

ПРОБЛЕМЫ



БИОНИКИ

выпуск

22

D-1
W

79

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР
ХАРЬКОВСКИЙ ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

007.57
1778

ПРОБЛЕМЫ БИОНИКИ

ВЫПУСК 22

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1968 г.

XНУРЕ Problemy byonyky



B-759-4

БЛИОТЕКА

Х И Р Э

№

AN

83

2004

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»
1979

Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. темат. науч.-техн. сборник. Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьковском ун-те, 1979, 142+3 с.

Сборник посвящен бионическим исследованиям, математическому описанию различных сторон интеллектуальной деятельности человека. Рассмотрены принципы построения специальных вычислительных систем, их математическое и информационное обеспечение, пригодное для моделирования и машинной имитации алгоритмов переработки информации в сенсорной сфере человека. Изучены возможности математического описания процессов мышления и переработки словесной информации человеком.

Предназначен для научных работников и специалистов, занимающихся бионическими исследованиями с привлечением средств и методов кибернетики и вычислительной техники.

Списки лит. в конце статей.

Редакционная коллегия: *Н. М. Амосов, В. М. Бондарев* (отв. секр.), *Ю. П. Бугай, А. А. Волков, В. А. Грабина, А. В. Дабагян, Г. Ф. Дюбко, К. А. Иванов-Муромский, А. Г. Мурашко* (зам. отв. ред.), *В. А. Ловицкий, Е. П. Пуятин, В. Я. Сердюченко, В. Г. Червов, Ю. П. Шабанов-Кушнарченко* (отв. ред.), *Л. И. Шкляров*.

Адрес редакционной коллегии: 310218, Харьков, пр. Ленина, 14, институт радиоэлектроники.

Редакция естественнонаучной литературы

Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук

О ТЕОРИИ ИНТЕЛЛЕКТА

В настоящее время цифровая вычислительная техника стала одним из главных рычагов научно-технического прогресса, основой автоматизации процессов управления экономикой, производственных процессов, проектно-конструкторских и научно-исследовательских работ, важным источником повышения производительности труда и роста благосостояния народа, необходимым звеном в системе обороны страны.

Электронные цифровые вычислительные машины представляют собой универсальное средство переработки информации, теоретически с их помощью можно автоматизировать любой вид умственной деятельности людей. Однако огромные потенциальные возможности ЭВМ используются не в полной мере. Производительность всех действующих в СССР вычислительных машин уже во много раз превысила суммарную производительность всего населения нашей страны при переработке информации. И тем не менее основным исполнителем работ по преобразованию информации (зачастую, неинтересных и утомительных) по-прежнему остается человек, причем информационная нагрузка людей с течением времени не снижается, а наоборот, возрастает. В чем причина этого парадокса? Очевидно в том, что большинство работ, выполняемых человеком, пока не по плечу цифровой вычислительной машине: слишком еще слаба ее «интеллект».

Как повысить уровень машинного «интеллекта»? Для решения этой проблемы имеет смысл попытаться получить подсказку у природы, т. е. пойти по бионическому пути и обратиться к изучению человеческого интеллекта: ведь только он способен выполнять информационные работы, недоступные пока вычислительной машине. Можно изучать две стороны человеческого интеллекта: 1) материальную основу интеллекта — мозг, нервную систему, организм человека; 2) деятельность интеллекта, его функции. Поскольку здесь ставится задача совершенствования деятельности ЭВМ, а не ее устройства, то естественно обратиться к функциональной стороне человеческого интеллекта. Результатом такого изучения должно быть описание функций человеческого интеллекта, адресованное вычислительной

машине. Описание это должно выполняться на языке, доступном для «восприятия» вычислительной машиной. Оно должно, кроме того, достаточно полно и точно характеризовать изучаемые функции интеллекта. Такое описание функций человеческого интеллекта, будучи «воспринято» машиной, сможет быть приведено ею в действие. В результате будет достигнуто искусственное воспроизведение функций интеллекта человека, что приведет к повышению уровня интеллекта машины.

Научную область, нацеленную на получение описаний функций человеческого интеллекта, предназначенных для воспроизведения на ЭВМ, назовем *теорией интеллекта*.

При таком определении теории интеллекта ее успехи будут оцениваться не только тем, как далеко эта теория продвинулась в познании интеллекта человеческого, но и тем, какой уровень совершенства интеллекта машинного она смогла обеспечить. Описания функций интеллекта, которые не могут быть воспроизведены искусственно с помощью машин, не следует считать результатами теории интеллекта.

Какие функции человеческого интеллекта должна изучать теория интеллекта? При принятом ее определении, очевидно, те и только те функции, которые, в принципе, доступны «интеллекту» машинному. Цифровая же вычислительная машина способна реализовать лишь дискретные и детерминированные информационные процессы, т. е. такие процессы, которые выражаются в виде алфавитных операторов. Как известно, алфавитный оператор есть функция $Y = FX$, аргументом X и значением Y которой служат слова, т. е. последовательности, составленные из букв некоторого алфавита E . Вычислительная машина представляет собой конечное устройство, поэтому она может воспринять, переработать и сформировать лишь те слова, длина которых не превышает некоторого конечного наперед заданного числа m . С учетом этого требования входное слово X и выходное слово Y алфавитного оператора F можно представить в виде $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$, где $x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_m$ — буквы алфавита E . Включая в состав алфавита E знак пробела, мы получаем возможность применить алфавитный оператор F также к словам меньшей длины, чем m , дополняя пробелами места в слове, свободные от букв. Вычислительная машина, ввиду своей конечности, может воспринимать, обрабатывать и формировать только буквы из конечного алфавита. В связи с этим мы должны ограничить состав алфавита E лишь конечным числом букв, которое обозначим символом p .

Различают четыре вида алфавитных операторов: однозначные, многозначные, всюду определенные и частичные. Если алфавитный оператор каждому входному слову ставит в соответствие не более одного выходного слова, то его называют однозначным, в противном случае — многозначным. Если алфавитный оператор каждому входному слову ставит в соответствие не менее одного

выходного слова, то его называют всюду определенным, в противном случае — частичным. Алфавитные операторы всех этих видов могут быть заданы с помощью *конечных предикатов*, т. е. функций вида $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $n = 2m$; x_1, x_2, \dots, x_n — буквы алфавита E , y — булевы значения 0, 1.

Каждому алфавитному оператору $Y = FX$ можно поставить в соответствие задающий его конечный предикат f , определяемый следующими условиями:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_m) = \begin{cases} 1, & \text{если } (y_1, y_2, \dots, y_m) = F(x_1, x_2, \dots, x_m), \\ 0, & \text{если } (y_1, y_2, \dots, y_m) \neq F(x_1, x_2, \dots, x_m). \end{cases}$$

Вместе с тем, каждому конечному предикату $f(x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_m)$ можно поставить в соответствие некоторый задаваемый им алфавитный оператор $Y = FX$. Сделаем это следующим образом. Составим уравнение

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_m) = 1. \quad (1)$$

Пусть $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$ — некоторая произвольно выбранная последовательность букв алфавита E , которую мы примем в качестве входного слова X алфавитного оператора F . Положим $x_1 = \sigma_1, x_2 = \sigma_2, \dots, x_m = \sigma_m$. Тогда уравнение (1) запишется в виде

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m, y_1, y_2, \dots, y_m) = 1. \quad (2)$$

Решая уравнение (2) относительно неизвестных y_1, y_2, \dots, y_m , находим систему слов $\{(\epsilon_1^1, \epsilon_2^1, \dots, \epsilon_m^1), (\epsilon_1^2, \epsilon_2^2, \dots, \epsilon_m^2), \dots, (\epsilon_1^l, \epsilon_2^l, \dots, \epsilon_m^l)\}$, удовлетворяющих этому уравнению. Здесь l — число всех решений уравнения (2). Все эти слова принимаем в качестве выходных слов Y , формируемых алфавитным оператором F в ответ на входное слово X . Если для входного слова X существует единственное выходное слово Y , то мы говорим, что реакция алфавитного оператора для этого слова определена и однозначна. Если для входного слова не существует ни одного соответствующего ему выходного слова, то реакция алфавитного оператора для этого слова не определена. Если же для данного входного слова существует более одного выходного слова, то мы говорим, что реакция алфавитного оператора для этого слова многозначна.

Сказанное позволяет заменить понятие алфавитного оператора, определенного на конечном алфавите и для слов ограниченной длины, эквивалентным ему понятием конечного предиката. Теперь мы можем, наконец, четко ответить на поставленный ранее вопрос: какие функции человеческого интеллекта должны изучать теория интеллекта. Объектом изучения в теории интеллекта могут быть только те функции человеческого интеллекта, которые представимы в виде конечных предикатов. Итак, предмет теории интеллекта определен, осталось опреде-

лить ее средства. В качестве средства описания функций человеческого интеллекта будем использовать *алгебру конечных предикатов*, описание которой приводится ниже. На языке этой алгебры функции человеческого интеллекта могут быть записаны в виде формул, доступных «пониманию» вычислительной машины.

Пусть E — некоторый конечный алфавит, состоящий из p букв a_1, a_2, \dots, a_p ($p \geq 2$), с заданными на нем n переменными x_1, x_2, \dots, x_n , называемыми *буквенными переменными*. Введем на множестве E систему одноместных предикатов $a_i(x_j)$ ($1 \leq i \leq p$, $1 \leq j \leq n$), определяя их условиями: $a_i(x_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_j = a_i; \\ 0, & \text{если } x_j \neq a_i. \end{cases}$

Предикат $a_i(x_j)$ «узнает» букву a_i среди букв алфавита E , поэтому мы называем его *предикатом узнавания* или просто *узнаванием* буквы a_i . Нам понадобятся также две булевы функции — дизъюнкция $u \vee v$ и конъюнкция $u \wedge v$ ($u, v, u \vee v, u \wedge v \in \{0, 1\}$). Узнавания букв, дизъюнкцию и конъюнкцию примем в качестве элементарных функций алгебры конечных предикатов. Образуя суперпозиции этих функций, мы получаем различные предикаты. Каждой суперпозиции поставим в соответствие некоторую формулу алгебры конечных предикатов.

Дадим определение понятия формулы алгебры конечных предикатов:

1) выражения вида $a_i(a_k)$ ($1 \leq i, k \leq p$), 0, 1, обозначающие булевы константы, называем формулами;

2) выражения вида $a_i(x_j)$ ($1 \leq i \leq p$, $1 \leq j \leq n$), обозначающие предикаты узнавания, называем формулами;

3) если выражения α и β — формулы, то формулами называем также выражения $(\alpha) \vee (\beta)$ и $(\alpha) \wedge (\beta)$, обозначающие дизъюнкцию и конъюнкцию предикатов, соответствующих формулам α и β .

В дальнейшем в целях сокращения длины записи формул узнавания $a_i(x_j)$ будем писать в виде $x_j^{a_i}$, называя букву a_i *показателем узнавания* $x_j^{a_i}$. Знак конъюнкции \wedge в записях формул будем опускать или же заменять его точкой. В записях формул будем также опускать те скобки, наличие которых не является обязательным для правильного понимания смысла формул. Если скобки, регулирующие порядок выполнения действий, в записи формулы не указаны, то, по соглашению, вначале выполняется операция конъюнкции, а затем — дизъюнкции; кроме того, первой из однотипных операций выполняется та, знак которой в формуле стоит левее, например, $\alpha \vee \beta \gamma = \alpha \vee (\beta \gamma)$, $\alpha \vee \beta \vee \gamma = (\alpha \vee \beta) \vee \gamma$, $\alpha \beta \gamma = (\alpha \beta) \gamma$.

Рассмотрим пример формулы алгебры конечных предикатов. Пусть $E = \{a, m, n\}$, $p = 3$, $n = 4$. Выражение $x_2^a x_1^m (x_1^m x_3^m \vee x_1^n x_3^n) \wedge (a(x_2)) \wedge (a(x_4)) \wedge (((m(x_1)) \wedge (m(x_3))) \vee ((n(x_1)) \wedge (n(x_3))))$.

Предикат $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, представленный этой формулой, выделяет из множества всевозможных четырехбуквенных слов (x_1, x_2, x_3, x_4) , составленных из букв a, m, n , слова *мама* и *папа*. На этих словах предикат f обращается в 1, на остальных — в 0. Например: $f(m, a, m, a) = a^a a^a (m^m m^m \vee m^n m^n) = 1 \cdot 1 (1 \cdot 1 \vee 0 \cdot 0) = 1$, $f(m, a, n, a) = a^a a^a (m^m n^m \vee m^n n^n) = 1 \cdot 1 (1 \cdot 0 \vee 0 \cdot 1) = 0$.

Можно доказать, что любой конечный предикат $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ допускает представление в виде

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_n^{\sigma_n}. \quad (3)$$

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 1.$$

Здесь буквенные переменные $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ играют роль индексов логического суммирования. Запись $f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 1$ по знаку логической суммы \bigvee означает, что дизъюнкция берется по всевозможным наборам индексов $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$, которые обращают предикат f в единицу. Формулу, стоящую справа от знака равенства в тождестве (3), назовем *совершенной дизъюнктивной нормальной формой* предиката f . Тождество (3) свидетельствует о том, что любой конечный предикат может быть представлен в виде суперпозиции функций узнавания, конъюнкции и дизъюнкции. Это значит, что алгебра конечных предикатов полна, на ее языке можно записать в виде формулы любой конечный предикат. Следовательно, на языке алгебры конечных предикатов может быть формально описана любая функция человеческого интеллекта, изучаемая в теории интеллекта.

Важно отметить, что набор элементарных функций алгебры конечных предикатов не только полон, но и несократим. Это означает, что при исключении из алгебры предикатов хотя бы одной из введенных элементарных функций она станет неполной. В самом деле, исключим из числа элементарных функций предикат узнавания буквы a_i . Тогда мы не сможем получить в виде суперпозиции оставшихся элементарных функций предикат $f(x)$, обращающийся в единицу при $x = a_i$. Это обусловлено тем, что все остальные узнавания при значении $x = a_i$ обращаются в 0, а дизъюнкция и конъюнкция этот нуль сохраняют при любом числе суперпозиций. Исключив из числа элементарных функций дизъюнкцию, мы сможем с помощью суперпозиций оставшихся функций получать только конъюнкции узнаваний, а все остальные предикаты, к числу которых относится, например, предикат $x^{a_1} x^{a_2}$, — не сможем. Исключив конъюнкцию, мы оставим за пределами досягаемости алгебры все предикаты, которые не выражаются в виде дизъюнкции узнаваний (например, предикат $x^{a_1} x^{a_2}$).

В алгебре конечных предикатов (называемой нами в дальнейшем просто *алгеброй предикатов*) выполняются аксиомы (тождества) абстрактной решетки:

законы идемпотентности

$$a \vee a = a, \quad (4a) \quad aa = a, \quad (4б)$$

законы коммутативности

$$\alpha \vee \beta = \beta \vee \alpha; \quad (5a) \quad \alpha\beta = \beta\alpha, \quad (5б)$$

законы ассоциативности

$$(\alpha \vee \beta) \vee \gamma = \alpha \vee (\beta \vee \gamma); \quad (6a) \quad (\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma), \quad (6б)$$

законы элиминации (поглощения)

$$\alpha(\alpha \vee \beta) = \alpha; \quad (7a) \quad \alpha \vee \alpha\beta = \alpha. \quad (7б)$$

Здесь α, β, γ — элементы множества $M = \{0, 1\}$.

В алгебре предикатов выполняются также аксиомы для нуля 0 и единицы 1 абстрактной решетки

$$0 \vee \alpha = \alpha; \quad (8a) \quad 1\alpha = \alpha. \quad (8б)$$

Из аксиом (7) и (8) вытекают еще два тождества для нуля и единицы

$$0\alpha = 0; \quad (9a) \quad 1 \vee \alpha = 1. \quad (9б)$$

Действительно, $0\alpha = 0(0 \vee \alpha) = 0, 1 \vee \alpha = 1 \vee 1\alpha = 1$.

В алгебре предикатов выполняется также аксиома дистрибутивности

$$\alpha(\beta \vee \gamma) = \alpha\beta \vee \alpha\gamma. \quad (10a)$$

Таким образом, алгебра предикатов относительно операций дизъюнкции и конъюнкции является дистрибутивной решеткой с нулем и единицей, заданной на множестве $M = \{0, 1\}$.

Второй закон дистрибутивности может быть получен в виде следствия из введенных ранее аксиом

$$\alpha \vee \beta\gamma = (\alpha \vee \beta)(\alpha \vee \gamma). \quad (10б)$$

Действительно, $\alpha \vee \beta\gamma = \alpha \vee \alpha\beta \vee \beta\gamma = \alpha \vee \alpha\gamma \vee \alpha\beta \vee \beta\gamma = \alpha \vee \alpha\gamma \vee \beta\alpha \vee \beta\gamma = \alpha(\alpha \vee \gamma) \vee \beta(\alpha \vee \gamma) = (\alpha \vee \beta)(\alpha \vee \gamma)$.

В алгебре предикатов справедливы также аксиомы для узнаваний, называемые нами законами истинности и ложности:

закон истинности

$$x^{a_1} \vee x^{a_2} \vee \dots \vee x^{a_p} = 1, \quad (11a)$$

законы ложности

$$x^{a_i}x^{a_j} = 0 \quad (1 \leq i, j \leq p, i \neq j). \quad (11б)$$

Здесь x — элемент множества $E = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$.

Таким образом, алгебра предикатов может быть отнесена к дистрибутивным решеткам с нулем и единицей и с узнаваниями. На этом описание алгебры предикатов как алгебраической системы завершается.

Может показаться, что алгебра предикатов есть обобщение алгебры логики. Действительно, в частном случае, когда $p = 2$

и $E = \{0,1\}$, тождества (11) превращаются в законы исключенного третьего и противоречия алгебры логики:

$$x \vee \bar{x} = 1, \quad (12a) \quad x\bar{x} = 0, \quad (12б)$$

где $x = x'$, $\bar{x} = x^0$. В своей совокупности тождества (4)—(10) и (12) как будто определяют на множестве $\{0,1\}$ с операциями отрицания, дизъюнкции и конъюнкции алгебру логики.

Однако такое заключение неверно. Дело в том, что смысл операции отрицания \bar{x} в алгебре логики и в алгебре предикатов при $p = 2$ и $E = \{0,1\}$ различен. В алгебре логики множества M и E мы не различаем, и операция отрицания определена на каждом из этих множеств. В алгебре предикатов при $p = 2$ и $E = \{0,1\}$ нам приходится множества M и E различать, несмотря на их равенство. Здесь операция отрицания определена на множестве E , но не определена на множестве M . В алгебре предикатов, в отличие от алгебры логики, выражения $\bar{\alpha} = \alpha^0$, α^1 , $\alpha \vee \beta = (\alpha \vee \beta)^0$ и другие, где α и β — произвольные формулы, лишены смысла и не являются формулами алгебры предикатов. В этом обстоятельстве кроется объяснение того факта, что набор элементарных функций в алгебре предикатов несократим, а в алгебре логики сократим (например, можно исключить дизъюнкцию, выразив ее с помощью закона де Моргана через отрицание и конъюнкцию $\alpha \vee \beta = \overline{\bar{\alpha}\bar{\beta}}$). Такого не могло бы быть, если б алгебра логики являлась частным случаем алгебры предикатов. Частный случай алгебры предикатов при $p = 2$ как математический объект в литературе обычно явно не вводится, однако он используется фактически, когда отрицанием разрешается действовать только лишь на независимые переменные, а не на произвольные формулы. Например, он фактически используется при введении СДНФ и при математическом описании работы двухступенчатых комбинационных схем.

Аксиомы (4) — (8), (10a) и (11) назовем *аксиомами алгебры предикатов*. Этих аксиом достаточно для полной характеристики алгебры предикатов, поскольку, как будет показано ниже, с их помощью можно решить вопрос о тождественности любых двух формул алгебры предикатов.

Назовем *элементарной конъюнкцией* конъюнкцию узнаваний различных буквенных переменных, взятых с произвольными фиксированными показателями. Дизъюнкцию некоторого числа различных элементарных конъюнкций назовем *дизъюнктивной нормальной формой* (сокращенно ДНФ). Элементарную конъюнкцию, в которой встречаются все переменные алгебры предикатов, назовем *конституэнтной единицей*. Присвоим каждой конституэнтной единице $x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_n^{\sigma_n}$ свой номер. Для этого составим p -ичный код $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n$ из показателей ее переменных, рассматривая буквы алфавита E как p -ичные цифры. Число, соответствующее этому коду, будем считать номером данной конституэнты единицы. Всего

имеется p^n различных конституэнт единицы. Дизъюнкция некоторого числа различных конституэнт единицы есть совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ). Мы не будем различать СДНФ, отличающиеся только порядком расположения конституэнт единицы. Конституэнты единицы в СДНФ условимся располагать в порядке возрастания их номеров. Присвоим каждой СДНФ свой номер. Для этого каждой СДНФ поставим в соответствие некоторый двоичный код длины p^n . Длина кода совпадает с числом всех различных конституэнт единицы. Если в рассматриваемой СДНФ конституэнта единицы с номером k отсутствует, то в k -м разряде ее двоичного кода записываем 0, если присутствует, то записываем 1. Число, соответствующее двоичному коду, будем считать номером данной СДНФ. Всего имеется 2^{p^n} различных СДНФ, т. е. ровно столько, сколько существует конечных предикатов. С другой стороны, каждому конечному предикату соответствует некоторая СДНФ. Следовательно, для каждой СДНФ существует единственный конечный предикат.

Если бы существовал алгоритм преобразования формул алгебры предикатов к СДНФ, основанный исключительно на использовании аксиом алгебры предикатов, то, сравнивая полученные СДНФ для этих формул, можно было решить вопрос об их тождестве. Если СДНФ совпадают, то формулы тождественны, если не совпадают, — не тождественны. Такой алгоритм существует. Ниже приводится его описание, сопровождаемое примером.

Пусть $p = 2$, $E = \{a, b\}$, $n = 3$. Требуется преобразовать к СДНФ формулу

$$f = (x_1^a \vee x_2^b) (x_1^a \vee x_1^b x_3^a) \vee (x_1^a \vee x_2^a) (x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_3^a).$$

1) Пользуясь тождествами (5б) и (10а), раскрываем в формуле все скобки:

$$\begin{aligned} f &= (x_1^a \vee x_2^b) x_1^a \vee (x_1^a \vee x_2^b) x_1^b x_3^a \vee (x_1^a \vee x_2^a) x_2^b x_3^b \vee (x_1^a \vee x_2^a) x_2^a x_3^a = \\ &= x_1^a (x_1^a \vee x_2^b) \vee x_1^b x_3^a (x_1^a \vee x_2^b) \vee x_2^b x_3^b (x_1^a \vee x_2^a) \vee x_2^a x_3^a (x_1^a \vee x_2^a) = \\ &= x_1^a x_1^a \vee x_1^a x_2^b \vee x_1^b x_3^a x_1^a \vee x_1^b x_3^a x_2^b \vee x_2^b x_3^b x_1^a \vee x_2^b x_3^b x_2^a \vee x_2^a x_3^a x_1^a \vee x_2^a x_3^a x_2^a. \end{aligned}$$

В результате получаем некоторую дизъюнкцию конъюнкций узнаваний.

2) Пользуясь тождествами (4) — (6), (8а), (9а) и (11б), упрощаем формулы:

$$\begin{aligned} f &= x_1^a \vee x_1^a x_2^b \vee x_1^a x_1^b x_3^a \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_2^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_2^a x_3^a = \\ &= x_1^a \vee x_1^a x_2^b \vee 0 \cdot x_3^a \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee 0 \cdot x_3^b \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_2^a x_3^a = \\ &= x_1^a \vee x_1^a x_2^b \vee 0 \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee 0 \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_2^a x_3^a = \\ &= x_1^a \vee x_1^a x_2^b \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_2^a x_3^a. \end{aligned}$$

В результате получаем некоторую дизъюнктивную нормальную форму.

3) Пользуясь тождествами (5б), (6б), (8б) и (11а), во все конъюнкции вводим недостающие переменные

$$f = x_1^a (x_2^a \vee x_2^b) (x_3^a \vee x_3^b) \vee x_1^a x_2^b (x_3^a \vee x_3^b) \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee \\ \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee (x_1^a \vee x_1^b) x_2^a x_3^a.$$

4) Пользуясь тождествами (4а), (5), (6) и (10а), получаем некоторую СДНФ:

$$f = x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_1^a x_2^a x_3^b \vee x_1^a x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^b x_3^a \vee \\ \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^b x_2^a x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_1^b x_2^a x_3^a = x_1^a x_2^a x_3^a \vee \\ \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^a x_2^b x_3^a \vee x_1^b x_2^a x_3^a \vee x_1^b x_2^b x_3^a \vee x_1^b x_2^a x_3^a.$$

УДК 681.3.01

А. Г. МУРАШКО, канд. техн. наук, С. К. КОЛУБАЙ

ОБ ОДНОМ ПРИНЦИПЕ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

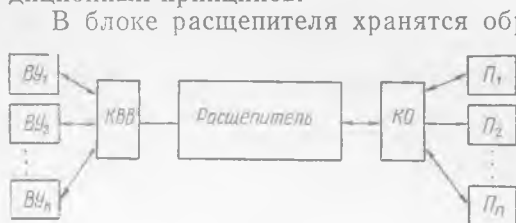
Поиск новых принципов структурной и программной организации вычислительных систем (ВС), являющихся частью человеко-машинных, связан с успехами микроэлектроники в создании миниатюрных средств переработки данных — так называемых микропроцессоров.

Организация вычислительного процесса, по нашему мнению, — один из центральных вопросов организации ВС на базе микропроцессоров. От решения его в значительной степени зависят принципы структурной и программной организации, положенные в основу построения ВС, а также эффективность функционирования ВС.

Представляется целесообразным избрать такую организацию вычислительного процесса, которая наиболее близка к организации вычислительного процесса человеком. Результаты экспериментирования с испытуемыми по определению их действий при решении задач с применением известных численных методов (задачи численного дифференцирования и интегрирования, решения систем линейных алгебраических уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных, интегральных уравнений и др.) позволяют сформулировать принцип организации вычислительного процесса в параллельных ВС на базе микропроцессоров, названный принципом расщепления программ.

Нами используются обозначения и терминология, принятые в работах В. Е. Котова и А. С. Нариньяни [1, 2].

Принцип расщепления программ удобно рассмотреть при помощи структуры гипотетической вычислительной системы (рис. 1), состоящей из расщепителя, канала обработки КО, процессоров Π_1, \dots, Π_n канала ввода — вывода КВВ и внешних устройств $ВУ_1, \dots, ВУ_k$. Предполагается, что мультипроцессорная вычислительная система МВС с расщеплением программ относится к классу мультипрограммных многопроцессорных систем. Все структурные единицы МВС с расщеплением программ, исключая блок расщепителя, построены с использованием традиционных принципов.



Вычислительная система с расщеплением программ.

В блоке расщепителя хранятся обрабатываемые программы A^1, \dots, A^l , исходные данные и получаемые результаты, т. е. все то, что в обычной МВС хранится в оперативной памяти (ОП). Однако в отличие от обычной МВС блок расщепителя хранит только программы, а выполняет следующие функции.

Для всякого момента времени t расщепитель на основании анализа информационно-управляющих связей в программах A^i ($i = \overline{1, l}$) осуществляет расщепление каждой из программ на два непересекающихся множества: множество A_t^i готовых и множество \bar{A}_t^i неготовых к выполнению команд. При этом команда программы A^i называется готовой к выполнению в момент времени t , т. е. $a \in A_t^i$, если в следующий момент времени $t + 1$ она может быть включена в работу. Под включенной в работу понимается команда, переданная из расщепителя на процессор или на внешнее устройство.

Пусть $^+A_t^i$ — множество команд программы A^i , включенных в момент времени t , тогда $\forall t \forall a (a \in ^+A_t^i \Rightarrow a \in ^*A_{t-1}^i)$.

Каждое из множеств $^+A_t^i$ состоит из двух непересекающихся подмножеств: множества $^+B_t^i$ команд ввода — вывода и множества $^+O_t^i$ команд обработки, причем одно из них или одновременно оба могут быть пусты.

Внешние устройства распределяются по программам. При $B_t^i \neq \emptyset$ и свободном соответствующем ВУ КВВ запускает его в работу. Процессоры Π_1, \dots, Π_n с расщепителем связывает следующим образом. Пусть программа A^i , имеющая меньший номер i , наделена более высоким приоритетом выполнения. Каждый из свободных процессоров выставляет запрос на получение инструкции обработки на КО, который при наличии хотя бы

одного такого запроса от процессоров выставляет запрос на получение инструкции от расщепителя.

Пусть запрос КО на получение инструкции от расщепителя поступил в момент t_1 . Если $\exists i (*O_{i_1}^i \neq \emptyset)$, то расщепитель формирует инструкцию обработки. При этом, если $\exists i \exists j (*O_{i_1}^i \neq \emptyset \wedge *O_{i_1}^j \neq \emptyset \wedge i \neq j)$, то для формирования инструкции обработки выбирается команда из множества $*O_{i_1}^i$ такого, что $\forall j (j < i \Rightarrow *O_{i_1}^j = \emptyset)$. Обозначим $|A|$ количество элементов множества A , тогда, если $|*O_{i_1}^i| > 1$, то выбор конкретной команды $a \in *O_{i_1}^i$ для формирования инструкции обработки пусть производится произвольным образом. Инструкция обработки имеет следующий формат:

Код операции	Данное 1	Данное 2	Адрес результата
--------------	----------	----------	------------------

После формирования инструкции обработки расщепитель передает ее через КО на один из свободных процессоров, который переходит при этом в состояние «занято» и выполняет полученную инструкцию. Затем процессор выставляет на КО запрос на передачу результата в расщепитель в следующем формате:

Адрес результата	Результат
------------------	-----------

Если в этот момент времени КО не занят передачей инструкции обработки, то он передает результат в блок расщепителя, где по адресу результата производится его запись. Процессор, передав результат, переходит в состояние «свободно» и выставляет запрос на получение инструкции обработки.

С целью повысить производительность такой МВС блок расщепителя может параллельно с работой процессоров организовывать небольшую очередь инструкций обработки с учетом приоритетов программ. В этом случае при наличии запроса от КО на получение инструкций и хотя бы одной инструкции в очереди запрос сразу удовлетворяется, т. е. процессор, запросивший инструкцию, сразу же ее получает.

Возможна также и иная организация обмена инструкциями между расщепителем и процессорами, например передача инструкций обработки на КО и получение ответов с КО по нескольким линиям связи одновременно и т. п.

Остановимся подробнее на функции расщепления программ и процессе счета по программам.

Пусть в начальный момент времени $t=0$ осуществлен ввод в блок расщепителя программ A^1, A^2, \dots, A^l . Число l программ, введенных в блок расщепителя, ограничено объемом памяти. Для определенности установим принятый ранее порядок выполнения программ и заметим, что установка системы приоритетов

выполнения программ в рассматриваемой МВС не обязательна. Определена она лишь для удобства рассмотрения организационного решения задач на МВС.

Блок расщепителя, анализируя информационно-управляющую связь в каждой из программ, определяет множества A_0^i ($i = \overline{1, l}$). Для программ, не зависящих друг от друга, например программы разных задач, выполняется условие $\forall i (A_0^i \neq \emptyset)$. В противном случае, если $\exists i (A_0^i = \emptyset)$, программа A^i не может быть включена в работу. Это связано с тем, что для независимых программ, обрабатываемых в блоке расщепителя, выполняется условие $\forall i (A_i^i = \emptyset \wedge P A_i^i = \emptyset \Rightarrow A_{i+1}^i = \emptyset)$, где $P A_i^i$ — множество выполняющих команд программы A^i в момент времени t .

После определения множеств A_0^i начинается процесс счета по программам, который состоит в передаче готовых к выполнению команд на процессоры или внешние устройства МВС. Другими словами, начать счет — значит определить, какие из команд множеств A_0^i могут быть включены, т. е. необходимо определить множества $+A_0^i$. Выбор множеств $+A_0^i$ из множеств A_0^i осуществляется с учетом приоритетов выполнения программ и начального состояния системы, однако может быть и произвольным.

Под состоянием системы понимается прежде всего число свободных процессоров и внешних устройств. В момент времени $t = 0$ ни одна из программ не выполняется, поэтому состояние МВС определено начальной конфигурацией МВС и не зависит от программ, которые предстоит ей выполнить.

Для определенности полагаем, что для всякого момента времени t множества $+A_t^i$ выбираются, исходя из условий максимальной загрузки оборудования и приоритетности выполнения программ. Таким образом определяется множество $+A_0$ команд включенных в работу в момент времени $t = 0$, т. е. $+A_0 = \cup +A_0^i$ и они же определяют множество $P A_0$ команд, выполняющихся в момент времени $t = 0$, т. е. $P A_0 = +A_0$.

Функционирование описываемой МВС характеризуется наличием так называемого равновесного состояния, при котором либо нет готовых команд для свободных процессоров и внешних устройств, либо нет свободных процессоров и внешних устройств для готовых команд. Это состояние не изменится до тех пор, пока хотя бы одна из работающих команд $a \in P A_0$ не закончит выполнение.

Предположим, что в момент времени $t = 1$ закончилось выполнение некоторое множество $-A_1$ команд. Команды, принадлежащие множеству $-A_t$, назовем выключающимися в момент времени t . Множество $-A_1$ может не совпадать с множеством $P A_0$, так как совсем не обязательно, чтобы все команды, включенные в момент

времени $t = 0$, имели одинаковое время выполнения, следовательно, $\neg A_1 \subseteq {}^p A_0$.

После того как команды множества $\neg A_1$ передадут результаты в блок расщепителя, освободятся соответствующие процессоры и внешние устройства. При этом для общности рассуждений мы не учитываем, что на выполнение команды ввода — вывода, как правило, затрачивается значительно больше времени, чем на выполнение команд обработки.

По множеству $\neg A_1$ блок расщепителя на основании результатов анализа информационно-управляющих связей в программах определит множества $\neg A_1^i (i = \overline{1, l})$, так как $\neg A_1 = \bigcup_i \neg A_1^i$. Это в свою очередь даст возможность оценить множества ${}^* A_1^i$ как ${}^* A_1^i = ({}^* A_0^i \setminus {}^+ A_0^i) \cup (\neg A_0^i \setminus \neg A_1^i)$.

После определения множества ${}^* A_1^i$ с учетом приоритетов программ и условия максимальной загрузки оборудования из элементов множеств ${}^* A_1^i$ будет сформировано множество ${}^+ A_1$ команд, включающихся в момент времени $t = 1$. Таким образом, множество ${}^p A_1$ команд, выполняющихся в момент времени $t = 1$, станет равным ${}^p A_1 = {}^p A_0 \setminus \neg A_1 \cup {}^+ A_1$. В этот момент в функционировании МВС снова наступит равновесное состояние, которое будет продолжаться до следующего момента времени $t = 2$.

В момент времени $t = 2$ закончится выполнение некоторых команд из множества ${}^p A_1$, которые и образуют множество $\neg A_2$ команд, выключившихся в данный момент времени. По множеству $\neg A_2$ блок расщепителя определит множества $\neg A_2^i$, как описано для множеств $\neg A_1^i$. Далее будут сформированы множества ${}^* A_2^i = {}^* A_1^i \setminus {}^+ A_1^i \cup \neg A_1^i \setminus \neg A_2^i$ и выбраны из них подмножества ${}^+ A_2^i$, которые составят множество ${}^+ A_2$ команд, включившихся в работу в момент времени $t = 2$ и т. д.

Таким образом, процесс счета по каждой из программ, находящейся в блоке расщепителя, может быть описан следующими рекуррентными соотношениями:

$$\begin{aligned} & \neg A_t^i \subseteq {}^p A_{t-1}^i; \quad \neg A_t^i = F^i(\neg A_{t-1}^i, \neg A_t^i); \quad {}^* A_t^i = \\ & = {}^* A_{t-1}^i \setminus {}^+ A_{t-1}^i \cup \neg A_{t-1}^i \setminus \neg A_t^i; \quad {}^+ A_t^i \subseteq {}^* A_t^i; \quad {}^p A_t^i = {}^p A_{t-1}^i \setminus \neg A_t^i \cup {}^+ A_t^i; \end{aligned}$$

с учетом того, что в начальный момент времени $t = 0$ действуют следующие соотношения:

$$\neg A_0^i = \emptyset; \quad \neg A_0^i = F_0^i(A^i); \quad {}^* A_0^i = A^i \setminus \neg A_0^i; \quad {}^p A_0^i = {}^+ A_0^i.$$

Из рекуррентных соотношений следует, что процесс счета для программы A^i будет конечным, если для некоторого момента времени t выполняется следующее условие: ${}^* A_t^i = \emptyset \ \& \ {}^p A_t^i = \emptyset$. Этот момент времени называем моментом окончания работы программы A^i .

Таким образом, в процессе функционирования МВС на блоке расщепителя возлагается решение следующих основных задач:

1. Хранение программ $A^i (i = \overline{1, l})$, данных и результатов.
2. Определение для каждого момента времени t множеств A_i^t , готовых к выполнению команд.
3. Формирование множеств $^+A_i^t$ с учетом запросов каналов обработки и ввода — вывода.
4. Наблюдение за состоянием множеств $^+A_i^t$ и $^P A_i^t$ для определения момента окончания работы программ.
5. Осуществление повторного включения команд программ в работу при выходе из строя процессоров или внешних устройств.

Эффективность МВС тем выше, чем быстрее блок расщепителя справляется со своими задачами. При проектировании блока расщепителя следует потребовать, чтобы время решения задач 2 и 3 было значительно меньше времени выполнения одной команды. В противном случае трудно ожидать высокой загрузки параллельно работающих процессоров и внешних устройств.

Среди перечисленных задач, которые должен решать блок расщепителя, наиболее сложной и принципиально новой авторы считают задачу определения множеств готовых к выполнению команд. Эта задача возведена в принцип расщепления программ, под которым понимается такой принцип функционирования вычислительной системы и организации вычислительного процесса, в результате которого ВС путем анализа информационных и управляющих связей в программах, производя расщепление программ на отдельные множества готовых, неготовых к выполнению команд.

При практической реализации принципа расщепления программ традиционные методы составления и выполнения программ на современных вычислительных системах, а также последовательно-алгоритмический принцип функционирования ВС неприемлемы.

Выходом из этого положения, на наш взгляд, является программно-аппаратный подход к решению перечисленных задач с использованием новых принципов структурной и программной организации вычислительных систем.

Список литературы: 1. Котов В. Е. Теория параллельного программирования. — «Кибернетика». 1974, № 1, с. 1—16, № 2, с. 1—18. 2. Нариньяни А. С. Теория параллельного программирования. — «Кибернетика», 1974, № 3, с. 1—15, № 5, с. 1—14.

Б. К. ЛОПАТЧЕНКО, канд. техн. наук,
И. В. ШУЛЬГИН, канд. техн. наук

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ БИНОКУЛЯРНОГО ВОСПРИЯТИЯ ПРОСТРАНСТВА

Восприятие трехмерного мира принято называть глубинным зрением [1]. В этом процессе участвуют бинокулярные и монокулярные механизмы. При монокулярном восприятии трехмерное физическое пространство отображается в двумерное субъективное пространство, называемое полем зрения, имеющее эвклидову структуру [2].

