

В.М. ВОЛКОВ, канд. техн. наук, С.А. БОРТНИК

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ОДНОСЛОЙНОЙ КОАКСИАЛЬНОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СТЕНКИ

Развитие электроники больших мощностей СВЧ обострило проблему измерения проходящей мощности высоких и сверхвысоких уровней в линиях передачи. Перспективным при разработке и создании контрольно-измерительной аппаратуры является метод, основанный на принципе поглощающей стенки (ПС). Наиболее важный этап проектирования такой аппаратуры — детальный анализ распределения температурного поля (ТП) в тонких стенках волновода. Подобные задачи решались для волноводов круглого и прямоугольного сечений [1; 2]. Однако распределение температуры в ПС, помещенной в коаксиальную линию, изучено недостаточно [3].

Настоящая работа посвящена анализу тепловых процессов в однослойной ПС, расположенной во внешнем проводнике коаксиальной линии. Решение данной задачи можно рассматривать как предварительный этап в исследовании тепловых процессов в двухслойной коаксиальной ПС, которая предназначена для уменьшения частотной зависимости коэффициента преобразования датчика проходящей мощности. При этом результаты исследований ТП в однослойной ПС представляют самостоятельный интерес, поскольку создание датчиков проходящей мощности с использованием однослойной ПС также возможно.

Тепловые процессы в ПС описываются уравнением теплопроводности [6]

$$\nabla T(\vec{r}, t) - \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\chi \partial t} = - \frac{W(\vec{r}, t)}{k} \quad (1)$$

Здесь ∇ — оператор Лапласа; T — приращение температуры стенки; \vec{r} — радиус-вектор; t — время; W — объемная плотность мощности внутренних источников теплоты в стенке; $\chi = k/c\rho$ — коэффициент температуропроводности, где k — коэффициент теплопроводности, c — удельная теплоемкость, ρ — плотность.

Для решения уравнения (1) сформируем начальные и граничные условия. Будем считать, что теплофизические параметры материала стенки и окружающей среды не зависят от температуры. Тогда на-

чальное условие $T|_{t=0} = 0$, т.е. приращение температуры в начальный момент времени отсутствует. Во всех решавшихся ранее задачах о нагреве ПС принималось, что температура вдоль периметра ПС в местах ее крепления к основной линии передачи поддерживается постоянной, т.е. $T|_{\text{периметр}} = 0$. С поверхности стенки происходит теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона для тепловых процессов

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\text{поверхность}} = \alpha T \Big|_{\text{поверхность}},$$

где n — направление нормали к поверхности ПС; α — коэффициент теплообмена.

Для определения объемной плотности мощности внутренних источников теплоты в ПС воспользуемся результатами расчета распределения электромагнитного поля и мощности тепловых потерь в коаксиальной ПС, полученные ранее [4]. При этом считаем, что, как и в [5], ПС не создает в линии неоднородностей, приводящих к отражению части падающей волны, а также не искажается структура поля, как было показано в [4].

Для более строгого решения данной задачи необходимо учесть, что ПС имеет конечные значения длины, ширины и толщины, в отличие от допущений в [3], где считалось, что ПС — отрезок внешнего проводника. В рассматриваемом случае для решения уравнения теплопроводности наиболее подходящим является метод конечных интегральных преобразований [7], который, в отличие от других методов (разделения переменных, функций Грина, преобразования Лапласа, численных методов и т.д.), позволяет относительно просто получить решение в виде быстросходящихся рядов. Для упрощения задачи будем считать поверхность ПС не искривленной, а плоской, и уравнения теплопроводности запишем в декартовых, а не в цилиндрических координатах. Вид решения при этом значительно упрощается, что требуется в инженерных расчетах при проектировании измерительных преобразователей. Возникающая из-за такой замены методическая погрешность имеет две основные составляющие, обусловленные различием конфигураций электромагнитного поля в цилиндрической и плоской стенках и неодинаковостью условий теплообмена с искривленной и плоской поверхностями. Обе составляющие значительно меньше погрешностей вызванных, например, неточностью значений теплофизических параметров вещества, определения толщины ПС при изготовлении; поэтому ими можно пренебречь.

Физическая модель задачи представлена на рис. 1. ПС имеет длину L , ширину d и толщину δ . Плоскость YOZ является поверхно-

стью ПС, обращенной внутрь коаксиальной линии. Электромагнитная волна распространяется вдоль оси OZ, проникает в ПС на некоторую глубину вдоль оси OX и поглощается там, создавая в стенке источники теплоты.

