

С.Г. УДОВЕНКО

## ПРОГРАММНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПОМЕХ В КОНТУРАХ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

При моделировании и оптимизации стохастических многомерных систем, в том числе и биологических, широкое распространение получили адаптивные модели типа ARMAX [1]. Однако эффективность функционирования контуров цифрового управления с использованием этих моделей во многом зависит от уровня и характера неконтролируемых возмущений, влияющих на поведение управляемой системы. Зачастую является целесообразной и даже необходимой их предварительная фильтрация программными или аппаратными средствами. Рассмотрим одну из возможностей подавления помех в контурах адаптивного управления стохастическими процессами.

При практической реализации цифровых регуляторов особое значение имеет точность регистрации значений выходной величины  $y(k)$ . Наличие ошибок измерения иногда приводит к возникновению высокочастотных шумов в системе и, как следствие, к скачкообразным изменениям амплитуды управляющих сигналов. Одним из способов подавления нежелательных помех измерения является применение многократных выборок в пределах каждого из тактов идентификации и управления.

В частности, достаточно эффективным представляется метод, основанный на аппроксимации выходного сигнала по результатам обработки таких выборок [2]. Непрерывный выход управляемой системы  $y(t)$  в большинстве случаев соответствует гладкой функции между двумя изменениями управляющих воздействий. Если период квантования сигнала  $y(t)$  достаточно мал, то эту функцию можно аппроксимировать линейной моделью (в пределах одного такта):

$$y(t) = K_a t + \varepsilon_a(t) + C_a, \quad (1)$$

где  $K_a$  —  $m_y$ -мерный вектор направлений отдельных составляющих выхода;  
 $\varepsilon_a(t)$  — ошибка аппроксимации;  
 $C_a$  — вектор абсолютных членов.

Предположив, что в каждом такте осуществляется дополнительная дискретизация сигнала  $y(t)$  с постоянным шагом  $\Delta f$ , зависимость (1) с учетом погрешности измерений запишем в виде

$$\hat{y}_i = K_a i + \omega_i + C_a, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где  $\hat{y}_i$  — оценка  $i$ -го дискретного значения  $y(t)$ ;

$i$  — номер выборки (дискретное время);

$m$  — количество выборок;

$$\omega_i = \varepsilon_{ai} + \varepsilon_{bi},$$

$\varepsilon_{ai}$ ,  $\varepsilon_{bi}$  — соответственно погрешность аппроксимации и ошибка измерения  $i$ -й ординаты.

Представим (2) в компактной форме:

$$\hat{y}_i = P_f^T m_i + \omega_i, \quad (3)$$

где  $P_f^T = [K_a, C_a]$ ,  $m_i^T = [i, 1]$ .

Уравнение (3) представляет собой модель фильтрации в пределах одного такта управления. Предположим, что параметры  $P_f$  неизменны на протяжении каждого такта  $K$ , однако отличны для разных тактов. Оценку этих параметров можно осуществить методом наименьших квадратов, минимизируя критерий

$$J_f = \text{Tr} \sum_{i=1}^m \omega_i^T S \omega_i = \text{Tr} \sum_{i=1}^m S \omega_i \omega_i^T,$$

где  $S$  — произвольная положительно определенная матрица.

С учетом (2) получаем

$$\begin{aligned} J_f &= \text{Tr} \sum_{i=1}^m S (\hat{y}_i - P_f^T m_i) (\hat{y}_i - P_f^T m_i)^T = \\ &= \text{Tr} S \left[ P_f^T \sum_{i=1}^m m_i m_i^T P_f - P_f^T \sum_{i=1}^m m_i \hat{y}_i^T - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^m \hat{y}_i m_i^T P_f + \sum_{i=1}^m y_i y_i^T \right]. \end{aligned}$$

Принимая обозначения

$$M_1 = \sum_{i=1}^m m_i m_i^T; \quad M_2 = \sum_{i=1}^m y_i m_i^T,$$

представим  $J_f$  в виде

$$J_f = \text{TrS}[(P_s - \hat{P}_f)^T M_1 (P_s - \hat{P}_f) - \hat{P}_f^T M_1 \hat{P}_f + \sum_{i=1}^m y_i y_i^T],$$

где  $\hat{P}_f = M_1^{-1} M_2$ .

Поскольку матрица  $M_1$  является положительно определенной, то минимум  $J_f$  достигим при  $P_S = \hat{P}_f$ , следовательно, оценка выхода системы в момент  $i$

$$\hat{y}_i = K_a i + C_a = \hat{P}_f m_i, \quad (4)$$

где  $m_i^T = [i, 1]$ .

Подставляя в (4) значение  $\hat{P}_f$ , получаем

$$\hat{y}_i = M_2^T M_1^{-1} m_i = M_2^T f,$$

где  $f = M_1^{-1} m_i = [f_1, f_2]^T$ ,  $f_1, f_2$  — постоянные коэффициенты фильтра.