При монокулярном наблюдении работают как анатомо-физиологические механизмы (ретиальные, аккомодационные [3, 4] и т. д.), так и психологические (учет размеров известных нам предметов, законов линейной перспективы, воздушной дымки и др.).

Отсутствие психологических факторов резко снижает способность монокулярного зрения к различению глубины. В указанной ситуации при бинокулярном наблюдении зрение сохраняет способность к оценке пространственных отношений с достаточно высокой точностью. Очевидно, роль второго глаза в пространственной ориентации очень велика. Бинокулярный механизм помогает наблюдателю формировать правильный образ физического мира. Однако адекватность субъективного образа физическому миру стимулов имеет свои границы.

При бинокулярном восприятии объектов и отсутствии отмеченных выше психологических факторов субъективное зрительное пространство довольно сильно отличается от пространства стимулов. Это может существенно затруднить ориентацию человека.

Изучение механизмов бинокулярного восприятия человеком пространства начал еще Г. Гельмгольц, который [5] обнаружил, что прямым линиям в восприятии в общем случае соответствуют кривые линии в физическом пространстве.

Эти опыты состояли в следующем. В затемненной комнате на уровне глаз и на расстоянии 1—2 м от наблюдателя размещался ряд светящихся точек таким образом, чтобы они казались ему расположенными строго на прямой во фронтальной плоскости. Выстроенная таким образом линия, если смотреть на нее сверху, уже не является физически прямой. Степень ее кривизны зависит от расстояния до наблюдателя, от свойств объекта, имитирующего светящуюся точку, и от индивидуальных констант наблюдателя (рис. 1, а). Однако для любого нормального наблюдателя в данных условиях проведения эксперимента существует область расстояний, для которых физическая изогнутость линии обращена к наблюдателю (причем, чем бли-

же расстояние, тем больше вогнутость). Существует также ограниченная область расстояний, для которой субъективно прямая линия является и физически прямой, а за этой областью следуют расстояния, для которых субъективно прямая линия физически имеет выпуклость.

Хорошо известно еще одно явление. Физически параллельные линии, например, рельсы железной дороги наблюдателю видятся сходящимися в отдалении. Хиллебранд [6] экспериментально определил форму линий, которые воспринимаются как

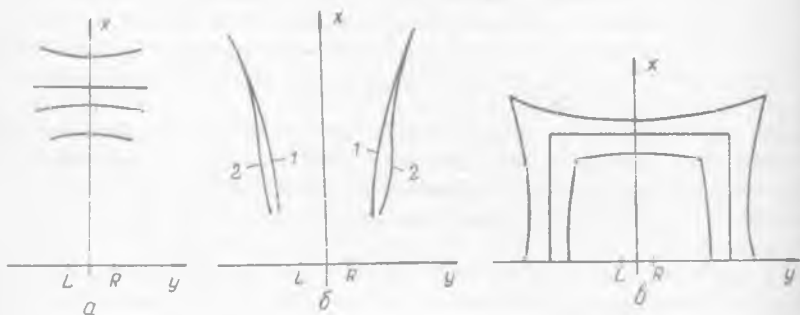


Рис. 1. Экспериментальные кривые: а — Гельмгольца; б — Хиллебранда и Блюменфельда (1 — параллельные линии; 2 — эквидистантные); в — комнаты Эймса.

параллельные. Получившиеся в результате эксперимента физические кривые являются сходящимися при приближении к наблюдателю и имеют характерную форму, похожую на гиперболу (рис. 1, б).

Блюменфельд [7] повторил опыты Хиллебранда, внося новый элемент в методику их проведения. Оставляя наиболее удаленные пары точек в одном и том же положении, Блюменфельд предлагал наблюдателям разместить другие пары точек так, чтобы создавалось зрительное ощущение их эквидистантности, т. е. чтобы расстояния между точками каждой пары казались одинаковыми. Затем опыт повторяли с другой парой точек. В результате участники опыта разместили точки так, что они образовали две аллеи, идущие к наблюдателю. При экспериментах Хиллебранда и Блюменфельда обнаруживается, что источники света лежат на кривых, но результаты экспериментов различны (рис. 2). Кривые параллельных рядов больше сходятся у глаз наблюдателя и лежат внутри кривых эквидистантных рядов. Этот парадокс явился первым аргументом в пользу неевклидовой природы субъективного зрительного пространства.

Интересны также эксперименты Эймса [8, 9], который изучал зависимости между зрительным и физическим пространством. Наблюдателю предъявлялась группа искаженных ко-

нат, которые казались ему неотличимыми от первоначальной прямоугольной комнаты (рис. 1, в).

Свести многочисленные экспериментальные данные в единую теорию стремились многие исследователи. Вопрос о собственной структуре зрительного пространства рассматривался Герингом, Мюллером, Фон Штернеком и др. Гюнтер [10] разработал так называемую «функцию восприятия», которая количественно описывала некоторые явления восприятия в зрительном пространстве. Эта функция получалась в результате решения дифференциальных уравнений, составленных для характерных точек физического пространства зрения на основе некоторых психологических условий пространственного восприятия.

Важным шагом вперед в создании теории восприятия пространства явилась работа Р. Люнебурга [11]. При построении своей теории он воспользовался экспериментами Гельмгольца, Хиллебранда, Блюменфельда и Эймса. Нарушение аксиомы параллельности Евклида побудили Люнебурга предположить, что зрительное пространство представляет собой пространство Римана постоянной кривизны.

Люнебург намеревался путем определенных экспериментальных построений установить знак кривизны зрительного пространства. Для создания специальной математической теории Люнебург выдвинул три гипотезы:

1. Кажущаяся удаленность зрительных объектов определяется исключительно конвергенцией. Равным углом конвергенции соответствует равная зрительная удаленность.

2. Геометрическое место точек постоянного угла конвергенции, так называемый математический гороптер или окружность Вьет-Мюллера, является прообразом эгоцентрической окружности, т. е. окружности, центр которой совпадает с воображаемым монокулярным глазом, расположенным между двумя анатомическими глазами.

3. Вид раздражителя не оказывает никакого влияния на зрительную удаленность.

Люнебург предполагал, что зрительное пространство можно характеризовать как метрическое пространство, т. е. каждой паре точек P_1 и P_2 зрительного пространства может быть поставлено в соответствие неотрицательное число, которое измеряет воспринимаемое расстояние между точками. На основании ряда аксиом вводится психометрическая функция расстояния $D(P_1, P_2)$, определяющая метрику в субъективном зрительном пространстве, которая выражается следующей формулой:

$$\frac{2}{(-K)^{1/4}} \sin \left[\frac{1}{2} (-K)^{1/4} \frac{D}{C} \right] = \frac{[(\xi_1 - \xi_2)^2 + (\eta_1 - \eta_2)^2 + (\zeta_1 - \zeta_2)^2]^{1/2}}{\left[\left(1 + \frac{K}{4} \rho_1^2\right) \left(1 + \frac{K}{4} \rho_2^2\right) \right]^{1/2}}$$

где $\rho_n^2 = \xi_n^2 + \eta_n^2 + \zeta_n^2$; ξ , η , ζ — декартовы координаты в евклидовом пространстве; K , C — константы, определяемые из опыта.

Устанавливая соотношения между субъективными координатами образа точки $P(\xi, \eta, \zeta)$ и физическими координатами точки $P^*(x, y, z)$ и используя приведенные выше опыты, было показано что константа $K < 0$. Это позволило Люнебургу сделать вывод о том, что зрительное пространство является не евклидовым, а римановым пространством с постоянной отрицательной кривизной.

Большинство дальнейших исследований в этом направлении в основном развивали идеи Люнебурга.

А. Бланком [12] разработана система аксиом, из которых

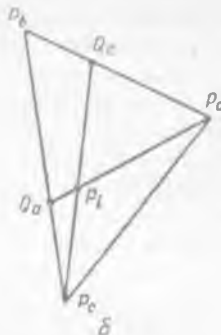
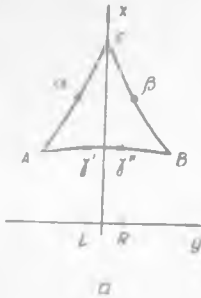


Рис. 2. Эксперимент Бланка (а) и эксперимент Фоли (б).

естественным образом вытекают метрические свойства зрительного пространства. Аксиомы основаны на способности наблюдателя сообщать оприятии таких элементарных категорий, как равенство расстояния, прямолинейность и перпендикулярность. Неудобно отметить, что все введенные аксиомы могут быть проверены экспериментально. Сюда относятся аксиомы конечности, локальной евклидовости и др.

Бланк экспериментально проверил свойства средней линии треугольника. Построения проводились с помощью точечных источников света на уровне глаз наблюдателя. Наблюдатель видит три источника света A, B и C (рис. 2, а), которые сохраняются фиксированными на протяжении всего эксперимента. Четвертый источник α вводится слева от наблюдателя и перемещается экспериментатором по командам испытуемого до тех пор, пока последний не увидит его лежащим на середине отрезка AB . Затем этот источник гасится и справа вводится пятый источник β , который аналогично помещается на середине отрезка BC . После этого испытуемому предлагается поместить новый источник γ' на отрезок AC таким образом, чтобы $A\gamma' = \alpha\beta$ и $C\gamma' = \alpha\beta$. Если в эксперименте отрезок $\gamma'\gamma'' > 0$, знак кривизны отрицательный, если $\gamma'\gamma'' < 0$, знак положительный.

Средняя линия треугольника кажется наблюдателю меньше половины основания, что является характерным признаком метрики Лобачевского.

Интересна работа математика Г. фон Шеллинга [12], который рассмотрел применимость своей теории введения расстояния в аффинной геометрии n -мерного пространства к метрике перпендикулярного зрения. Результаты его работы подтверждают

новную мысль Люнебурга о неевклидовости зрительного пространства.

Эксперименты Д. Фоли [14] по проверке свойства Дезарга в зрительном пространстве также подтверждают тезис о неевклидовой структуре зрительного пространства. В его экспериментах проверялась следующая аксиома. Если точка Q_a лежит на прямой линии между P_a и P_c , а точка Q_c на прямой линии между P_a и P_b (точки P_a, P_b, P_c неколлинеарны), то имеется единственная точка P_i , которая находится на прямой линии между Q_a и P_c (рис. 2, б). Другими словами, если две вершины треугольника соединены отрезками с противоположными сторонами, то эти отрезки пересекаются. В таком пространстве любые три неколлинеарные точки определяют плоскость. Плоскость является двумерным подмножеством пространства, которое вместе с метрикой образует выпуклое конечнокомпактное метрическое пространство.

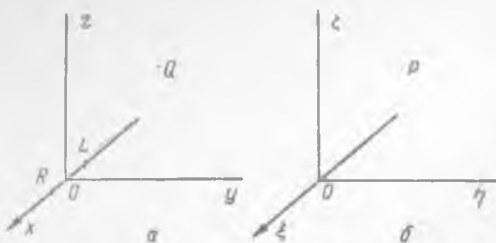


Рис. 3. Координатные системы в физическом и субъективном пространстве.

Эта аксиома вместе с аксиомой о локальной евклидовости заменяет предположение о свободной подвижности. Наличие свойства локальной евклидовости означает, что пространство является римановым. Метрическое, выпуклое, конечнокомпактное, дезаргово и риманово пространство является частью пространства постоянной кривизны, т. е. евклидовым, гиперболическим или эллиптическим. Математическая разработка, на которой основываются эти теоремы, была дана Бузезманом [15]. В работе Зимана [16] вводятся специальные толерантные пространства для описания субъективных зрительных образов, элементы в которых связаны отношением толерантности (симметричность и рефлексивность).

Значительное число работ — Гарди, Заячковой, Бланка, Фоли, Шипли, Маррисона, Кинли и других — было посвящено экспериментальной проверке упомянутых теорий нахождения конкретного вида функции отображения физического пространства в субъективное, определению индивидуальных констант наблюдателя при бинокулярном восприятии. Большинство этих экспериментальных исследований основываются на специальной теории Люнебурга.

В физическом пространстве вводится декартова система координат (рис. 3) R и L — центры вращения глаз ($y = \pm 1$). Плоскость xy — горизонтальная плоскость, yz — фронтальная плоскость, xz — вертикальная саггитальная плоскость. Центр

координатной системы O расположен на середине отрезка, соединяющего центры вращения глаз.

В субъективном зрительном пространстве этой координатной системе соответствует система ξ, η, ζ (рис. 3, б). Для дальнейшего описания требующихся отношений Люнебург вводит в физическом пространстве специальную бинокулярную систему координат (рис. 4, а). Каждая точка физического пространства зрения Q характеризуется тремя координатами: углом возвышения Θ , углом конвергенции γ и биполярной широтой φ .

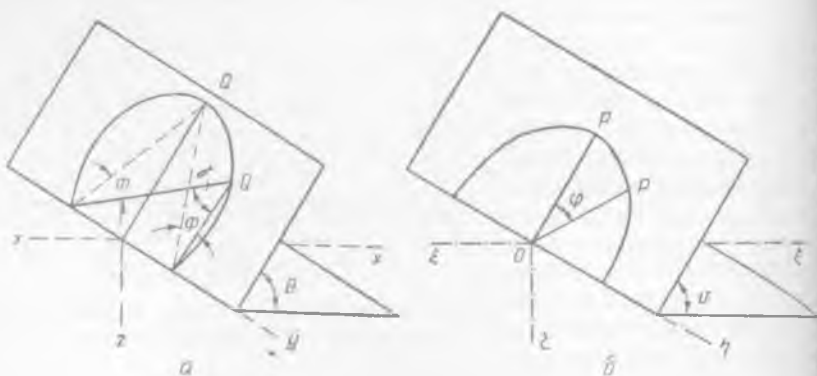


Рис. 4. Бинокулярная система координат Люнебурга в физическом пространстве и полярная система координат Люнебурга в субъективном пространстве.

Можно сказать, что бинокулярному наблюдению в физическом пространстве соответствует кажущееся монокулярное наблюдение из единственной точки, так называемого эгоцентра. Эгоцентр восприятия естественно принять за начало полярной системы координат для зрительного пространства (рис. 4, б).

Точке Q физического пространства соответствует в субъективном зрительном пространстве точка P с полярными координатами v, ρ, φ , где ρ описывает воспринимаемое радиальное расстояние, а φ — воспринимаемый азимутальный угол (значение $\varphi = 0$ приписывается направлению, устремленному саггитально вперед). Задача отыскания вида отображения состоит в определении зависимости $\rho = f(\gamma)$. Люнебург на основе некоторых эмпирических результатов предложил искать эту функцию в виде $f(\gamma) = 2e^{-\sigma\gamma}$, где σ — величина, характеризующая особенности восприятия глубины у данного субъекта.

Исследования Люнебурга и других экспериментаторов относятся, таким образом, на положение о том, что бинокулярное зрение преобразует группу так называемых окружностей Веттера-Мюллера $\gamma = \text{const}$ в группу субъективных концентрических окружностей $\rho = \text{const}$. Люнебург утверждает также, что отображение конформно.

Однако окружности Вьет — Мюллера, которые в своих узловых точках пересекаются с глазами, представляют собой не гиперболический, а так называемый эллиптический пучок окружностей. Но известно, что не существует отображения гиперболического пространства на евклидово, в котором концентрическая группа окружностей определяется как эллиптическая. Гипотеза о том, что окружности Вьет — Мюллера являются отображением концентрических окружностей расстояний, несовместима с положением о том, что видимое пространство имеет гиперболическую структуру.

Необходимо отметить еще одно обстоятельство, упускаемое из виду Люнебургом и его последователями. В экспериментах с аллеями Хиллебранда — Блюменфельда отчетливо виден интервал дистанций, на котором «аллеи равных расстояний» имеют эллиптическую выпуклость, обратную искривлению параллельных аллей, что хорошо видно на диаграммах, приведенных Заячковой [17]. Последователи Люнебурга обычно не принимают во внимание эти отклонения от глобального искривления аллей на большом интервале дистанций. Между тем «аномальный» с их точки зрения интервал простирается до расстояний 1,5—2 м. В этом интервале верна основная теория Люнебурга о гиперболичности пространства, но его частная теория о конкретной функции отображения имеет наибольшие погрешности. Работы Кинле [18] по определению вида отображения с помощью экспериментов над группами концентрических окружностей приводят его к следующему выводу. Отображение в области бинокулярного пространства на небольшом расстоянии от наблюдателя может быть описано с помощью модели Пуанкаре. Частная теория Люнебурга в этой области, по мнению автора, противоречит его общей теории. Кинле выражает сомнение в том, что можно описать большую область видимого пространства, используя какую-либо геометрическую модель, так как центр отображения, по мнению автора, не связан с фиксированной точкой.

Гюнтер в теории бинокулярного восприятия [10] выделяет определенные дистанции: «расстояние для чтения» и «расстояние для наблюдения». Гиперболическая структура видимого пространства вытекает у него из первого расстояния. Различие в восприятии для этих расстояний автор видит в различной роли глазных мышц.

Таким образом, данные, приведенные в большинстве указанных работ, подтверждают положение о неевклидовом характере зрительного пространства. Однако они не в состоянии охватить многие наблюдаемые в экспериментах феномены.

Список литературы: 1. Коробко Б. Г. Глубинное зрение. Симферополь, Крымиздаг, 1946. 220. с. 2. Шульгин И. В. Исследование метрических свойств поля зрения. — В кн. Проблемы бионики. Вып. 9. Харьков, 1972, с. 105—115. 3. Авер-

бах М. И. Офтальмологические очерки. М., Медгиз. 1949. 523 с. 4. Физиология сенсорных систем. Физиология зрения. М., «Наука», 1971, 160 с. 5. *Helmholtz H. Handbuch der Physiologischen.*—«Optik», 1911, N 3, s. 3—28. 6. *Hillebrand P. Theorie der Scheinbaren Grösse bei binocularen Sehen.*—«Denkschr. d. AK. Wien», 1913, LXII, s. 5—34. 7. *Blumenfeld W. Untersuchungen über die scheinbare Grosse in Schranne.*—«Psychol. d. Sinnentheorie», 1913, Bd. 65, s. 11. 8. *Ames A. Visual Perception and the Rotation of the Trapezoidal Window.*—«Psychological monographs», 1951, vol. 65, № 7, p. 214—226. 9. *Bourdi C. Contribution a l'etude de la vision binoculaire de l'espace.*—«Revue d'Optique», 1957, vol. 36, № 12, p. 570—598. 10. *Gunther A. Versuch zur Aufstellung einer exakten Theorie des Schraumes.*—«Optik», 1961., Bd. 1, s. 3—21. 11. *Luneburg R. K. The Metric of Binocular Visual Space.*—«Journ. of the Optical Society of America», 1950, vol. 40, N 10, p. 627—648. 12. *Blank A. A. Axiomatics of Binocular Vision. The Foundation of Metric Geometry in Relation to Space Perception.*—«Journ. of the Optical Society of America», 1958, vol. 48, N 5, p. 328—334. 13. *Schelling H. V. Die Geometrie des Beidangigen Sehens.*—«Optik», 1960, Bd. 17, S. 345—364. 14. *Faley I. M. Desarguesion Property in Visual Space.*—«Journ. of the Optical Society of America», 1964, vol. 54, № 5, p. 684—692. 15. *Бузман Г. Геометрия геодезических.* М., Физматгиз, 1962. 312 с. 16. *Зиман Э., Бьюнеман О. Толерантные пространства и мозг.*—В кн. На пути к теоретической биологии. М., «Мир», 1970. 128 с. 17. *Zajaczkowska A. Experimental Test of Luneburg's theory. Horopter and Alley Experiments.*—«Journ. of the Optical Society of America», 1956, vol. 46, № 7, p. 514—527. 18. *Kienle G. Geometrische Axiome, nichteuklidische Abbildungsmodelle un Schraum.*—«Optik», 1963, vol. 20, N. 7, S. 353—372.

УДК 681.323

А. Г. МУРАШКО, канд. техн. наук, Ю. С. ЗАМАЛЕЕВ

СТРУКТУРА АДАПТИВНОЙ МУЛЬТИПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Анализ опыта моделирования алгоритмов переработки информации в зрительной системе человека [1] с помощью средств вычислительной техники свидетельствует о том, что аналоговые, цифровые и гибридные средства в полной мере не удовлетворяют требованиям исследователя. Это объясняется в первую очередь недостаточной гибкостью структуры и отсутствием возможности оперативной программной и аппаратной перестройки машинных средств имитации биологических феноменов, описанных на одном из математических языков.

При моделировании биологических систем необходимы вычисления для каждой задачи в рамках стратегий [2]. Удовлетворение любой из стратегий [2] в рамках вычислительных систем с жесткой структурой сопряжено с известными трудностями. Практически не существует методов априорного определения возможностей для обеспечения заданной стратегии. Решение же задач моделирования методом последовательных преведет к необоснованному удорожанию эксперимента и увеличению сроков исследований.

Развитие вычислительных систем с изменяемой конфигурацией и поиски новых принципов организации вычислительных

процессов открывают пути преодоления указанных трудностей.

Исходя из алгоритмов решения задач при проектировании архитектуры вычислительной системы, можно получить благоприятные условия для создания более рациональных структур вычислителей.

Повысить производительность и эффективность использования вычислительных систем можно, реализовав при помощи аппаратных средств такие виды деятельности вычислительной системы, которые традиционно осуществляются программными средствами [3]. Трудность заключается в том, чтобы наиболее рациональным образом распределить нагрузку между программными и аппаратными средствами вычислительной системы.

Такой подход приводит, например, к созданию мультипроцессорных вычислительных систем МВС, позволяющих посредством оборудования реализовать распараллеливание вычислительного процесса.

С другой стороны [4], появление и развитие МВС обусловлено необходимостью решения классов задач, для которых возможности традиционных средств вычислительной техники ограничены.

Рассмотрим новые принципы организации структуры специализированного мультипроцессорного вычислителя для решения задач, описываемых с помощью систем уравнений Шеннона (СУШ) [5]. Существует реальная возможность построения эффективного процессора с программируемой структурой для интегрирования СУШ. Это утверждение базируется на успехах, достигнутых в области теории и практики цифровых интегрирующих машин и структур [6 и др.].

Выдвигается следующая концепция построения мультипроцессорного вычислителя, укрупненная блок-схема которого приведена на рис. 1.

В состав МВС входят такие основные структурные единицы: центральный процессор с программно изменяемой конфигурацией ЦП 1;

процессоры-спутники Π , ($\nu = 1, 2, \dots, \mu$);

машина-диспетчер М-Д 2 с операционной системой ОС-МВС;

канал связи 3.

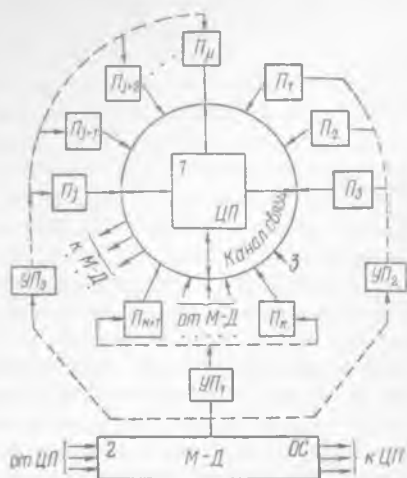


Рис. 1.

Управляющие программы УП₁, УП₂, УП₃ принадлежат операционной системе М-Д и вынесены на схеме за пределы М-Д лишь для наглядности.

Структурные единицы МВС, т. е. ЦП и процессоры-спутники, являются в большей степени специализированными. В качестве центрального процессора предлагается однородная цифровая интегрирующая структура ЦИС, которая ориентирована на интегрирование исключительно СУШ. При этом ЦП приводит решение СУШ наилучшим образом, т. е. программно и (или) аппаратно в ЦП реализованы один или несколько наиболее рациональных алгоритмов численного интегрирования по Стильтесу.

Выбор алгоритма производится машиной-диспетчером в зависимости от стратегии решения задачи [2].

Процессоры-спутники предназначаются для сведения разнообразных исходных математических формулировок задач к СУШ. Другими словами, процессоры-спутники представляют собой группу специализированных устройств, подготавливающих исходные данные для ЦП. Практически в результате функционирования процессоров-спутников на исходные устройства ЦП будут поступать матрицы коэффициентов A_p и A_q и вектор начальных условий Y_{po} [7].

Рассматриваемая мультипроцессорная вычислительная схема снабжается специальной операционной системой ОС — ИВС, укрупненная блок-схема которой представлена на рис. 2.

Логика работы операционной системы состоит в следующем. Математическое описание решаемой задачи, представленной, например, в виде обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), систем алгебраических уравнений (САУ), интегральных уравнений (ИУ), интегро-дифференциальных уравнений (И-ДУ), некоторых типов уравнений в частных производных (УЧП), задается вместе с условиями стратегии решения на входном языке «Аналог» [8].

Программа монитор инициирует работу алгоритма A формирования пакетов задач для организации мультипрограммного режима МВС. После формирования пакета задач вызывается задача с высшим приоритетом, и инициируется работа алгоритма B автоматического перехода от исходного математического описания к описанию задачи в форме СУШ.

Вычислительная система наделена возможностью реализации ряда алгоритмов перехода к СУШ, что порождает различные формы их представления.

Алгоритмы трансляции C автоматически отображают ту или иную форму СУШ в произвольные ЦИС. Количество типов ЦИС зависит от возможностей центрального процессора МВС и от разнообразия методов и средств реализации различных форм СУШ в целом и отдельных конструкций.

Алгоритм C порождает i структур, которые отличаются слож-

ностью, быстродействием, точностью и т. п. Поэтому программа — монитор вызывает работу алгоритма D выбора ЦИС в зависимости от стратегии по погрешности и времени решения.

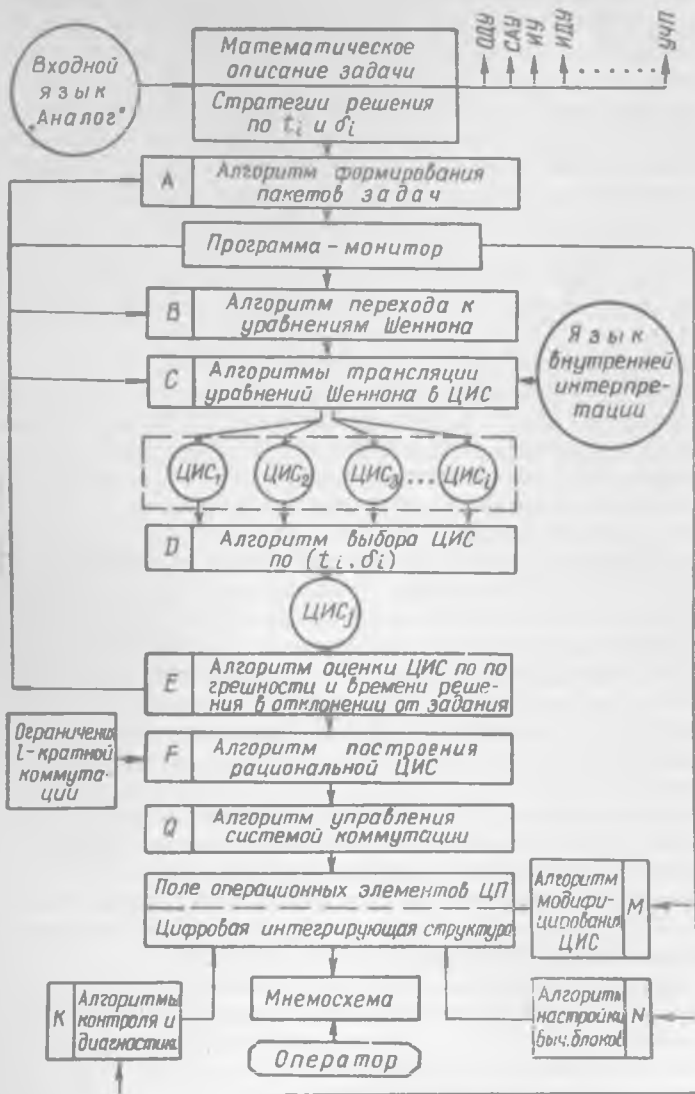


Рис. 2.

По окончании работы алгоритма D формируется текст формального описания выбранной структуры ЦИС _{j} на языке внутренней интерпретации [9].

С помощью алгоритма E оценки выбранной ЦИС производится анализ на возможные отклонения точности и времени от заданных в стратегии. Если выбранная ЦИС _{i} удовлетворяет требованиям заданной стратегии, производится рационализация структуры с учетом ограничений l -кратной коммутации [7, 10], накладываемых на сеть связей вычислительных блоков ЦП (алгоритм F).

В дальнейшем с помощью алгоритма Q производится коммутация вычислительной структуры на поле операционных элементов ЦП и инициируется работа алгоритмов M , N и K .

Производится масштабирование ЦИС, настройка вычислительных блоков и контроль функционирования вычислительной системы.

Оператор МВС осуществляет визуальный контроль по мнемосхеме, являющейся системой отображения поля операционных элементов ЦП.

Если выбранная ЦИС _{i} не удовлетворяет требованиям стратегии, программа-монитор обращается к алгоритмам A , B и C и вызывает дополнительные возможности системы, просматривая свои способности удовлетворить требованиям заказчика. В противном случае производится отказ, что влечет за собой либо пересмотр исходной стратегии, либо поиск новых методов и средств решения задачи.

Рассмотренная структура операционной системы МВС может быть при необходимости расширена для предоставления пользователю дополнительных возможностей. С этой целью в состав операционной системы включают библиотеку частных алгоритмов трансляции различных типов математического описания задач в вычислительные структуры процессоры-спутники, реализующие переход к СУШ. Построение таких алгоритмов выполняется аналогично построению алгоритмов, приведенных в работе [11].

Кроме того, при использовании в качестве машины-диспетчера малой ЦВМ с возможностью аналитических преобразований («Мир-2», «Минск-32») можно организовать на ней программы приведения различных математических формулировок задач к форме СУШ с помощью аналитического дифференцирования. Эта задача может быть решена при помощи алгоритмического языка «Аналитик» [12], в частности, специфических операторов этого языка: дифференцировать, сравнить и применить.

Таким образом, в зависимости от способа реализации процессоров-спутников возможны пути синтеза МВС для решения инженерных задач, сводимых к СУШ.

Первый путь построения МВС состоит в том, что в качестве центрального процессора выступает однородная вычислительная интегрирующая структура, реализующая один или несколько наиболее эффективных методов интегрирования СУШ по Стилтесу.

Процессоры-спутники, реализованные аппаратным способом, осуществляют перевод различных форм математических описаний в форму СУШ. Процессоры-спутники могут быть построены как на аналоговых, так и на цифровых и цифро-аналоговых операционных элементах (микропроцессорах), что зависит от метода реализации алгоритмов перехода к СУШ и от требуемых точности и времени решения задач.

Предварительные оценки эффективности использования этой системы дают основания считать, что подобная организация вычислительного процесса может оказаться наиболее рациональной.

Суть второго способа построения МВС заключается в том, что необходимые процессоры-спутники формируются на поле операционных элементов в процессе решения задач посредством применения библиотеки частных алгоритмов операционной системы.

Третий путь синтеза МВС ведет к построению двухпроцессорной вычислительной системы ЦВМ + ОЦИС. При этом центральный процессор (ОЦИС), реализующий СУШ, управляется в мультипрограммном режиме машиной-диспетчером (ЦВМ). В машине-диспетчере создается с этой целью библиотека алгоритмов и программ приведения задач к СУШ.

Возможно большое количество модификаций описанной структуры МВС в зависимости от класса решаемых задач и методов их решения.

Так, решение интегральных уравнений вариационными методами [13] сводится к решению системы алгебраических уравнений. При этом реализация любого из алгоритмов решения интегрального уравнения на универсальной ЭВМ приводит к необходимости применения квадратурных формул для замены интегралов конечными суммами при вычислении коэффициентов системы алгебраических уравнений.

Такой путь является громоздким, и, главное, матрица коэффициентов системы алгебраических уравнений может оказаться произвольной, что не позволяет заранее сказать, какими средствами и методами можно получить решение.

Повышение эффективности решения в данном случае, по-видимому, необходимо искать в специализации, т. е. в построении отдельных процессоров-спутников для выполнения перехода к системам алгебраических уравнений, решаемых с помощью центрального процессора МВС.

Основным элементом для синтеза центрального процессора МВС является адаптивный микропроцессор (АМкП) многоцелевого назначения, который выполняет следующие функции:

цифровое интегрирование; цифровое дифференцирование; цифровое умножение и деление; цифровое алгебраическое суммирование; цифровое возведение в степень и извлечение корня; матричные преобразования (обращение, умножение, транспони-

рование); воспроизведение стандартных (элементарных и составных) функций.

На рис. 3 представлена в качестве примера часть структуры АМКП, отвечающая за выполнение процесса цифрового интегрирования в соответствии с алгоритмом

$$\begin{aligned} & \frac{\nabla \bar{z}_{k(i+1)}}{\Delta z_k} = \sum_{a=1}^n (-1)^{a-1} \binom{n}{a} \frac{\nabla \bar{z}_{k(i+1-a)}}{\Delta z_k}; \\ & \nabla \bar{y}_{pk(i+1)} = \sum_{j=1}^N A_{pkj} \Delta z_j \frac{\nabla \bar{z}_{j(i+1)}}{\Delta z_j}; \\ & \nabla \bar{y}_{qk(i+1)} = \sum_{j=1}^N A_{qkj} \Delta z_j \frac{\nabla \bar{z}_{j(i+1)}}{\Delta z_j}, \\ & y_{pki} \nabla y_{qk(i+1)}, \text{ при } n=2, \tau_1 < \tau \leq \tau_2, \\ & \bar{y}_{pki} \nabla \bar{y}_{qk(i+1)} + 1/2 \nabla \bar{y}_{pk(i+1)} \nabla \bar{y}_{qk(i+1)} + \\ & + \sum_{a=0}^{\frac{2n-9+(-1)^n}{4}} \sum_{\beta=a+1}^{n-a-3} a_{\alpha\beta n} [\nabla \bar{y}_{pk(i+1-a)} \nabla \bar{y}_{qk(i+1-\beta)} - \\ & - \nabla \bar{y}_{pk(i+1-\beta)} \nabla \bar{y}_{qk(i+1-a)}], \\ & \text{при } n = \begin{cases} 3, & \tau_2 < \tau \leq \tau_3; \\ 4, & \tau_3 < \tau \leq \tau_4; \\ \dots & \dots \\ m, & \tau_l < \tau \leq \tau_{l+1}; \\ \dots & \dots \end{cases} \\ & \frac{\nabla z_{k(i+1)}}{\Delta z_k} = -R^{M+1} + P_0^\infty \left[R^{M+1} + \frac{\nabla z_{k(i+1)}}{\Delta z_k} + \left(\frac{S_{zki}}{\Delta z_k} + \frac{1}{2} \right) \right]_R, \\ & \left(\frac{S_{zki}}{\Delta z_k} + \frac{1}{2} \right) = P_{-\infty}^{-1} \left[R^{M+1} + \frac{\nabla z_{k(i+1)}}{\Delta z_k} + \left(\frac{S_{zki}}{\Delta z_k} + \frac{1}{2} \right) \right]_R; \\ & \nabla \bar{z}_i = \nabla \bar{x}, \bar{y}_{pk(i+1)} = \bar{y}_{pki} + \nabla \bar{y}_{pk(i+1)}; \\ & \bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i + \nabla \bar{x}, \bar{y}_{pk}(x_0) = \bar{y}_{pk0}, K = 2, 3, \dots, N, \end{aligned}$$

где K соответствует в данном случае порядку точности n компонент обобщенной формулы численного интегрирования [7, 14].

Принцип функционирования АМКП состоит в следующем (рис. 3).

Квантованные проэкстраполированные значения интеграла $\frac{\nabla \bar{z}_{k(i+1)}}{\Delta z_k}$ подаются на входы сумматоров Σ_1 и Σ_2 . С выхода Σ_1 снимается полученное приращение подинтегральной функции $\nabla \bar{y}_{pk(i+1)}$, которое поступает на вход Σ_3 . Одновременно на второй вход Σ_3 из регистра PY_{pi} поступает значение величины \bar{y}_{pi} . В результате на выходе Σ_3 образуется новое значение подинтегральной

ной функции $\bar{y}_{p(i+1)}$, которое вводится для хранения в освобожденной к этому времени PY_{pi} .

При выдаче величины \bar{y}_{pi} из PY_{pi} на вход Σ_3 последняя одновременно подается на схемы совпадения I_1, I_2 . Также при выдаче из Σ_1 величины $\nabla \bar{y}_{p(i+1)}$ последняя поступает не только на вход Σ_3 , но одновременно подается на I_3, I_4 , а также на множительное устройство M_2 . Из $P \nabla Y_{pi}$ хранившееся в нем значение $\nabla \bar{y}_{pi}$ поступает на I_5 .

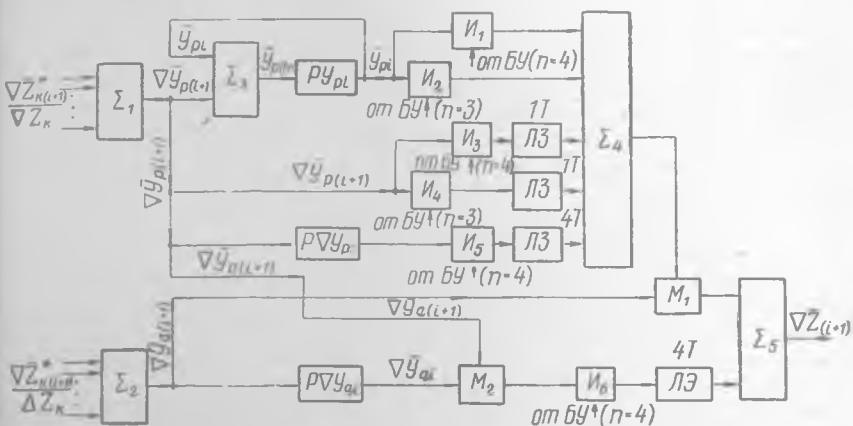


Рис. 3.

С выхода Σ_2 снимается полученное значение $\nabla \bar{y}_{q(i+1)}$, которое поступает на M_1 . Из $P \nabla Y_{pi}$ хранившееся в нем значение $\nabla \bar{y}_{pi}$ подается на M_2 .

При вычислении по компоненте обобщенной формулы численного интегрирования [13] с порядком точности $n = 3$ с блока управления (БУ) подается сигнал на I_2, I_4 . При этом с I_2, I_4 на входы Σ_4 одновременно поступают значения \bar{y}_{pi} и через одноконтную линию задержки $\nabla \bar{y}_{p(i+1)}$.

С выхода Σ_4 снимается значение суммы $\bar{y}_{pi} + 1/2 \nabla \bar{y}_{p(i+1)}$, поступающее на M_1 . С выхода M_1 поступает на вход Σ_5 значение $(\bar{y}_{pi} + 1/2 \nabla \bar{y}_{p(i+1)}) \nabla \bar{y}_{q(i+1)}$, которое снимается неизменным с выхода Σ_5 .

