наук

АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ С УГЛОВЫМИ ВИДАМИ МОДУЛЯЦИИ, ОБЛАДАЮЩИХ СВОЙСТВАМИ ЦИКЛОСТАЦИОНАРНОСТИ

Априорная информация о виде модуляции непосредственно используется только в случае применения МСКО-алгоритмов при формировании опорного сигнала. Однако формирование последнего возможно только тогда, когда при сигналообразовании используются некоторые специальные типы псевдослучайных последовательностей [1; 2]. В случае же применения критериев МОСП и МВМО точные априорные данные о виде модуляции оказываются невостребованными, поскольку указанные критерии имеют сугубо энергетический характер. При наличии точных априорных данных о пространственной структуре сигнала такое «пренебрежение» априорной информацией о виде модуляции сигнала совершенно оправданно. Более того, инвариантность МОСП- и МВМО-алгоритмов к временной структуре сигнала является неоспоримым достоинством этих процедур адаптивной пространственной обработки сигналов (АПОС).

Вместе с тем в условиях полной априорной неопределенности пространственной структуры сигнала вид модуляции можно рассматривать как дополнительный различительный признак полезных сигналов и помех. Так, постулируя, что вид модуляции помехи отличается от вида модуляции полезного сигнала, приходим к идее критерия оптимальности АПОС «минимум мощности суммарного выходного сигнала с заданным видом модуляции». Непосредственная реализация сформулированного критерия достаточно проблематична. Однако для сигналов с угловыми видами модуляции названный критерий естественным образом трансформируется в критерий «постоянства модуля выходного сигнала» (ПМВС) адаптивной решетки (АР) [3; 4]. Действительно, если амплитуда несущей частоты полезного сигнала имеет постоянное значение, то при отсутствии помех следует ожидать, что на выходе $|y(t)|$ также будет постоянным. Другими словами, если $|y(t)|$ флуктуирует, то можно сделать вывод о том, что на входе АР имеют место помехи, не принадлежащие к классу сигналов с постоянным модулем (ПМ).

Использовав результаты [3], задачу синтеза алгоритмов, оптимальных по критерию ПМВС, сформулируем в виде

$$\min_{W} E\left\{\left(|y(t)|-b\right)^2\right\} \quad b\in R_+. \tag{1}$$

По формальной записи задача (1) близка к задаче синтеза алгоритмов, оптимальных по критерию МСКО. Однако если задачу (1) решать аналогично МСКО, т.е. выполнять усреднение и приводить к системе линейных уравнений $\nabla_W\left(\Phi_{\text{ПМВС}}\left(\vec{W}\right)\right)=0$, то получим

$$\vec{W}_{ПМВС}=\beta\vec{Q}\left(\lambda_{\min}\left(\mathbf{R}_{xx}\right)\right), \tag{2}$$

где нормирующий множитель β обеспечивает выполнение условия $\sqrt{\vec{W}^H\mathbf{R}_{xx}\vec{W}}=b$. Таким образом, усреднение противоречит самой идее поддержания постоянного значения модуля выходного сигнала АР. Следовательно, ПМВС-алгоритмы принципиально реализуемы только в классе стохастических рекуррентных процедур с обратной связью.

Для синтеза таких процедур можно использовать эвристический прием – замену в выражениях для градиентов целевых функций выборочной корреляционной матрицы (КМ) $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$

«мгновенной» оценкой $\vec{X}(t)\vec{X}^H(t)$. Правомерность данного подхода можно обосновать, опираясь на метод стохастической аппроксимации. Однако такой подход неприменим для синтеза ПМВС-алгоритмов, поскольку «оптимальное» решение (2) не обладает желаемыми свойствами. Поэтому воспользуемся разновидностью метода стохастической аппроксимации, названной в [5] методом стохастического градиента. Согласно последнему методу для решения оптимизационной задачи вида

$$\min_W \Phi(\vec{W}), \Phi(\vec{W}) = E\{f(\vec{W})f(\vec{W}^*)\}, \tag{3}$$

где $f(\vec{W})$ – некоторая скалярная функция векторного аргумента, используется рекуррентная процедура

$$\vec{W}(k+1) = \vec{W}(k) - \mu_k \hat{\nabla}_W \Phi(\vec{W}(k)), \tag{4}$$

где $\hat{\nabla}_W \Phi(\vec{W}(k)) = f(\vec{W})\nabla_W f(\vec{W}^*)$.

Применим (4) к целевой функции (1) и положим $b=1$, что не снижает общности решения задачи, поскольку b – постоянный вещественнозначный коэффициент. Тогда

$$\vec{W}(k) = \vec{W}(k-1) - \mu_k \left(\frac{y(k)}{|y(k)|} - y(k) \right) \vec{X}(k), \tag{5}$$

где $y(k) = \vec{W}^H(k-1)\vec{X}(k)$ – выходной сигнал АР.