Опишем результирующий алгоритм фильтрации:

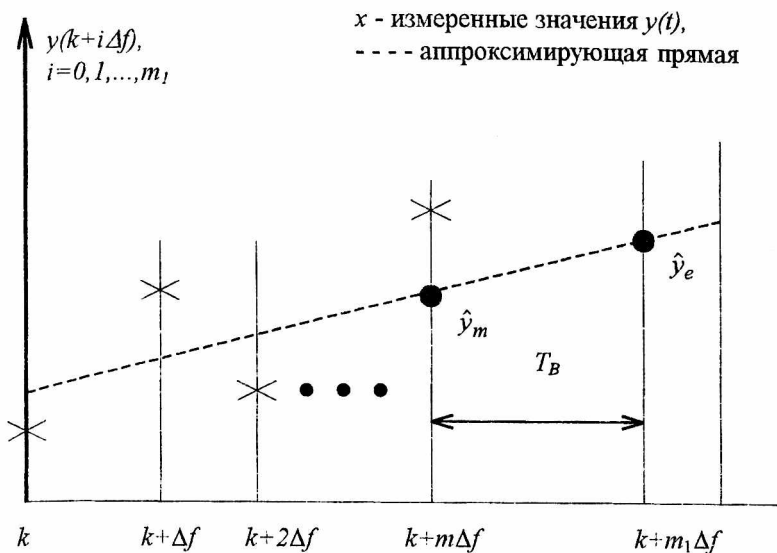
в каждом такте  $K$  последовательно с шагом  $\Delta f$  измеряем значения  $\hat{y}_i$  и

формируем суммы  $\sum_{i=1}^m i \hat{y}_i$ ,  $\sum_{i=1}^m \hat{y}_i$ ;

после последнего  $m$ -го измерения определяем оценку  $\hat{y}_m$  в соответствии с зависимостью

$$\hat{y}_i = M_2^T f = f_1 \sum_{i=1}^m i \hat{y}_i + f_2 \sum_{i=1}^m \hat{y}_i.$$

Отфильтрованная величина  $\hat{y}_m$  принимается в дальнейшем в качестве оценки выхода в текущем такте управления. Однако, подобный подход не всегда позволяет осуществлять оперативные расчеты по фильтрации выходных данных адаптивного регулятора ввиду необходимости создания резервов времени при различной продолжительности процедур оценивания и поиска управляющих воздействий в каждом из тактов. На рисунке проиллюстрирован процесс фильтрации для  $k$ -го периода наблюдения при использовании  $m$ -го кратного линейного экстраполирующего фильтра.



Если момент оценки выхода системы соответствует моменту последнего наблюдения, то константы  $f_1$  и  $f_2$  зависят лишь от количества отсчетов в каждом такте, а аппроксимирующее уравнение принимает вид

$$\hat{y}_m = \frac{2}{m} \left[ \frac{3}{m+1} \sum_{i=1}^m i \hat{y}_i - \sum_{i=1}^m \hat{y}_i \right].$$

Рассмотрим дополнительную возможность использования описанного метода. Предположим, что проведение  $m$  выборок в очередном такте завершено в момент  $(k+m\Delta f)$ . В этом случае представляется целесообразной экстраполяция аппроксимирующей прямой на  $m_2$  шагов с целью получения оценки  $\hat{y}_e$  в момент  $(k+m_1\Delta f)$ , более приближенный к следующему такту основной дискретизации  $(k+1)$ . При этом появляется возможность в течение времени  $T_B$  осуществить все необходимые расчеты по фильтрации данных. Нетрудно показать, что экстраполяционная оценка  $\hat{y}_e$  может быть определена по следующей зависимости:

$$\hat{y}_e = \hat{y}_m + m_2 \left[ \frac{6(\hat{y}_m - 2a_1)}{m(m+1)(m-1)} + \frac{2(a_2 - \hat{y}_m m + \hat{y}_m)}{m(m-1)} \right],$$

$$\text{где } a_1 = \sum_{i=1}^{m-1} i \hat{y}_i, \quad a_2 = \sum_{i=1}^{m-1} \hat{y}_i.$$

Таким образом, рассмотренный подход позволяет осуществить оперативную фильтрацию помех на выходе цифровых регуляторов по простым в вычислительном отношении процедурам оценивания.

Применение таких процедур повышает робастность контуров идентификации и управления, что делает их пригодными для моделирования поведенческих реакций биологических систем на быстро меняющиеся раздражители.

**Список литературы:** 1. Larminat P. A robust solution to the admissibility problem in indirect adaptive control without persistency of excitation // Int. J. Adaptive Control and Signal Processing. 1988. 2. P. 95—110. 2. Hebky Z. Multiple sampling in digital control // Automatizace. 1984. 27. №6. P.142—145.

Поступила в редколлегию 23.10.97