Для вычисления по компоненте обобщенной формулы численного интегрирования с порядком точности $n = 4$ с БУ подается сигнал на I_1, I_3, I_5, I_6 . При этом с I_1, I_3 поступают на входы Σ_4 значения величин \bar{y}_{pi} и $\nabla \bar{y}_{p(i+1)}$ соответственно. Одновременно из $P \nabla Y_{pi}$ проходя через I_5 и четырехтактовую линию задержки поступает на вход Σ_4 значение $\nabla \bar{y}_{pi}$. С выхода Σ_4 снимается значение суммы $\bar{y}_{pi} + 1/2 \nabla \bar{y}_{p(i+1)} + 1/16 \nabla \bar{y}_{pi}$, которое поступает на

M_1 . С выхода M_1 на вход Σ_5 приходит значение величины $\bar{y}_{pi} \nabla \bar{y}_{q(i+1)} + 1/2 \nabla \bar{y}_{p(i+1)} \nabla \bar{y}_{q(i+1)} + 1/16 \nabla \bar{y}_{pi} \nabla \bar{y}_{q(i+1)}$. На другой вход Σ_5 с M_2 через $И_6$ и четырехтактовую линию задержки подается значение произведения $\nabla \bar{y}_{qi} \nabla \bar{y}_{p(i+1)}$. С выхода Σ_5 снимается значение приращения интеграла, соответствующее компоненте обобщенной формулы численного интегрирования с порядком точности $n = 4$.

Работой АМКП управляет специализированный блок, функции которого следующие: анализ параметров точности и быстроты действия; определение моментов переключения с одной компоненты обобщенной формулы численного интегрирования на другую; выдача соответствующих управляющих сигналов логическим элементам АМКП.

Заметим, что в рамках системы ОЦИС + ЦВМ функции этого блока управления могут быть реализованы посредством управляющей ЦВМ.

В настоящее время существующая элементарная база позволяет синтезировать подобный АМКП, который выполняет вычисления в рамках заданных стратегий. При этом гибкость ОЦИС и всей системы в целом значительно повышается.

Список литературы: 1. Мурашко А. Г., Сенченко Н. И., Жиров А. Г. О моделировании процессов переработки информации в зрительной системе человека.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 15. Харьков, 1975, с. 51—57. 2. Мурашко А. Г., Замалеев Ю. С. Принципы организации адаптивного поведения цифрового интегратора. См. статью в настоящем сборнике. 3. Возможность применения аппаратных средств для повышения эффективности программирования.— В кн.: Многопроцессорные вычислительные системы. М., 1975, с. 25—31. Авт.: Г. М. Адельсон-Вельский, В. Л. Арлазаров, А. Ф. Волков и др. 4. Самойлов В. Д., Аристов В. В., Тарасенко-Зеленая Л. И. Неоднородные вычислительно-измерительные системы с центральной интерпретирующей малой ЦВМ.— В кн.: Неоднородные вычислительные системы. Киев, 1975, с. 77—97. 5. Шеннон К. Э. Работы по теории информации и кибернетике. М., ИЛ, 1963. 829 с. 6. Каляев А. В. Состояние, перспективы развития и применения цифровых интегрирующих машин.— В кн.: Средства аналоговой и аналого-цифровой вычислительной техники. М., 1968, с. 15—22. 7. Каляев А. В. Теория цифровых интегрирующих машин и структур. М., «Сов. радио», 1970. 471 с. 8. Дюбко Г. Ф., Мурашко А. Г., Терентьев М. Ф. Язык «Аналог» для описания задач, решаемых на аналоговых и аналого-цифровых вычислительных структурах.— В кн.: Неоднородные вычислительные системы. М., 1975, с. 137—142. 9. Мурашко А. Г., Сенченко Н. И., Терентьев М. Ф. Об одном способе формального описания решающих структур.— В кн.: Аналоговая и аналого-цифровая вычислительная техника. Вып. 5. М., 1973, с. 92—98. 10. Мурашко А. Г., Сенченко Н. И., Терентьев М. Ф. Принципы построения системы автоматической коммутации операционных элементов в решающую структуру.— В кн.: Аналоговая и аналого-цифровая вычислительная техника. Вып. 6. М., 1975, с. 109—114. 11. Дюбко Г. Ф., Жиров А. Г., Мурашко А. Г. Алгоритмы отображения математического описания в вычислительные структуры.— В кн.: Неоднородные вычислительные системы. М., 1975, с. 143—150. 12. Аналитический (алгоритмический язык для описания вычислительных процессов с использованием аналитических преобразований).— «Кибернетика», № 3, 1971, с. 102—134. Авт.: В. М. Глушков, В. Г. Бондарчук, Т. А. Гринченко и др. 13. Пухов Г. Е., Грездов Г. И., Верлань А. Ф. Методы решения краевых задач на электронных моделях. Киев, «Наукова думка», 1965. 115 с.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ВНУТРЕННЕГО
ЯЗЫКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В работе [1] сформулирован принцип организации вычислительного процесса в вычислительных системах (ВС), названный принципом расщепления программ и моделирующий организацию вычислительного процесса человеком. Существенный теоретический и практический интерес представляет разработка программной и структурной организации вычислительных систем, функционирующих в соответствии с этим принципом. При этом, на наш взгляд, следует обратить особое внимание на внутренний (машинный) язык вычислительной системы, так как от него во многом зависят возможности ВС по организации вычислительного процесса. Внутренний язык должен иметь более высокий информационный уровень и позволять легко, практически в автоматическом режиме, решать задачи по определению и корректировке множеств готовых, неготовых и выполняющих команд исполняемых программ.

В работе описан один подход к построению внутреннего языка ВС, функционирующей в соответствии с принципом расщепления программ. Нами используются терминология и обозначения, принятые в работах [1—3].

Рассмотрим способ представления машинных программ, при котором всякая программа A есть множество команд $A = \{a_1, \dots, a_n\}$, т. е. программа A не имеет жесткого порядка расположения команд a_i . Другими словами, всякая программа A' , получаемая из программы A в результате любой перестановки ее элементов, функционально эквивалентна A . Однако программа A' , получаемая из A после добавления или удаления некоторых, возможно одинаковых элементов, не обязательно эквивалентна программе A .

Построение такой программы можно осуществить двумя путями, принципиально отличающимися друг от друга.

Первый путь — всем командам программы присваивают некоторые номера, обязательно попарно различные. В каждой команде указывается номер команды, к выполнению которой необходимо перейти после выполнения данной. В традиционных ВС использован этот путь, однако с целью уменьшить объем нумерации и ссылок команды нумеруют последовательно, начиная с первой. В команде указывают номер команды, к которой необходимо перейти только тогда, когда эта команда не является следующей за данной. В таких программах центральное место занимает указание связей по управлению между командами программы.

Второй путь центральное место отводит указанию связи между командами по данным. Командам программы присваивают номера, необязательно все различные, и в каждой команде указываются номера команд, после выполнения которых может выполняться данная команда.

Этот способ представления программ позволяет по-иному организовать вычислительный процесс, предоставляя возможности распараллеливания его на уровне отдельных команд программы.

При построении языка программирования для написания программ, в которых указываются связи между отдельными операторами по данным, можно предложить несколько различных версий языка. Характерной же чертой программ для всех этих языков является представление программы как множества команд. В дальнейшем эти программы будем называть МК-программами, множество — команд-программами, а языки — МК-языками. Различные версии МК-языков будем определять которой упорядоченной последовательностью характерных признаков данной версии языка.

Назовем МК-программой на языке типа $\langle i, k, j, l \rangle$ множество инструкций следующего вида: $i) K_i(j, l)$, где i — номер инструкции; K_i — команда инструкции; j, l — номера, задающие связи команды K_i по данным и управлению.

Команда инструкции K_i указывает, какую операцию и на какими данными выполнить и куда поместить результат. В случае операций по вводу — выводу она задает необходимую информацию для осуществления ввода — вывода.

Особым является случай, когда результатом работы команды являются некоторые номера, задающие связи по управлению. Инструкции этого типа будем называть инструкциями управления и записывать в следующем виде: $i) L_i : m, n(j, l)$, где i — номер инструкции; L_i — некоторая логическая функция принимающая значения «истина» или «ложь»; $:$ — разделитель; m, n — номера, вырабатываемые инструкцией управления; j, l — имеют тот же смысл, что и ранее. Условимся, если L_i принимает значение «истина», то вырабатывается номер m , в противном случае — номер n .

Для выполнения команды K_i (вычисления значений логической функции L_i инструкции управления) необходимы определенные данные. Поэтому j, l указывают в инструкции номера тех инструкций, в результате выполнения которых образуются необходимые для вычисления данные.

Если команда K_i может выполняться только при соблюдении некоторого условия, то проверка этого условия задается в МК-программе инструкцией управления, а в инструкции командой K_i номер j (или l) является тем номером, который вырабатывается инструкцией управления, если условие выполняется.

МК-язык рассматривается здесь прежде всего как внутренний язык вычислительной системы. Поскольку на уровне внутреннего языка в основном выполняются бинарные операции, то в большинстве случаев будет достаточно двух номеров j и l . Когда информационно-управляющие связи должны быть заданы большим числом номеров, вводится инструкция преобразования номеров $i) P(j, l)$, которая вырабатывает номер i при наличии номеров j, l .

Таким образом, конструкция программы в МК-языке задается инструкциями трех типов: 1. $i) K_i(j, l)$ — основная инструкция; 2. $i) L_i : m, n(j, l)$ — инструкция управления; 3. $i) P(j, l)$ — инструкция преобразования.

Выполнение МК-программы протекает в дискретном времени. Инструкции, значения номеров j и l у которых равны нулю, назовем готовыми к выполнению. Порядок выполнения одновременно готовых инструкций не влияет на функциональную однозначность вычислительных процессов. Для каждого момента времени из множества готовых к выполнению инструкций может выбираться любое произвольное подмножество инструкций для включения их в работу.

Всякая инструкция, включенная в момент времени t_1 , пребывает во включенном состоянии некоторое время и в момент времени t_2 выключается. Время пребывания инструкции во включенном состоянии есть время выполнения команды этой инструкции.

Вычислительный процесс будем рассматривать как последовательность событий — актов включения и выключения инструкций МК-программы.

Пусть A — множество всех инструкций МК-программы, тогда вычислительный процесс однозначно определяется последовательностью $A, +A_1, -A_1, +A_2, \dots$, которую, следуя работе [3], будем называть частичной линейной формой вычислительного процесса.

Иногда удобно рассмотреть полную линейную форму, т. е. последовательности вида: $A, \neg A_1, \cdot A_1, +A_1, \rho A_1, -A_1, \neg A_2, \cdot A_2, \dots$

Для пояснения введенного МК-языка и исследования возможных вычислительных процессов при выполнении МК-программы рассмотрим следующую простую схему МК-программы:

1) $K_1(0, 0)$, 2) $K_2(0, 1)$, 3) $K_3(0, 1)$, 4) $K_4(2, 3)$, 5) $K_5(2, 0)$, 6) $K_6(3, 0)$, 7) $L_7 : 7, 8(0, 5)$, 9) $K_9(7, 6)$, 10) $K_{10}(0, 0)$, 11) $K_{11}(4, 6)$, 12) $P_{12}(11, 8)$, 13) $K_{13}(10, 12)$.

В момент времени $t = 1$ множество $\cdot A_1 = \{i_1, i_{10}\}$, где i_j — есть j -я инструкция. Таким образом, множество $+A_1$ может быть одно из следующих: \emptyset , $\{i_1\}$, $\{i_{10}\}$ или $\{i_1, i_{10}\}$.

Пусть $+A_1 = \{i_1\}$. Допустим с целью упрощения, что $\forall t (+A_t = -A_t)$, т. е. будем рассматривать возможные приведенные вычислительные процессы для указанной МК-программы.

Так как $-A_1 = \{i_1\}$, то $A_2 = \{i_2, i_3, i_{10}\}$.

Пусть ${}^+A_2 = \{i_2, i_3\}$, тогда ${}^*A_3 = \{i_{10}, i_4, i_5, i_6\}$.

Пусть ${}^+A_3 = \{i_5\}$, тогда ${}^*A_4 = \{i_{10}, i_4, i_6, i_7\}$.

Пусть ${}^+A_4 = \{i_{10}, i_4, i_6\}$, тогда ${}^*A_5 = \{i_7, i_{11}\}$.

Пусть ${}^+A_5 = \{i_{11}\}$, тогда ${}^*A_6 = \{i_7\}$.

Пусть ${}^+A_6 = \{i_7\}$, тогда, поскольку i_7 есть инструкция управления, будет вычислено значение логической функции L_7 . При этом, если значение L_7 — «истина», то ${}^*A_7 = \{i_9\}$, в противном случае ${}^*A_7 = \{i_{12}\}$. Пусть значение L_7 есть «ложь», тогда ${}^*A_7 = \{i_{12}\}$. Пусть ${}^+A_8 = \{i_{12}\}$, тогда, так как P_{12} — инструкция преобразования номеров, ${}^*A_9 = \{i_{13}\}$.

Пусть ${}^+A_9 = \emptyset$, тогда ${}^*A_{10} = \{i_{13}\}$. Пусть ${}^+A_{10} = \{i_{13}\}$, тогда ${}^*A_{11} = \emptyset$.

К моменту времени $t = 11$ в МК-программе не остался ни одной готовой к выполнению инструкции, поэтому ($\forall t \geq 11$) (${}^*A_t = \emptyset$). Такую ситуацию в случае приведенных вычислительных процессов будем считать концом выполнения МК-программы. Если вычислительные процессы не являются приведенными, то концом работы МК-программы будем считать такое состояние, при котором ($\forall t > t'$) (${}^*A_t = \emptyset$ & ${}^pA_t = \emptyset$).

Построенный вычислительный процесс является одним из возможных при выполнении рассматриваемой МК-программы. Ясно, что при других выборах множеств ${}^+A_t$ мог получиться другой, более длинный или более короткий вычислительный процесс. Самым коротким, по-видимому, будет такой, когда все готовые к выполнению инструкции выполняются, т. е. ${}^+A_t = {}^*A_t$.

Для рассмотренной МК-программы таким процессом, заданным последовательностью множеств *A_t , будет следующий:

$$\begin{aligned} {}^*A_1 &= \{i_1, i_{10}\}, {}^*A_2 = \{i_2, i_3\}, {}^*A_3 = \{i_4, i_5, i_6\}, \\ {}^*A_4 &= \{i_7, i_{11}\}, {}^*A_5 = \{i_{12}\}, {}^*A_6 = \{i_{13}\}, {}^*A_7 = \emptyset. \end{aligned}$$

Приведенные вычислительные процессы являются сильной идеализацией реальных процессов, хотя изучение их удобно при исключении из рассмотрения различий во времени выполнения операторов.

Более близки к реальным одномерные вычислительные процессы, удовлетворяющие условию: $\forall t (|{}^+A_t \cup {}^-A_t| \leq 1 \text{ \& } {}^+A_t \cap {}^-A_t = \emptyset)$. Это условие позволяет естественным образом исключить из рассмотрения общее время выполнения программы и представить вычислительный процесс как последовательность актов включения и выключения отдельных инструкций. Для того чтобы по получаемому вычислительному процессу было легко следить за изменением множеств *A_t и pA_t , будем указывать текущее состояние этих множеств, если имело место добавление или удаление элементов.

Для сокращения записи примем следующие обозначения:

$$+i_j \text{ для } +A_t = \{i_j\}; \quad -i_j \text{ для } -A_t = \{i_j\};$$

$$* \{i_j, \dots\} \text{ для } *A_t = \{i_j, \dots\}; \quad \rho \{i_j, \dots\} \text{ для } \rho A_t = \{i_j, \dots\}.$$

С учетом их один из возможных одномерных вычислительных процессов для рассматриваемой схемы МК-программы имеет вид

$$\begin{aligned} & * \{i_1, i_{10}\}, +i_1, \rho \{i_1\}, * \{i_{10}\}, +i_{10}, \rho \{i_1, i_{10}\}, * \{ \}, -i_1, \rho \{i_{10}\}, \\ & * \{i_2, i_3\}, +i_2, \rho \{i_{10}, i_2\}, * \{i_3\}, +i_3, \rho \{i_{10}, i_2, i_3\}, * \{ \}, -i_3, \\ & \rho \{i_{10}, i_2\}, * \{i_6\}, +i_6, \rho \{i_{10}, i_2, i_6\}, * \{ \}, -i_2, \rho \{i_{10}, i_6\}, \dots, \\ & -i_7, \rho \{i_6, i_4\}, * \{ \}, -i_6, \rho \{i_4\}, * \{i_9\}, +i_9, \rho \{i_4, i_9\}, * \{ \}, -i_4, \rho \{i_9\}, \\ & * \{i_{11}\}, +i_{11}, \rho \{i_9, i_{11}\}, * \{ \}, -i_9, \rho \{i_{11}\}, * \{ \}, -i_{11}, \rho \{ \}, * \{ \}. \end{aligned}$$

Данный вычислительный процесс построен в предположении, что логическая функция L_7 принимает значение «истина». Выбор инструкции на включение из множества готовых к выполнению производился случайным образом, и соблюдалось лишь следующее правило: как только появлялось некоторое множество готовых к выполнению инструкций, они включались в работу в ближайшие моменты времени. Другими словами, если $*A_t \neq \emptyset$, то осуществляется последовательное включение всех готовых инструкций до тех пор, пока $*A_t$, не станет пустым.

Выбор инструкций для выключения также производился случайным образом, хотя в реальной системе при выполнении МК-программы момент выключения был бы обусловлен временем выполнения данной инструкции.

Из рассмотренного вычислительного процесса видно, что концом выполнения МК-программы является такое ее состояние, когда

$$(\forall t > t') (*A_t = \rho A_t = \emptyset).$$

Одномерный вычислительный процесс ближе к реальному. Действительно, можно построить такую реальную вычислительную систему, в которой в каждый момент времени включается и выключается только одна инструкция, а время выполнения инструкции имеет некоторую конечную величину.

Список литературы: 1. Мурашко А. Г., Колубай С. К. Об одном принципе организации вычислительного процесса. См. статью в настоящем выпуске. 2. Котов В. Е. Теория параллельного программирования.— «Кибернетика», 1974, № 1, с. 1—16, № 2, с. 1—18. 3. Нариньяни А. С. Теория параллельного программирования.— «Кибернетика», 1974, № 3, с. 1—15, № 5, с. 1—14.

ПРИНЦИПЫ ОРГАНИЗАЦИИ АДАПТИВНОГО ПОВЕДЕНИЯ ЦИФРОВОГО ИНТЕГРАТОРА

При синтезе человеко-машинных систем, компонентами которых являются наряду с ЭВМ цифровые интегрирующие структуры (ЦИС), возникает задача увеличить гибкость «внутренней организации» основного элемента ЦИС — цифрового интегратора. Последний должен быть адаптивным, т. е. в зависимости от принятой стратегии эксперимента изменять свою «внутреннюю организацию», настраиваясь на выполнение вычислений с заранее заданными точностью и временем.

Оценить эффективность использования разнообразных средств вычислительной техники можно при наличии отправных критериев качества вычислительных средств, называемых критериями эффективности. При этом необходима компактная группа показателей, наилучшим образом оценивающая качество рассматриваемых вычислительных средств.

В соответствии с теорией информации [1] как основные показатели качества функционирования вычислительных средств следует использовать те, которые характеризуют величину ошибок, возникающих при переработке информации.

К ним относятся показатели времени (быстродействие) и точности выполнения вычислительной работы. Эти показатели, согласно анализу, удовлетворяют всем требованиям, предъявляемым к частным показателям качества системы [1]. Важно и то, что число их невелико и оба они являются аргументами функции эффективности вычислительной системы.

За обобщенный показатель эффективности вычислительной системы иногда принимают стоимость, являющуюся функцией практически всех технических параметров вычислительной системы. Однако стоимость вычислительной системы, как правило, не оптимизируется, а играет роль ограничивающего фактора [1].

Быстродействие τ и точность δ вычислительного процесса имеют системный характер и выступают в роли обобщенных критериев эффективности цифровых вычислительных машин (ЦВМ), аналоговых вычислительных машин (АВМ) и гибридных вычислительных средств.

Определив эффективность вычислительной системы как функцию $E = E(\tau, \sigma)$, аргументами которой являются время выполнения вычислений и погрешность σ результата с учетом ограничивающего фактора — стоимости эксперимента, включающего стоимость вычислительной системы (C_3) и системы математического обеспечения ($C_3 = C_{вс} + C_{смо}$), рассмотрим

задачу, связанную с повышением меры эффективности использования вычислительных средств при решении инженерных задач.

Прямое обращение к функции эффективности указывает на необходимость изменения ее аргументов τ и σ с целью изменить величину самой функции. Очевидно, что уменьшение времени решения задачи и увеличение точности результата должно повысить эффективность использования ВС. Однако при этом надо удовлетворить ограничивающему фактору — стоимости эксперимента. Сделать это порой довольно трудно. Поскольку уменьшение времени решения задачи на ВС связано с повышением ее производительности, а в соответствии с законом роша [2] ...«приращение производительности требует квадратичного увеличения стоимости». Аналогичная картина складывается и при повышении точности результата, так как оно сопряжено с повышением времени, затрачиваемого на анализ и подготовку задачи к решению, что незамедлительно сказывается на стоимости эксперимента.

В этой связи вводится в рассмотрение такая организация вычислительного процесса, при которой регулируются точность и время решения задачи, чтобы удовлетворить заданной стратегии эксперимента и не выйти за пределы стоимости эксперимента, указываемые обобщенным критериям эффективности.

Время и погрешность вычислений являются взаимозависимыми факторами. Так чтобы увеличить точность вычислений ЭВМ, необходимо выбирать алгоритм, который реализуется большим числом команд, что увеличивает затраты времени. Менее точный алгоритм реализуется меньшим числом команд. Следовательно, уже на цифровом уровне можно регулировать время и погрешности вычислений, выбрав тот или иной алгоритм, а вместе с этим влиять и на стоимость эксперимента.

Пределы регулирования точностных и временных характеристик процесса вычислений значительно расширяются при работе в рамках однородных и неоднородных вычислительных систем или при помощи аналого-цифровых вычислительных средств.

Вычислительные машины с программируемой структурой, к которым кроме АВМ относятся цифровые интегрирующие машины (ЦИМ), цифровые дифференциальные анализаторы (ЦДА) и разрядные неалгоритмические машины (РНМ), могут целенаправленно изменять время и погрешности вычислений.

В РНМ [3, 4] для повышения точности вычислений увеличивают количество операционных элементов, необходимых для представления информации, и, следовательно, уменьшают количество одновременно решаемых задач на РНМ, что ведет к росту времени решения таких задач.

В ЦДА и ЦИМ, например, время и погрешность вычислений зависят от принятых формул численного интегрирования, положенных в основу алгоритма функционирования цифровых вы-

числительных блоков — цифровых интеграторов (ЦИ). Синтезировать алгоритм функционирования ЦИ можно при помощи формул интегрирования (Эйлера, Симпсона и других), реализуя при этом процесс интегрирования по Стильесу.

Основные стратегии проведения эксперимента, в рамках которых необходимо регулировать погрешность и время решения с целью удовлетворения ограничивающему критерию — стоимости эксперимента, следующие [5]:

Каждая i -я задача должна быть решена в заданное время τ_{i3} и с заданной погрешностью σ_{i3} : $\tau_i \leq \tau_{i3}$; $\sigma_i \leq \sigma_{i3}$; $i = \overline{1, n}$, где n — общее число задач, подлежащих решению.

Погрешность решения каждой задачи должна быть минимальной при заданном времени решения: $\min \sigma_i$ при $\tau_i \leq \tau_{i3}$.

Время решения каждой задачи должно быть минимальным, а погрешность решения не больше заданной: $\min \tau_i$ при $\sigma_i \leq \sigma_{i3}$.

Требуется провести решение задачи, удержав время и погрешность решения в заданных пределах: $\tau_i = \tau_{i3} \pm \Delta\tau$, $\sigma_i = \sigma_{i3} \pm \Delta\sigma$.

Для эффективного решения достаточно широкого класса задач настоятельно требуется применение вычислительных структур и систем, основными решающими элементами которых являются цифровые интеграторы.

К таким задачам относятся в первую очередь задачи точного моделирования быстропротекающих процессов и сложной динамики объектов и управления ими.

При этом высокое быстродействие и необходимая точность вычислений достигаются за счет использования точных методов интегрирования, многоразрядных приращений и параллельной структуры. Эти принципы положены в основу синтеза ЦИ.

Важным свойством, например, структур из ЦИ является возможность автоматического поиска решений задачи, удовлетворяющих заданным условиям по τ и σ в соответствии со стратегиями решения.

Анализируя основные алгоритмы функционирования ЦИ [6], можно сделать следующие выводы: известные оптимальные алгоритмы функционирования ЦИ основаны на применении только одной из формул численного интегрирования; основными показателями качества вычислительного процесса являются τ и σ , между которыми существует линейная зависимость. Значения τ и σ определяются, главным образом, типом используемой формулы численного интегрирования.

Таким образом, удовлетворение стратегиям решения в общем случае затруднительно в рамках использования одной только формулы численного интегрирования. В этой связи возникает задача синтеза ЦИ с регулированием основных параметров вычислительного процесса τ и σ в рамках заданной стратегии решения.

Наделив ЦИ способностью целенаправленного перехода в процессе интегрирования от одной формулы к другой, можно создать

условия для дискретного регулирования времени и погрешности внутри ЦИ.

Процесс интегрирования ЦИ можно изобразить в виде лучей, выходящих из начала координат в координатной системе τ и σ (рис. 1). Угол наклона лучей определяется порядком точности n формулы численного интегрирования.

Пусть требуется произвести поиск решения задачи в соответствии со стратегией 1. При этом точка $M(\sigma_{задан}, \tau_{задан})$ не находится на одном из лучей, т. е. решение задачи не будет удовлетворять поставленному условию (стратегии 1).

В настоящей работе предлагается принцип регулирования τ и σ ЦИ, осуществляющего интегрирование по Стилтесу по обобщенной формуле численного интегрирования.

Компонентами обобщенной формулы являются известные формулы численного интегрирования (формулы прямоугольников, трапеций и т. д.) [7]. Обобщенная формула численного

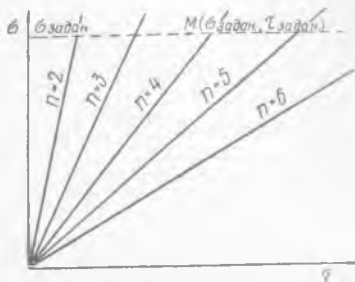


Рис. 1. Процесс вычисления по формулам численного интегрирования различного порядка точности.

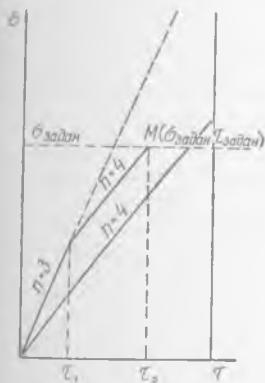


Рис. 2. Процесс вычисления по обобщенной формуле численного интегрирования, состоящей из двух компонентов.

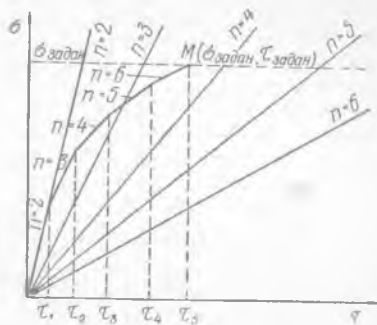


Рис. 3. Процесс вычисления по обобщенной формуле численного интегрирования, состоящей из нескольких (пяти) компонент.

интегрирования может состоять, например, из двух, трех и более компонент.

Рассмотрим процесс вычисления по обобщенной формуле, компонентами которой являются, например, интерполяционные

или экстраполяционные формулы численного интегрирования Стильтгеса на основе первых разностей с порядком точности $n=3$ и $n=4$. Процесс вычисления представлен на рис. 2.

Пусть процесс интегрирования начался по формуле с порядком точности $n=3$ и за некоторое время проделано f шагов интегрирования. После этого в момент времени τ_1 , определяющий переключение ЦИ с одной формулы численного интегрирования на другую, переходим к вычислению по формуле с порядком точности $n=4$. При счете по последней формуле, пройдя некоторое конечное число шагов, можно легко попасть в заданную точку M ($\sigma_{\text{задан}}$, $\tau_{\text{задан}}$), где решение задачи удовлетворяет поставленному условию. Аналогично можно интегрировать и по обобщенной формуле, состоящей из трех и более компонент (рис. 3). При этом существенно повышается гибкость изменения точности в зависимости от времени вычислений.

Применение совокупности таких регулируемых ЦИ, замкнутых в рамках решаемой задачи, позволит осуществить необходимое изменение точности и времени решения задачи в целом в зависимости от принятой стратегии. Гибкость вычислений и вычислительные возможности структуры или системы, построенной на базе таких интеграторов, значительно повысятся.

Список литературы: 1. Голубев-Новожилов Ю. С. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М., «Сов. радио», 1967. 424 с. 2. Поспелов Д. А. Введение в теорию вычислительных систем. М., «Сов. радио», М., 1972. 280 с. 3. Пухов Г. Е., Васильев В. В. О перспективных направлениях развития быстродействующих вычислительных средств.— В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. Вып. 10. К., 1973, с. 3—9. 4. Неоднородные вычислительные системы, К., «Наукова думка», 1975, 184 с. 5. Красногоорова В. С., Мурашко А. Г., Сенченко Н. И. Структура и алгоритм настройки специализированной гибридной вычислительной среды. Материалы IV Всесоюз. конф. по проблеме «Однородные вычислительные системы и среды». К., 1975, с. 120—122. 6. Каляев А. В. Введение в теорию цифровых интеграторов. К., «Наукова думка», 1964. 291 с. 7. Каляев А. В. Теория цифровых интегрирующих машин и структур. «Сов. радио», М., 1970. 471 с.

УДК 616 27—005.8.73.97

Л. Т. МАЛАЯ, акад. АМН СССР, проф., В. Г. ВОРОНОВ, д-р техн. наук, И. М. С. МЕНДЛИН, канд. мед. наук, М. И. КОЖИН, А. Е. ШУЛЬМАН, канд. техн. наук, А. Я. НИКОЛЕНКО

О КОДИРОВАНИИ БИМЕДИЦИНСКОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ПРИМЕРЕ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММЫ ПРИ ИНФАРКТЕ МИОКАРДА.

СООБЩЕНИЕ 2.

Постановка задачи. Рассмотрим кодирования нарушений последовательности и согласованности возбуждения отделов сердца — аритмии и примеры использования кодов для выде-

ления симптомов и постановки электрокардиологического заключения на основании метода количественно-качественной оценки ЭКГ [1].

Аритмии — наиболее частое осложнение острого периода инфаркта миокарда, по нашим данным — в 90,6% случаев. Возникновение аритмий в определенной степени является отражением выраженности поражения миокарда, отягчает клиническое течение болезни и ухудшает прогноз. Особенно это относится к одновременному сочетанию нескольких аритмий — [2, 3].

Кодирование аритмий. В коде приведены, главным образом, простые аритмии, являющиеся проявлением локального нарушения одной из функций проводящей системы сердца. С целью изучить комбинированные аритмии, встречающиеся при инфаркте миокарда, предусматривается возможность анализа одновременного сочетания до четырех аритмий.

Следует отметить, что номенклатура аритмий и порядок их кодирования определяются, в отличие от контурного анализа, целями исследования и могут быть изменены.

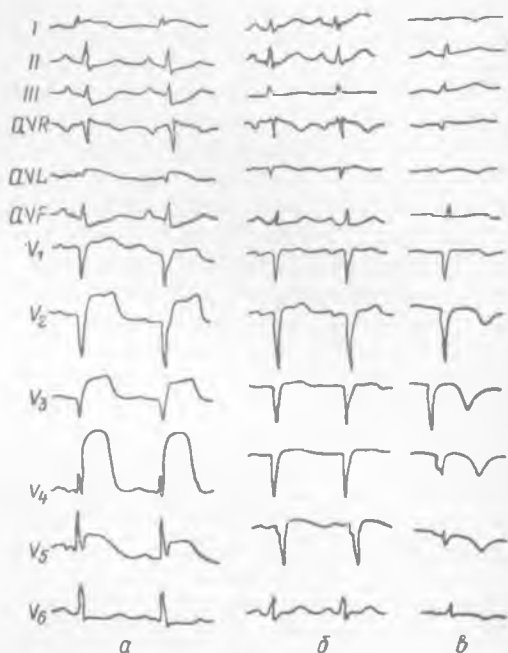
Формулирование электрокардиографического заключения. По приведенным в работе [1] кодам для контурного анализа ЭКГ можно с однозначным соответствием относительно просто распознавать основные клинико-электрокардиографические симптомы и синдромы. Этот переход является необходимым для электрокардиографического заключения диагноза, а также при изучении динамики инфаркта миокарда и прогнозировании его исхода.

Номенклатура симптомов и синдромов, стадии патологического процесса, характер динамики и локализации инфаркта миокарда и соответствующие им сочетания кодов должны определяться высококвалифицированными медицинскими специалистами. В связи с тем что каждому указанному признаку соответствует однозначный набор кодов контурного анализа, автоматизация выделения этих признаков на ЦВМ не представляет принципиальных затруднений, так как сводится к поиску перфокарт с заранее заданными кодами.

В табл. 1—4 приведены некоторые клинико-электрокардиологические термины и заключения, соответствующие отдельным значениям кода или их сочетаниям. Кодовые значения даны в виде двух чисел, разделенных точкой: первая — номер класса, вторая — номер кода в данном классе [1]. Значения кода, касающиеся инфаркта миокарда, относятся только к «инфарктым» отведениям, т. е. к тем, в которых максимально выражены изменения ЭКГ, характерные для инфаркта миокарда.

Пример кодирования ЭКГ и заполнения перфокарт. Больной 56 лет, мужчина, поступил в лечебное учреждение 12 июня 1975 г. Номер при поступлении 468. Заболел 11 июня 1975 г. Ближайший исход (при выписке из стационара) — благоприятный. Первая ЭКГ (рис. 1, а) зарегистрирована 12 июня

1975 г., вторя — 17 июня (рис. 1, б), третья — 2 июля 1975 г. (рис. 1, в). Приводятся карты, в которых занесены результаты кодирования первой (карта 1) и третьей (карта 2) электрокардиограмм (табл. 5).



Таблица

Кодовое значение некоторых клинко-электрокардиографических терминов, определяющих характер патологии

Код	Медицинский термин
2.05, или 2.06, или 2.07, или 2.08	Крупноочаговый инфаркт миокарда с преобладанием режденной мышечной ткани
2.09, или 2.10, или 2.11	Крупноочаговый инфаркт миокарда с преобладанием тизированной мышечной ткани
2.12 или 2.13	Проникающий (трансмуральный) крупноочаговый инфаркт миокарда

Код	Медицинский термин
3.1, или 3.2, или 3.3	В «инфарктных» отведениях—поражение субэпикардального слоя миокарда (при 2.01 или 2.02 — мелкоочаговое, при 2.03...2.13 — крупноочаговое) В дискордантных (реципрокных) отведениях — зеркальное отображение поражения противоположной стенки левого желудочка

3.5 или 3.6	В «инфарктных» отведениях — поражение субэндокардиального слоя миокарда В дискордантных (реципрокных) отведениях — зеркальное отображение поражения противоположной стенки левого желудка
-------------	--

Примечание. Перечисленные клинические термины соответствуют данным кодовых значений только при постановке диагноза «инфаркт миокарда».

Таблица 2

Кодовое значение клинико-электрокардиографических терминов, отражающих стадию патологического процесса (по данным «инфарктных» отведений)

Код	Медицинский термин
3.1, или 3.2, или 3.3 в сочетании с 4.1 или 4.2	Фаза повреждения острейшей стадии или острая фаза некротической стадии субэпикардального или проникающего инфаркта миокарда
3.3 в сочетании с 4.3 или 4.4	Первая фаза эволюции (подострой стадии) субэпикардального или проникающего инфаркта миокарда
3.2 или 3.3 в сочетании с 4.5 или 4.6	Вторая фаза эволюции (подострой стадии) субэпикардального или проникающего инфаркта миокарда
4 в сочетании с 4.5 или 4.6	Третья фаза эволюции (подострой стадии) субэпикардального или проникающего инфаркта миокарда. Эта же картина может сохраняться и в рубцовой стадии инфаркта
3.5 или 3.6 в сочетании с 4.2, или 4.3, или 4.4	Острая стадия субэндокардиального инфаркта миокарда

Код	Медицинский термин
3.5 или 3.6 в сочетании с 4.5 или 4.6	Первая — вторая фазы эволюции (подострой стадии) субэндокардиального инфаркта миокарда
3.4 в сочетании с 4.5 или 4.6	Третья фаза эволюции (подострой стадии) субэндокардиального инфаркта миокарда. Эта же картина может сохраниться и в рубцовой стадии

Таблица 3

Кодовое значение клинико-электрокардиографических терминов, отражающих характер динамики патологического процесса (по данным «инфарктных» отведений)

Код	Медицинский термин
Переход 2.05 или 2.06 к 2.07... 2.13; переход 2.07 или 2.08 к 2.09... 2.13; переход 2.09... 2.11 к 2.12 или 2.13	Увеличение зоны некроза в результате рецидивирующего или повторного инфаркта миокарда ¹
Последовательный переход от 3.1 или 3.2 к 3.4 в сочетании с переходом от 4.1 или 4.2 к 4.5 или 4.6	Нормальная эволюция субэпикардиального или проникающего инфаркта миокарда в острой и подострой стадиях ²
Последовательный переход от 3.5 или 3.6 к 3.4 в сочетании с переходом от 4.3 или 4.4 к 4.5 или 4.6	Нормальная эволюция субэндокардиального инфаркта миокарда в острой и подострой стадиях ²

Примечание. 1) Обратный процесс, заключающийся в увеличении зубца *R* или уменьшении зубца *Q*, свидетельствует о преобладании репаративных процессов и уменьшении зоны некроза; 2) В процессе нормальной эволюции инфаркта миокарда возможен кратковременный (1—2 дня) возврат к уже пройденной ранее ЭКГ-картине сегмента *RS—T* и зубца *T*, не являющейся проявлением рецидива болезни.

На первой ЭКГ зарегистрирован комплекс *QRS* типа *Q* в отведениях $V_1 \dots V_3$, уменьшение зубца *R* (типа *r*) в *aVL*, V_4 , подъем сегмента *RS—T* в I, *aVL*, $V_2 \dots V_5$ с переходом в положительный зубец *T*; в отведении III, *aVF* — опущение сегмента *RS—T* (дискордантные изменения). Электрокардиографическое заключение: острая фаза некротической стадии трансмурального инфаркта миокарда передней стенки, верхушки и передней части межжелудочковой перегородки.

На третьей ЭКГ — формирование *QS* кроме перечисленных отведений в V_4 и *RS* в V_5 , дальнейшее уменьшение R_I , *aVL*, V_1 . Сегмент *RS—T* находится на изолинии, зубец *T* в отведении

I, aVL , $V_1 \dots V_6$ отрицателен. Электрокардиографическое заключение: третья фаза эволюции подострой стадии трансмурального инфаркта миокарда передней стенки, верхушки и передней части межжелудочковой перегородки с вовлечением боковой стенки.