Уравнение теплопроводности для этого случая запишется в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{\chi} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{W}{k} \quad (2)$$

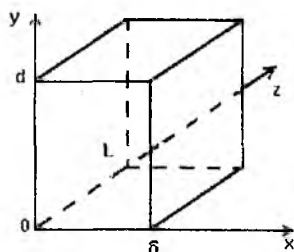


Рис. 1

Граничные условия приобретут вид

$$\left. \begin{aligned} T|_{y=0} &= 0 \\ T|_{y=d} &= 0 \\ T|_{z=0} &= 0 \\ T|_{z=L} &= 0 \\ k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \alpha T|_{x=0} \\ k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\delta} &= \alpha T|_{x=\delta} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В качестве исходных данных для нахождения плотности мощности внутренних источников теплоты возьмем выражение для распределения электрического поля во внешнем проводнике коаксиальной линии с учетом принятого упрощения:

$$E_{zb} = -\frac{I\sqrt{iq}}{2\pi\sigma b} e^{-\sqrt{iq}x} \quad (4)$$

Здесь b — внутренний радиус внешнего проводника; I — сила тока, протекающего по внутреннему проводнику; σ — удельная проводимость; $q = \sqrt{\omega\mu_0\sigma}$.

Согласно закону Джоуля — Ленца объемная плотность поглощенной мощности определяется выражением

$$W = \frac{1}{2} \sigma \vec{E}_{zb} \vec{E}_{zb}^* \quad (5)$$

Тогда с учетом (4) получим

$$W = \frac{I^2 \omega \mu_0}{8\pi^2 b^2} e^{-\frac{2x}{\Delta}}, \quad (6)$$

где Δ — глубина скин-слоя материала ПС.

Структура поля в коаксиальной линии такова, что плотность источников теплоты одинакова по всей поверхности ПС и изменяется только по ее толщине. Уравнение (2) решается с помощью конечного интегрального преобразования [7] вида

$$f^*(\lambda, \mu, \nu) = \iiint_{(S)} f(x, y, z) K(x, y, z, \lambda, \mu, \nu) dx dy dz,$$

где $K(x, y, z, \lambda, \mu, \nu)$ — ядро преобразования. В приведенном выражении функции $f(x, y, z)$ ставится в соответствие функция $f^*(\lambda, \mu, \nu)$.

Определив последовательно ядра преобразования для каждой из координат x, y, z с учетом граничных условий (3), находим изображение уравнения (2), из которого определяется изображение температуры. Применив обратное преобразование [7] к изображению температуры, записываем выражение для приращения температуры:

$$T(x, y, z, t) = Q \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{K_{ijp}(x, y, z) \tau_{ijp} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ijp}}})}{c_i (4 + \lambda_i^2 \Delta^2) (2j + 1) (2p + 1)} \quad (7)$$

$$\text{Здесь } Q = \frac{16\rho R_s}{\pi 3z_0 c \rho b^2 \ln \frac{b}{a}} \left[\left(2 + \frac{\alpha \Delta}{k} \right) - \left(2 - \frac{\alpha \Delta}{k} \right) \cdot e^{\frac{2\delta}{\Delta}} \right];$$

$K_{ijp} = \bar{K}_i(x)\bar{K}_j(y)\bar{K}_p(z)$, где $\bar{K}_i(x), \bar{K}_j(y), \bar{K}_p(z)$ — ядра преобразования по координатам x, y, z ; C_i — нормирующий множитель ядра преобразования по координате x .

Ряды (7) сходятся довольно быстро. По индексу i достаточно взять один член ряда ($i = 0$), а по индексам j, p — десять членов ряда, чтобы получить результат с тремя верными значащими цифрами. Более точные вычисления легко производить с помощью математических программ типа Mathematica, MathLab, MathCAD.

На рис. 2 отражены результаты расчета установившейся температуры в центре внешней поверхности однослойной ПС из константана ($\rho = 8900 \text{ кг/м}^3, k = 22,6 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{C)}, c = 419 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}, \sigma = 1,98 \cdot 10^6 \text{ 1/(Ом}\cdot\text{м)}$), имеющей размеры $9,3 \times 1,3 \text{ см}$ и помещенной во внешний проводник коаксиальной линии с радиусом внутреннего проводника $a = 2,3 \text{ мм}$ и внешнего $b = 8 \text{ мм}$. При этом считаем, что по линии передается мощность 10 кВт . Принятый коэффициент теплообмена $\alpha = 5 \text{ Вт/(м}^2\cdot^\circ\text{C)}$.