В случае, когда μ_k удовлетворяет условиям $\sum_{k=1}^{\infty} \mu_k = \infty$; $\sum_{k=1}^{\infty} \mu_k{}^2 < \infty$, процедура (5) с вероятностью единица сходится к решению задачи (1) [4]. Если же $\mu_k = \mu_0 = \text{const}$ и μ_0 – достаточно малая величина, то нетрудно показать, что (5) сходится с вероятностью единица к некоторой окрестности соответствующего решения [5].

Однако следует отметить, что целевая функция задачи (1) не является традиционной для АПОС эрмитовой формой и в общем случае невыпуклая. Поэтому решение задачи (1) не единственное и сходимость (5) следует трактовать только в локальном смысле. В частности, в работе [6] показано, что число локальных экстремумов целевой функции $\Phi_{\text{ПМВС}}(\vec{W}) = E\{(|y|-1)^2\}$ совпадает с числом независимых входных сигналов (сигналов и помех), удовлетворяющих условию

$$\text{kurt}(s_i(t)) < 2,\ \text{kurt}(s_i) = \text{cum}(s_i, s_i^*, s_i, s_i^*) / E\{s_i s_i^*\}, \tag{6}$$

где $\text{cum}(s_i, s_i^*, s_i, s_i^*)$ – кумулянтная функция четвертого порядка сигнала (помехи) $s_i(t)$. При этом каждый i-й минимум целевой функции $\Phi_{\text{ПМВС}}(\vec{W})$ соответствует подавлению всех входных сигналов (помех) за исключением i-го. Заметим, что условие (6) выполняется практически для всех угловых видов модуляции ФМ, ЧМ, ФИМ и т.д. [6].

Следовательно, существенной особенностью процедур типа (5) является зависимость от выбора начального значения вектора весовых коэффициентов (ВВК): алгоритм сходится к тому решению, которое наиболее близкое по норме к $\vec{W}(0)$. При этом имеет место также явно выраженная зависимость сходимости от мощности входных сигналов – алгоритм обеспечивает прием того сигнала, который вносит наибольший относительный вклад в выходной сигнал АР. Другими словами, алгоритм (5) осуществляет захват более «слабого» сигнала. В этом смысле ПМВС-алгоритмы обратны ММВ-процедурам и могут применяться для подавления относительно «слабых» помех с произвольными видами модуляции. Однако ПМВС-алгоритмы практически неработоспособны в случае наличия относительно «мощных» помех с угловыми видами модуляции (говоря более строго – помех, удовлетворяющих условию (6)).

Основной недостаток ПВМС-алгоритмов – применимость их только для очень узкого класса помех, поскольку без дополнительных ограничений вид модуляции представляет собой довольно грубый различительный признак. Стремление создать алгоритмы АПОС, применимые для более широкого класса помех, привело к идее преднамеренного создания более тонких различительных признаков. В частности, в работах [7; 8] для создания таких различительных признаков было предложено использовать характерное для многих связных сигналов свойство циклостационарности. Под ним в общем случае понимают периодические флуктуации во времени статистических моментов некоторого случайного процесса [8]. Очевидно, что при дискретных видах модуляции имеет место по крайней мере два источника таких периодических флуктуаций: собственно синусоидальная несущая частота и изменения формы импульсов вследствие передачи нового символа.

В монографии [9] Гарднер показал, что циклостационарность можно интерпретировать как свойство сигнала «генерировать» спектральные составляющие после прохождения через некоторый нелинейный элемент. Эти спектральные составляющие иногда называют периодичностями высших порядков, поскольку они отсутствуют в спектре исходного сигнала. Ограничившись только нелинейностями вида $f(x(t)) = x^p(t)$, где p – целое число, можно показать, что необходимым и достаточным условием наличия в спектре сигнала $f(x(t))$ составляющих с круговой частотой Ω является существование отличного от нуля циклического момента p-го порядка

$$m_{px}^{\Omega} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^p(t) e^{-j\Omega t} \mathrm{d}t. \tag{7}$$

Условию (7) удовлетворяют многие используемые на практике сигналы. В частности, рассмотрим цифровые сигналы, представленные в виде

$$s(t) = \sum_n I_n g(t - nT) e^{j2\pi f_0 t}, \tag{8}$$

где I_n – информационная последовательность; $g(t)$ – вещественная функция, описывающая форму импульса; f_0 – несущая частота; T – длительность импульса. После прохождения таких сигналов через нелинейность $(.)^p$ могут иметь место новые спектральные составляющие типа [8]

$$\Omega_k = pf_0 \pm kf_s,\ f_s = \frac{1}{T},\ k = 1, 2, \ldots \tag{9}$$

При этом составляющие вида (9) возникают только при определенном согласовании вида модуляции и порядка нелинейности p. Например, нелинейность вида $(.)^2$ в случае использования сигналов с амплитудно-импульсной модуляцией порождает спектр

$$\Omega_k = 2f_0 \pm kf_s,\ k = 1, 2, \ldots, \tag{10}$$

а при сигналах с квадратурной модуляцией (QAM) $\Omega_k = 0 \forall k$. Вместе с тем, если порядок нелинейности равен четырем, то в спектре QAM-сигнала $(s(t))^4$ возникают спектральные составляющие