Таблица 4

Примеры дифференцированной клинко-электрокардиографической характеристики локализации инфаркта миокарда (по данным кода)


Код	Медицинский термин
2.12 или 2.13 в отведениях (V_1), V_2 , V_3	Трансмуральный передне-перегородочный инфаркт миокарда
2.12 или 2.13 в отведениях (V_1), V_2 , V_3 в сочетании с одним из: 2.05...2.11 в отведениях I, aVL , $V_4 \dots V_6$	Трансмуральный передне-перегородочный инфаркт миокарда с крупноочаговым вовлечением передне-боковой стенки левого желудочка
2.12 или 2.13 в отведениях (V_1), V_2 , V_3 в сочетании с 4.5 или 4.6 в отведениях I, aVL , $V_4 \dots V_6$ (при 2.01 или 2.02 в этих отведениях)	Трансмуральный передне-перегородочный инфаркт миокарда с мелкоочаговым вовлечением передне-боковой стенки левого желудочка
2.12 или 2.13 в отведениях I, aVL , V_2 , V_3	Трансмуральный обширный передний инфаркт миокарда
Один из 2.05...2.11 в отведениях (V_1), V_2 , V_3	Крупноочаговый передне-перегородочный инфаркт миокарда
Один из 2.05...2.11 в отведениях (V_1), V_2 , V_3 в сочетании с 4.5 или 4.6 в отведениях I, aVL , $V_4 \dots V_6$	Крупноочаговый передне-перегородочный инфаркт миокарда с мелкоочаговым вовлечением передне-боковой стенки левого желудочка
Один из 2.05...2.11 в отведениях I, aVL , $V_1 \dots V_6$	Крупноочаговый обширный передний инфаркт миокарда

Примечание. По данному принципу может быть описана любая локализация инфаркта миокарда в зависимости от глубины и характера поражения различных отделов сердечной мышцы.

Выводы. Приведенные в сообщениях метод и примеры кодирования ЭКГ позволяют в достаточно сжатой форме ввести в ЦВМ необходимые данные. Показана принципиальная возможность постановки электрокардиологического заключения и оценки динамики течения инфаркта миокарда по данным кодирования. Предлагаемые принципы кодирования ЭКГ могут быть использованы для кодирования других видов биомедицинской, в частности клинической информации.

М/стр п/к	Знак		Порядок		Мантисса								ЭКГ 1			Приме ние
	1	1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
				Паспорт больного												
				№ больного в дан- ном лечебном учре- ждении				Год по- ступле- ния			Пол	Дека- да жизни				
1	0	0	9		2	8	6	7	5	1	6	0				
				Начало болезни						Ис- ход	Харак- тер исхода					
				День		Месяц		Год								
2	0	0	9	1	1	0	6	7	5	1						
				Паспорт ЭКГ												
				День снятия		Месяц снятия		Год снятия		№ п/п						
3	0	0	9	1	2	0	6	7	5	1	0	0				
				Контурный анализ ЭКГ												
				P	Q-T	U										
4	0	0	9	6	1	1	0	0	0	0	0	0	0			
				a								б		a		
				QRS	RS-T	T			QRS	RS-T	T					
5	0	0	9	0	3	2	2	0	1	5	2	1	I			
6	0	0	9	0	1	4	3	0	1	5	1	1	II			
7	0	0	9	0	1	6	3	0	1	5	1	1	III			
8	0	0	9	0	4	4	5	0	0	3	1	1	aVR			
9	0	0	9	0	3	2	2	0	0	1	1	2	aVL			
10	0	0	9	0	1	6	3	0	0	1	5	3	aVF			
				Аритмии												
				1		2		3		4						
11	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	1	0				

Карта 2

№ п/п	Знак	Порядок		Мантисса						ЭКГ 2				Примечание		
		1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
Паспорт больного																
				№ больного в данном лечебном учреждении				Год поступления		Пол	Декада жизни					
1	0	0	9		2	8	6	7	5	1	6	0				
Начало болезни																
				День			Месяц		Год		Исход	Характер исхода				
2	0	0	9	1	1	0	6	7	5	1						
Паспорт ЭКГ																
				День снятия		Месяц снятия		Год снятия		№ п/п						
3	0	0	9	0	2	0	7	7	5	1	0	0				
Контурный анализ ЭКГ																
				P		Q-T		u								
4	0	0	9	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0			
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> а  б </div>																
				ORS		RS-T		T		QRS		RS-T		T		
5	0	0	9	3	4	5	0	1	5	4	7	I	V ₁			
6	0	0	9	3	4	3	0	1	5	4	6	II	V ₂			
7	0	0	9	3	4	3	0	1	5	4	6	III	V ₃			
8	0	0	9	3	4	3	0	1	5	4	6	aVR	V ₄			
9	0	0	9	3	4	5	0	1	4	4	6	aVL	V ₅			
10	0	0	9	1	4	3	0	3	4	4	5	aVF	V ₆			
Аритмии																
				1		2		3		4						
1	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	1	0				

Список литературы: 1. О кодировании биомедицинской информации на мере ЭКГ при инфаркте миокарда. Сообщение I.—В кн.: Проблемы биомедицины. Вып. 20. Харьков, 1977, с. 15—20. Авт.: Л. Т. Малая, В. Г. Воронин, М. С. Мендлин и др. 2. Реанимация и интенсивная терапия при нарушении ритма и проводимости, осложняющих течение инфаркта миокарда.—Тезисы докл. II съезда анестезиологов-реаниматологов УССР, 1974, с. 218. Авт.: Л. Т. Малая, Ю. М. Васильев, М. С. Мендлин и др. 3. Чазов Е. И. Лечение нарушений ритма и проводимости.—«Кардиология», 1975, № 1, с. 5.

УДК 62.506.2

Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НУЛЬ-ОРГАНА В ПСИХОФИЗИКЕ.

СООБЩЕНИЕ II

Введем в рассмотрение произвольно взятую функцию F с областью определения A и областью значений B и предикат равенства D на B^2 , определяемый условиями:

$$D(u_1, u_2) = \begin{cases} 0, & \text{если } u_1 \neq u_2; \\ 1, & \text{если } u_1 = u_2. \end{cases}$$

Используя суперпозицию этих функций, образуем функцию E с областью определения A^2 и областью значений Σ :

$$E(x_1, x_2) = D(Fx_1, Fx_2).$$

Функция E удовлетворяет следующим трем требованиям: $E(x, x) = 1$ (рефлексивность),

если $E(x_1, x_2) = 1$, то $E(x_2, x_1) = 1$ (симметричность),

если $E(x_1, x_2) = E(x_2, x_3) = 1$, то $E(x_1, x_3) = 1$ (транзитивность)

для любых x, x_1, x_2, x_3 .

Действительно: 1) $E(x, x) = D(Fx, Fx) = 1$; 2) если $E(x_1, x_2) = 1$, то $Fx_1 = Fx_2$, поэтому $E(x_2, x_1) = 1$; 3) если $E(x_1, x_2) = E(x_2, x_3) = 1$, то $Fx_1 = Fx_2 = Fx_3$, поэтому $E(x_1, x_3) = 1$.

Таким образом, отношение $x_1 E x_2$, для которого функция $E(x_1, x_2)$ служит предикатом, есть отношение эквивалентности. Функцию $E(x_1, x_2)$ назовем предикатом эквивалентности. Представление в форме (2) — модель эквивалентности.

Модель эквивалентности используется нами для математического описания психофизических процессов. Представим предикат эквивалентности и его модель в виде схем (рис. 1). Предикат эквивалентности (рис. 1, а), соответствующий предикату эквивалентности (рис. 1, а), можно интерпретировать как испытуемого, реализующего своим суждением функцию E . Испытуемый реагирует на физический стимул (x_1, x_2) двоичным ответом y . Представим тот же процесс преобразования физического стимула в реакцию испытуемого

в виде двух последовательно соединенных блоков 1 и 2 (рис. 1, б). Блок 1 состоит из двух идентичных параллельно включенных преобразователей сигналов, каждый реализует функцию F . Блок 2 выполняет роль нуля-органа, он сравнивает сигналы u_1 и u_2 и при их равенстве вырабатывает сигнал 1, при неравенстве — сигнал 0. Пару сигналов (u_1, u_2) интерпретируем как ощущение испытуемого, блок 1 — как психофизическую систему испытуемого, преобразующую физический стимул (x_1, x_2) в ощущение (u_1, u_2) , блок 2 — как сознание (точнее, как механизм сознания), с помощью которого испытуемый анализирует компоненты ощущения u_1 и u_2 и устанавливает факт их равенства или неравенства.

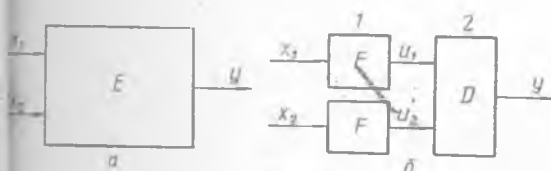


Рис. 1.

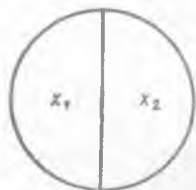


Рис. 2.

Многие психофизические задачи могут быть подведены под описанную схему. В качестве примера рассмотрим одну из них. Как известно, в зависимости от спектрального состава светового излучения на сетчатку глаза вызывает в сознании человека ощущение или иной цвет — голубой, красный, белый, черный, фиолетовый, зеленый и т. д. Обозначим через x спектр светового излучения, действующего на орган зрения испытуемого, через u — цвет, возникающий при этом в сознании испытуемого. Поставим перед собой задачу отыскания вида функции $u = Fx$, реализуемой психофизической системой испытуемого в процессе преобразования излучения в цвет.

Чтобы подойти к решению этой задачи, можно поступить следующим образом. Испытуемому предъявим для одновременного восприятия сразу два световые излучения x_1 и x_2 . Практически это можно сделать с помощью специального прибора, называемого субъективным колориметром. В окуляр колориметра испытуемый увидит на темном фоне небольшой кружок, составленный из двух равных полей сравнения, разграниченных вертикальной линией (рис. 2). Каждое из этих полей испытуемый видит равномерно окрашенным в свой цвет. Цвет каждого поля зависит исключительно от спектра светового излучения, действующего на соответствующий участок сетчатки глаза испытуемого. Пусть x_1 — световое излучение, формирующее цвет u_1 левого поля, x_2 — излучение, формирующее цвет u_2 правого поля. В зависимости от выбора стимулов x_1 и x_2 цвет полей сравнения может быть различным или одинаковым. В случае равенства цветов граница между полями исчезает, и испы-

туемый видит равномерно окрашенный кружок. От испытуемого требуется, чтобы он отреагировал ответом «да», если он наблюдает равенство цветов, или ответом «нет», если цвета на полях сравнения различны.

Своим поведением испытуемый реализует некоторую функцию $y = E(x_1, x_2)$. Аргументами этой функции служат спектры x_1 и x_2 излучений, предъявляемых испытуемому на полях сравнения колориметра. Значением функции E служит двоичный ответ y испытуемого. Если положиться на субъективное свидетельство испытуемого о том, что он действительно формирует свой ответ в результате сравнения цветов, то можно прийти к выводу о применимости в данном случае модели эквивалентности. Ответ испытуемого при равенстве цветов обозначим символом 1, при неравенстве цветов — символом 0. Функцию $y = D(u_1, u_2)$ математически описывает операцию сравнения цветов, осуществляемую испытуемым. Функция $u = Fx$ представляет собой математический эквивалент преобразования светового излучения в цвет, осуществляемого органом зрения испытуемого.

Как видим, вывод о применимости модели эквивалентности к математическому описанию поведения испытуемого приходится основывать на субъективном свидетельстве испытуемого. Использование интроспективных данных, принципиально непроверяемых объективными методами, существенно снижает степень надежности постановки научной задачи. Эта степень надежности была бы значительно выше, если бы удалось основать применимость модели эквивалентности исключительно на объективных методах. Такое обоснование возможно, оно состоит в следующем.

Любую функцию $y = E(x_1, x_2)$, удовлетворяющую свойствам рефлексивности, симметричности и транзитивности, можно представить в виде модели эквивалентности. Более аккуратно это утверждение может быть сформулировано следующим образом. Для любой функции $E(x_1, x_2)$, имеющей произвольно выбранную область определения A^2 и область значений Σ и удовлетворяющей условиям (3), найдутся множество B и функция $F: A \rightarrow B$ такие, что функция E может быть представлена в виде (2).

Приведем доказательство этого утверждения. Для каждого $x \in A$ найдется множество S_x всех x_1 таких, что $E(x_1, x) = 1$. Вследствие симметричности $S_x = S_x = S_x$. Примем в качестве множества B систему всех S_x . Введем функцию F с областью определения A и областью значений B , полагая $Fx = S_x$. Покажем, что $E(x_1, x_2) = D(Fx_1, Fx_2)$. Пусть $E(x_1, x_2) = 1$. Если $x \in S_{x_1}$, то $E(x, x_1) = 1$. В силу транзитивности $E(x, x_2) = 1$, а следовательно $x \in S_{x_2}$. Значит, $S_{x_1} \subseteq S_{x_2}$. Если же $x \in S_{x_2}$, то $E(x_2, x) = 1$ и в силу транзитивности $E(x_1, x) = 1$, поэтому $x \in S_{x_1}$. Отсюда $S_{x_1} = S_{x_2}$.

$\in S_{x_1}$. Таким образом, $S_{x_1} = S_{x_2}$, а это значит, что $Fx_1 = Fx_2$, следовательно, $D(Fx_1, Fx_2) = 1$. Пусть теперь $E(x_1, x_2) = 0$. Тогда $x_2 \in \bar{S}_{x_1}$, вместе с тем в силу рефлексивности $x_2 \in S_{x_2}$. Поэтому $S_{x_1} \neq S_{x_2}$, т. е. $Fx_1 \neq Fx_2$. Следовательно, $D(Fx_1, Fx_2) = 0$. Таким образом, всегда $E(x_1, x_2) = D(Fx_1, Fx_2)$.

Доказанное утверждение дает нам следующий метод объективного решения вопроса о применимости модели эквивалентности для целей математического описания поведения испытуемого. Модель эквивалентности может служить адекватным математическим описанием поведения испытуемого в том и только том случае, если выполнены следующие два условия: 1) реакция испытуемого y однозначно определяется физическими стимулами x_1, x_2 , иными словами, существует функция $y = E(x_1, x_2)$, математически описывающая поведение испытуемого; 2) функция E удовлетворяет требованиям рефлексивности, симметричности и транзитивности.

Применительно к рассматриваемому примеру требование однозначности реакции испытуемого означает, что при повторном предъявлении пары световых излучений x_1, x_2 испытуемый должен сформировать ту же реакцию y , что и при первом предъявлении. Практика колориметрических измерений показывает (см. напр. [1]), что при случайном выборе пар (x_1, x_2) реакция испытуемого почти всегда однозначна: он видит цвета полей либо постоянно различными, либо постоянно одинаковыми. Однако в небольшой части случаев, когда цвета полей сравнения находятся на границе между равенством и неравенством, ответ испытуемого становится случайным, и требование однозначности нарушается. Таким образом, вопреки свидетельству нашего внутреннего зрения, модель эквивалентности не может служить адекватным математическим описанием поведения испытуемого при сравнении цветов. Требование однозначности может быть принято лишь как некоторое приближение к действительности.

Требование рефлексивности означает, что на световые излучения одинакового спектрального состава испытуемый всегда должен реагировать положительным ответом, наблюдая равенство цветов полей сравнения. Требование симметричности означает, что перемена излучений местами не должна повлиять на характер ответа испытуемого: он должен либо оба раза ответить «да», либо оба раза — «нет». Требование транзитивности означает, что если излучения x_1, x_2 и x_2, x_3 испытуемый воспринимает в виде одинаковых цветов, то он должен увидеть одинаковыми по цвету и излучения x_1, x_3 . Названные требования в эксперименте выполняются, однако не вполне строго. Они не точны уже хотя бы потому, что опираются на постулат о существовании функции E , который верен лишь приблизительно. Однако свойства рефлексивности, симметричности и транзитивности выполняются на практике с довольно высокой точно-

стью и могут быть положены в основу построения приближенного математического описания поведения испытуемого.

Таким образом, сведения, полученные при чисто бихевиористическом обследовании испытуемого, позволяют приближенно описывать его с помощью модели эквивалентности. Правда модель эта не имеет еще никакого психологического содержания. Ее переменные u_1, u_2 должны рассматриваться пока не как цвета, а как некоторые чисто служебные промежуточные сигналы модели. Чисто бихевиористическое исследование поведения испытуемого не дает нам права интерпретировать функцию F как математическое описание процесса преобразования светового излучения в цвет, осуществляемого органом зрения испытуемого. Пока эта функция фигурирует как некоторый вспомогательный математический объект, используемый для записи функции E , характеризующей поведение испытуемого. Для психологической интерпретации модели эквивалентности необходимо привлечь данные интроспективного анализа, а именно, нужно постулировать, что цвета действительно существуют и что испытуемый действительно их между собой сравнивает. Тот, кто не хочет пользоваться субъективными данными, должен довольствоваться моделью эквивалентности без психологической интерпретации и рассматривать ее лишь как математическое описание объективно регистрируемого поведения испытуемого.

Из приведенных соображений следует, что если поведение испытуемого с определенной степенью приближения можно описать в виде некоторой функции $y = E(x_1, x_2)$ с областью определения A^2 и областью значений Σ и эта функция удовлетворяет требованиям рефлексивности, симметричности и транзитивности, то с той же степенью точности можно математически описать это поведение в виде модели эквивалентности (2). В этой модели фигурирует функция $u = Fx$ с областью определения A и областью значений B , которую назовем *характеристической функцией* модели эквивалентности.

Если бихевиористические данные дополняют интроспективным свидетельством испытуемого о том, что он формирует свой ответ на основе сравнения двух компонентов ощущения, модель эквивалентности, кроме физической, допускает еще психологическую интерпретацию. В этом случае множество B можно проинтерпретировать как совокупность всевозможных интересующих нас физических стимулов, способных воздействовать на органы чувств испытуемого, а элементы x этого множества — как конкретные стимулы, предъявляемые испытуемому. Каждый элемент u множества B интерпретируем как свойство, которое приобретает ощущение испытуемого под действием одного из стимулов x . Множество B должно быть проинтерпретировано как совокупность всевозможных таких свойств ощущения, а функция F — как математическая характеристика деятельности интересующего нас органа чувств испытуемого.

преобразующего физические стимулы x из множества A в соответствующие им свойства u ощущения.

Возникает задача отыскания вида характеристической функции F модели эквивалентности и ее области значений B . Решение этой задачи приведет к математическому описанию интересующего нас аспекта деятельности психофизической системы человека, в данном примере — преобразования зрительной системой светового излучения в цвет. Вместе с этим мы получаем также полную характеристику модели эквивалентности, описывающей соответствующее поведение испытуемого.

Таким образом, пара $\langle B, F \rangle$ определяет единственную функцию E . Но справедливо ли обратное утверждение? Будет ли каждая функция E единственным образом определять пару $\langle B, F \rangle$? Оказывается, нет. Существуют такие различные пары $\langle B', F' \rangle$ и $\langle B'', F'' \rangle$, которые задают одну и ту же функцию E . Сформулируем необходимое и достаточное условие, при котором две пары $\langle B', F' \rangle$ и $\langle B'', F'' \rangle$ определяют одну и ту же функцию E .

Две пары $\langle B', F' \rangle$ и $\langle B'', F'' \rangle$ определяют одну и ту же функцию E в том и только том случае, если существует взаимно однозначная функция T с областью определения B' и областью значений B'' такая, что для всех $x \in A$ $F''x = TF'x$.

Докажем это утверждение. Предположим, что функция T существует, и докажем, что в этом случае функции $E'(x_1, x_2) = D(F'x_1, F'x_2)$ и $E''(x_1, x_2) = D(F''x_1, F''x_2)$ совпадают. Пусть $E'(x_1, x_2) = 1$, тогда $F'x_1 = F'x_2$, $TF'x_2 = TF'x_2$, $F''x_1 = F''x_2$, $E''(x_1, x_2) = 1$. Если же $E'(x_1, x_2) = 0$, то $F'x_1 \neq F'x_2$, $TF'x_1 \neq TF'x_2$, $F''x_1 \neq F''x_2$, $E''(x_1, x_2) = 0$. Следовательно, $E'(x_1, x_2) = E''(x_1, x_2)$.

Предположим теперь, что $E'(x_1, x_2) = E''(x_1, x_2)$, и докажем, что в этом случае существует функция $T: B' \rightarrow B''$ такая, что $F''x = TF'x$. Рассмотрим отношение $T \subseteq B' \times B''$, представляющее собой множество всех пар вида $\langle F'x, F''x \rangle$, где x — любой элемент множества A . Покажем, что T есть взаимно однозначная функция. Действительно, пусть x_1 и x_2 таковы, что $F'x_1 = F'x_2$. Тогда $E'(x_1, x_2) = 1$, $E''(x_1, x_2) = 1$, $F''x_1 = F''x_2$. Если же $F'x_1 \neq F'x_2$, то $E'(x_1, x_2) = 0$, $E''(x_1, x_2) = 0$, $F''x_1 \neq F''x_2$. Таким образом, T есть биекция, причем $F''x = TF'x$. Заметим, что областью определения функции T служит область значений функции F' , т. е. множество B' , областью значений функции T служит область значений функции F'' , т. е. множество B'' .

Из доказанного утверждения непосредственно следует, что если функция $E(x_1, x_2)$ может быть представлена в виде (2), то она может быть представлена также и в виде модели эквивалентности

$$E(x_1, x_2) = D(TF'x_1, TF'x_2) \quad (4)$$

с характеристической функцией TF , где T — произвольно выбранная взаимно однозначная функция.

Из этого утверждения также вытекает, что если функция $E(x_1, x_2)$ может быть описана двумя различными моделями эквивалентности $E(x_1, x_2) = D(F_1x_1, F_1x_2) = D(F_2x_1, F_2x_2)$, то всегда найдется взаимно однозначная функция T , связывающая между собой характеристические функции F_1 и F_2 этих моделей $F_2x = TF_1x$.

Здесь мы сталкиваемся с весьма любопытным обстоятельством. Получается, что мы не можем указать единственно возможную характеристическую функцию F , описывающую, к примеру, процесс преобразования зрительной системой человека светового излучения в цвет. Если для математического описания интересующего нас психофизического процесса подходит функция F , то для этой цели может быть также использована любая функция вида TF , где T — произвольно выбираемая взаимно однозначная функция. Выбор области значений характеристической функции также в значительной степени произволен, иными словами, свойства ощущения человека допускают различные варианты математического описания. Это значит, к примеру, что можно многими, причем совершенно равноправными способами, математически описывать один и тот же, например, красный, цвет зрительного ощущения.

Такая свобода в выборе математического описания поначалу, быть может, несколько обескураживает, она наводит на мысль, что нечто существенное в ощущении ускользнуло от нашего внимания. Казалось бы, должно быть истинным лишь одно математическое описание психофизического процесса, все же другие отличные от него описания должны быть ложными. Некоторые исследователи даже предпринимали попытки найти это «истинное» описание психофизического процесса среди многих возможных описаний (см. напр. [2]).

Между тем, произвол в выборе математического описания процессов имеется не только в психофизике, но и в физике, причем в психофизике он ничуть не больший, чем в физике. Так в физике одну и ту же температуру тела выражают в градусах шкалы Цельсия и в градусах шкалы Кельвина, в некоторых же случаях пользуются логарифмическими и другими видами функциональных шкал. Переход от одной системы обозначения температуры к другой регулируется вполне определенной взаимно однозначной кодирующей функцией, которая ставит в соответствие одним обозначениям другие. Например, температура по шкале Кельвина t_k выражается через температуру по шкале Цельсия t_c с помощью биекции $t_k = t_c + 273^\circ$.

Вводя в модель эквивалентности ту или иную взаимно однозначную функцию T и изменяя тем самым математическое описание психофизического процесса, мы меняем только систему обозначений, в которой ведется это описание. Ставить в психофизике задачу об отыскании истинного вида кодирующей функции T так же бессмысленно, как и в физике, поскольку эти

равносильно желанию найти некоторую «истинную» систему обозначений для математического описания того или иного процесса.

Приведенные соображения могут служить иллюстрацией справедливости критики В. И. Лениным «теории символов» Гельмгольца, «по которой ощущения и представления человека представляют из себя не копии действительных вещей и процессов природы, не изображения их, а условные знаки, символы, иероглифы и т. п.» [3, с. 218]. Согласно ленинской оценке, «Теория символов не мирится с ... материалистическим ... взглядом, ибо она вносит некое недоверие к чувственности, недоверие к показаниям наших органов чувств. Бесспорно, что изображение никогда не может всецело сравняться с моделью, но одно дело изображение, другое дело символ, *условный знак*. Изображение необходимо и неизбежно предполагает объективную реальность того, что «отображается». «Условный знак», символ, иероглиф суть понятия, вносящие совершенно ненужный элемент агностицизма» [3, с. 221].

На примере модели эквивалентности мы видим, что символы, обозначения не входят в математическую характеристику ощущения. Сущность ощущения не сводится к символу, условному знаку. Ощущение — это не иероглиф. Соответствующим выбором кодирующей функции T мы можем полностью изменить символьное представление ощущений, однако их математическое описание по существу останется прежним. Но что же в таком случае представляет собой ощущение? Ощущение — это, действительно, изображение. Оно представляет собой образ и физического стимула x при отображении F . Функция F переносит часть структуры множества A физических объектов, действующих на органы чувств человека, на множество B его ощущений. Структура множества B гомоморфна структуре множества A . Структура эта не зависит от выбора символики, именно она является объективной характеристикой предметов внешнего мира. Ощущения — это копии действительных вещей и процессов природы, поскольку они несут в себе частичку их математической структуры, доносят до нашего сознания часть свойств физических предметов. Благодаря этому человек может черпать из своих ощущений информацию о предметах окружающего его внешнего мира.

Возвратимся к задаче математического описания преобразования светового излучения в цвет. Нас интересует теперь следующий вопрос: всегда ли испытываемый различает по цвету световые излучения различного спектрального состава. Опыт показывает, что далеко не всегда. Существует множество резко различающихся по спектральному составу излучений, которые воспринимаются испытываемым как одинаковые цвета. Такие неразличимые по цвету световые излучения называют метамерными. Существование метамерных излучений доказывает,

что орган зрения доставляет нашему сознанию не всю, а только часть информации о световых излучениях, действующих на сетчатку глаза. Опираясь только лишь на показания своей зрительной системы и не прибегая к помощи специальных приборов для спектрального анализа света, человек бессилён различить метамерные излучения. Таким образом, оказывается, что свет имеет более тонкую структуру, чем та структура, которую доносит до сознания человека его орган зрения.

Зафиксируем некоторое световое излучение x_0 и потребуем, чтобы $E(x_0, x) = 1$, т. е. чтобы излучение x совпадало по цвету с излучением x_0 . Множество всевозможных излучений x , удовлетворяющих этому требованию, образует некоторый класс эквивалентности S_{x_0} . Каждому цвету соответствует свой собственный класс эквивалентности. Вместе взятые эти классы образуют некоторое разбиение S множества A всех световых излучений. В качестве математической характеристики цвета, возбуждаемого в сознании испытуемого световым излучением x , можно взять класс эквивалентности S_x , содержащий данное излучение x . Множеству всех цветов соответствует множество всех классов эквивалентности разбиения S множества A .

Таким образом, если испытуемый сравнивает между собой компоненты u_1, u_2 ощущения $\langle u_1, u_2 \rangle$ и формируемый им в результате этого сравнения ответ y может быть представлен как значение некоторого предиката эквивалентности $y = E(x_1, x_2)$ на множестве A , то эти данные могут служить достаточным основанием для математического описания сигналов u_1, u_2 в виде классов эквивалентности $S_{x_1}, S_{x_2} \in A/E$, причем $x_1 \in S_{x_1}, x_2 \in S_{x_2}$. Имеется в виду, что ощущение $\langle u_1, u_2 \rangle$ возбуждается физическим стимулом $\langle x_1, x_2 \rangle$.

Изложенные соображения дают практический рецепт отыскания характеристической функции $u = Fx$ модели эквивалентности $y = D(Fx_1, Fx_2)$ по известному предикату эквивалентности $y = E(x_1, x_2)$. Нужно, перебирая всевозможные физические стимулы $x \in A$, отыскать для каждого из них класс эквивалентности S_x . С помощью произвольным образом выбираемой кодирующей функции $u = TS_x$ каждому классу S_x ставим во взаимно однозначное соответствие некоторый символ u . В качестве характеристической функции $u = Fx$ берем множество всевозможных пар $\langle x, u \rangle$.

Проиллюстрируем описанный способ построения функции примером. Пусть $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ и предикат E задан табл. 1. Проверкой убеждаемся, что предикат E рефлексивен, симметричен и транзитивен, следовательно, он может быть представлен в виде модели эквивалентности. Для каждого x отыскиваем соответствующий ему класс эквивалентности S_x , составленный из таких x_0 , что $E(x, x_0) = 1$ (табл. 2). Как видим, имеется всего три различных класса эквивалентности $\{0, 2\}$, $\{1, 4, 5\}$ и $\{3\}$, объединение которых совпадает с множеством A . Вво-

множество $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, состоящее из трех символов (по числу классов эквивалентности), и кодирующую функцию $u = TS_x$, присваивающую каждому классу S_x обозначение u (табл. 3).

Таблица 1

x_2	x_1					
	0	1	2	3	4	5
0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
2	1	0	1	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	1	1
5	0	1	0	0	1	1

$E(x_1, x_2)$

Таблица 3

S_x	{0, 2}	{1, 4, 5}	{3}
u_i	α	β	γ

$T(S_x)$

Исключая из табл. 2, 3 промежуточную переменную S_x , получаем искомого характеристическую функцию модели эквивалентности $u = Fx$ (табл. 4).

Таблица 2

x	0	1	2	3	4	5
S_x	{0, 2}	{1, 4, 5}	{0, 2}	{3}	{1, 4, 5}	{1, 4, 5}

Таблица 4

x	0	1	2	3	4	5
u	α	β	α	γ	β	β

$F(x)$

Описанный метод представляет исчерпывающее решение задачи математического описания психофизических процессов, формализуемых с помощью модели эквивалентности, однако область его практического применения ограничена. Дело в том, что здесь используется полный перебор всех физических стимулов, фигурирующих в задаче, который принципиально неосуществим, если множество A бесконечно. Правда, любое множество физических стимулов теоретически можно считать конечным, поскольку средства, с помощью которых мы формируем эти стимулы, всегда имеют конечную разрешающую способность. Однако число стимулов, различаемых физическими приборами, может оказаться настолько большим (например, множество всех световых излучений, видимых глазом), что их полный перебор будет практически невыполним.

Как упоминалось, многие психофизические процессы могут быть с той или иной степенью точности аппроксимированы моделью эквивалентности. К ним относятся процессы формирования цвета, яркости, насыщенности и тона зрительного ощущения, громкости, тембра и высоты слухового ощущения, процессы формирования ощущения давления и ощущения температуры, вкусового и обонятельного ощущения и многие другие психофизические процессы. Некоторые из них могут быть исследованы на базе модели эквивалентности даже несколькими различными приемами. Один из таких приемов основан на сравнении

двух одновременно воспринимаемых компонентов ощущения. Он дает, как правило, наиболее точные результаты, именно он был описан в рассмотренном выше примере преобразования светового излучения в цвет. Другой прием основан на сравнении непосредственно сменяющих друг друга во времени двух компонентов ощущения. Используя этот прием, мы могли бы, к примеру, следующим образом организовать изучение преобразования светового излучения в цвет. Испытуемому предъявляется одно равномерно окрашенное поле, цвет u_1 которого возбуждается световым излучением x_1 . В некоторый момент времени излучение x_1 скачкообразно сменяется излучением x_2 , формирующим на том же поле цвет u_2 . Задача испытуемого состоит в том, чтобы определить, остался ли цвет поля прежним или же изменился. В случае равенства цветов испытуемый, несмотря на смену излучений, не замечает абсолютно никаких перемен цвета на поле. Цвета считаются различными, если испытуемый замечает на поле мелькание в момент смены светового излучения. Третий прием основан на предварительном запоминании некоторого компонента ощущения и последующем сравнении с ним соответствующего компонента ощущения, возбуждаемого интересующим нас физическим стимулом. Сравнение по памяти обычно дает наименее точные результаты, причем точность уменьшается с ростом интервала времени между моментами запоминания и сравнения. При изучении преобразования светового излучения в цвет по памяти испытуемый должен предварительно запомнить некоторый цвет. Затем испытуемому предъявляются различные световые излучения x , которые он делит на два класса: излучения, цвет которых совпадает с заданным цветом, и все остальные излучения. Этим способом выявляются классы S_x метамерных излучений.

Список литературы: 1. Мешков В. В. Основы светотехники. Ч. 2. Физиологическая оптика и колориметрия. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961. 416 с. 2. Ньюберг Н. Д. Определение положения в цветовом треугольнике основного синего цвета.—«Докл. АН СССР», 1949, т. XV, № 2. 3. Ленин В. И. Материализм и эмпириокритицизм. М., Госполитиздат, 1967. 383 с.

УДК 62.506.2

Г. В. АЛЕШИН, канд. техн. наук, В. А. ГРАБИНА, канд. техн. наук

МЕХАНИЗМ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ С КРАЕВЫМ КонтРАСТОМ И НЕКОТОРЫЕ ЗРИТЕЛЬНЫЕ ИЛЛЮЗИИ

В настоящее время твердо установлено, что зрительная информация активно обрабатывается уже на периферии зрительного анализатора, т. е. в сетчатке глаза [1—3]. Одним из важных для бионических приложений является механизм подчеркивания контуров изображений, функционирующий на основе

так называемого латерального торможения между нейронами сетчатки и имеющий место как в работе человека-оператора при наблюдении тестов и фигур, так и аппаратуры связи, телевидения, радиолокации и т. д. Анализ математических моделей, описывающих явление контрастирования контуров изображений, приводит к выводу о том, что и некоторые зрительные иллюзии могут быть обязаны своим происхождением не работе высших отделов зрительного аппарата человека, а явлениям, имеющим место уже в сетчатке глаза. Если учесть, что выделение контуров изображений является первичным актом в процессе опознавания (классификации) образов внешнего мира, очевидна практическая и теоретическая значимость понимания причин возникновения зрительных иллюзий как источника систематических ошибок в процессе идентификации.

Механизм контрастирования контуров изображений для линейного поля рецепторов описывается выражением

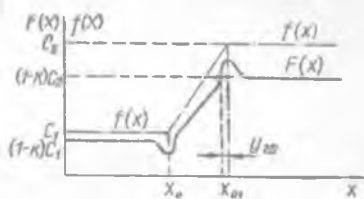


Рис. 1.

$$F(x) = f(x) - \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \varphi(x - x_1) dx_1, \quad (1)$$

где $F(x)$ — выходной, $f(x)$ — входной сигналы, являющиеся функциями координаты x ; $\varphi(x)$ — весовая функция тормозных связей между нейронами сетчатки.

Пусть входной сигнал (рис. 1) описывается выражением

$$f_1(x) = \begin{cases} C_1 & x < x_0 \\ C_1 + f'(x)(x - x_{01}) & x_0 \leq x \leq x_{01} \\ C_2 & x > x_{01} \end{cases} \quad (2)$$

где $f'(x) = \frac{C_2 - C_1}{x_{01} - x_0} = \text{const}$, а функция $\varphi(x)$ имеет вид

$$\varphi_1(x) = \begin{cases} k_1 \left(1 - \frac{x^2}{\Delta x_m^2} \right) & x \in [-\Delta x_m, \Delta x_m] \\ 0 & x \notin [-\Delta x_m, \Delta x_m]. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $2\Delta x_m$ — ширина весовой функции $\varphi(x)$ «по нулям». Алгоритм обработки входного изображения (1) с учетом выражений (2) и (3) дает возможность записать выходной сигнал в виде

$$F(x) = \begin{cases} F_1 = (1 - k) f_1(x) & x \in (-\infty, x_0 - \Delta x_m) \\ F_2(x, k_1, \Delta x_m) & x \in [x_0 - \Delta x_m, x_0 + \Delta x_m] \\ F_3 = (1 - k) f_1(x) & x \in [x_0 + \Delta x_m, x_{01} - \Delta x_m] \\ F_4 = F_4(x, k, \Delta x_m) & x \in [x_{01} - \Delta x_m, x_{01} + \Delta x_m], \end{cases} \quad (4)$$

где параметр контрастирования —

$$k = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx = \int_{-\Delta x_m}^{\Delta x_m} k_1 \left(1 - \frac{x^2}{\Delta x_m^2}\right) dx = \frac{4}{3} k_1 \Delta x_m. \quad (5)$$

Выражения для F_i в (4) получены на основании формул (1)—(3)

$$F_1(x) = f_1(x) - \int_{x-\Delta x_m}^{x+\Delta x_m} C_2 k_2 \left(1 - \frac{(x-x_1)^2}{\Delta x_m^2}\right) dx_1 = (1-k) f_1(x) \quad (6)$$

для $x \in [x_{01} + \Delta x_m, \infty)$;

$$F_2(x) = f_1(x) - C_2 k_1 \int_{x_{01}}^{x+\Delta x_m} \left(1 - \frac{(x-x_1)^2}{\Delta x_m^2}\right) dx_1 - \int_{x-\Delta x_m}^{x_{01}} [C_2 + f'(x - x_{01})] k_1 \left(1 - \frac{(x-x_1)^2}{\Delta x_m^2}\right) dx_1 = (1-k) f_1(x) + f'(x) k_1 \left[\frac{\Delta x_m^2}{4} - \frac{(x-x_{01})^2}{2} + \frac{(x-x_{01})^4}{12\Delta x_m^2} \right] \quad (7)$$

для $x \in [x_{01} - \Delta x_m, x_{01} + \Delta x_m]$;

$$F_2(x) = f_1(x) - \int_{x-\Delta x_m}^{x+\Delta x_m} [C_2 - f'(x_1 - x_{01})] k_1 \left(1 - \frac{(x-x_1)^2}{\Delta x_m^2}\right) dx_1 = (1-k) f_1(x) \quad (8)$$

для $x \in [x_0 + \Delta x_m, x_{01} - \Delta x_m]$;

$$F_1(x) = f_1(x) - \int_{x-\Delta x_m}^{x_0} C_1 k_1 \left(1 - \frac{(x-x_1)^2}{\Delta x_m^2}\right) dx_1 - \int_{x_0}^{x+\Delta x_m} [C_1 + f'(x_1 - x_0)] k_1 \left(1 - \frac{(x-x_1)^2}{\Delta x_m^2}\right) dx_1 = (1-k) f_1(x) - f' k_1 \left[\frac{\Delta x_m^2}{4} + \frac{(x-x_0)^2}{2} - \frac{(x-x_0)^4}{12\Delta x_m^2} \right] \quad (9)$$

для $x \in [x_0 - \Delta x_m, x_0 + \Delta x_m]$.