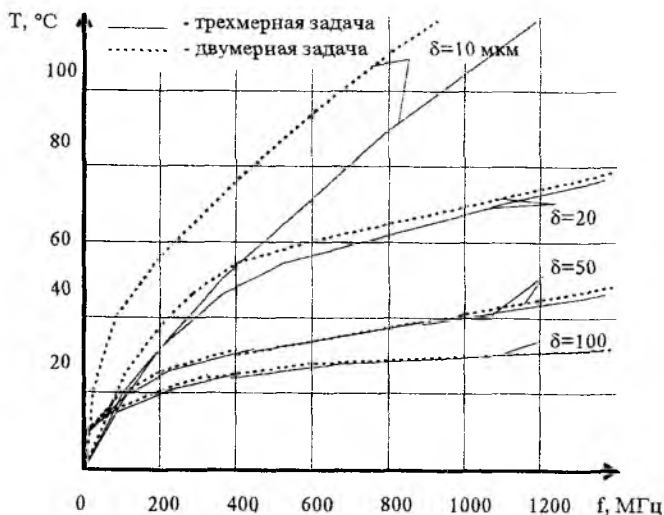


Рис. 2

Сплошные кривые рассчитаны по (7) помощью программы Line-1 для различных толщин ПС.

Характер частотной зависимости температуры от толщины близок к закону $1/\delta$, однако сильно отличается от этого закона на низких частотах и при малых δ . Температура может даже расти с увеличением толщины ПС, когда толщина последней меньше глубины скин-слоя. При этом с увеличением толщины стенки происходят два противоположных процесса — увеличение поглощенной мощности, что приводит к росту температуры, и улучшение теплоотвода, что уменьшает нагрев. При малых δ преобладает первый процесс, а при больших — второй.

Штриховыми линиями на рис. 2 показаны результаты решения упрощенной задачи, когда считалось, что источники теплоты распределены равномерно по толщине ПС, а не по экспоненциальному закону, как в (7), и мощность тепловых потерь полностью рассеивается в стенке без переизлучения.

Из рис. 2 видно, что при толщинах ПС больше глубины скин-слоя результаты решения обоими способами совпадают. Это объясняется тем, что в стационарном режиме металлические пластины с большим коэффициентом теплопроводности прогреваются по толщине почти равномерно, независимо от закона распределения плотности мощности тепловых потерь. При толщинах ПС меньших и сравнимых с глубиной скин-слоя различия значительны.

Временная зависимость нагрева ПС определяется экспоненциальным членом выражения (7). Параметр τ_{ijp} играет роль тепловой постоянной времени и выражается соотношением

$$\tau_{ijp} = \frac{1}{\frac{1}{\tau_{xi}} + \frac{1}{\tau_{yj}} + \frac{1}{\tau_{zp}}},$$

где переменные τ_{xi} , τ_{yj} , τ_{zp} отражают время распространения теплоты по осям x , y , z .

Скорость распространения теплоты по координатам y и z определяется размерами ПС L и d и ее теплофизическими параметрами, а по координате x она зависит не только от толщины ПС δ , но и от условий теплообмена с окружающей средой. В таблице приведены значения τ_{ijp} для ПС, температура которой рассчитана выше.

Индекс j	Значения $\tau_{ij} (i=0)$ при p , равном			
	0	1	2	3
0	2,413	2,129	1,723	1,340
1	0,308	0,303	0,293	0,279
2	0,112	0,111	0,110	0,108
3	0,058	0,057	0,056	0,055

Как видно, наибольшей постоянной времени является τ_{000} , в целом же время установления температуры не превышает 10 с.

Полученные данные свидетельствуют о перспективности создания коаксиальных датчиков проходящей мощности, основанных на принципе ПС. Результаты расчетов показывают, что такие приборы будут обладать чувствительностью, достаточной для измерения мощности от десятков ватт до десятков и сотен киловатт. Инерционность этих приборов не будет превышать 10 с. Предложенные формулы позволяют легко производить инженерные расчеты с помощью персональной ЭВМ.

Список литературы: 1. Мартыненко Л.Г., Волков В.М., Кукуш В.Д. Температурное поле поглощающей стенки в прямоугольном многомодовом волноводе // Радиотехника. 1976. Вып. 37. С. 99—105. 2. Варламова Н.А., Кукуш В.Д., Мартыненко Л.Г. Исследование температурного поля круглого волновода // Там же. 1981. Вып. 57. С. 108—114. 3. Волков В.М., Мартыненко Л.Г., Мельник В.П. Температурное поле внешнего проводника коаксиальной линии // Там же. 1986. Вып. 78. С. 120—123. 4. Волков В.М., Бортник С.А. Затухание в коаксиальной двухслойной поглощающей стенке — См. статью в настоящем сборнике. 5. Кукуш В.Д., Ермилова Н.И. Коэффициент отражения датчика на основе поглощающей стенки в прямоугольном волноводе // Радиотехника. 1974. Вып. 31. С. 125—128. 6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 600 с. 7. Кошляков Н.Н., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Физматгиз, 1962. 768 с.

Харьковский государственный
технический университет
радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 29.05.97