$$\Omega_k = 4f_0 \pm kf_s,\ k = 1, 2, \ldots \tag{11}$$

Заметим, что если нелинейное преобразование осуществляется на промежуточной частоте, то в (10), (11) вместо f_0 следует использовать соответствующую частоту $f_{\text{п.ч}}$. Следовательно, если полезный сигнал обладает свойством циклостационарности, то с помощью нелинейного преобразования вида $()^p$ всегда можно снабдить сигнал $s(t)$ априори известной спектральной составляющей вида $e^{j\Omega_k t}$. Вместе с тем, поскольку значения Ω_k априори известны, задачу синтеза алгоритмов АПОС можно сформулировать в виде

$$\min_{W} \Phi_{\text{цс}}\left(\vec{W}\right), \Phi_{\text{цс}}\left(\vec{W}\right) = E\left\{\left(e^{j\Omega_k t} - y^p(t)\right)^2\right\}, \tag{12}$$

где $y(t) = \vec{W}^H(t)\vec{X}(t)$, а p и Ω_k зависят от вида модуляции и выбранного порядка нелинейности.

Задачу (12) можно рассматривать как своего рода обобщение задачи (1), поскольку имели место замена нелинейной операции выделения модуля нелинейной операцией возведения в степень и использование вместо константы b функции $e^{j\Omega_k t}$. Поэтому сразу же применим для минимизации (12) метод стохастического градиента и после простых преобразований получим

$$\vec{W}(k) = \vec{W}(k-1) - \mu_k\left(e^{j\Omega_0 t} - y^p(k)\right)y^{p-1}(k)\vec{X}(k), \tag{13}$$

где Ω_0 – некоторое значение Ω_k.

Естественно, что при соответствующем выборе μ_k алгоритм (13), как и (5), сходится с вероятностью единица. Однако, в отличие от $\Phi_{\text{ПМВС}}\left(\vec{W}\right)$, целевая функция $\Phi_{\text{цс}}\left(\vec{W}\right)$ унимодальна и соответственно (13) сходится глобально. При этом, если после нелинейного преобразования в спектре помехи отсутствуют составляющие с частотой Ω_0, такая помеха практически полностью подавляется в процессе адаптации. Характеристики алгоритма (13) тождественны соответствующим характеристикам МСКО-алгоритма. Вместе с тем, если сигнал и помеха промодулированы по одному и тому же закону, процедуры типа (13) теряют способность различать полезный сигнал и помеху. Более того, если на входе АР мощность помехи превышает мощность полезного сигнала, то имеет место эффект «настройки на помеху».

Таким образом, круг приложений (допустимых помеховых ситуаций) алгоритмов типа (13) гораздо шире, чем для ПМВС-алгоритмов типа (5). Вместе с тем непосредственное применение (13) в военных линиях радиосвязи достаточно проблематично, поскольку использование преднамеренных помех, совпадающих по модуляционным характеристикам с полезным сигналом, типично для оптимизированного радиоэлектронного подавления [10].

Список литературы: 1. *Compton R.T.* Adaptive Antennas. Concept and Performance. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1988. 248 p. 2. *Комптон Р.Т.* Адаптивная антенная решетка в широкополосной системе связи // ТИИЭР. 1978. Т. 66, № 3. С. 23–34. 3. *Shunk J.J.* The constant modulus array for cochannel signal copy and direction finding / J.J. Shunk, R.P. Gooch // IEEE Trans. Signal Processing. 1996. Vol. 44, N 3. P. 600–652. 4. *Gooch R.P.* The CM array: an adaptive beamformer for constant modulus signals / R.P. Gooch, J. Lundell // ICASSP 86: Proc. of IEEE – IECEJ – ASJ Intern. Conf. Acoust, Speech and Signal Process., Tokyo, Apr., 7–11, 1986. New York, 1986. Vol. 4. P. 2523–2526. 5. *Sharma R.* Asymptotic analysis of stochastic gradient-based adaptive filtering algorithms with general cost functions / R. Sharma, W.A. Sethares, J.A. Bucklew // IEEE Trans. Signal Processing. 1996. Vol. 44, N 9. P. 2186 – 2194. 6. *Van Der Veen A.-J.* An analytical constant moduls algorithm / A.-J. Van Der Veen, A. Paulraj // IEEE Trans. Signal Processing. 1996. Vol. 44, N 5. P. 1136–1155. 7. *Gardner W.A.* The cumulant theory of cyclostationary time-series, part I: Foundation / W.A. Gardner, C.M. Spooner // IEEE Trans. Signal Processing. 1994. Vol. 42, N 12. P. 3887–4308. 8. *Castedo L.* An adaptive beamforming technique based on cyclostationary signal properties / L. Castedo, A.R. Figueiras-Vidal // IEEE Trans. Signal Processing. 1995. Vol. 43, N 7. P. 1637–1650. 9. *Gardner W.A.* Statistical spectral analysis: a non-probabilistic theory. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1987. 168 p. 10. *Крылов В.В.* Перспективы развития техники и технологии систем РЭБ / В.В. Крылов, К.Ю. Никашов // Зарубеж. радиоэлектроника. 1988. № 6. С. 3–13.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 11.06.2002