Обсудим полученные результаты и на основании их рассмотрим механизм некоторых зрительных иллюзий.

Из выражений (4)—(9) следует, что прирост (скачок) светлоты на границе x_{01} со стороны «свет» $\Delta F(x_{01+})$ равен скачку (убыванию) светлоты на границе x_0 со стороны «тьень» $\Delta F(x_{0-})$, т. е.

$$\Delta F(x_{01+}) = \Delta F(x_{0-}) = f' k_1 \frac{\Delta x_m^2}{4} = \frac{3}{32} k f' \Delta x_m^2. \quad (10)$$

При рассмотрении выражения (10) для величины прироста светлоты $\Delta F(x_{01+})$ может создаться впечатление, что при безграничном увеличении производных изображений $f'(x)$ в некоторых точках величина $\Delta F(x_{01+})$ также стремится к бесконечности. Однако это не так. Как только протяженность по координате x входного скачка (фронт $f(x)$) при увеличении производной $f'(x)$ станет укладываться в «створе» $2\Delta x_m$ весовой функции $\varphi(x)$, прирост светлоты на границе x_{01} $\Delta F(x_{01+})$ перестанет возрастать при дальнейшем увеличении производной $f'(x)$. Этот факт вытекает из формул (1)–(9) и [2] для модели входного сигнала типа функции включения, когда прирост светлоты $\Delta F(x_{0+})$ со стороны «свет» пропорционален параметру контрастирования k и величине входного скачка светлоты $C_2 - C_1$:

$$\Delta F(x_{0+}) = (C_2 - C_1) \frac{k}{2}. \quad (11)$$

Условие пропорциональности прироста светлоты $\Delta F(x_{01+})$ первой производной $f'(x)$ входного сигнала (изображения) можно записать в виде

$$\Delta x_{\text{кор}} = \frac{1}{\omega_{x \text{ max}}} > 2\Delta x_m,$$

где $\omega_{x \text{ max}}$ — максимальная пространственная частота пространственного спектра входного изображения $f(x)$. Поэтому, вообще говоря, в любом случае эффект контрастирования выражен сильнее, чем согласно уравнению (10) для больших значений параметра контрастирования и прироста $2\Delta x_m f'$ входной светлоты в пределах ширины $2\Delta x_m$ весовой функции $\varphi(x)$.

Из выражения (7) для $F_2(x)$ и рис. 1 видно, что за счет прироста светлоты $F(x_{01+})$ на границе x_{01} со стороны яркой части входного изображения протяженность уровня «белого» для выходного изображения несколько больше, чем у входного изображения. Определим приращение протяженности контрастированного изображения $F_2(x)$ на уровне белого по сравнению со входным белым полем ($x \geq x_{01}$), исходя из равенства

$$F_2(x) = (1 - k) C_2. \quad (12)$$

С учетом (6) и (7) условие (12) можно упростить:

$$\frac{y^3}{12\Delta x_m^2} - \frac{y^2}{2} + \frac{1-k}{k_1} y + \frac{\Delta x_m^2}{4} = 0, \quad (13)$$

где $y_{\text{вп}} = x_{\text{вп}} - x_{01}$; $x_{\text{вп}}$ — граница белого поля контрастированного изображения. Интересующее нас решение уравнения (13) имеет вид

$$y_{\text{вп}} = -\frac{3}{32} \Delta x_m k (1 - k). \quad (14)$$

Чтобы наблюдать увеличение белого поля контрастирующей системой, целесообразно выбирать оптимальные значения $k_{opt} = 1/2$ из условий максимума $y_{гр}$ (14). В этом случае

$$k_{1\ opt} = \frac{3}{8\Delta x_m} \cdot \max |y_{гр}| = \frac{3}{2^7} \Delta x_m, \quad (15)$$

а весовую функцию целесообразно моделировать в виде

$$\varphi(x) = \frac{3}{8\Delta x_m} \left(1 - \frac{x^2}{\Delta x_m^2}\right) \approx \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{\Delta x_m} \exp\left(-\frac{x^2}{\Delta x_m^2}\right). \quad (16)$$

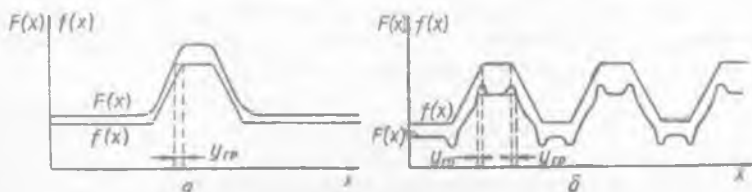


Рис. 2.

Отсюда видно, что увеличение белого поля контрастированного изображения незначительно и в лучшем случае составляет всего 2,5% Δx_m или $\sim 1\%$ ширины $2\Delta x_m$ весовой функции связи $\varphi(x)$. Аналогично этому можно показать, что увеличение белого поля на $y_{гр}$ имеет место также при сумеречном зрении, т. е. при положительных боковых связях (рис. 2).

Следовательно, эффект замечен для глаза, если ширина $2\Delta x_m$ весовой функции связи соизмерима с раскрывом, по крайней мере, сотни рецепторов. Поскольку при наблюдении, например, известной иллюзии квадрата [2, рис. 65] возникает впечатление, что белый квадрат больше черного, по-видимому, ширина весовой функции связи удовлетворяет такому условию. О большой ширине весовой функции связи говорят такие факты, как быстрые блуждания глаза и регулирование зрачка средней яркостью предъявляемых изображений. Это позволяет предположить наличие у сетчатки осредняющих свойств на протяженных участках сетчатки и по всему полю рецепторов, т. е. большой ширины весовой функции $y(x)$. Осредняющие свойства сетчатки в форме второго слагаемого (1) являются следствием наличия боковых латеральных связей в нейронной сети и предназначены для повышения информативности, т. е. оконтуривания (формулы (1) — (9); рис. 2) либо для фильтрации изображения от яркостных помех. Наличие широкой весовой функции $\varphi(x)$, связанной с функцией информативности [1], может объяснить иллюзию Мюллера—Лейера (рис. 3, а) для возбуждающих боковых связей, а также иллюзию квадрата [2, рис. 65] и иллюзию класса, показанного на рис. 6 для тормозных боковых связей.

На рис. 3, а косая штриховка прямой линии с наклоном налево создает иллюзию излома линии вверх у начала штриховки. Иллюзию усиливает опорная параллельная линия, от которой «ведется отсчет». Рассматривая заштрихованную линию на рис. 3, б, можно убедиться, что в области первой штриховочной линии из-за наклона ее влево средняя яркость ниже прямой линии (слева от точки пересечения) несколько больше, чем средняя яркость выше. Из-за достаточно широких тормозных связей, т. е. рассмотренного эффекта увеличения белого поля, белое в среднем поле на выходе сетчатки снизу «надвигается» на прямую линию и создает иллюзию излома.

Движение глаз при этом производится вдоль прямой. Чем больше наклон штриховой линии, тем сильнее иллюзорный излом. Меняя наклон штриховых линий, можно создать иллюзию округлости параллельных линий (рис. 3, б). Иллюзии данного класса (рис. 3, б) и другие основаны на использовании пересечения линии наклонными штриховыми линиями.

Подобное объяснение рассмотренных иллюзий является достаточно простым и естественно следующим из самой морфологии сетчатки.

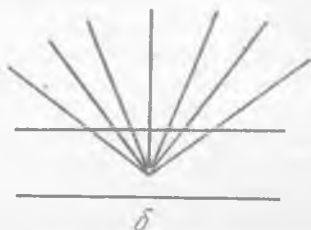
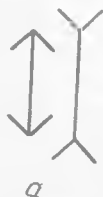


Рис. 3.

Список литературы: 1. Завалишин Н. В., Мучник И. Б. Модели зрительного восприятия и алгоритмы анализа изображений. М., «Наука», 1974. 334 с. 2. Агешин Г. В., Грабина В. А. Основные особенности системы контрастирования контуров изображений.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 21. Харьков, 1978, с. 55. 3. Путьтин Е. П., Сердюченко В. Я. Математические модели явления краевого контраста ахроматического зрения человека (обзор).— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 9. Харьков, 1972, с. 219. 4. Лебедев Д. С., Цуккерман Н. Н. Телевидение и теория информации. М., «Энергия», 1965, 350 с.

УДК 681.327

А. С. ВОЛКОВ, В. Ф. ГОРЕНКО

Харьковский институт радиоэлектроники

СХЕМА УПРАВЛЕНИЯ ЭРГОНОМИЧНЫМ ТАБЛО УСТРОЙСТВА ВВОДА

Исключение ошибок оператора в системах ввода информации путем редактирования сообщений является интеллектуальной задачей, изучением методов решений которой занимается бионика.

Для клавишных устройств ввода информации частота ошибок операторов лежит в пределах $(1 \div 1,5) \cdot 10^{-3}$ ошибок на знак [1]. При этом 60—75% составляют замена одного знака на другой или замена и перестановка слов, 25—40% — ошибки, приводящие к нарушению структуры сообщения, т. е. пропуск и добавление знаков или слов. Чтобы защитить информацию от ошибок оператора, применяются различные методы контроля. Для клавишных устройств ручного ввода рекомендуются следующие методы контроля набираемой информации [1, 2]: логический контроль в ЭВМ; автоматический контроль в устройстве ввода; дублирование набора информации; визуальный контроль.

В результате логического и автоматического контроля выявляют только нарушения структуры сообщения (эти методы являются вспомогательными), а дублирование набора информации и визуальный контроль позволяют определить все ошибки оператора.

Метод дублирования, связанный с использованием дополнительной аппаратуры, вдвое увеличивает трудоемкость набора сообщения. Его применение оправдано лишь в особо ответственных системах при большой цене ошибки оператора.

В устройствах ручного ввода информации предпочтение следует отдавать визуальному контролю. Такие устройства могут контролировать печатный текст. В случае ошибки повторяют набор всего сообщения, что снижает производительность труда оператора. Оперативный контроль и редактирование набираемого сообщения значительно сокращают время передачи сообщений. Устройство ввода должно содержать в этом случае ОЗУ необходимой емкости и устройство индикации набираемого сообщения — блок визуального контроля (рис. 1). Благодаря оперативному контролю число ошибок оператора сокращается в два раза, а вероятность ошибки на знак уменьшается до $0,5 \cdot 10^{-3}$ [2]. Чтобы повысить качество системы сбора информации, следует редактировать набранное сообщение перед регистрацией его на машинном носителе.

Редактируемые сообщения представляются оператору на табло вакуумными люминесцентными индикаторами ИВ-3, наиболее предпочтительными по эргономическим и технико-экономическим показателям. Количество индикаторов выбирается из условия $n = n_n + n_p$, где n — количество индикаторов на табло; n_n — число информационных индикаторов; n_p — число разделительных индикаторов, т. е. пробелов между реквизитами на табло.

Схема управления индикаторами выполнена по методу последовательного выбора рядов, при котором аппаратурные затраты в заданных условиях минимальны [5].

Частота опроса индикаторов задается генератором тактовых импульсов G . Распределитель импульсов РИ1 и блок ключей БК1 поочередно выбирают индикаторы. Поразрядный

ывод сообщения из ОЗУ на индикаторы осуществляется схемой последовательного выбора разрядов СПВР через дешифратор ДС и блок ключей БК2. СПВР управляется распределителем импульсов РИ2.

Полупостоянное запоминающее устройство ППЗУ автоматически разделяет реквизиты на табло, запрещая прохождение активных сигналов на сетку индикатора, расположенного между реквизитами. Строка матрицы ППЗУ выбирается оператором заранее в соответствии со структурой набираемого макета сообщения.

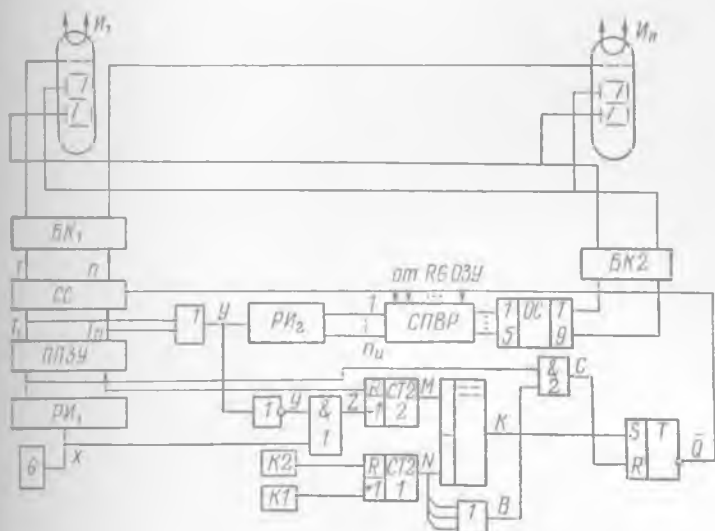


Рис. 1. Структурная схема управления индикаторами.

Таким образом, в режиме оперативного контроля на табло поочередно разряд за разрядом высвечиваются набираемые цифры с пробелами между реквизитами. В режиме редактирования функционирования схемы изменяется.

Редактирование не может быть эффективным без учета закономерностей восприятия информации человеком — оператором, особенно при считывании цифровой информации, которая, в отличие от текста, не обладает информационной избыточностью и требует поэлементного считывания слова. Установлено, что время информационного поиска одного из группы трехразрядных чисел (реквизитов) прямо пропорционально их количеству [3].

С устранением иррелевантной информации это время существенно уменьшается.

В схеме оптимальные условия для информационного поиска достигаются последовательным выводом на табло редактируемых реквизитов.

Нажатием кнопки К1 записывается 1 в счетчик СТ2-1. При этом на табло гасятся все реквизиты, кроме первого слева. Гашение реквизитов осуществляется подачей запрещающего сигнала \bar{Q} на схемы совпадения СС. Формируется запрещающий сигнал триггером Т. По входу R триггер управляется сигналом

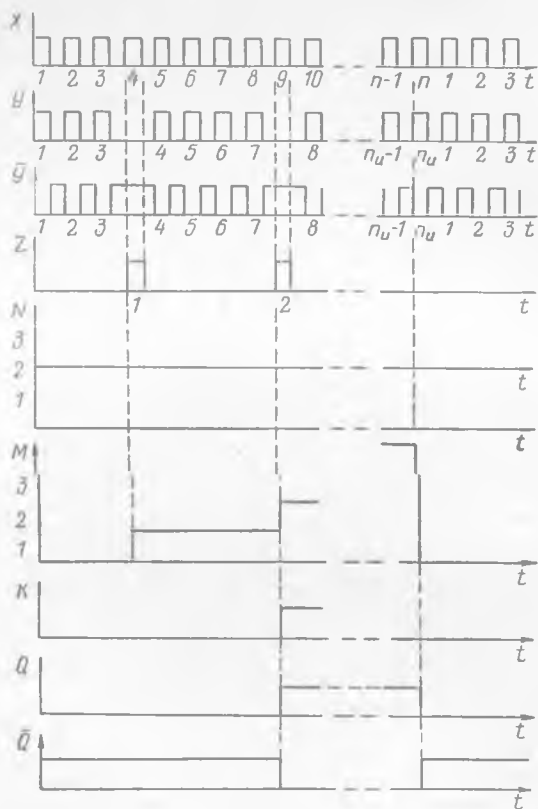


Рис. 2. Временные диаграммы работы схемы в режиме редактирования.

$S = B \wedge T_1$, где T_1 — первый импульс тактовой последовательности; $B = 1$ при записи в СТ2-1 любого числа $N \neq 0$. По входу S триггер управляется сигналом K со схемы равнозначности кодов. Счетчик СТ2-2 фиксирует номер опрошенного реквизита. Сброс СТ2-2 осуществляется последним импульсом тактовой последовательности T_n . Сигнал разделения реквизитов Z выделяется конъюнктом И1 $Z = \bar{Y} \wedge X$, где X — тактовая последовательность.

тельность импульсов; Y — дизъюнкция тактовых сигналов с выхода ППЗУ.

Временные диаграммы (рис. 2) иллюстрируют принцип выделения сигналов разделения Z и формирование сигнала равнозначности кодов K для случая редактирования второго реквизита.

Таким образом, последовательным нажатием кнопки $K1$ оператор выводит на табло поочередно все реквизиты. Возвращение схемы в режим оперативного контроля осуществляется автоматически при переборе всех реквизитов или вручную кнопкой $K2$.

В условиях АСУ ИПЗ макет сообщения содержит до восьми реквизитов. Для табло использовано 34 индикатора ИВ-3, из которых 27 информационных и 7 разделительных. Схема управления реализована на ТТЛ ИС серии 155. Узлы, обеспечивающие оперативный контроль, выполнены на 122 корпусах, основную часть которых (70 корпусов) содержит блок СПВР. Дополнительные узлы (двоичные счетчики СТ2-1 и СТ2-2, схема равнозначности кодов и др.) выполнены на 8-ми корпусах. Для блоков БК1 и БК2 использованы серийные ключи для ИС серии 155.

Диск литературы: 1. *Грайфер Р. С.* Метод повышения достоверности сбора информации в автоматизированных системах управления.— «Приборы и системы управления», 1973, № 10, с. 2—6. 2. *Якеревиц Р. И., Грайфер Р. С., Аберггауз М. И.* Исследование работы операторов на устройствах ввода информации.— «Приборы и системы управления», 1971, № 7, с. 10—12. 3. *Крысов А. А.* Человек в автоматизированных системах управления. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1972, с. 115—119. 4. *Куземко В. С.* Рекомендации по выбору цифровых индикаторов.— «Приборы и системы управления», № 7, с. 16—17. 5. *Лернер М. И., Рыжковский А. Г., Шляндин В. М.* Цифровая индикация. М., «Энергия», 1970. 225 с.

УДК 612.82.014.42.001.57

Г. А. КОЛОТЕНКО, Г. И. ЕВТУШЕНКО, д-р мед. наук,
С. Ю. ДИДЕНКО, канд. техн. наук

УНИСТОРИЯЯ МОДЕЛЬ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СВЯЗЕЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА

В настоящее время проводятся медико-биологические исследования по «сжатию информации» биоэлектрической активности головного мозга. Выдвинута гипотеза о целостности системы алгоритмов ЭЭГ волн. В связи с этим унисторное моделирование веса множества иерархических систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга переменных структур является актуальной задачей.

Унисторная модель множества иерархических систем пространственно-временных связей головного мозга позволяет вы-

явить общие направленности систем пространственно-временных межцентральных отношений регистрируемых участков головного мозга операторов, управляющих автоматизированными системами при различных функциональных состояниях. Это важно знать при прогнозированном и объективном дифференцированном анализе состояний при норме и патологии.

Рассмотрим построение унитарной гомоморфной модели доминантных иерархических систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей в соответствии с доминантностью систем импульсного и электротонического возбуждения целостного мозга.

Доминанта множества иерархических систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга является своеобразным «центром» системы импульсного возбуждения, испытывающего волноподобное давление со стороны системы электротонического возбуждения, обусловленного, как видно из учения П. К. Анохина, главным образом, ретикулярной формацией.

Давление волн электротонизирующих противодействий приводит к разрывам постоянной составляющей электротонического или как его еще называют слитнотонического возбуждения к потенциальной «ломке», в пределе сходящейся к системе импульсного возбуждения, одной из форм выраженности которой являются множества ЭЭГ колебаний. Архитектонически «рельеф» иерархических доминантных систем и подсистем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга оказывается непрерывно-подвижным, сохраняющим относительно вероятную скалярность, относительную устойчивость неустойчивости. Это наблюдается при определенных функциональных состояниях операторов АСУ и экстремальных патологических изменениях, вызванных, например, четко диагностируемым синдромом, приводящим в пределе к необратимым «энергоархитектоническим» трансформациям пространственно-временных отношений целостного организма. В задних отделах головного мозга происходит вероятностно-устойчивая смена положительных и отрицательных тонирующих волн выполняющих, в зависимости от «функциональных» условий, экзальтированную или депрессивно-активированную роль. Электродвигательная сила импульсного возбуждения, формирующая доминантные и маловыраженные системы и подсистемы пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга, согласно теории ретикулярной формации (РФ), накапливает биоэнергетические ресурсы за счет центрально-периферических отношений, «подпитывается» со стороны РФ. В процессе зарождения и разрешения единства противоречий разных форм возбуждений формируется неизбежный «доминантный очаг», который, передвигаясь в пространстве и времени, меняет « мозаику » множества систем пространственно-

временных межцентральных отношений церебральных структур. С трансформацией центров экзальтации и депрессии импульсного возбуждения соответственно меняется архитектоника доминантных систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга. В результате становится возможным дифференцировать эти системы, автоматически анализировать и диагностировать средствами биологической и медицинской кибернетики.

Сравнительный анализ и синтез доминантных пространственно-временных архитектур прямых и обратных, синхронных и асинхронных связей головного мозга позволяет образно представить при помощи унитарных моделей преобразующиеся во времени и пространстве головного мозга интегративно взаимосвязанные системы ЭЭГ колебаний разнообразных, нелинейных частот, уточнить пространственно-временные межцентральные соотношения системы и структур целостного головного мозга.

Если центр системы импульсного возбуждения целостного мозга определяется узлами, ток в которых зависит от напряжения, то множества таких центров образуют унитарную систему пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга.

Доминантные центры системы импульсного возбуждения создают проводимость доминантных унитарных систем и подсистем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей иерархических структур целостного мозга.

Каждая унитарная система и подсистема пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга имеет направление тока. Ток I унитарных систем и подсистем пространственно-временных связей головного мозга равен произведению напряжения \dot{U}_1 в центрах системы доминантного импульсного возбуждения, формирующих данные системы и подсистемы связей, на их проводимость y_{12} , т. е. $I = \dot{U}_1 y_{12}$.

Унитарная система или подсистема пространственно-временных связей головного мозга с нулевым напряжением в центре системы импульсного возбуждения, что может быть в предельном случае, разомкнута, по сути образует обрыв. В реальном случае в этой области целостного мозга система пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга может быть неопределенной и характеризоваться энтропией неопределенности.

Унитарная система пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга, направленная к нулевому (отсутствующему, «дырочному») центру импульсного возбуждения, эквивалентна ветви, характеризующей «нейтральную зону». Для таких зон нет оригинальной выраженности ни экзальтации, ни депрессии импульсного возбуждения. «Центры инертности» импульсного возбуждения, формирующие мало-

вероятные системы и подсистемы пространственно-временных связей головного мозга, типичны для диффузных структур.

Унисторные системы пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга, функционирующие параллельно согласно двум центрам импульсного возбуждения целостного мозга, и имеющие одинаковое токовое направление, можно представить одной унисторной системой пространственно-временных связей с суммарной проводимостью.

Центр импульсного возбуждения целостного мозга отождествляет узел унисторных систем и подсистем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга и характеризуется напряжением и током. Если унисторная система пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга направлена от узла-центра с нулевым напряжением, то образуется унисторная система асинхронных связей головного мозга. Унисторные системы и подсистемы пространственно-временных связей головного мозга, образованные двумя, тремя и более узлами-центрами импульсного возбуждения целостного мозга, комплектуют унисторные системы и подсистемы пространственно-временных синхронных связей головного мозга.

Если между двумя узлами импульсного возбуждения целостного мозга есть две унисторные системы или подсистемы пространственно-временных синхронных связей головного мозга разного направления, но с одинаковыми проводимостями, то их можно заменить ветвью с той же проводимостью. Происходит как бы исчезновение противонаправленных идентичных по скалярности унисторных систем и подсистем пространственно-временных связей головного мозга. В результате моделируется «вырождение» центров систем и подсистем импульсного возбуждения. В таком случае эти системы находятся в состоянии активности, рождающей вследствие единства противоречий две формы выраженности центров-экзальтации и депрессии импульсного торможения и возбуждения целостного мозга. Возникновение их в пространстве и времени в разной варибельности обуславливает степень случайности центров систем импульсного возбуждения и соответственно — веса иерархических систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга.

Исходя из архитектоники доминантных унисторных систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга, отображающих доминантные центры системы импульсного возбуждения целостного мозга, доминантные центры можно идентифицировать системой уравнений и записать в форме матрицы.

Допустим, система импульсного возбуждения целостного мозга при данном функциональном состоянии оператора АСУ характеризуется тремя доминантными центрами, а лобная доля

отображает центр с нулевым импульсным напряжением, что в пределе нормы допустимо. Тогда в клетки матрицы записываются проводимости унисторных систем пространственно-временных связей головного мозга, уходящие от центра, условный номер которого в соответствии с системой уравнений равен номеру столбца. В диагональные клетки матрицы запишем все проводимости кибернетически анализируемых унисторных систем пространственно-временных синхронных связей головного мозга с положительным знаком направленности, во все прочие — со знаком отрицательной полярности. Для трех центров системы импульсного возбуждения целостного мозга матрица систем пространственно-временных связей запишется следующим образом:

$$y = \begin{vmatrix} y_{10} + y_{12} + y_{13} & -y_{21} & -y_{31} \\ -y_{12} & y_{20} + y_{21} + y_{23} & -y_{32} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30} + y_{31} + y_{32} \end{vmatrix}$$

Отсюда проводимость унисторных систем и подсистем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга, идентифицирующих доминантные центры системы импульсного возбуждения целостного головного мозга, как одной из форм разнообразия, равна

$$y_{ij} = -y_{ji} \text{ для } i \neq j, y_{i0} = \sum_{k=1}^n y_{ki}; y_{ii} = 0.$$

«Перехватывание» электротонического и импульсного возбуждения формирует «активные очаги», представляющие «узлы» унисторных систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга.

Непрерывность появления системы пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга доминирующей иерархической структуры, возможно, строится на неявной, не очевидной, маловыраженной, флуктуирующей основе системы связи. Это происходит, возможно, после «накопления» возбуждения определенной формы в каком-то узле. Скрытая доминанта систем пространственно-временных связей целостного мозга на определенной стадии, вероятно, предшествует построению очевидной, вероятной доминанты систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга.

Скрытая, маловыраженная, маловероятная доминанта систем пространственно-временных связей головного мозга вследствие облегчающих условий, связанных, например, с «подпиткой» афферентных возбуждений, в процессе эволюции может перерасти в очевидную, вероятную, дифференцируемую доминанту архитектурных множества иерархических систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного моз-

га либо остаться в сфере флуктуирующих систем пространственно-временных связей целостного мозга.

Скрытая доминанта множеств систем пространственно-временных связей головного мозга иерархических структур основана в одном из аспектов на скрытом доминировании импульсного возбуждения, которое, по словам П. К. Анохина, представляет такое возбуждение, что достаточно его «незначительно усилить «дальнейшим» возбуждением, чтобы оно немедленно превратилось в распространяющийся взрывной процесс, доходящий до конечных нейронов и до рабочих аппаратов данной функциональной системы» [1].

Унисторная модель множества доминантных систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга позволяет идентифицировать «производный продукт и модификацию возбуждения» [2] на грани диалектического перехода от системы электротонического возбуждения к разной степени активности импульсного возбуждения целостного мозга в форме, удобной для анализа методами биологической и медицинской кибернетики. В этом ее несомненная научная и практическая ценность.

Переход очевидных доминант иерархических систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга с одного пространственного распределения на другое может быть условно назван пространственно-временным переключением или пространственно-временной коммутацией. «Переключателем» в этом случае может служить внешнее и внутреннее целенаправленное возмущение, а также саморегуляция психофизиологических функций, позволяющая на практике эффективно дифференцировать функциональные состояния операторов.

Унисторные модели доминантных систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга позволяют дифференцировать локализацию опухолей центральных извилин и теменной области. Эффективность дифференцированного объективного анализа повышается при учете индивидуальной топике процессов, характера и особенностей клинических проявлений.

При гомоморфном отображении по числовым характеристикам с учетом вероятностной направленности строятся образы совмещенных и спектральных синхронных связей головного мозга. На общей картине фронтально-окципитальной асимметрии ЭЭГ волн в норме устанавливается билатеральная асимметрия расхождения систем синхронных связей головного мозга.

Унисторные модели, не нарушая естественной связи синхронизма и асинхронизма переменного пространственно-временного распределения потенциалов головного мозга, определяют удельный вес асинхронизма, согласно расчетным данным, не превышающий 5—6% веса систем спектральных синхронных

связей головного мозга. При сравнении параметров систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга с частотными и интегративными показателями, полученными при комплексном исследовании ЭЭГ, устанавливают согласованность их и корреляцию.

Если структуры унитарных систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга относятся к одному вариационному ряду, то такие структуры независимы, автономны от структур других иерархических рангов и идентифицируют как бы спектр пространственно-временных связей головного мозга. Другого рода унитарные системы пространственно-временных совмещенных синхронных связей головного мозга. Структуры этих систем совмещаются с идентичными компонентами систем пространственно-временных связей головного мозга вариационных рядов других иерархических рангов и зависимы от них. В этом случае структуры варьирующих признаков унитарных систем пространственно-временных синхронных связей головного мозга низшего ранга по отношению к признакам высшего ранга можно описывать вхождением одной структуры пространственно-временной связи в другую либо вхождением части одного признака в другой.

В данном случае информация — это множество сведений, выраженных в форме множества доминантных унитарных систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга иерархических структур. Иррелевантная информация, представляющая помехоподобные, маловероятные, флуктуирующие унитарные системы синхронных и асинхронных связей головного мозга, отсеивается при информационном поиске и учитывается при оценке общей направленности пространственно-временных связей головного мозга. Алгоритмизация информационного поиска снижает неопределенность пространственно-временных межцентральных отношений электрически активированных зон регистрации при различных функциональных состояниях. Ярко проявляется критерий эффективности автоматического анализа ЭЭГ, заключающийся не только в сокращении и экономичности вычислительных затрат, но и в ценности информационных сообщений.

По отобраным из разнообразия признаков унитарных систем пространственно-временных связей целостного мозга можно строить гомоморфные модели, устанавливая отношение эквивалентности между исходной системой ЭЭГ волн и идентифицированной, упорядоченной, позволяющей выделить дифференцируемые, вероятные элементы пространственно-временных распределений в зависимости от функционального состояния. Синтез гомоморфных моделей позволил представить исходную концептуальную модель в виде автоматизированной программы, динамика соотношений координат которой меняется в зависимости от числа зон регистрации ЭЭГ, величины выборки и раз-

личных функциональных состояний человека при норме и патологии. Трансформация моделей происходит в зависимости от свойств пространственно-временных связей головного мозга максимальные веса признаков унитарных моделей откладываются не от нулевой точки отсчета вертикальных осей объемной гомоморфной модели, тем самым происходит суперпозиция веса унитарных систем различных структур, заканчиваясь локальными унитарными подсистемами синхронных связей, которые затем могут перерасти в асинхронизм, а в соответствии с иерархией вариационных рядов, суммируются «последовательно». (Один спектр пространственно-временных связей головного мозга располагается рядом с другим спектром, имеющим иной структурный уровень, как спектр цвета или звука при переходе от инфракрасных частот к ультразвуковым). Построение такими способами моделей унитарных систем связей позволяет получить образ, объемно представляющий вариабельные пространственно-временные организации потенциалов головного мозга как единого целого.

Техническая реализация автоматического анализа вариабельных пространственно-временных организаций головного мозга методом унитарного моделирования проста, экономична. Аналогичные бионические приборы могут без затруднений применяться в амбулаторных и стационарных условиях клиник, больниц, в диагностических и экспериментальных лабораториях, медико-биологических исследованиях систем человек-машина.

Список литературы: 1. Анохин П. К. Внутреннее торможение как проблема физиологии. М., Медгиз, 1958. 357 с. 2. Ухтомский А. А. Физиологическая лабильность и акт торможения.— «Физиол. журн. СССР», 1936, т. 21, № 5—6, с. 1070.

УДК 62.506.2

Г. В. АЛЕШИН, канд. техн. наук, В. А. ГРАБИНА, канд. техн. наук

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕХАНИЗМА ОКОНТУРИВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Построение технических систем различного назначения при помощи бионических принципов позволяет создавать новые технические системы с улучшенными качественными показателями либо существенно модернизировать старые.

Примечателен в этом отношении, по-видимому, неисчерпаемый механизм оконтуривания изображений [1—4], использованный в системах телевидения, связи, радиолокации и т. д.

Механизм оконтуривания с успехом может быть положен в основу при создании устройства волоконной маски, контрастирующей когерентные изображения на просвет, при этом воло-

конная структура в определенных условиях подчеркивает либо выделяет контуры изображений.

Подчеркивание (контрастирование) контуров изображений можно реализовать, обработав входное изображение следующим образом:

$$F(x_i, y_i) = 2f(x_i, y_i) - \sum_{k, l} f(x_k, y_l) \varphi(x_{i-k}, y_{i-l}) \quad (1)$$

либо

$$F(x, y) = f(x, y) - \iint_C f(x_1, y_1) \varphi(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (2)$$

для дискретной и непрерывной системы соответственно, где $f(x, y)$ — входное когерентное изображение; x_i и y_i либо x и y — дискретные и непрерывные координаты; $\varphi(x_i, y_i)$ — весовая функция, $\varphi(x, y)$ — плотность весовой функции; k и l — индексы суммирования; x_1 и y_1 — переменные интегрирования по области C .

В одномерном варианте (1) будет иметь вид

$$F(x) = f(x) - \int f(x_1) \varphi(x - x_1) dx_1 = \int f(x_1) [\delta(x - x_1) - \varphi(x - x_1)] dx_1. \quad (3)$$

Легко убедиться (например, вычислительным путем), что это аналогично апертурной коррекции в телевидении [1]. Действительно, при достаточно узкой весовой функции $\varphi(x)$, аппроксимирующей $\delta''(x)$, выражение (3) имеет вид такой, как и при дифференциальной апертурной коррекции «криспининг» в телевидении

$$F(t) = a_0 f(t) - a_2 f''(t), \quad (4)$$

где t — время для случая апертурной коррекции, когда осуществляется обработка разложенного поэлементно сигнала; $f(t)$ — сигнал изображения, превращаемый затем в $f(x)$, а $F(t)$ — в $F(x)$ при неизменной скорости развертки U , т. е. при $x = Ut$.

Из (3) в одномерном варианте видно, что при $\varphi(x)$, устремленной к виду $(a_2/a_0) \delta''(x)$ желаемая обработка осуществима. В зависимости от эффективной ширины плотности весовой функции

$\Delta_x = \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(x)| dx / \varphi(0)$ толщина подчеркнутого контура будет

изменяться пропорционально, что во многих случаях является полезным эффектом, и усиливается эффект оконтуривания. Отсюда вытекает, что не всегда следует требовать от $\varphi(x)$ близкого приближения к $\delta''(x)$. Таким образом, сравнивая (3) и (4), можно заключить, что для подчеркивания (выделения) контуров изображения достаточно создать систему обработки изображения с пространственной импульсной характеристикой $g(x)$, аппроксимирующей выражение

$$g(x) \cong a_0 \delta(x) - a_2 \delta''(x). \quad (5)$$

Изложенное относится также к дискретным системам с достаточно малыми элементами.

В отличие от родственных по природе эффекта устройств апертурной коррекции, а также устройств, работающих по методу Маршала, в предлагаемом устройстве, хотя по существу также подчеркиваются высшие частоты, однако обработка изображений производится не в целом, а по элементам изображения, т. е. дискретно, при сохранении того же алгоритма (1) и (2).

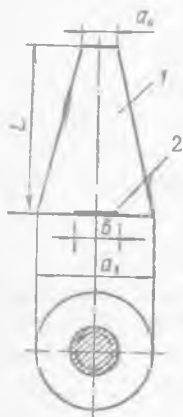


Рис. 1.

Волоконная маска с обработкой изображения состоит из однотипных стекловолокон (рис. 1), которые представляют собой усеченный конус 1 с напылением металлизированного пятна 2 вокруг центра большого основания конуса. Работу маски можно объяснить при помощи рис. 2, а, б, в.

На рис. 2, а представлен фрагмент сечения маски. Когерентная волна входного изображения $f(x)$, перпендикулярно падающая на маску, возбуждает в стекловолокне волну типа H_{11} , если его диаметр соизмерим с половиной длины волны. Волна H_{11} излучается из другого конца стекловолокна с достаточно узкой диаграммой направленности 1 (рис. 2, б) типа λ -функции. Если напылить частично поглощающую пленку по центру основания каждого стекловолокна, то диаграмма направленности (ДН) исказится так, что главный максимум уменьшится, а боковые противофазные лепестки увеличатся и расширятся (рис. 2, г, б, в). На рис. 2, б изображено распределение амплитуд поля $I(x)$ на выходе стекловолокна по координате $x_{(2)}$ с учетом затенения центральной части поглощающей пленкой. Диаграмму направленности в той же плоскости можно представить как разность диаграммы 1, образуемой распределением поля без затемнения, и диаграммы 2, которая создавалась бы только частью раскры-

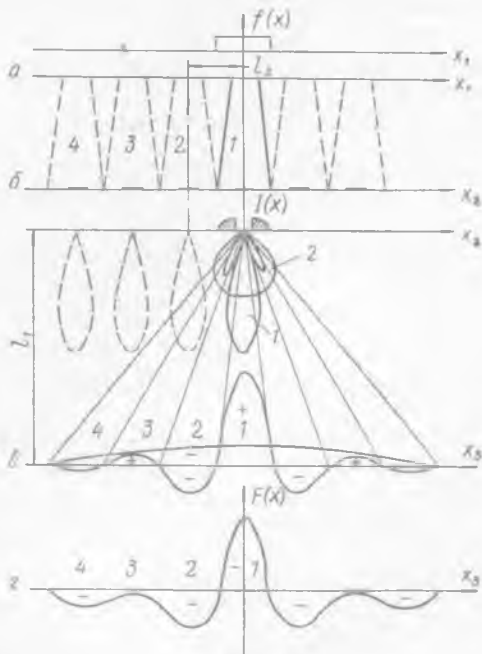


Рис. 2.

ва, где теперь затенение. В плоскости $x_{(3)}$ на некотором расстоянии L_1 от плоскости $x_{(2)}$ можно получить распределение поля для каждой ДН (рис. 2, в) и для результирующей ДН (рис. 2, г). В плоскости $x_{(3)}$ формируется и выходное изображение с подчеркнутыми контурами. Таким образом, если поступает входной сигнал $f(x_1)$ типа δ -функции (рис. 2, а) или протяженностью, равной диаметру одного элемента, то на выходе системы в плоскости $x_{(3)}$ получим ее импульсный отклик (рис. 2, г). Удаление L_1 оси $x_{(3)}$ от оси $x_{(2)}$ и удаление L_2 элементов друг от друга должно быть таким, чтобы промежуток, освещаемый узкой ДН, не перекрывался соседним промежутком, освещаемым своим элементом и противофазными лепестками соседних элементов (рис. 2, в). Структура волоконной маски способна без существенных искажений контрастировать на просвет контура когерентных изображений, максимальная пространственная частота которых $\omega_{\max} < \frac{1}{2a_0}$. Эту способность можно увидеть на рис. 2 и из выражения (1), если определить поле на выходе против одного элемента. Например, поле против 4-го элемента можно записать как суперпозицию полей узкой ДН (φ_0) в направлении точки 4 4-го элемента и полей широких ДН 3 и 1-го элементов также в направлении точки 4 (плоскость $x_{(3)}$):

$$F(4L_2) = f(4L_2)\varphi_0(4L_2) - f(3L_2)\varphi_1(4L_2 - 3L_2) - \\ - f(2L_2)\varphi_1(4L_2 - 2L_2) - f(L_2)\varphi_1(4L_2 - L_2) - \sum f\varphi_1, \quad (6)$$

где φ_0 — узкая ДН каждого элемента; $\varphi_1(3L_2 - L_2)$ — широкая ДН 1-го элемента в направлении точки 3, т. е. при расстройке относительно максимума на $2L_2$; $\sum f\varphi_1$ — такая же сумма полей широких ДН по другую сторону от 4-го элемента. Выражение (6) можно записать в дискретной форме

$$F_4 = f_4\varphi_{04} - \sum_{i=-3}^3 f_i\varphi_{1(3-i)}, \quad (7)$$

что совпадает с (1), поскольку выражение имеет такой же вид для любой точки на плоскости $x_{(3)}$. Следовательно, описанная обработка изображения обеспечивает подчеркивание (выделение) контуров изображения.

Недостатком такой маски может быть интерференция диаграмм направленности соседних волокон. Поэтому ширину узкой ДН φ_0 и расстояние L_2 следует выбирать такими, чтобы поле от элемента не попадало на участок, противостоящий соседнему элементу, а размер центрального затенения выбирать таким, чтобы широкая ДН (φ_1) не освещала более 3 L_2 . Кроме того, необходимо прямое прохождение входного изображения в зазорах А (рис. 2, а) между элементами. Энергия поля в

зазорах A превышает энергию поля, проходящего через стекловолокна. Если толщина маски (длина стекловолокна L) достаточно мала, а разность хода волны в зазоре и стекловолокне кратна длине волны, то поле в зазорах не исказит существенно выходное изображение, а лишь уменьшится способность маски контрастировать контуры. Для улучшения подчеркивания контуров зазоры A следует заполнять светонепроницаемым компаундом, либо напылять непрозрачную пленку на прозрачный компаунд между входными основаниями стекловолокна. Первое, по-видимому, технологически проще. При такой структуре маски энергия выходного изображения значительно уменьшится, однако эффект контрастирования контуров изображения будет проявляться сильнее.

Пусть длина волны изображения λ . Тогда должно быть $a_0 \approx \lambda/2$. Для круглого синфазного раскрыва волны типа H_{11} в плоскости вектора E диаграмма направленности узкого лепестка имеет вид

$$\varphi_0(\theta) = \frac{I_1(\alpha a_1 \sin \theta)}{\sin \theta} \left(\frac{W}{W_0} \cos \theta + 1 \right), \quad (8)$$

где θ — угол отклонения от главного максимума; $W = 120\pi$ в омах; $W_0 = \frac{E_0}{H_0}$ — сопротивление излучения; a_1 — радиус выходного торца; $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$. Ширина ДН в двух плоскостях θ_{05E} или H будет примерно равняться при $W_0 \ll W$

$$\theta_{\varphi_0} \approx 40^\circ \frac{\lambda}{a_1}. \quad (9)$$

Предположим, что $L_2 = a_1$. Тогда

$$L_1 \tan \theta_{\varphi_0} = L_1 \tan 40^\circ \frac{\lambda}{a_1} = L_2/2 = a_1/2. \quad (10)$$

Отсюда

$$L_1 = \frac{a_1}{2 \tan 40^\circ \lambda/a_1}.$$

Пусть широкая ДН (φ_1) освещает с каждой стороны по три участка, равных элементу с диаметром a_1 . Тогда θ_{φ_1} можно найти из выражения

$$L_1 \tan \theta_{\varphi_1} = 3,5a_1. \quad (11)$$

Отсюда

$$\theta_{\varphi_1} = \arctan \frac{3,5a_1}{\frac{a_1}{2} \tan 40^\circ \frac{\lambda}{a_1}} = \arctan \left(7 \tan 40^\circ \frac{\lambda}{a_1} \right).$$

Диаметр затенения (v) можно найти из (11): $v = 40^\circ \lambda / \theta_{\varphi_1}$. Пусть, например, $a_1 = 8 \frac{\lambda}{2}$. Тогда $L_1 = 11,3\lambda$, $\theta_{\varphi_1} = 51^\circ$, $v = 0,8\lambda$. Отно-

шение площади входных оснований стеклсволокна к общей площади маски $\pi/4(a_0/a_1)^2$. В случае $a_1 = 4\lambda/2$ при поглощающем компаунде A лишь 5% энергии сигнала пройдет на выход маски. Поэтому по возможности необходимо уменьшить a_1 , которая обеспечивает разность хода волн в зазоре и в стеклсволокне, кратную длине волны.

Изображение должно иметь достаточную яркость.

Список литературы: 1. Лебедев Д. С., Цуккерман И. И. Телевидение и теория информации. М., «Энергия», 1965. 219 с. 2. Алешин Г. В., Грабина В. А. Основные особенности системы контрастирования контуров изображений.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 21. Харьков, 1978, с. 55. 3. Шейфис И. И. Способы улучшения качественных показателей видеотректа телевизионных сигналов. М., «Связь», 1967, с. 220. 4. Дж. Гудмен. Введение в Фурье-оптику. М., 1970, 1932. 483 с.

УДК 62.506.2

САРНАВСКИЙ Н. Г., ПОСЛАВСКИЙ С. А.

О ПРЕДИКАТАХ НА МНОЖЕСТВАХ

СООБЩЕНИЕ I

1. Во многих задачах бионического характера, в частности в теории опознавания образов, приходится рассматривать функции на множествах, принимающие два значения: 0 и 1 (предикаты).

Одной из наиболее простых и важных функций такого рода является предикат равенства $D(x, y) = \begin{cases} 0 & (x \neq y); \\ 1 & (x = y). \end{cases}$ В задачах опознавания образов возникает следующая задача. Дан предикат $T(x, y)$ на множестве E , когда существуют такие функции $f_1: E \rightarrow E$, $f_2: E \rightarrow E$, что

$$T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y)). \quad (1)$$

Более простым аналогом этой задачи является вопрос о существовании функции $f: E \rightarrow E$, такой, что

$$T(x, y) = D(f(x), f(y)). \quad (2)$$

Решение второй задачи известно, но мы приведем решение, связанное с конструкциями, которые полезны при рассмотрении более общей задачи о равенстве (1). Предположим, что выполняется равенство (2). Определим следующее бинарное отношение на множестве E :

$$x \sim y, \text{ если } T(x, y) = 1. \quad (3)$$

Легко видеть, что отношение \sim является отношением эквивалентности. Действительно, так как $T(x, y) = D(f(x), f(y))$, в силу

определения предиката $D(x, y)$ выполняется равенство $T(x, y) = D(f(y), f(x))$.

Значит, $x \sim x$, и из $x \sim y$ вытекает, что $y \sim x$. Далее, если $D(f(x), f(y)) = 1$ и $D(f(y), f(z)) = 1$, то $f(x) = f(y) = f(z)$ и значит $D(f(x), f(z)) = 1$. Таким образом, из $x \sim y, y \sim z$ вытекает, что $x \sim z$. Итак, отношение \sim рефлексивно, симметрично и транзитивно, то есть оно является отношением эквивалентности на множестве E .

Мы показали, что если выполняется (2), то отношение (3) есть отношение эквивалентности. Оказывается, это условие не только необходимо, но и достаточно для выполнения равенства (2). В самом деле, предположим, что отношение (3) есть эквивалентность. Тогда множество E распадается на попарно непересекающиеся подмножества эквивалентных между собой элементов

$$\bigcup_i E_i (E_i \cap E_j = \emptyset \text{ при } i \neq j).$$

Ясно, что мощность множества слагаемых E_i в (4) не превосходит мощности множества E . Значит, существует функция $f: E \rightarrow E$, постоянная на множествах $E_i (i = 1, 2, \dots)$ и принимающая различные значения на различных подмножествах E_i . Пусть $f(E_i) = \alpha_i, \alpha_i \in E$.

Покажем, что эта функция f является искомой, т. е. $T(x, y) = D(f(x), f(y))$. Действительно, возьмем любые два элемента $x, y \in E$. Если $T(x, y) = 1$, то $x \sim y$, и, значит, $x, y \in E_i$ (для некоторого индекса i). Тогда $f(x) = f(y) = \alpha_i$ и $D(f(x), f(y)) = 1$. Если же $T(x, y) = 0$, то $x \in E_i, y \in E_j (i \neq j)$. Тогда

$$f(x) = \alpha_i, f(y) = \alpha_j, \alpha_i \neq \alpha_j$$

и $D(f(x), f(y)) = 0$. Итак, $T(x, y) = D(f(x), f(y))$. Тем самым найдены необходимые и достаточные условия равенства (2).

Замечание. Предположим, что мощность множества слагаемых E_i в (4) не превосходит мощности континуума. Тогда можно установить взаимно однозначное соответствие $E_i \leftrightarrow \gamma_i$ между множеством $\{E_i\}$ и некоторым множеством $\{\gamma_i\}$, где γ_i — вещественные числа.

Определим на E_i вещественную функцию $\varphi: \varphi(x) = \gamma_i$, если $x \in E_i$. Тогда

$$T(x, y) = D(\varphi(x), \varphi(y)). \quad (5)$$

В виде (5), в частности, может быть представлен предикат эквивалентности $T(x, y)$ на любом конечномерном вещественном пространстве.

Перейдем теперь к изучению общей задачи о представимости произвольного предиката в виде (1).

Отметим, что если предикат $T(x, y)$ представим в виде (1), то из равенств

$$T(x, z) = T(y, z) = T(y, t) = 1 \quad (A)$$

удовлетворяет равенство $T(x, t) = 1$. Действительно, пусть

$$T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y)), \quad (1')$$

где $f_i: E \rightarrow E$ ($i = 1, 2$). Если $T(x, z) = T(y, z) = T(y, t) = 1$, то

$$D(f_1(x), f_2(z)) = D(f_1(y), f_2(z)) = D(f_1(y), f_2(t)) = 1.$$

Следовательно,

$$f_1(x) = f_2(z); \quad f_1(y) = f_2(z); \quad f_1(y) = f_2(t),$$

откуда $f_1(t) = f_2(t)$, и, значит, $D(f_1(t), f_2(t)) = 1$ или $T(x, t) = 1$.

Предположим, что $T(x, y)$ удовлетворяет условию (A).

Определим следующие отношения для элементов множества

а) $x_1 \sim x_2$, если $T(x_1, y) = T(x_2, y) \quad (\forall y \in E)$;

б) $y_1 \sim y_2$, если $T(x, y_1) = T(x, y_2) \quad (\forall x \in E)$.

Явственно, $x \sim x$. Если $T(x_1, y) = T(x_2, y)$ для $\forall y \in E$, то $T(x_2, y) = T(x_1, y)$ для $\forall y \in E$. Значит, из $x_1 \sim x_2$ следует, что $x_2 \sim x_1$.

Наконец, если $T(x, y) = T(x_2, y)$ для всех $y \in E$ и $T(x_2, z) = T(x_3, z)$ для всех $z \in E$, то

$$T(x_1, y) = T(x_3, y) \quad \forall y \in E, \text{ т. е. } x_1 \sim x_3.$$

Таким образом, а) является отношением эквивалентности на множестве E .

Аналогично показывается, что б) также есть эквивалентность на этом множестве.

Покажем теперь, что определение эквивалентности а) можно ослабить: если существует хотя бы один элемент $y \in E$ такой, что

$$T(x_1, y) = T(x_2, y) = 1, \quad (6)$$

то $x_1 \sim x_2$.

В самом деле, предположим, что выполняется равенство (6), но $x_1 \not\sim x_2$. Тогда существует такой элемент $z \in E$, что

$$T(x_1, z) = 1; \quad T(x_2, z) = 0. \quad (7)$$

Из (6) и (7) имеем

$$T(x_2, y) = 1; \quad T(x_1, y) = 1; \quad T(x_1, z) = 1.$$

Когда в силу условия (A) $T(x_2, z) = 1$, а это противоречит равенствам (7).

Имеет место также симметричное предложение об эквивалентности б): $y_1 \sim y_2$ тогда и только тогда, когда существует элемент $x \in E$, такой, что $T(x, y_1) = T(x, y_2) = 1$. Действительно, пусть $y_1 \sim y_2$. Тогда существует элемент $z \in E$ такой, что, например, $T(z, y_1) = 1, T(z, y_2) = 0$. Имеем

$$T(z, y_1) = 1, \quad T(x, y_1) = 1, \quad T(x, y_2) = 1.$$

Применяя условие (A), получаем отсюда $T(z, y_2) = 1$, что ведет к противоречию.

Рассмотрим теперь разложение множества E на непересекающиеся подмножества эквивалентных между собой элементов согласно эквивалентностям а) и б):

$$E = \bigcup_i E_i, \quad E_i \cap E_j = \emptyset \quad (i \neq j), \quad (8)$$

$$E = \bigcup_i E'_i, \quad E'_i \cap E'_j = \emptyset \quad (i \neq j). \quad (9)$$

Элементы $x \in E$ такие, что $T(x, y) = 0, \forall y \in E$, по определению образуют один класс эквивалентности, скажем E_1 . Назовем этот класс нулевым классом. Аналогично определяется нулевой класс для эквивалентности б).

Покажем, что существует взаимно однозначное соответствие между множествами ненулевых классов E_i в (8) и множеством ненулевых классов E'_j в (9).

Действительно, если $E_i (i \geq 2)$ — ненулевой класс, то существует элемент $y \in E_i$ такой, что $T(x, y) = 1$. Если при этом $T(x, y_1) = T(x, y_2)$, то по доказанному $y_1 \sim y_2$.

Следовательно, каждому ненулевому классу E_i однозначно соответствует ненулевой класс E'_j такой, что $T(x, y) = 1$ при $x \in E_i, y \in E'_j$.

Если $T(x_1, y) = T(x_2, y) = 1$, то $x_1 \sim x_2$, потому разным ненулевым классам E_i соответствуют различные ненулевые классы E'_j . При этом каждый ненулевой класс E'_j соответствует некоторому ненулевому классу E_i : если $y \in E'_j$, то существует элемент $x \in E$, для которого $T(x, y) = 1$, и тогда E_i — такое из подмножеств (8), что $x \in E_i$.

Итак, нами доказано предложение:

Теорема 1. Пусть предикат $T(x, y)$ на множестве E удовлетворяет условию (А). Тогда существует взаимно однозначное соответствие между множеством ненулевых классов E_i в (8) и множеством ненулевых классов E'_j в (9). Соответствующие классы E_i и E'_j определяются условием $T(x, y) = 1$, если $x \in E_i, y \in E'_j$.

Замечание. Может оказаться так, что среди подмножеств имеется нулевой класс, а среди подмножеств E'_j такого класса нет.

Пример. Пусть E — произвольное множество, $|E| \geq 2$. Представим E в виде объединения непересекающихся подмножеств $E = E_0 \cup E_1$. Пусть $\alpha, \beta, \alpha \neq \beta$ — два фиксированных элемента множества E . Определим теперь следующие функции со значениями в E :

$$f_1(x) = \begin{cases} \beta, & \text{если } x \in E_0, \\ \alpha, & \text{если } x \in E_1, \end{cases}$$

$$f_2(y) \equiv \alpha.$$

Запишем предикат

$$T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y)).$$

Тогда множество E образует один класс эквивалентности E_1^* , так как для любых $y_1, y_2 \in E$ имеем

$$T(x, y_1) = T(x, y_2) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \in E_0, \\ 1, & \text{если } x \in E_1. \end{cases}$$

Подмножество E_0 и E_1 образуют два класса по отношению к эквивалентности α , причем E_0 является нулевым классом:

$$T(x, y) \equiv 0 \quad (\forall x \in E_0, y \in E).$$

Теорема 2. Предикат $T(x, y)$ на множестве E тогда и только тогда представим в виде (1), когда он удовлетворяет условию А) и при этом не выполняется условие

В) если E — конечное множество мощности n , то разложение (1) и (9) содержит точно $n - 1$ ненулевых классов, каждый из которых имеет мощность 1.

Доказательство. Необходимость условия А) для справедливости формулы (1) была показана выше. Пусть выполняется это условие. Предположим сначала, что E — бесконечное множество или конечное множество, для которого не имеет место условие В). Покажем, что тогда существуют функции f_1 и f_2 , $f: E \rightarrow E$, удовлетворяющие следующим условиям:

1) Функция f_1 (f_2) постоянна на подмножествах E_i (E_j) и на различных подмножествах принимает различные значения.

2) Если E_i и E_j , соответствующие друг другу в силу теоремы 1) ненулевые подмножества, то

$$f_1(x) = f_2(y) \quad (\forall x \in E_i, \forall y \in E_j).$$

3) Пусть E_i — нулевое подмножество в (8), а E_j — нулевое подмножество в (9). Тогда $f_1(x) \neq f_2(y)$ ($x \in E_i, y \in E_j$), причем значения функций $f_1(x)$ и $f_2(y)$ на нулевых классах E_i (E_j) не совпадают ни с одним из значений каждой из функций f_1 и f_2 на ненулевых классах.

В самом деле, определим сначала функции f_1 и f_2 на всех ненулевых подмножествах E_i и E_j .

Установим взаимно однозначное соответствие $E_i \leftrightarrow \alpha_i$ между множеством $\{E_i\}$ (E_i — ненулевые классы) и некоторым подмножеством $\{\alpha_i\}$ множества E . Пусть $f(x) = \alpha_i$, если $x \in E_i$ (E_i — ненулевой класс). Если подмножество E_j соответствует E_i в силу теоремы 1, то полагаем $f_2(y) = \alpha_i$ для $\forall y \in E_j$. Если E — бесконечное множество, то всегда можно выбрать подмножество $\{\alpha_i\} \subset E$ так, чтобы мощность множества $E \setminus \{\alpha_i\}$ была больше единицы. (В силу известных теорем теории множеств можно существовать выбор подмножества $\{\alpha_i\}$ так, чтобы мощность множества $E - \{\alpha_i\}$ была даже счетной). Следовательно, в этом случае существуют элементы α и β , которые принадлежат $E \setminus \{\alpha_i\}$, причем $\alpha \neq \beta$.

Теперь полагаем, $f_1(x) = \alpha$, если $x \in E_i$, $f_2(x) = \beta$, если $y \in E_j$, где E_i, E_j — нулевые классы соответственно в (8) и (9) (если такие классы существуют). Примем, что множество E — конечно, но не выполняется условие В).

Тогда все классы E_i либо ненулевые, либо их число не превосходит числа $n - 2$, где $|E| = n$.

В первом случае функции f_1 и f_2 , удовлетворяющие перечисленным условиям, уже определены.

Во втором — мощность множества $E' = E \setminus \{a_i\}$ больше, чем единица. Поэтому существуют элементы $\alpha, \beta \in \{a_i\}$ $\alpha \neq \beta$.

Как и ранее, полагаем: $f_1(x) = \alpha$, $f_2(y) = \beta$, где $x \in E_i$, $y \in E_j$, E_i, E_j — нулевые классы соответственно в (8) и (9). Итак, если не выполняется условие В), то всегда существуют функции $f_1: E \rightarrow E$, $f_2: E \rightarrow E$, удовлетворяющие условиям 1), 2), 3). Покажем, что тогда $T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y))$.

Действительно, пусть $x, y \in E$. Если $T(x, y) = 1$, то $x \in E_i$, $y \in E_j$, где E_i, E_j — соответствующие друг другу ненулевые классы (соответственно в (8) и (9)). Тогда

$$f_1(x) = f_2(y) \text{ и } D(f_1(x), f_2(y)) = 1.$$

Пусть $T(x, y) = 0$. Если хотя бы один из элементов x, y лежит в нулевом классе $E_i (E_j)$, то по построению функций f_1 и f_2 имеем $f_1(x) \neq f_2(y)$ и $D(f_1(x), f_2(y)) = 0$. Если x и y лежат в ненулевых классах E_i и E_j , то снова $f_1(x) \neq f_2(y)$ и $D(f_1(x), f_2(y)) = 0$. Тем самым допущена достаточность условий теоремы.

Остается рассмотреть случай, когда выполняется условие В). В этом случае разложения (8) и (9) имеют вид

$$E = E_1 \cup \dots \cup E_{n-1} \cup E_n; \quad E = E_1' \cup \dots \cup E_{n-1}' \cup E_n',$$

где $E_i (E_i')$ ($i \leq n - 1$) — ненулевые классы мощности 1, а E_n, E_n' — нулевые классы мощности 1 ($n = |E|$). Предположим, что существуют функции $f_1, f_2 (f_i: E \rightarrow E)$, для которых выполняется равенство

$$T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y)).$$

В силу определения подмножеств E_i и E_j подмножество всех элементов $x(y) \in E$, на которых функция $f_1(f_2)$ принимает одинаковые значения, содержится точно в одном из классов $E_i (E_j)$. Так как каждый из классов E_i, E_j состоит из одного элемента, то функции f_1 и f_2 принимают различные значения на различных классах $E_1, \dots, E_n (E_1', E_2', \dots, E_n')$. Пусть $f(E_i) = a_i$ ($i = 1, 2, \dots, n - 1$) и классы E_j занумерованы так, что ненулевые классы $E_i, E_i' (i = 1, \dots, n - 1)$ соответствуют друг другу в силу теоремы 1. Тогда $f_2(E_i') = a_i (i = 1, \dots, n - 1)$. Так как $|E| = n$, то $E \setminus \{a_i\} = \{a_n\}$ — множества мощности 1. Следовательно,

$$f_1(E_n) = f_2(E_n') = a_n$$

$y \in E_n$ тогда $D(f_1(x), f_2(y)) = 1$, ($x \in E_n$, $y \in E_n^*$), а это противоречит (если предположим, что E_n и E_n^* — нулевые классы. Теорема доказана.

Список литературы: 1. Курош А. Г. Теория групп. М., «Наука», 1967. 136 с.
Плотушкин Л. С. Непрерывные группы. М., «Наука», 1973. 250 с.

УДК 62.506.2

В. М. БОНДАРЕВ

О ТЕОРЕМЕ РАЗЛОЖЕНИЯ В АЛГЕБРЕ ПРЕДИКАТОВ

Неизбежным следствием машинного моделирования интеллектуальных процессов является конечность, детерминированность и однозначность создаваемых моделей. Успехи на пути моделирования во многом определяются возможностью математически описать интеллектуальные процессы, подвергаемые исследованию. Качество аппарата такого описания может рассматриваться в алгебраической системе, предложенная в работах [1, 2].

В настоящей статье формулируется и доказывается одна теорема в рамках упомянутой алгебраической системы, приводится пример использования теоремы для описания морфологической обработки имен существительных русского языка. Теорема представляет собой аналог известной в алгебре логики теоремы о дизъюнктивном разложении. В ходе изложения мы будем пользоваться определениями [1], повторяя их в данной работе.

Теорема. Любой конечный предикат $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ можно представить в виде

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k)} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_k^{\sigma_k} f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k, x_{k+1}, \dots, x_n), \quad (1)$$

где σ_i ($i = 1, 2, \dots, k$) пробегает все значения из алфавита $A_p = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$.

Символ \bigvee означает логическую сумму. Выражение $\sigma_1, \sigma_2, \dots$, показывает, что логическое суммирование проводится по всем возможным комбинациям значений индексов $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$. Знаки операции конъюнкции опущены.

Для доказательства теоремы воспользуемся математической индукцией по следующей схеме: 1) докажем утверждение теоремы для $n = k = p = 1$; 2) предположив справедливость (1) для $n = k = 1$ и $p = t$, докажем его справедливость для $n = k = 1$ и $p = t + 1$; 3) предположив справедливость (1) для $k = 1$, произвольно фиксированного p и $n = t$, докажем справедливость его для тех же k и p и $n = t + 1$; 4) произвольно зафиксировав n и p , докажем, что из справедливости (1) при $k = t$ ($t < n$) следует его справедливость при $k = t + 1$.

Доказательство. 1. Пусть $k = n = p = 1$. Утверждение теоремы примет вид

$$f(x) = \bigvee_{\sigma=a_1} x^{\sigma} f(\sigma) = x^{a_1} f(a_1). \quad (2)$$

Поскольку вся область изменения x состоит лишь из a_1 , подставим a_1 в (2) и убедимся, что равенство выполняется:

$$f(a_1) = a_1^{a_1} f(a_1) = f(a_1). \quad (3)$$

2. Предположим, что при $p = t$ ($k = n = 1$) справедливо равенство

$$f(x) = \bigvee_{\sigma=a_1}^{a_t} x^{\sigma} f(\sigma). \quad (4)$$

Докажем, что всякую функцию $\varphi(y)$, определенную на множестве $A_{t+1} = \{a_1, a_2, \dots, a_t, a_{t+1}\}$ можно представить в виде

$$\varphi(y) = \bigvee_{\sigma=a_1}^{a_{t+1}} y^{\sigma} \varphi(\sigma). \quad (5)$$

Применение новых обозначений φ и y вызвано тем, что в данном случае речь идет об иных математических объектах, чем в равенстве (4).

Для любой функции $\varphi(y)$ ($y \in A_{t+1}$) можно отыскать такую $f(x)$ ($x \in A_t$), чтобы для всякой константы $c \in A_t$ выполнялось равенство $\varphi(c) = f(c)$. Действительно, график $f(x)$ всегда может быть получен путем удаления пары $\langle a_{t+1}, \varphi(a_{t+1}) \rangle$ из графика $\varphi(y)$. Поэтому справедливо

$$\varphi(c) = \begin{cases} f(c), & \text{если } c \neq a_{t+1}; \\ \varphi(a_{t+1}), & \text{если } c = a_{t+1}. \end{cases} \quad (6)$$

Покажем, что разложение (5) при $x = c$ ($c \in A_{t+1}$) эквивалентно (6). При $x = c$ (5) примет вид

$$\varphi(c) = \bigvee_{\sigma=a_1}^{a_{t+1}} c^{\sigma} \varphi(\sigma) = \bigvee_{\sigma=a_1}^{a_t} c^{\sigma} \varphi(\sigma) \vee c^{a_{t+1}} \varphi(a_{t+1}). \quad (7)$$

Пусть $c \neq a_{t+1}$, тогда $c^{a_{t+1}} = 0$. Кроме того, все $\varphi(\sigma)$ в правой части (7) равны $f(\sigma)$, так как σ не выходит за пределы. Равенство (7) преобразуем в

$$\varphi(c) = \bigvee_{\sigma=a_1}^{a_t} c^{\sigma} f(\sigma) = f(c),$$

поскольку $f(x)$ допускает разложение (4).

Пусть $c = a_{t+1}$. Подставим его в (7):

$$\varphi(c) = \bigvee_{\sigma=a_1}^{a_t} a_{t+1}^{\sigma} \varphi(\sigma) \vee a_{t+1}^{a_{t+1}} \varphi(a_{t+1}) = \varphi(a_{t+1}). \quad (8)$$

Равенства (8) и (9), взятые совместно, выражают то же, что и (6) поэтому можно говорить, что разложение (5) справедливо при

фиксированном $y = c (c \in A_{t+1})$. Поскольку на выбор c не накладывалось никаких ограничений, (5) справедливо при любом $y \in A_{t+1}$.

3. Пусть по предположению для $n = t$ (p фиксировано, $k = 1$) справедливо равенство

$$f(x_1, x_2, \dots, x_t) = \bigvee_{\sigma_1 = a_1}^{a_p} x_1^{\sigma_1} f(\sigma_1, x_2, \dots, x_t). \quad (10)$$

Докажем возможность аналогичного разложения функции φ , зависящей от $t + 1$ переменной:

$$\varphi(x_1, x_2, \dots, x_t, x_{t+1}) = \bigvee_{\sigma_1 = a_1}^{a_p} x_1^{\sigma_1} \varphi(\sigma_1, x_2, \dots, x_t, x_{t+1}). \quad (11)$$

Пусть x_{t+1} принимает одно из возможных значений, например, $c (c \in A_p)$. Тогда (11) примет вид

$$\varphi(x_1, x_2, \dots, x_t, c) = \bigvee_{\sigma_1 = a_1}^{a_p} x_1^{\sigma_1} \varphi(\sigma_1, x_2, \dots, x_t, c). \quad (12)$$

Зафиксировав значение переменной x_{t+1} , мы фактически получили новую функцию $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_t, c)$, зависящую от t переменных. Но разложение такой функции по формуле (12) возможно в силу предположения (10). Поскольку мы фиксировали значение x_{t+1} произвольно, (12) справедливо при любом $x_{t+1} \in A_p$, другими словами, имеет место равенство (11).

4. Предположим, что при $k = t$ (n и p фиксированы) возможно разложение

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_t)}^{a_1, \dots, a_t} x_1^{\sigma_1} \dots x_t^{\sigma_t} f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_t, x_{t+1}, \dots, x_n). \quad (13)$$

Докажем, что при $k = t + 1$ возможно такое же разложение, т. е. справедливо

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{t+1})}^{a_1, \dots, a_{t+1}} x_1^{\sigma_1} \dots x_{t+1}^{\sigma_{t+1}} f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_n). \quad (14)$$

Зафиксируем некоторую комбинацию значений индексов $\sigma_1 = c_1, \sigma_2 = c_2, \dots, \sigma_t = c_t$. Выражение $f(c_1, c_2, \dots, c_t, x_{t+1}, \dots, x_n)$ является функцией от $n - t$ переменных и, согласно пункту 3 данного доказательства, допускает разложение по переменной x_{t+1} :

$$f(c_1, c_2, \dots, c_t, x_{t+1}, \dots, x_n) = \bigvee_{\sigma_{t+1} = a_1}^{a_p} x_{t+1}^{\sigma_{t+1}} f(c_1, c_2, \dots, c_t, \sigma_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_n). \quad (15)$$

Так как константы c_1, c_2, \dots, c_t были произвольно выбраны, разложения типа (15) могут быть получены для любой комбинации значений индексов. Подставим их в (13):

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{(\sigma_1, \dots, \sigma_t)} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_t^{\sigma_t} \left(\bigvee_{\sigma_{t+1}=a_1}^{a_p} x_{t+1}^{\sigma_{t+1}} f(\sigma_1, \dots, \sigma_t, \sigma_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_n) \right) = \bigvee_{(\sigma_1, \dots, \sigma_t)} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_{t+1}^{\sigma_{t+1}} f(\sigma_1, \dots, \sigma_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_n). \quad (16)$$

Утверждение (14), а вместе с ним и утверждение теоремы (1) доказаны.

Следствие 1. При $k=1$, тождество (1) принимает следующий вид:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{\sigma_1=a_1}^{a_1} x_1^{\sigma_1} f(\sigma_1, x_2, \dots, x_n). \quad (17)$$

Справедливость следствия 1 очевидна, кроме того, его прямое доказательством могут служить п. 1, 2, 3 доказательства теоремы.

Следствие 2. При $k=n$ тождество (1) приобретает вид

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)=1} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_n^{\sigma_n}. \quad (18)$$

Равенство $f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 1$ под знаком дизъюнкции показывает, что логическое суммирование ведется только при наборах значений $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$, которые обращают $f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ в единицу. Остальные наборы значений обращают эту функцию в нуль, а с нею и соответствующие дизъюнктивные члены обращаются в нуль, и их можно не учитывать. Выражение, стоящее в правой части тождества (18), представляет собой аналог совершенной дизъюнктивной нормальной формы функций алгебры логики.

Теорема о дизъюнктивном разложении может быть использована при создании математической модели морфологии русского языка. Проиллюстрируем это положение на примере имен существительных среднего рода. Как и в работах [2, 3], представим модель в виде так называемой морфологической функции $L(x, y_1, y_2, z_1, z_2, z_3)$. Переменная x — лексическое значение слова, y_1 — основа словоформы, y_2 — окончание словоформы, z_1, z_2, z_3 — грамматические категории одушевленности, числа и падежа. Возможные значения переменной x — лексемы существительных среднего рода, значениями переменной y_1 — основы, а y_2 — окончания существительных среднего рода. Значениями z_1 являются одушевленность или неодушевленность, z_2 — единственное или множественное число, z_3 — падежи существительных.

Значения каждой переменной можно закодировать с помощью цепочек символов русского алфавита, длина которых не превышает m . Для основ и окончаний таким кодом может служить их обычная запись, кодом лексемы можно считать словоформу единственного числа именительного падежа, а значения z_1 , z_2 и z_3 закодировать начальными буквами определенных слов, например, одушевленность — о, именительный падеж — и. Общей областью изменения переменных можно считать все множество буквенных цепочек, длина которых не больше m . Обозначим это множество через A .

Морфологическая функция равна 0, когда значения ее аргументов несовместимы ни в одном контексте, соответствующем нормам русского языка, и равна 1 в противном случае [2].

Хотя мы унифицировали область изменения аргументов морфологической функции, будем помнить, что в русском языке объективно существует множество основ словоформ, множество окончаний, множество падежей и т. д. Обозначим эти множества теми же латинскими буквами, что и соответствующие переменные, но прописными, например, множество лексем — X , множество основ — Y_1 и т. д. При соответствующем кодировании их всех можно считать подмножествами A . Заметим, что необходимым условием совместимости значений аргументов является принадлежность их упомянутым множествам.

Морфологическая функция $L(x, y_1, y_2, z_1, z_2, z_3)$ является конечным предикатом, поэтому, согласно следствию 1 теоремы о разложении, можно записать

$$L(x, y_1, y_2, z_1, z_2, z_3) = \bigvee_{\sigma_4 \in A} z_1^{\sigma_4} L(x, y_1, y_2, \sigma_4, z_2, z_3). \quad (19)$$

Учитывая, что $L(x, y_1, y_2, \sigma_4, z_2, z_3) = 0$, если $\sigma_4 \notin Z_1$, перепишем (19) в виде

$$L(x, y_1, y_2, z_1, z_2, z_3) = \bigvee_{\sigma_4 \in Z_1} z_1^{\sigma_4} L(x, y_1, y_2, \sigma_4, z_2, z_3). \quad (20)$$

В дальнейшем будем заменять область изменения A индекса логического суммирования более узкой областью без дополнительных оговорок.

Смысл разложения (20) в том, что мы выражаем морфологическую функцию через две более простые функции меньшего числа переменных. Одна из них описывает зависимость между лексемами, основами, окончаниями, числами и падежами одушевленных существительных среднего рода, а другая — неодушевленных.

В свою очередь, каждую из них можно разложить по переменной x :

$$L(x, y_1, y_2, \sigma_4, z_2, z_3) = \bigvee_{\sigma_1 \in X} x_1^{\sigma_1} L(\sigma_1, y_1, y_2, \sigma_4, z_2, z_3). \quad (21)$$

Функции вида $L(\sigma_1, y_1, y_2, \sigma_4, z_2, z_3)$ задают отношения совместности основ, окончаний, числа и падежей для определенной лексемы и допускают разложение по y_1 :

$$L(\sigma_1, y_1, y_2, \sigma_4, z_2, z_3) = \bigvee_{\sigma_1 \in Y_1} y_1^{\sigma_1} L(\sigma_1, \sigma_2, y_2, \sigma_4, z_2, z_3). \quad (22)$$

Следующим этапом может быть разложение по z_2 :

$$L(\sigma_1, \sigma_2, y_2, \sigma_4, z_2, z_3) = \bigvee_{\sigma_2 \in Z_2} z_2^{\sigma_2} L(\sigma_1, \sigma_2, y_2, \sigma_4, \sigma_5, z_3), \quad (23)$$

затем по y_2 :

$$L(\sigma_1, \sigma_2, y_2, \sigma_4, \sigma_5, z_3) = \bigvee_{\sigma_4 \in Y_4} y_2^{\sigma_4} L(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, z_3) \quad (24)$$

и, наконец, по z_3 :

$$L(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, z_3) = \bigvee_{\sigma_6 \in Z_3} z_3^{\sigma_6} L(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_6). \quad (25)$$

Выражение $L(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6)$ является константой и по определению функции L может быть равно 1 или 0.

Систему равенств вида (19) — (25) можно считать математической моделью морфологии имен существительных среднего рода. Порядок разложения функции L по ее аргументам продиктован тем, что на практике приводит к достаточно компактной модели. Кроме того, можно установить, что число различных функций типа $L(\sigma_1, \sigma_2, y_2, \sigma_4, z_2, z_3) = \varphi(y_2, z_2, z_3)$ относительно невелико; для существительных среднего рода их около шестидесяти. Поэтому, заменив в (22) все $L(\sigma_1, \sigma_2, y_2, \sigma_4, z_2, z_3)$ соответствующими φ_i ($1 \leq i \leq l$, где l — число функций $\varphi(y_2, z_2, z_3)$), мы можем ограничить нашу модель равенствами (19) — (22) и выражениями для φ_i .

Примером такого выражения может служить функция, связывающая окончания, число и падеж тех словоформ лексемы «кружево», основа которых «кружев»:

$$\begin{aligned} \varphi(y_2, z_2, z_3) = & z_2^e (y_2^0 (z_2^u \vee z_3^a) \vee y_2^a z_3^p \vee y_2^y z_3^l \vee \\ & \vee y_2^{0m} z_3^r \vee y_2^e z_3^n) \vee z_2^m y_2^o z_3^d. \end{aligned}$$

Это же выражение связывает окончания, число и падеж словоформ лексемы «место» с основой «мест», лексемы «войско» с основой «войск» и многих других.

Последовательное применение теоремы о разложении приводит к такой структуре математической модели, которую можно определить как древовидную. Это позволяет построить относительно простые алгоритмы решения задач анализа, синтеза, отыскания лексического значения слова, хотя и снижает компактность модели.

Список литературы: 1. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. О теории интеллекта. — См. статью в настоящем сборнике. 2. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Применение метода нуля-органа в лингвистике.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 20. Харьков, 1978, с. 40—44. 3. Бондарев В. М. Алгебраическое описание морфологических задач.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 20. Харьков, 1978, с. 21—25.

УДК 681.327.12

Л. Е. САВИЦКИЙ

МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПРИЗНАКОВ В ЗАДАЧЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

В настоящее время человек является необходимым звеном в системе автоматического управления различными процессами. Создание устройств, выполняющих отдельные функции человека и заменяющих его как элемент сложной системы, является актуальной задачей. К устройствам такого типа относятся и распознающие устройства, которые повышают эффективность систем ввода и вывода данных для вычислительных и информационно-логических систем. Решив проблему распознавания образов, можно синтезировать системы с характеристиками, приближающимися к биологическим и в ряде случаев превосходящих.

В общей проблеме распознавания образов можно выделить две задачи: выбор наилучшей системы признаков и конструирование оптимального решающего правила. Успешное решение задачи распознавания образов во многом зависит от подхода к выбору признаков и их оценке. Поскольку процедуры для непосредственного выбора признаков отсутствуют, используют эвристический подход с последующей оценкой по тому или иному критерию. Оценка может производиться как с целью минимизации количества признаков при заданной вероятности ошибки, так и для достижения минимальной вероятности ошибки. Из-за помех при распознавании и случайной природы распознаваемых объектов статистические критерии предпочтительнее. Например, при распознавании машинописного печатного текста на среднюю частоту появления «черного» в знаке влияют такие факторы: качество печати, погрешности анализа, помехи в самой аппаратуре. Интерес к статистической трактовке вопросов распознавания образов объясняется тем, что согласно исследованиям психофизиологов восприятие образов человеком имеет вероятный характер. Иными словами, при применении статистических методов используемый аппарат соответствует математической природе событий. К тому же статистические методы позволяют при наличии неполной информации распознавать объекты с высокой достоверностью.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу выделения (обнаружения) признаков в машинописных знаках путем их статистической обработки. В соответствии с представлениями признаки определенной конфигурации элементы знака, описывающие его геометрическую и топологическую структуру. Размер выделяемых элементов знака обусловлен степенью желаемой точности описания. Традиционные способы выделения признаков в основном логические, т. е. признак — это результат логической обработки знаков. В ряде случаев алгоритм выделения признаков заключается в следующем. 1. Все поле знака разбивается на элементарные зоны, размер которых выбирается с учетом соображений о структуре знаков. 2. В зоне выделяются признаки, например горизонтальные, вертикальные и наклонные линии, путем подсчета количества «черного» в строке, столбце или количества черно-белых переходов в случае наклонных линий. При этом точность выделения признака существенно зависит от качества черно-белых переходов и значительно меньше зависит от «тела линии». Кроме того, способ выделения наклонных линий, заключающийся в подсчете черно-белых переходов, менее удобен, так как выбор наилучшей траектории является сложной комбинаторной задачей.

Порог, при повышении которого считают, что обнаружен тот или иной признак, определяется учетом точек поля знака с максимальной вероятностью почернения. Определение порога, на основании которого выносится решение, является случайной величиной, вследствие влияния помех на знак при печати и при анализе его автоматом. Такое решение позволяет иногда, например в случае дитохомии, однозначно дать ответ о принадлежности неизвестного объекта к определенному классу.

В существующих системах распознавания образов основная вычислительная роль при классификации отводится решающему устройству. Тем не менее, поскольку очень многое зависит от выбора и выделения признаков, может быть, следует при построении системы распознавания перенести центр тяжести на блок анализа (выделения) признаков, использовать статистические критерии для оценки выбранных признаков, а в блоке принятия решения применять детерминированное решающее правило.

Методы решения. а) Случай независимых компонент.

В работе [1] предложено решающее правило, по которому автомат указывает тот номер j объекта ($j = 1, 2, \dots, s$), для которого условная вероятность $P(\{Q_i\} | B_j)$ совокупности выделенных системой компонент Q_i , описывающих объекты, оказывается максимальной при условии, что на входе объект B_j . Автором [1] показано, что такое решающее правило является близким к оптимальному (байесовскому) правилу. Решающее правило имеет вид $f_k \in j$, если

$$R_f = \max_j P_{B_j}(f_k) = \max_j \prod_{i=1}^n \alpha_{ij},$$

где $f_k = \{v_i\}$ — неизвестный объект на входе, представленный в виде двоичного n -мерного вектора $\left(v_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}; i = 1, 2, \dots, n\right)$;

$P_{B_j}(f_k)$ — это совместная вероятность порождения j -м объектом вектора компонент f_k , определяемая как произведение вероятностей отдельных компонент:

$$P_{B_j}(f_k) = \alpha_{1j}^{v_1} \dots \alpha_{ij}^{v_i} \dots \alpha_{nj}^{v_n},$$

где $\alpha_{ij}^{v_i}$ — вероятности (частоты) появления отдельных компонент при B_j на входе автомата, которые являются элементами матрицы $C_n = \|\alpha_{ij}\|$ статистического описания объектов. Рассмотренным правилом удобнее пользоваться в логарифмической форме: $f_k \in j$, если

$$R_j = \max_i \sum_{i=1}^n \log \alpha_{ij}. \quad (1)$$

Правило (1) можно применять также для выяснения решений о наличии данного признака в анализируемом знаке. Отличие состоит в том, что в этом случае объектами распознавания будут признаки, а компонентами, их описывающими, — элементы «черного» в зоне. Элементами матрицы $\|C_n\|$ будут вероятности «черного» в определенных местах исследуемой зоны. Преимуществом такого подхода является то, что он не требует предварительных сведений о характере вероятностной структуры объектов. Если на входе системы анализа появился неизвестный вектор f_k , который необходимо отнести к определенному j , то этот двоичный вектор взвешивается на каждой строке матрицы, т. е. вычисляется скалярное произведение на строку матрицы. В результате взвешивания получим оценки

$$x_{kj} = \log \prod_{i=1}^n \alpha_i^{v_i} = \sum_{i=1}^n \log \alpha_i^{v_i}.$$

Решение выносится в пользу того j , для которого оценка имеет максимум, как это видно из (1).

б) Случай зависимых компонент. Решающее правило (1) является оптимальным для независимых компонент вектора f_k . В случае зависимых компонент может быть предложено решающее правило, учитывающее кривые распределения вероятностей $P_{f_k}(x_{kj})$ оценок x_{kj} на эталонах «своего» и «чужих» классов. На рис. 1 приведен возможный вид кривых распределения вероятностей оценок x_{kj} . Решающее правило имеет вид $f_k \in j$, если

$$R = \max_j P_{f_k}(x_{kj}) \left(\sum_{i=1}^n \log \alpha_{ij} \right), \quad (2)$$

где $P_{j_k}(x_{kj})$ — вероятность того, что оценка x_{kj} порождена вектором $f_k \in j$. Если неизвестный вектор f_k дает оценку x_a , решение принимается с учетом вероятности этой оценки для разных j .

Применительно к задаче выделения признаков по этому правилу можно привести следующие соображения. Вероятности появления «черного» в определенных точках зоны являются условными, так как существенно зависят от степени почернения смежных с ними точек. Оценить это с помощью даже простой марковской зависимости для большого числа точек вследствие ограниченности вычислительных возможностей нельзя.

Кроме того, в одной зоне могут быть выделены различные признаки. В то же время рассмотренное выше решающее правило позволяет учитывать зависимость между признаками сравнительно просто, имея даже небольшую по размеру выборки статистику, и наиболее правильно выносить решение о признаках.

Рассмотрим процедуру оценки для случая двух признаков A и B , которые выступают в роли классов. Матрица имеет две строки $C_n = \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix}$. Образует эталоны для признаков A и B , ис-

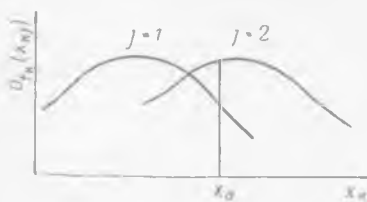


Рис. 1.

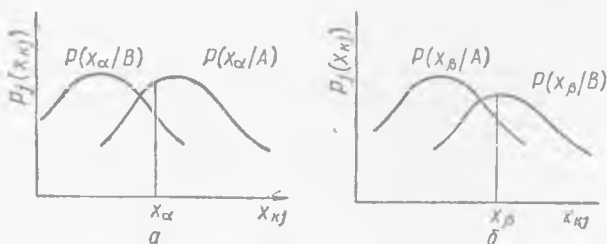


Рис. 2.

пользуя три градации вероятностей появления «черного» в данной точке зоны. Вероятностную шкалу разбиваем так же, как это сделано в [2]: 1 — от 0 до 0,25; 2 — от 0,26 до 0,75; 3 — от 0,76 до 1,0.

Каждой градации присваиваем весовой коэффициент; первой — 0; второй — 0,845; третьей — 1,0.

Вектор $f_k = \{v_i\}$ представляет собой последовательность из 1 и 0, характеризующую цвет элементарных полей, расположенных в зоне поиска данного признака и перечисленных определенным образом. Эталон образуем путем приписывания весов точкам зоны поиска признака в соответствии с градациями вероятности. Неизвестный вектор взвешивается на эталонах признаков A и B ,

т. е. определяются скалярные произведения вектора f_k и соответствующих строк матрицы $\|C_n\|$. При этом получают оценки x_α и x_β . На рис. 2 приведен возможный вид кривых распределения вероятностей или частот появления оценок x_α и x_β , полученных в результате взвешивания знаков с признаками A и B на своем и чужом эталонах соответственно.

События, состоящие в появлении оценок x_α и x_β , сложные. Появление признаков A и B может породить оценку x_α и оценку x_β . Поэтому решение будем принимать, сравнивая произведения вероятностей P_A и P_B , где

$$P_A = P(x_\alpha/A) P(x_\beta/A), \quad P_B = P(x_\beta/B) P(x_\alpha/B).$$

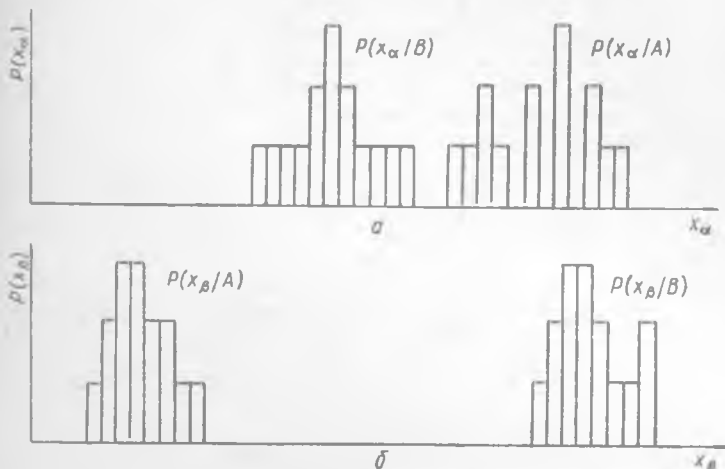


Рис. 3.

Решающее правило имеет вид $P_A \stackrel{A}{\cong} P_B$ или в общем случае

$f_k \in j$, если

$$R = \max_j P(x_\alpha/j) P(x_\beta/j).$$

Экспериментальные результаты. Для экспериментальной проверки были использованы печатные знаки (цифры), имеющие такие геометрические признаки, как вертикальные и наклонные линии. С использованием статистических представлений составляли эталоны признаков, а затем, совмещая эталоны с образцами, вычисляли оценки и статистику их, на основании которых строили гистограммы. На рис. 3, 4 соответственно изображены эталоны признаков и гистограммы для оценок x_{kf} .

Как видно, вероятности оценок разных признаков на разных эталонах отличаются и использование рассмотренного решающего правила позволит уменьшить вероятность ошибки при выделении признаков.

№ стр.	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
2	0,3	0,845	0,845	0,845	0,845	0,845	0,845	0,845
3	0,3	0,845	1	1	1	1	1	1
4	0,3	1	1	1	1	1	1	1
5	0,3	1	1	1	1	1	1	1
6	0,3	1	1	1	1	1	1	1
7	0,845	1	1	1	1	1	0,845	0,845
8	0,845	1	1	1	1	1	0,3	0,3
9	0,845	1	1	1	1	0,845	0,3	0,3
10	0,845	1	1	1	1	0,845	0,3	0,3
11	0,845	1	1	1	1	0,845	0,3	0,3

№ стр.	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,845	0,845	0,845
4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,845	1	1
5	0,3	0,3	0,3	0,3	0,845	1	1	1
6	0,3	0,3	0,3	0,845	1	1	1	1
7	0,3	0,3	0,845	1	1	1	1	1
8	0,3	0,845	0,845	1	1	1	0,845	0,845
9	0,3	0,845	0,845	1	1	1	0,845	0,845
10	0,3	0,845	1	1	1	0,845	0,845	0,845
11	0,3	0,845	1	1	1	0,845	0,845	0,845

ВЫВОДЫ

Показана возможность применения статистических решающих правил для выделения признаков классифицирующих объектов.

Приведены процедуры, которые реализуют процесс выделения признаков.

Показано преимущество предлагаемых методов выделения признаков над детерминированными, использующими лишь подсчет черных элементов и их распределение в зоне поиска.

Приведено решающее правило, учитывающее условную вероятность появления компонент рассматриваемых признаков.

Экспериментально рассчитаны и построены кривые распределения вероятностей гистограммы на основе анализа печатных знаков цифр, которые подтверждают теоретические выводы.

Рассмотренное решающее правило более соответствует природе распознаваемых объектов печатных знаков. Толщина линии контура знака существенно не влияет на результаты, так как используется интегральная оценка. Особенно полезными являются такого рода оценки при анализе таких признаков, как наклоны, дуги и другие признаки, описывающие топологию знаков.

Список литературы: 1. Крислов А. Д. Условные вероятности и некоторые виды решающих функций в задаче распознавания классов. — В кн.: Труды III Всесоюз. конф. по ИПС и автомат. обработке науч.-техн. информации, т. 3. М., 1967, с. 122—127. 2. Крислов А. Д. К вопросу о выборе числа градаций в вероятностном синтезирующем устройстве. — В кн.: Читающие устройства. Вып. 2. М., 1965, с. 44—53. 3. Вопросы статистической теории распознавания. М., «Сов. радио», 1967. 399 с. Авт.: Ю. Л. Барабаш, Б. В. Варский, В. Т. Зиновьев и др. 4. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М., «Наука», 1965. 274 с.

**ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ ПРИ ПОСТРОЕНИИ
ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ**

В последнее время наряду с другими моделями сложных систем сравнительно широкое распространение в задачах управления, в частности, технической и медицинской диагностики, получили топологические модели, представленные орграфами $G(X, Q)$ [1, с. 19—27]. Такая модель обобщает и отражает всю количественную и качественную информацию о системе, описывает ее в целом, раскрывает ее внутреннюю структуру, легко учитывает конструктивные изменения, а также является очень наглядной и удобной при детальных исследованиях взаимосвязей между элементами системы. Топологическими моделями удобно пользоваться, решая задачи диагностики сложной системы при помощи методов и средств распознавания образов и ситуаций в отсутствие полного статистического материала и при малом объеме точных математических зависимостей.

Задачи диагностирования, решаемые с использованием топологической модели, можно разбить на следующие классы: построение топологической модели сложной системы, анализ топологических свойств модели и их использование в целях диагностики, оценка элементов модели методами экспертных оценок, выбор множества диагностических параметров и построение процедуры диагностирования.

Основные принципы решения этих задач изложены в ряде работ Я. Я. Осиса, З. П. Марковича, Я. К. Салениекса и автора данной статьи.

Рассмотрим подробнее первую из сформулированных задач, т. е. построение топологической модели системы. Эта процедура делится на несколько этапов.

1. Изучение системы, включающее обобщение всей количественной и качественной информации о ней, а также выделение элементов и причинно-следственных связей между ними. На этом этапе формируется содержательное описание сложной системы, в которое включены сведения о закономерностях функционирования, качественных и количественных характеристиках элементарных явлений и их значении в общем процессе, характере взаимодействия элементов и т. п.

2. Построение топологической модели функционирования (ТМФ) с нужной степенью детализации на основе содержательного описания.

3. Построение топологической модели в пространстве выходных параметров, которое осуществляется при помощи непрерывного отображения топологического пространства свойств

функционирования в топологическое пространство выходных параметров [1, т. 30—32].

4. Получение полной диагностической модели введением в нее структурных и сопутствующих параметров системы [1, с. 32—35].

На всех этапах построения топологической модели системы решающая роль принадлежит исследователю, который, обрабатывая доступный материал о системе, мысленно или на бумаге создает содержательное описание и далее строит ТМФ. На эту работу затрачивается много времени — около $\frac{2}{3}$ времени получения всей диагностической модели, поскольку привлечение коллектива исследователей практически исключено, ТМФ в некотором смысле субъективна.

Формализация построения ТМФ в значительной мере снижает трудоемкость и время получения модели, превращая этот процесс из «искусства» в достаточно определенную и алгоритмизированную процедуру. Кроме того, что немаловажно, можно получить различные модификации топологической модели, например, модель, содержащую только сильные причинно-следственные связи между элементами, или же модель, включающую совсем слабые (незначительные) связи и т. п. При формальном построении ТМФ открывается путь к получению топологически различных ее вариантов, что следует рассматривать как первый этап решения задачи автоматизации проектирования сложной системы с целью выбора оптимального варианта по заданным критериям.

В автоматизированном проектировании заметна тенденция к широкому использованию современных ЭВМ на всех стадиях, начиная от сбора и переработки исходной информации и кончая оформлением проектной документации. Однако сравнительно мало внимания уделяется одному из начальных этапов проектирования, когда разработчик создает свое представление системы как множество конкретных свойств функционирования, которые необходимы для преобразования набора входных свойств в заданный набор выходных свойств системы. Под свойством функционирования будем понимать свойство, характеризующее некоторый процесс (совокупность процессов), протекающий в системе. Например, для двигателя внутреннего сгорания (ДВС) свойствами функционирования являются: всасывание топлива, прохождение тока через резистор, фильтрации масла и т. п.

На этапе общего проектирования «архитектуры» (топологии) сложной системы следует пользоваться кибернетическим подходом и строить ТМФ системы в виде орграфа. Практика показывает, что разработчик системы на начальном этапе так или иначе (мысленно или на бумаге) пользуется такой моделью, которая раскрывает всю иерархию передачи управляющих воздействий в процессе функционирования. Используя не-

прерывное отображение соответствующих топологических пространств, можно детализировать модель до нужного уровня [1, с. 25—27]. Составление детализированной ТМФ завершает стадию общего проектирования, после которой следует техническое проектирование системы.

Формально задачу общего проектирования системы можно поставить следующим образом: создается некоторый гиперграф $H(X, \epsilon)$, где $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — конечная совокупность вершин гиперграфа и $\epsilon = (E_i | i \in J)$ — семейство частей X , $(\bigcup_{i \in J} E_i = X)$ [2, с. 653]. Множественные вершины E_i этого гиперграфа представляют свойства функционирования, относящихся к отдельным подсистемам. Взаимодействия множественных вершин по аналогии с обычным орграфом описываются при помощи матрицы смежностей A [3, с. 237]. Имея матрицу A , можно приступить к построению ТМФ, которая подробно раскрывает внутреннюю структуру системы и, следовательно, отдельных ее подсистем.

При автоматизации построения ТМФ конкретной системы в первую очередь следует решить задачу формального описания ее элементов: множества вершин X и дуг Q . После этого необходимо выбрать правило принятия решения о соединении элементов $x, y \in X$ дугой. Анализ большого количества однотипных показывает, что на этапе общего проектирования разработчик систем пользуется сравнительно небольшим набором свойств функционирования. Так, например, анализ всех ДВС отечественного производства выявил всего лишь немного больше тридцати различных свойств функционирования, несмотря на большое разнообразие конструкций ДВС. Итак, разработчиком системы выбрано множество конкретных свойств функционирования X , взаимосвязи между которыми описываются нечетко, поскольку еще не определены параметры системы, т. е. решение задачи о том, как обеспечить реализацию заданных свойств функционирования, выбор конструкции, материалов и т. п. происходит на этапе технического проектирования. Каждое свойство функционирования $x_i \in X$ формально описывается именем R_i , характеризующим это обобщенное свойство, которое может входить в состав нескольких множественных вершин гиперграфа $H(X, \epsilon)$. Так, в случае ДВС имя «фильтрация» входит в состав трех вершин гиперграфа, относящихся к системам питания, смазки и подачи воздуха. Далее для каждой вершины $x \in X$ выделяется подмножество входящих и выходящих дуг, обозначенных Q_x и Q_x соответственно. Каждой дуге из Q_x и Q_x присваивается имя, которое является названием составной лингвистической переменной, компоненты ее составляют лингвистические переменные из множества $L = \{l_1, \dots, l_m\}$ [4, с. 12]. Например, имя дуги «масло» рассматривается как название составной лингвистической переменной, компоненты которой — это такие лингвистические переменные из множества L , как «температура», «вязкость», «цвет», «плотность» и т. п. Осо-

бенно следует подчеркнуть, что упомянутые лингвистические переменные при построении ТМФ не могут интерпретироваться как параметры системы, поскольку при общем проектировании их значения неизвестны (определяются только при техническом проектировании), при построении диагностической модели уточняются при переходе к пространству параметров.

Элементы множества L имеют нечеткие (лингвистические) значения $v_j \in V$, где V — множество выбранных лингвистических значений. Например, высказывание «небольшая вязкость» интерпретируется как уравнение назначения: «вязкость» = «небольшая», которое предписывает значение «небольшой» лингвистической переменной «вязкость» [4, с. 13].

Таким образом, вершина x ТМФ в самом общем случае описывается тройкой $[q^*(x), R(x), q(x)]$, где $q^*(x)$ и $q(x)$ соответственно имена входящей и выходящей дуги вершины $x \in X$. Если в описании элементов ТМФ ввести также значения лингвистических переменных, то в наиболее простом случае получим пятерку $[v^*(x), q^*(x), R(x), v(x), q(x)]$, где $v^*(x)$ и $v(x)$ — значения составных лингвистических переменных $q^*(x)$ и $q(x)$ соответственно. Тогда, например, высказывание «небольшое количество масла фильтруется» описывается пятеркой $[v^*(x_1), q^*(x_1), R(x_1), v(x_1), q(x_1)]$, где $R(x_1)$ — фильтрация (имя вершины x_1), $q(x_1)$ — масло (имя дуги), а $v(x_1)$ — значение «небольшой». В последнем описании учитывается тот факт, что на входе и выходе фильтра имеем небольшое количество масла. Очевидно, в случаях использования нескольких компонент составной лингвистической переменной получим более длинные описания вершин.

В конкретном процессе проектирования топологии системы (построении ТМФ) задается множество T , элементами которого являются рассмотренные описания элементов модели.

Кроме описания элементов ТМФ при образовании множества T необходимо учесть классификацию вершин, так как конкретный тип вершины определяет способ ее задания в множестве T . Все вершины ТМФ классифицируются по признаку их локальных степеней (количеству входящих и выходящих дуг — ρ^* и ρ соответственно). По данному признаку все множество X вершин модели можно разбить на следующие подмножества, учитывая, что орграф не имеет петли и изолированных вершин и не является мультиграфом [3, с. 23]:

1) Множество ключевых («начальных») вершин X_v , для которых справедливо: $\rho^*(x_v) = 0$ и $\rho(x_v) \geq 1$. При описании этих вершин отсутствует имя входящей дуги $q^*(x_v)$ и ее значение $v^*(x_v)$.

2) Множество тупиковых («конечных») вершин X_w , для которых $\rho^*(x_w) \geq 1$ и $\rho(x_w) = 0$. Для них отсутствует имя выходящей дуги $q(x_w)$ и ее значение $v(x_w)$.

3) Множество промежуточных вершин X_β , для которых $\rho^*(x_\beta) = \rho(x_\beta) = 1$. Множество X_β делится на два подмножества: а) X_β трансформирующих вершин [5, с. 405] с совпадающими име-

нами входящей и выходящей дуги $q^*(x_\beta) = q(x_\beta)$, но, возможно, различными значениями соответствующих лингвистических переменных; б) X_β^* преобразующих вершин, для которых $q^*(x_\beta) \neq q(x_\beta)$.

4) Множество узловых вершин X_λ с $\rho^*(x_\lambda) \cdot \rho(x_\lambda) > 1$. Множество X_λ самое разнообразное, поскольку в общем случае значениями локальных степеней могут быть любые целые числа. Рассмотрим наиболее характерные случаи, встречающиеся в реальных ТМФ. Если имеет распределительную вершину с локальными степенями $\rho^*(x_\lambda) = 1$ и $\rho(x_\lambda) > 1$, для которой $\forall q(x_\lambda) \times [q(x_\lambda) = q^*(x_\lambda)]$, или объединяющую вершину с $\rho^*(x_\lambda) > 1$, $\rho(x_\lambda) = 1$ и $\forall q^*(x_\lambda) \cdot [q^*(x_\lambda) = q(x_\lambda)]$, то такие вершины в множестве T описываются несколькими трансформирующими вершинами, число которых определяет большая локальная степень узловой вершины. Кроме рассмотренных, могут встречаться узловые вершины, имеющие различные комбинации значений локальных степеней. Как правило, такие вершины x_λ описываются несколькими промежуточными вершинами, число которых определяется из выражения $\max[\rho^*(x_\lambda), \rho(x_\lambda)]$.

Ясно, что наибольшие трудности при формальном построении ТМФ вызывает множество X_λ , поскольку в этих вершинах происходит разветвление модели и, следовательно, алгоритм должен учитывать все возможные еще не построенные пути модели. Это обуславливает возврат по уже построенному пути до x_λ и выбор еще не рассмотренной дуги $q(x_\lambda)$, а также применение специального подалгоритма «скленвания» разделенных узловых вершин. Другим путем преодоления этих трудностей является указание в множестве T границ каждой разделенной узловой вершины для последующего возврата к ней в ходе выполнения алгоритма.

Далее рассмотрим вопрос о принятии решения об образовании дуги между двумя вершинами ТМФ. Правило соединения элементов $x, y \in X$ можно сформулировать следующим образом:

1) Если для двух вершин $x, y \in X$, описанных в T , в силе

$$\exists x \exists y \exists q(x) \exists q^*(y) \{(x \neq y) \& [q(x) = q^*(y)]\}, \quad (1)$$

то вычисляется степень подобия S этих вершин [6, с. 380]:

$$S(x, y) = 1 - \frac{(L_x) \Delta (L_y^*)}{m + (L_x \cap L_y^*)}, \quad (2)$$

где L_x, L_y^* — подмножества лингвистических переменных, являющихся компонентами имен $q(x)$ и $q^*(y)$ соответственно ($L_x \subseteq L$; $L_y^* \subseteq L$); Δ — операция симметрической разности; m — число элементов множества лингвистических переменных L .

2) Если $S(x, y) \geq S_0$, где S_0 — некоторый установленный порог значения S , то проверяется степень подобия вершин x и y относительно значений лингвистических переменных множеств L_x и L_y^* . Фактически по выражению (2) вычисляется показатель

S' для элементов из множества V . Как и прежде, полученное значение S' должно удовлетворять неравенству $S' > S_0$, где S_0 — установленный порог значения S' .

Взаимосвязь (бинарное отношение) между вершинами x и y установлена, если выполнены все вышеизложенные требования. В таком случае вершина x соединяется дугой с вершиной y в ТМФ системы.

Заметим, что в более простых случаях, когда имя каждой дуги содержит лишь один элемент множества L и один элемент множества V , сформулированное правило соединения вершин $x, y \in X$ записывается следующим образом:

$$\exists q(x) \exists q^*(y) \{ [q(x) = q^*(y)] \& [l(x) = l^*(y)] \& [v(x) = v^*(y)] \}, \quad (3)$$

где $l^*(y)$, $l(x)$ — лингвистические переменные, $v^*(y)$, $v(x)$ их значения для дуги, входящей в вершину y , и дуги, выходящей из вершины x соответственно. В данном случае получим неоправданно много вариантов ТМФ, поскольку описание вершин в принципе недостаточно детализировано.

Следует указать, что если степень подобия по выражению (2) установлена для всех возможных пар (x, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$; $y_i \neq x$, элементов множества X , то этот показатель следует рассматривать как функцию принадлежности $\mu_{\Gamma_x}(y_i)$, значение которой выражает степень принадлежности y_i к множеству Γ_x , где Γ_x — образ вершины x [7, с. 217]. Соответствующий граф будет расплывчатым графом $G(X, \Gamma)$ [7, с. 217], а построенная ТМФ — его основным подграфом [3, с. 24], поскольку при построении одного варианта ТМФ нет необходимости вычислять выражение (2) для всех пар вершин множества X . По сути дела все допустимые варианты ТМФ являются основными подграфами графа $G(X, \Gamma)$.

На основе изложенной методики описания элементов ТМФ и правила принятия решения о соединении двух вершин дугой разработан алгоритм построения ТМФ. Хотя в принципе следует разделить случаи, когда ТМФ строится для ациклических и сильно связанных систем, рассмотрим обобщенный алгоритм построения ТМФ, использующий иерархический принцип и основанный на процедурах слепого поиска [8, с. 59—62; 9, с. 336]. Исходной информацией служит множество T , в котором указаны множественные вершины E_i гиперграфа $H(X, \epsilon)$ и их взаимосвязи, т. е. считаем заданной матрицу смежностей гиперграфа. В случае, когда алгоритм работает в диалоговом режиме, необходимо и достаточно задать лишь множество T .

Рассмотрим работу алгоритма построения ТМФ.

1) Среди всех E_i гиперграфа $H(X, \epsilon)$ выбирается вершина, содержащая элемент x_s главного цикла функционирования S_g сильно связанной системы, или начальная вершина главной компоненты функционирования P_g ациклической системы. Заметим, что в S_g или P_g входят свойства функционирования системы,

характеризующие основные задачи, для выполнения которых система создается, и все элементы из C_g или P_g находятся в той же множественной вершине гиперграфа.

2) В заданном множестве T по сформулированному выше требованию находится образ Γx_s вершины x_s и формируется дуга $(x_s, \Gamma x_s)$. Этот пункт повторяется до появления признака остановки, которым служит образование орицикла C_g для ТМФ сильно связных систем или выход на тупиковую вершину главной компоненты P_g для ациклических систем. Построенный подграф содержит только элементы из выбранной в п. 1 множественной вершины гиперграфа.

3) В C_g (или P_g) находится узловая вершина x_λ с $\rho(x_\lambda) > 1$, которая берется в качестве начальной вершины очередного пути $P(x_\lambda)$.

4) Для x_λ находится ее образ Γx_λ и формируется дуга $(x_\lambda, \Gamma x_\lambda)$. Удлинение пути продолжается до тех пор, пока образ очередной вершины пути не содержит элемент из другой множественной вершины гиперграфа. В таком случае по матрице A проверяется, допустим ли переход к этой множественной вершине. Если да (соответствующий элемент в A равен единице) — то удлинение пути P продолжается до признака остановки, сформулированного в п. 2. В данном случае для сильно связных систем справедливы оба признака остановки. Если переход недопустим (элемент матрицы равен нулю), то весь построенный путь отбрасывается.

5) Находится следующая узловая вершина $x_\lambda \in X_\lambda$ с $\rho(x_\lambda) > 1$ в C_g (или P_g) и повторяется п. 4. П. 4 и 5 повторяются для всех таких узловых вершин, и в результате построены все подчиненные орициклы C_p сильно связной системы или подчиненные компоненты функционирования P_p ациклической системы.

6) В C_g (или P_g) находится узловая вершина x_λ^* с $\rho^*(x_\lambda) > 1$, которая фиксируется как конечная вершина текущего пути P .

7) Находится прообраз $\Gamma^{-1}x_\lambda^*$ вершины x_λ среди элементов множества T , и формируется дуга $(\Gamma^{-1}x_\lambda^*, x_\lambda)$. Процедура повторяется до появления ситуации, описанной в п. 4. Все действия аналогичны описанным в этом пункте, но признаком остановки в данном случае служит выход на ключевую вершину. Кроме того, вместо перехода на п. 5 в данном случае необходимо перейти на п. 8.

8) П. 6 и 7 повторяются для всех $x_\lambda^* \in X_\lambda^*$ с $\rho^*(x_\lambda^*) > 1$ в C_g или P_g .

9) Если $T = \emptyset$, то конец алгоритма, иначе — п. 10.

10) В множестве $X_p \setminus X_g$ собственных свойств функционирования подчиненного цикла C_p находится узловая вершина, соответствующая требованиям п. 3, и алгоритм повторяется, начиная с этого пункта, заменив C_g на C_p для всех C_p (для ацикличес-

ких систем P_g заменяется на P_p). Здесь строятся все 2-подчиненные циклы и связные компоненты второго уровня иерархии.

Алгоритм повторяется до $T = \emptyset$, и в результате построена вся иерархия связной системы. Для получения всех допустимых вариантов ТМФ алгоритм необходимо дополнить внешним циклом, который дает возможность перейти к построению очередного варианта ТМФ.

Уместно подчеркнуть, что эффективность разработанного алгоритма в значительной степени зависит от топологии сложной системы и требует дополнительных исследований. Основные принципы изложенной методики и алгоритма апробированы на примерах реальных сложных механических систем, используя ЭВМ «Минск-32». Подтвердилась целесообразность применения данного подхода для построения всех допустимых вариантов ТМФ системы. Дальнейшее развитие работы предусматривается в направлении автоматизации образования элементов множества T из заданного множества унарных отношений.

Список литературы: 1. Грундспенькис Я. А., Маркович З. П., Осис Я. Я. Построение топологической модели объекта.— В кн.: Кибернетика и диагностика. Вып. 5. Рига, «Зинатне», 1972, с. 19—35. 2. *Benedic D.* La causalité dans les systèmes complexes et sa modélisation par les hypergraphes.— «Revue technique Thomson-CSF», 1974, vol. 6, № 3, p. 647—660. 3. Харари Ф. Теория графов. М., «Мир», 1973. 300 с. 4. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М., «Мир», 1976. 165 с. 5. *Leinemann K.* Ein Ansatz zur formalen Objektbeschreibung für das rechnergestützte Entwickeln und Konstruieren.— «Angewandte Informatik», 1974, Bd 16, Heft 9, S. 403—406. 6. *Vincke P.* Une application de la théorie des graphes flous.— «Cahiers du Centre études de recherche operationelles», 1973, vol. 15, № 3, pp. 375—396. 7. Такеда Э. Связность распычатых графов.— В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М., 1976, с. 216—228. 8. Нильсон Н. Искусственный интеллект. М., «Мир», 1973. 270 с. 9. *Powers G. J.* Non-numerical Problem Solving Methods in Computer — Aided Design.— «Computer — Aided Design», Amsterdam — London, 1973, pp. 327—349.

УДК 51 : 65.012.122

О. К. ИЛЮНИН, Б. В. НОВИКОВ

О ТРАНЗИТИВНЫХ МОДИФИКАЦИЯХ МАЖОРИТАРНЫХ ОТНОШЕНИЙ

В работе Б. Г. Миркина* сформулирована следующая задача: дать алгоритм построения транзитивной модификации мажоритарного отношения для линейных квазипорядков (если оно существует) при четном числе экспертов.

* В работе Б. Г. Миркина «Проблема группового выбора» (М., «Наука», 1974) модификация мажоритарного отношения называется модифицированным мажоритарным отношением. Нам удобнее пользоваться первым термином.

Рассмотрим некоторые свойства мажоритарного отношения, с помощью которых строится алгоритм нахождения транзитивной модификации. Терминология, используемая ниже, взята из названной работы.

Пусть M — множество сравниваемых объектов, R_1, \dots, R_n — индивидуальные отношения предпочтения экспертов (n четно), являющиеся линейными квазипорядками; R — мажоритарное отношение, P — пересечение всех модификаций отношения R .

Для объектов $a, b \in M$ обозначим через $n(a, b)$ число отношений R_i , для которых $aR_i b$. Таким образом, $aRb \Leftrightarrow n(a, b) \geq n/2$.

В дальнейшем мы будем использовать следующее отношение: $T_{ab} = \Delta U(a, b)$, где Δ — диагональ декартова квадрата $M \times M$, $a, b \in M$.

Для произвольного бинарного отношения A через \bar{A} обозначается его дополнение, через A^{τ} — его транзитивное замыкание.

Лемма. Пусть A — произвольный квазипорядок. Тогда для любых $a, b \in M$

$$(A \cup T_{ab})^{\tau} = AT_{ab}A.$$

Доказательство. Покажем сначала, что отношение $AT_{ab}A$ является квазипорядком. Действительно, $\Delta \subseteq A \cap T_{ab}A$, откуда следует рефлексивность отношения $AT_{ab}A$. Докажем, что $AT_{ab}A$ транзитивно. Пусть $(x, y) \in AT_{ab}A$ и $(y, z) \in AT_{ab}A$. Тогда найдутся такие $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \in M$, что $x\alpha a$, $y\alpha\gamma$, $\alpha T_{ab}\beta$, $\gamma T_{ab}\delta$, βAy , δAz . Из $\alpha T_{ab}\beta$ следует $\alpha = \beta$ или $\alpha = a$, $\beta = b$. В первом случае $x\alpha\gamma$, $T_{ab}\delta$, δAz , т. е. $(x, z) \in AT_{ab}A$. Точно так же $(x, z) \in AT_{ab}A$, если $\alpha = \delta$.

Предположим теперь, что $\alpha = \gamma = a$, $\beta = \delta = b$. Тогда $x\alpha a$, bAz , откуда $(x, z) \in AT_{ab}A$, т. е. отношение $AT_{ab}A$ транзитивно.

В силу рефлексивности $A \cup T_{ab} \subseteq AT_{ab}A$, откуда $(A \cup T_{ab})^{\tau} \subseteq AT_{ab}A$. С другой стороны,

$$(A \cup T_{ab})^{\tau} \subseteq (A \cup T_{ab})^3 = A^3 \cup A^2 T_{ab} A \cup \\ \cup AT_{ab}^2 \cup \dots \subseteq AT_{ab}A.$$

Таким образом, $(A \cup T_{ab})^{\tau} = AT_{ab}A$ и т. д.

Основным утверждением этой работы является следующая

Теорема. Пусть Q — транзитивное отношение такое, что $P \subseteq Q \subseteq R$ и $b\bar{Q}a(a, b) \in M$. Тогда $(Q \cup T_{ab})^{\tau} \subseteq R$. (Заметим, что из $b\bar{Q}a$ следует $b\bar{P}a$, т. е. $n(b, a) \leq n/2$, откуда $n(a, b) \geq n/2$ и $(a, b) \in R$).

Доказательство. Предположим обратное. Пусть $(x, y) \notin R$, $(x, y) \in (Q \cup T_{ab})^{\tau}$ для некоторых объектов $x, y \in M$. По лемме $(x, y) \in QT_{ab}Q$, т. е. xQa , $\alpha T_{ab}\beta$, βQy для некоторых $a, \beta \in M$.

Если $\alpha = \beta$, то $(x, y) \in Q \subseteq R$ (в силу транзитивности отношения Q) вопреки предположению. Поэтому $\alpha \neq \beta$ и, следовательно, $\alpha = a$, $\beta = b$. Отсюда xQa и bQy . Если bQx , то, снова используя

транзитивность отношения Q , получаем bQa , что противоречит условию теоремы. Поэтому $b\bar{Q}x$.

Так как мажоритарное отношение R линейно, то из $x\bar{R}y$ следует yRx . Поэтому $n(x, y) < n/2$, $n(y, x) > n/2$ и, следовательно, $x\bar{P}y$, $y\bar{P}x$ по определению отношения P . Так как $P \subseteq Q$ то yQx . Но bQy , откуда bQx . Противоречие. Следовательно $(Q \cup T_{ab})^{\tau} \subseteq R$.

Доказанная теорема дает возможность построить следующий алгоритм нахождения транзитивной модификации мажоритарного отношения R .

На первом шаге находим транзитивное замыкание отношения P . Если $P^{\tau} \not\subseteq R$, то транзитивной модификации не существует (P является пересечением всех модификаций, поэтому P^{τ} содержится в пересечении всех транзитивных модификаций). В противном случае обозначаем $Q_1 = P^{\tau}$ и переходим ко второму шагу.

Пусть на i -м шаге ($i \geq 1$) получено транзитивное отношение Q_i , $P \subseteq Q_i \subseteq R$. Если $aQ_i b$ или $bQ_i a$ для каждой пары $(a, b) \in M \times M$, то Q_i является искомым транзитивной модификацией. Если же найдутся такие объекты $a, b \in M$, что $a\bar{Q}_i b$ и $b\bar{Q}_i a$, то переходим к $(i+1)$ -му шагу, полагая $Q_{i+1} = (Q_i \cup T_{ab})^{\tau} = Q_i \cup T_{ab}$. По теореме отношение Q_{i+1} содержится в R , будучи при этом отличным от Q_i .

Пример. Пусть 4 эксперта имеют следующие индивидуальные отношения предпочтения на множестве объектов $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$R_1 : 2 = 3 > 1 > 4 > 5,$$

$$R_2 : 4 > 5 > 1 > 3 > 2,$$

$$R_3 : 3 > 2 > 5 > 4 > 1,$$

$$R_4 : 5 > 1 > 3 = 4 > 2.$$

Тогда отношения P и R задаются матрицами

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Отношение P совпадает со своим квадратом, поэтому $Q_1 = P^{\tau} = P$. На втором шаге можно к Q_1 добавить пару $(1, 2)$, так как $(1, 2) \notin P$ и $(2, 1) \notin P$. Получаем:

$$Q_2 = (P \cup T_{12})^{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а третьем шаге присоединяем пару (1,3):

$$Q_3 = (Q_2 \cup T_{13})^{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

а четвертом (и последнем шаге) присоединяем пару (2, 4):

$$Q_4 = (Q_3 \cup T_{24})^{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Полученное отношение Q_4 и является искомой транзитивной модификацией мажоритарного отношения R .

Замечание 1. При нахождении транзитивной модификации на ЭВМ матрицу отношения $Q_i = (Q_{i-1} \cup T_{ab})^{\tau}$ удобно вычислять, используя лемму. Если $Q_i = (q_{\alpha\beta}^i)_{\alpha, \beta=1}^n$, $T_{ab} = (t_{\alpha\beta})_{\alpha, \beta=1}^n$, то из соотношения $Q_i = Q_{i-1} T_{ab} Q_{i-1}$ получаем

$$q_{\alpha\beta}^i = \sum_{x, y=1}^n q_{\alpha x}^{i-1} t_{xy} q_{y\beta}^{i-1} = \sum_{x=1}^n q_{\alpha x}^{i-1} q_{x\beta}^{i-1} + q_{\alpha a}^{i-1} q_{b\beta}^{i-1}.$$

Так как $Q_{i-1}^2 = Q_{i-1}$, то $\sum_{x=1}^n q_{\alpha x}^{i-1} q_{x\beta}^{i-1} = q_{\alpha\beta}^{i-1}$, откуда получаем формулу для вычисления элементов матрицы Q_i :

$$q_{\alpha\beta}^i = q_{\alpha\beta}^{i-1} + q_{\alpha a}^{i-1} q_{b\beta}^{i-1}.$$

Замечание 2. Нельзя построить транзитивную модификацию, присоединяя на каждом шагу сразу несколько пар. Так, в приведенном выше примере

$$(P \cup T_{13} \cup T_{25})^{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \not\subseteq R.$$

Из теоремы и алгоритма непосредственно получается необходимое и достаточное условие существования транзитивной модификации, удобное для практических применений.

Следствие. Транзитивная модификация мажоритарного отношения R существует тогда и только тогда, когда $P^* \leq R$.

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ С ПЕРЕМЕННЫМ ШАГОМ ПО ЭКСТРЕМУМАМ

Известно [1], что непрерывные функции времени с ограниченным спектром на конечном интервале времени могут быть заданы ограниченным числом отсчетов, равноотстоящих друг от друга. В этом случае допускается однозначное восстановление функции с помощью ряда

$$\sum_{-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \frac{\sin \omega_c (t - k\Delta t)}{\omega_c (t - k\Delta t)}, \quad (1)$$

где $\Delta t = \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{1}{2f_c}$; f_c — максимальная частота спектра временной функции.

В технике большое значение имеет дискретизация аналоговых сигналов с переменным шагом. Как правило, шаг дискретизации достигает минимального значения в точках максимальной кривизны [2].

Рассмотрим возможность неравномерной дискретизации, именно: представления аналогового сигнала последовательно стью отсчетов, производимых в экстремальных точках этого сигнала. Такая дискретизация в отличие от равномерной приводит к сокращению избыточности (сжатию) данных, подлежащих кодированию и анализу.

Покажем, что при определенных ограничениях на класс сигналов возможно представление аналогового случайного сигнала $x(t)$ на участке произвольной длины T в виде ряда

$$x(t) = \sum_{i=1}^N x(t_i) g(t - t_i), \quad (2)$$

где $x(t_i)$ — значение сигнала в i -й экстремальной точке; $g(t - t_i)$ — аппроксимирующая функция в точке t_i ; N — определяется длиной реализации T , т. е. $T = t_N$. Определим также вид аппроксимирующей функции.

Ранее показана возможность разложения стационарного случайного сигнала в ряд из его производных [3, 4]

$$x(t) = \frac{1}{\Delta} [A_1 x'(t) + A_2 x''(t) + \dots + A_n x^{(n)}(t)] + \varepsilon, \quad (3)$$

где Δ — определитель матрицы $M = \left\| \frac{d^i R}{d\tau^i} \Big|_{\tau_{n-j}} \right\|$; $i = 1, 2, \dots, n$; $j = n, n-1, \dots$; A_1, A_2, \dots, A_n — определители алгебраических дополнений к элементам первого столбца Δ ; $R(\tau)$ — корреляционная функция $x(t)$.

Представление случайного сигнала $x(t)$ в виде ряда (3) эквивалентно его интерпретации в виде линейного стохастического

Эта совокупность представляет n -мерное линейное подпространство H_n пространства H . Задача эквивалентна отысканию вектора L_{in} подпространства H_n , для которого квадрат длины $\sigma^2 = \|x^{(i)}(t) - L_{in}(t)\|$ имел бы минимальное значение. Это — задача об опускании перпендикуляра из точек $x'(t)$, $x''(t)$, ..., $x^{(n)}(t)$ на подпространство H_n .

Таким образом, определим коэффициенты $\{a_{ij}\}$, при которых средние квадраты ошибок будут минимальными, т. е. когда

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1^2 &= M \left| x'(t) - \sum_{i=1}^n a_{1i} x(t - \tau_{i-1}) \right|^2; \\ \varepsilon_2^2 &= M \left| x''(t) - \sum_{i=1}^n a_{2i} x(t - \tau_{i-1}) \right|^2; \\ &\dots \dots \dots \\ \varepsilon_n^2 &= M \left| x^{(n)}(t) - \sum_{i=1}^n a_{ni} x(t - \tau_{i-1}) \right|^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

минимальными.

Нетрудно убедиться, что

$$\begin{aligned} \varepsilon_Q^2 &= M |x^{(Q)}(t)|^2 - 2M |x^{(Q)}(t) \sum_{i=1}^n a_{Qi} x(t - \tau_{i-1})| + \\ &+ M \left| \sum_{j=1}^n a_{Qj} x(t - \tau_{j-1}) \sum_{i=1}^n a_{Qi} x(t - \tau_{i-1}) \right| = (-1)^Q \frac{d^{(2Q)}R}{d\tau^{2Q}} \Big|_{\tau=0} - \\ &- 2 \sum_{i=1}^n a_{Qi} \frac{d^{(Q)}R}{d\tau^Q} \Big|_{\tau_{i-1}} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{Qi} a_{Qj} R(\tau_{i-1} - \tau_{j-1}), \text{ где } Q = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Если принять, что $R(\tau_{i-1} - \tau_{j-1}) = 0$ при $i \neq j$, то система уравнений (7) приводится к следующему виду:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1^2 &= - \frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{dR}{d\tau} \Big|_{\tau_{i-1}} a_{1i} + \sum_{i=1}^n a_{1i}^2; \\ \varepsilon_2^2 &= \frac{d^4 R}{d\tau^4} \Big|_{\tau=0} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau_{i-1}} a_{2i} + \sum_{i=1}^n a_{2i}^2; \\ &\dots \dots \dots \\ \varepsilon_n^2 &= (-1)^n \frac{d^{2n} R}{2\tau^{2n}} \Big|_{\tau=0} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{d^n R}{d\tau^n} \Big|_{\tau_{i-1}} a_{ni} + \sum_{i=1}^n a_{ni}^2. \end{aligned} \right\}$$

Продифференцируем по a_{ij} уравнение (8) и определим значения коэффициентов a_{ij} , при которых значения $\varepsilon_1^2, \varepsilon_2^2, \dots, \varepsilon_n^2$ погрешностей принимают минимальное значение. Система уравнений для определения $\{a_{ij}\}$ имеет вид

$$\left. \begin{aligned} a_{1i} &= \left. \frac{dR}{d\tau} \right|_{\tau_{i-1}}; \\ a_{2i} &= \left. \frac{d^2R}{d\tau^2} \right|_{\tau_{i-1}}; \\ &\dots \dots \dots \\ a_{ni} &= \left. \frac{d^n R}{d\tau^n} \right|_{\tau_{i-1}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Таким образом, найденные ранее [4] значения коэффициентов $\{a_{ij}\}$ являются оптимальными в смысле теоретико-вероятностной постановки задачи.

Оценим величины погрешностей $\epsilon_1^2, \epsilon_2^2, \dots, \epsilon_n^2$. Подставляя в систему (8) значения коэффициентов, найденные по формулам (9), получим

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1^2 &= - \left. \frac{d^2R}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} - \sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{dR}{d\tau} \right|_{\tau_{i-1}} \right)^2; \\ \epsilon_2^2 &= \left. \frac{d^4R}{d\tau^4} \right|_{\tau=0} - \sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{d^2R}{d\tau^2} \right|_{\tau_{i-1}} \right)^2; \\ &\dots \dots \dots \\ \epsilon_n^2 &= (-1)^n \left. \frac{d^{2n}R}{d\tau^{2n}} \right|_{\tau=0} - \sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{d^n R}{d\tau^n} \right|_{\tau_{i-1}} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Ограничимся интерпретацией сигнала $x(t)$ в виде стохастического дифференциального уравнения второго порядка, т. е.

$$x(t) = A_1 x'(t) + A_2 x''(t) + A_0. \quad (11)$$

Тогда, представляя

$$\left. \begin{aligned} x'(t) &= a_{11}x(t) + a_{12}x(t - \tau_1) + \epsilon_1; \\ x''(t) &= a_{21}x(t) + a_{22}x(t - \tau_1) + \epsilon_2 \end{aligned} \right\}$$

и

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= x'(t) - a_{11}x(t) - a_{12}x(t - \tau_1); \\ \epsilon_2 &= x''(t) - a_{21}x(t) - a_{22}x(t - \tau_1), \end{aligned} \right\}$$

получим следующее уравнение:

$$x(t) = \frac{a_{22}}{\Delta} x'(t) - \frac{a_{12}}{\Delta} x''(t) - \epsilon_1 \frac{a_{22}}{\Delta} + \epsilon_2 \frac{a_{12}}{\Delta}, \quad (12)$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad a_{11} = \left. \frac{dR}{d\tau} \right|_{\tau=0}, \quad a_{12} = \left. \frac{dR}{d\tau} \right|_{\tau_1}, \\ a_{21} = \left. \frac{d^2R}{d\tau^2} \right|_{\tau=0}, \quad a_{22} = \left. \frac{d^2R}{d\tau^2} \right|_{\tau_1}.$$

Положим $R(\tau)$ таковой, чтобы $a_{11} = a_{22} = 0$. Тогда уравнение (11) примет вид

$$\frac{1}{\frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}} x''(t) - x(t) + A_0 = 0, \quad (13)$$

где

$$A_0 = \varepsilon_2 \frac{a_{12}}{\Delta} = \varepsilon_2 \frac{1}{a_{21}} = \varepsilon_2 \frac{1}{\frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}};$$

ε_2 — погрешность при разложении в ряд по сдвинутым функциям $x''(t)$. Оценим величину ε_2 . В данном случае $M|\varepsilon_2|^2 = M|x''(t) - a_{21}x(t)|^2 = M|x''(t)|^2 - 2M|a_{21}x'(t)x(t)| + a_{21}^2$, т. е.

$$\frac{1}{\frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}} \left(\frac{d^4 R}{d\tau^4} \Big|_{\tau=0} - \frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} \right) = M|A_0|^2. \quad (14)$$

Обозначим через S число экстремальных точек сигнала $x(t)$ в единицу времени, а через N_0 число его нулей. Известно [5], что

$$-\frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} = (N_0\pi)^2, \quad \frac{1}{\frac{d^2 R}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}} \cdot \frac{d^4 R}{d\tau^4} \Big|_{\tau=0} = (S\pi)^2.$$

На основании этого вместо выражения (14) получим

$$M|A_0|^2 = \left(\frac{S}{N_0} \right)^2 - 1. \quad (15)$$

Дифференциальное уравнение (13) принимает вид

$$x''(t) + N_0^2\pi^2 x(t) + N_0^2\pi^2 A_0 = 0, \quad (16)$$

а его решение $x(t) = C_1 \cos N_0\pi t + C_2 \sin N_0\pi t + A_0$, где C_1 и C_2 — произвольные постоянные, определяемые из начальных условий. A_0 — вероятностный вектор, статистическая характеристика которого известна: она определяется формулой (15).

Из теории дифференциальных уравнений известно, что действие правой части, задаваемой импульсом прямоугольной формы можно заменить начальными условиями. Подбирая в качестве начальных условий значение $x(t)$ в экстремальных точках его, получаем аппроксимирующую функцию $g(t)$ в виде

$$g(t - t_i) = C_1 \cos N_0\pi(t - t_i) + A_0, \quad (17)$$

где C_1 и A_0 определяются по значениям экстремумов.

Таким образом, $x(t)$ — случайный сигнал, стационарный, непрерывный и дифференцируемый, может быть представлен в виде ряда $x(t) = \sum_{i=1}^n x(t_i) g(t - t_i)$, определяется формулой (17).

Пример. Рассмотрим простое гармоническое колебание $x(t) = \sin 2k\pi t$. Для такого колебания $N_0 = S = 2k$, $M|A_0|^2 = 0$. Аппроксимирующая функция в экстремальных точках имеет вид $g(t - t_i) = \cos 2k\pi t$, что соответствует нулевой погрешности при восстановлении сигнала.

Список литературы: 1. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М. Гостехтеоретиздат, 1957. 236 с. 2. Розенфельд А. Распознавание и обработка изображений. М., «Мир», 1972. 230 с. 3. Пономарева И. Д., Цепков Г. В. Разложение непрерывных функций в ряд из производных.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 5. Харьков, 1971, с. 61—62. 4. Пономарева И. Д. Анализ случайных функций с помощью разложения во временной ряд.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 17. Харьков, 1976, с. 80—85. 5. Бендат Дж. Основы теории случайных шумов. М., «Мир», 1967. 373 с.

УДК 51.01.164

И. Я. БЕРЕЗНАЯ, А. Н. ГРИГОРЬЕВА, М. М. ЗИМНЕВ

МЕТОД СОКРАЩЕНИЯ ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ ФИГУР

Одним из подходов к формализации описания сложных плоских изображений является аппроксимация их контуров ломаными. Поэтому построение генеральной совокупности многоугольников, которые могут служить тестовыми изображениями, очень важно для оценки субъективной сложности зрительного опознания.

В настоящей работе описаны процедуры сокращения перечисления ветвей дерева углов при построении многоугольников. Ряд процедур, отсекающих ветви дерева, не отвечающие многоугольникам рассматриваемого класса, позволяет произвести перечисление за полиномиальное от числа вершин время. Другие процедуры, проверяющие замкнутость и отсутствие самопересечений, обеспечивают выполнение перечисления за экспоненциальное время.

Рассматривается типичная проблема перечисления путей на многоярусном дереве. Количество вершин на нижнем ярусе этого дерева не может быть оценено полиномом от входных данных. Общих методов сокращения перечислений в таком случае не существует. Ниже описаны конкретные способы улучшения общего метода перечисления, основанные на использовании информации о классе перечисляемых объектов, которыми являются замкнутые многоугольники со сторонами 1 и $\sqrt{2}$ без углов π и самопересечений на плоской квадратной решетке.

У многоугольников рассматриваемого класса возможны только шесть значений для внутренних углов φ_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 6$): $\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$, $5\pi/4$, $3\pi/2$, $7\pi/4$, они кодируются цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно. Диагональные стороны фигуры обозначим $\sqrt{2}d$, а недиагональные d . Между произвольным многоугольни-

ком из L и его кодом (последовательностью углов) можно установить взаимнооднозначное соответствие, если выбрать некоторую сторону как начальную, сопоставить ей ее код, а затем проследивать контур многоугольника по часовой стрелке и каждому встречающемуся углу ставить в соответствие его код.

Таким образом, перечисление фигур из L может быть сведено к перечислению ветвей 6-ричного дерева углов φ_i , $i = 1, \dots, 6$. Из всех возможных путей на дереве (последовательностей углов) лишь некоторые соответствуют многоугольникам из класса L .

Аналитическое определение совокупности ветвей — один из методов сокращения перебора путей на дереве. Для этого были использованы обобщенные признаки формы [1, 2]. К ним относятся следующие характеристики контура фигуры: R — ранг (число углов), Z — число вогнутостей (углов, больших π), W — изогнутость — сумма абсолютных величин углов поворота сканирующего вектора при обходе контура фигуры, G — изрезанность — число внутренних и внешних острых углов. Их можно записать следующим образом: $R = \sum_{1 < i} x (2\pi - \varphi_i)$; $Z = \sum_{1 < i < R} x (\varphi_i - \pi)$; $W = \sum_{1 < i < R} x |\varphi_i - \pi|$; $G = \sum_{1 < i < R} x (0,5\pi - \varphi_i) + \sum_{1 < i < R} x (\varphi_i - 1,5\pi)$, где функция $x(x) = \begin{cases} 1, x > 0; \\ 0, x \leq 0, \end{cases}$

φ_i — внутренние углы многоугольника.

Возможные значения внутренних углов фигуры расположены в порядке возрастания и обозначены как α_i — кратность угла, стоящего на i -м месте в этой последовательности. Сумма всех внутренних углов несамопересекающегося R -угольника равна $\pi(R-2)$. С учетом этого было выведено выражение, удобное для вычисления W [3]: $W = 0,5\pi(5\alpha_4 + 6\alpha_5 + 7\alpha_6) + 2\pi(1 - Z)$.

Признаки формы удовлетворяют следующей системе равенств:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 &= R; \\ 0,25\pi(\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 + 5\alpha_4 + 6\alpha_5 + 7\alpha_6) &= \pi(R - 2); \\ \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 &= Z; \\ 0,5\pi(5\alpha_4 + 6\alpha_5 + 7\alpha_6) &= W + 2\pi(Z - 1); \\ \alpha_1 + \alpha_6 &= G. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Система (1) линейна с одной степенью свободы. При добавлении к ней еще одного уравнения, например, $\alpha_1 = A$, у нее единственный вектор решения $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6)$, так как определитель не равен нулю. Система (1) — параметрическая запись многоугольника класса с параметрами A, R, Z, W, G . В [3] получены оценки для этих параметров: $\max\{0; [0,25R - 2]\} \leq Z \leq [0,75R] - 2$; $0 \leq G \leq R - 4$; $\max\{2\pi; 0,5\pi[0,5R]\} \leq W \leq 0,5\pi([1,5R] - 2)$; $0 \leq A \leq \min\{[0,5R], Z + 1\}$.

В той же работе [3] показано, что обобщенные признаки формы коррелированы с R сильнее, чем с Z, G или W . Поэтому при решении поставленной задачи целесообразно вычислять пределы изменения параметров системы (1) для каждого фиксированного значения R .

сированного R и перечислять R -угольники для каждого значения R . Поскольку параметры целочисленные, число их значений конечно. Каждый раз при подстановке вектора параметров в систему мы получаем вектор ее решений и притом единственный.

Вместо (1) удобнее рассматривать эквивалентную параметрическую систему, разрешенную относительно α_i -кратностей углов, в ней $B = 4 \left(\frac{0,5W}{\pi} + Z - 1 \right)$:

$$\alpha_1 = A; \alpha_2 = 8 + B - R - 3Z - 2A; \alpha_3 = 2R + 2Z - B + A - 8; \\ \alpha_4 = 6Z + G - A - B; \alpha_5 = B - 5Z - 2G + 2A; \alpha_6 = G - A. \quad (2)$$

Для исключения заведомо «пустых» векторов решений, т. е. таких, которым не соответствует никакая фигура из L , использованы оценки для α_i , полученные в [3]:

$$0 \leq \alpha_1 \leq \min \{ [0,5R], Z + 1 \}; \quad 0 \leq \alpha_2 \leq [2/3R]; \\ 0 \leq \alpha_3 \leq [6/7R]; \quad 0 \leq \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 \leq [0,75R] - 2. \quad (3)$$

Дерево параметров A, B, Z, G системы (2) с глубиной 4 порождает дерево всех наборов углов фигур данного ранга R , т. е. все векторы $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6)$. Последнее в свою очередь порождает дерево кодов фигур, которое по данному набору углов восстанавливает их последовательности — фигуры из L . Оценки (3) позволяют отсекал при перечислении всех наборов углов R -угольников из L заведомо «пустые» наборы углов уже на верхних ярусах дерева углов.

Таким образом, введение обобщенных вторичных признаков формы позволило получить все наборы углов, соответствующие всем R -угольникам фиксированного R при прохождении такого числа ветвей на дереве перечисления углов φ_i , которое оценивается полиномом от R .

Число всех ветвей на дереве кодов при заданных кратностях углов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ равно $\frac{R!}{\alpha_1! \alpha_2! \alpha_3! \alpha_4! \alpha_5! \alpha_6!}$. Известно [5], что для любых β_1, \dots, β_k выполняется равенство $\sum_{\beta_1 + \dots + \beta_k = R} \frac{R!}{\beta_1! \dots \beta_k!} = k^R$.

Поскольку при перечислении фигур берутся не все наборы углов, а только удовлетворяющие системе (1), при $k=6$ выполнено неравенство

$$\sum_{\alpha_1 + \dots + \alpha_6 = R} \frac{R!}{\alpha_1! \dots \alpha_6!} < 6^R.$$

Здесь справа стоит число всех ветвей на дереве перечисления кодов фигур из L ранга R , если они строятся без использования обобщенных признаков формы. Введение этих признаков позволило сократить перебор для каждого из $R = 6, 7, 8$ более чем в 40 раз.

Итак, с помощью признаков формы определены те наборы кратностей углов, которые соответствуют R -угольникам. Перечисление фигур сводится теперь к определению порядка расположения заданных углов. Эта задача решается «пошагово» следующим образом: на первом шаге строится начальная сторона многоугольника, в качестве первого угла выбирается минимальный из данного набора углов, строится вторая сторона, затем проверяется, не привел ли этот шаг к выходу фигуры из класса L . Если этого не произошло, то делается переход ко второму шагу, т. е. выбирается минимальный из возможных оставшихся углов набора, и далее следует проверка. На каждом шаге производится проверка на пересечение новой стороной уже построенной части фигуры (самопересечение) и проверка на удаленность, т. е. на возможность вернуться в исходную вершину за оставшееся число шагов (замкнутость).

Проверка на замкнутость и самопересечение позволяет сократить перечисление, так как уже на высоких уровнях дерева перечисления кодов отбрасываются целые ветви (поддеревья), которым не соответствуют многоугольники из L . Повторив указанную процедуру ($R - 2$) раз и соединив последнюю вершину с начальной, получаем последнюю сторону, два последних угла и (после проверки) — код некоторого многоугольника из L .

В описываемой процедуре устранены циклические перестановки и перечисление углов в обратном порядке, дающие по существу одну и ту же фигуру. Исключение многоугольников, повторяющих некоторую уже построенную фигуру, производится с помощью функционала, принимающего минимальное значение только на одном из различных кодовых представлений фигуры, и выводом только этого представления. Таким функционалом могут служить, например, склеенные в одно число признак диагональности первой стороны и последовательность кодов углов многоугольника. После получения очередного представления фигуры производится проверка, является ли оно минимальным в указанном смысле, и оно выводится только в этом случае. Таким образом, процедура строит неповторяющиеся многоугольники, не запоминая их, что является достоинством алгоритма.

Итак, описанные процедуры сокращают перечисление ветвей дерева углов при построении многоугольника. Часть из них отсекает ветви дерева, не отвечающие многоугольникам рассматриваемого класса, и позволяет произвести перечисление за полиномиальное от R время. Другие процедуры, осуществляющие проверку на замкнутость и самопересечение, обеспечивают выполнение перечисления за экспоненциальное время.

Оценить число многоугольников ранга R каким-либо полиномом от R невозможно. Для доказательства строится специальное подмножество многоугольников класса L , состоящих из

$(2k + 1)$ звеньев, у которых все нечетные стороны диагональны и одинаково направлены, а четные горизонтальны или вертикальны. При $k = 1$ такая ломаная, отраженная сначала относительно вертикальной оси, проходящей через ее крайнюю вершину, а затем новая ломаная, отраженная симметрично относительно горизонтальной оси, проходящей через другую крайнюю вершину, дадут замкнутый многоугольник класса L . Таких ломаных всего 2^k , следовательно, число многоугольников, получающихся из них описанными симметричными отражениями, равно 2^{k-1} (учитывая эквивалентность многоугольников при повороте). Ранг многоугольника, получающегося из $(2k + 1)$ -звенной ломаной, равен $R = 4(2k + 1) = 8k + 4$, значит, число таких R -угольников равно $2^{\frac{R-4}{8}} - 1$, что не оценивается сверху ни одним полиномом от R .

Различным многоугольникам сопоставлены разные последовательности — коды углов, число всех последовательностей $2 \cdot 6^R$, 6^R приходится на случай, когда первая сторона многоугольника — диагональ, и 6^R — на случай, когда недиагональ. Отсюда получаем грубую оценку для числа R -угольников: $M_R \leq 2 \times 6^R$. Она может быть уменьшена, так как два угла — первый и последний — однозначно определены по остальным элементам кода. Таким образом, $M_R \leq 2 \cdot 6^{R-2}$.

Для получения рекурсивной оценки числа многоугольников данного ранга зафиксирован некоторый узел решетки («начало») и любой другой узел сопоставлен с числом $(R - 1)$ -звенных ломаных линий, оканчивающихся в этом узле. Тогда, суммируя эти значения для соседних восьми узлов с данным, получим количество R -звенных ломаных линий, оканчивающихся в этом узле. Производя рекуррентные вычисления от 1-звенных до R -звенных линий, получим, что количество R -угольников оценивается сверху числом, сопоставленным с начальным узлом.

Более того, обозначим через $A_{l,i,j}^{(k)}$ число k -звенных ломаных линий, удовлетворяющих классу L , начинающихся в начале координат, оканчивающихся в узле с координатами (i, j) и имеющих последнюю сторону типа l (код l определяется следующим образом: $\rightarrow \circ \leftarrow 0$, $\nearrow \circ \swarrow 1$, $\downarrow \uparrow 2$, $\searrow \circ \swarrow 3$). Рекуррентные соотношения имеют вид

$$\begin{aligned} A_{0,i,j}^{(k+1)} &= \sum_{l=1,2,3} (A_{l,i+1,j}^{(k)} + A_{l,i-1,j}^{(k)}); \quad A_{1,i,j}^{(k+1)} = \\ &= \sum_{l=0,2,3} (A_{l,i+1,j+1}^{(k)} + A_{l,i-1,j-1}^{(k)}); \\ A_{2,i,j}^{(k+1)} &= \sum_{l=0,1,3} (A_{l,i,i+1}^{(k)} + A_{l,i,i-1}^{(k)}); \quad A_{3,i,j}^{(k+1)} = \\ &= \sum_{l=0,1,2} (A_{l,i-1,j+1}^{(k)} + A_{l,i+1,j-1}^{(k)}). \end{aligned}$$

В начале рекурсии для $k = 1_{(1)}$ положим $A_{0,1,0}^{(1)} = A_{1,1,1}^{(1)} = 1$, а все остальные значения $A_{l,i,j}$ равны нулю. Тогда после $R_{(R)}$ -го шага $M_R = \sum_{l=0,1,2,3} A_{l,0,0}^{(R)}$. Действительно, число $A_{l,0,0}$ равно

количеству R -звенных ломаных линий, начинающихся и заканчивающихся в узле $(0, 0)$, т. е. замкнутых, причем каждый угол ломаной не равен 0 или π и ее последняя сторона является стороной типа l . Суммируя эти числа по l , получим количество R -угольников, возможно, с самопересечениями. Среди них есть все R -угольники класса L . Таким образом, приведенная рекурсивная оценка — более точная, чем предыдущая, поскольку она учитывает только замкнутые, а не все R -звенные ломаные линии.

В таблице показаны числа R -угольников, построенных с помощью программы, реализующей описанные процедуры сокращения перечисления N_R , и рекурсивные оценки M_R .

R	11	10	9	8	7	6	5
N_R	1765	499	140	52	13	9	3
M_R	615630	117324	24 266	4888	940	256	60
$2 \cdot 6^{R-2}$	16155392	3359232	559872	93312	14552	2592	232

Список литературы: 1. Грановская Р. М., Березная И. Я. Запоминание и узнавание фигур. ЛГУ, 1974. 100 с. 2. Грановская Р. М. Восприятие и модели памяти. М., «Наука», 1974. 360 с. 3. Березная И. Я., Григорьева А. Н. Взаимосвязь признаков формы. — В кн.: Вычислительная техника и вопросы кибернетики. Вып. 14. Л., 1977, с. 184—192. 4. Карп Р. М. Сводимость комбинаторных проблем. — «Киберн. сб. Новая сер.». Вып. 12. М., 1975, с. 16—38. 5. Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ. М., 1963. 285 с.

УДК 62.506.2

САРНАВСКИЙ Н. Г., ШАБАНОВА-КУШНАРЕНКО З. Ю.

О ПРЕДИКАТАХ НА МНОЖЕСТВАХ

СООБЩЕНИЕ II

В этом сообщении используются терминология, обозначения и нумерация формул сообщения I.

Произведем теперь дальнейшее исследование предикатов $T(x, y)$, которые задаются формулой (1) при дополнительных предположениях относительно функций f_1 и f_2 и множества E . Предположим, что множество E наделено структурой абелевой группы относительно операции сложения.

Будем рассматривать предикаты $T(x, y)$, удовлетворяющие условиям теоремы 1 и следующему дополнительному свойству:

$$1') \text{ Если } T(x_1, y_1) = 1, T(x_2, y_2) = 1, \quad (C)$$

то $T(x_1 - x_2, y_1 - y_2) = 1$.

2') Существуют такие векторы $x, y \in E$, что $T(x, y) = 1$.

Теорема 3. Пусть предикат $T(x, y)$ удовлетворяет условиям теоремы 1 и условиям C). Тогда

$$T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y)), \quad (10)$$

где f_1, f_2 — эпиморфизмы группы E на некоторую группу F во всех случаях, кроме того, когда некоторые из разложений (8) и (9) содержат точно один ненулевой и точно один нулевой класс. Наоборот, если имеет место формула (10), то выполняются условия теоремы 1 и условия C).

Доказательство. Пусть выполняется разложение (10), где f_1 и f_2 — эпиморфизмы группы E на некоторую группу F . Так как $f_1(0) = 0, f_2(0) = 0$, то $T(0, 0) = D(0, 0) = 1$. Следовательно, имеет место второе условие C). Пусть, далее, $T(x_1, y_1) = 1, T(x_2, y_2) = 1$. Тогда $f(x_1) = f(y_1), f(x_2) = f(y_2)$ и $f_1(x_1) - f_1(x_2) = f_2(y_1) - f_2(y_2)$ или $f(x_1 - x_2) = f(y_1 - y_2)$. Значит,

$$T(x_1 - x_2, y_1 - y_2) = D(f_1(x_1 - x_2), f_2(y_1 - y_2)) = 1.$$

Этим доказано второе утверждение теоремы.

Пусть теперь предикат $T(x, y)$ удовлетворяет условию теоремы 1 и условию C). Согласно условию B) существуют элементы $x, y \in E$, такие, что $T(x, y) = 1$.

Тогда в силу этого же условия

$$T(x - x, y - y) = T(0, 0) = 1. \quad (11)$$

Рассмотрим разложения 8) и 9) множества E согласно эквивалентностям а) и б).

Пусть $E_1(E_1')$ — классы, содержащие нуль группы. Покажем, что $E_1(E_1')$ — подгруппы группы E , а остальные классы $E_i(E_i')$ являются смежными классами группы E по подгруппе $E(E_1')$.

Пусть $x_1 \sim 0, x_2 \sim 0$ (эквивалентность а). Тогда в силу (11) $T(x_1, 0) = 1, T(x_2, 0) = 1$ и $T(x_1 - x_2, 0) = 1$, т. е. $x_1 - x_2 \in E_1$. Следовательно, E_1 — подгруппа группы E .

Пусть, далее, E_i — ненулевой класс и $x_1, x_2 \in E_i$. Тогда для некоторого $y \in E$ $T(x_1, y) = T(x_2, y) = 1$, откуда $T(x_1 - x_2, 0) = 1$; значит, $x_1 - x_2 \in E_1$ и x_1, x_2 принадлежат смежному классу $x_1 + E_1$ группы E по подгруппе E_1 . Наоборот, если $x_2 \in x_1 + E_1$, то $x_2 - x_1 \in E_1$ и, значит, $T(x_2 - x_1, 0) = 1$. Так как $T(x_1, y) = 1$ (x_1 по условию лежит в ненулевом классе), то $T(x_2 - x_1 + x_1, 0 + y) = 1$ или $T(x_2, y) = 1$, т. е. $x_2 \sim x_1$. Аналогично показывается, что все ненулевые классы E_i являются смежными классами по подгруппе E_1 .

Каждое из разложений (8) и (9) содержит не более одного ненулевого класса, а каждый ненулевой класс в (8) и (9) по доказанному является смежным классом по E_1 (E'_1), поэтому нулевые классы в (8) и (9) суть такие смежные классы соответственно по E_1 (E'_1).

Из условия С) вытекает, что объединение $E(\hat{E}')$ всех нулевых классов $E_i(E'_i)$ является подгруппой группы E . Действительно, если $x_1, x_2 \in E$, то $T(x_1, y_1) = 1$, $T(x_2, y_2) = 1$ (для некоторых $y_1, y_2 \in E$) и $T(x_1 - x_2, y_1 - y_2) = 1$, т. е. $x_1 - x_2 \in \hat{E}$, и, следовательно, \hat{E} — подгруппа группы E . Точно так же устанавливается, что \hat{E}' — подгруппа в E' .

Подгруппа \hat{E} содержит подгруппу E_1 (см. предыдущие обозначения), а нулевой класс E_0 (если он существует) записывается в виде $E - \hat{E}$ и по доказанному является смежным классом по подгруппе E_1 . С другой стороны, $E - \hat{E}$ есть объединение смежных классов по \hat{E} . Отсюда следует, что если подгруппа \hat{E} собственным образом содержит подгруппу E_1 , то нулевой класс $E - \hat{E}$ есть пустое множество. Далее заметим, что собственное включение $\hat{E} \supset E_1$ имеет место тогда и только тогда, когда число ненулевых классов E_i больше единицы. Отсюда получаем, если число ненулевых классов E_i больше, чем 1, то в разложении отсутствует нулевой класс. Такой же результат имеет место и для разложения (9). (В сообщении I мы показали, что множество ненулевых классов E_i и множество ненулевых классов E'_i имеют одинаковые мощности).

Рассмотрим случай, когда в разложениях (8) и (9) число ненулевых классов больше единицы. Тогда $\hat{E} = \hat{E}' = E$. Образует фактор-группы $E/E_1 = F$, $E/E'_1 = F'$. Поставим в соответствие каждому смежному классу $x + E_1$ такой смежный класс $y + E'_1$, что $T(x, y) = 1$:

$$\varphi(x + E_1) = y + E'_1 \quad (T(x, y) = 1). \quad (12)$$

Покажем, что φ есть отображение E/E_1 на E/E'_1 , действительно, если $T(x_1, y_1) = T(x_2, y_2) = 1$, то, как показано ранее, элементы y_1 и y_2 лежат в одном классе эквивалентности E'_i , а последний есть смежный класс по подгруппе E'_1 . Следовательно, $y_1 + E'_1 = y_2 + E'_1$. Кроме того, для любого $y \in E$ существует такой элемент $x \in E$, что $T(x, y) = 1$ (это вытекает из равенства $E' = E$). Следовательно, φ -взаимно однозначное отображение F на F' . Пусть $T(x_1, y_1) = 1$, $T(x_2, y_2) = 1$.

Теперь из равенства $T(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = 1$ (условие С) следует, что $\varphi((x_1 + E) + (x_2 + E_1)) = y_1 + y_2 + E'_1 = (y_1 + E'_1) + (y_2 + E'_1)$, откуда заключаем, что φ — изоморфизм F на F' . Если имеет место формула (12), то класс $x + E_1$ условимся обозначать через $\varphi^{-1}(y +$

$+E_1)$. Построим далее естественные гомоморфизмы Θ и Θ' группы E соответственно на фактор-группы $F = E/E_1$, $F' = E/E'_1$. Тогда произведение $\varphi^{-1}\Theta'$ является эпиморфизмом группы E на E/E_1 . Покажем теперь, что имеет место формула

$$T(x, y) = D(\Theta x, \varphi^{-1}\Theta' y). \quad (13)$$

Действительно, пусть $T(x, y) = 1$. Тогда $\Theta'(y) = y + E'_1$, $\Theta(x) = x + E_1$; согласно формуле (12) $\varphi(x + E_1) = y + E_1$ и $\varphi^{-1}(y + E_1) = x + E_1$. Следовательно, $D(\Theta(x), \varphi^{-1}\Theta'(y)) = 1$. Если же $T(x, y) = 0$, то класс $\Theta'(y) = y + E'_1$ не является образом $\Theta(x) = x + E_1$ при отображении φ , т. е. $\varphi^{-1}\Theta'(y) \neq \Theta(x)$, и тогда $D(\Theta(x), \varphi^{-1}\Theta'(y)) = 0$. Формула (13) доказывает достаточность утверждения теоремы в предположении, что число ненулевых классов $E_i (E'_i)$ соответственно в (8), (9) больше единицы. Предположим, что в (8) входит точно один ненулевой класс. Тогда этот класс совпадает с подгруппой E_1 (мы употребляем уже введенные обозначения). По доказанному выше разложение (9) также содержит точно один ненулевой класс — подгруппу E'_1 . Могут представиться два случая.

1) В разложение (8) не входит нулевой класс, т. е. $E = E_1$. Тогда, очевидно, $E = E'_1$. В этом случае $T(x, y) \equiv 1 (\forall x, y \in E)$. Тогда $T(x, y) = D(\Theta x, \Theta y)$, где Θ — естественный гомоморфизм E на E/E_1 .

2) Разложение (8) имеет вид $E = E_1 \cup E_2$, где E_2 — нулевой класс. Тогда разложение (9) выглядит так: $E = E'_1 \cup E'_2$ где E'_2 — нулевой класс. Предикат $T(x, y)$ задается формулой:

$$T(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in E_1, y \in E'_1; \\ 0, & \text{если } x \in E_2 \text{ или } y \in E'_2. \end{cases} \quad (14)$$

Покажем, что предикат (14) не представим в виде

$$T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y)), \quad (15)$$

где $f_1: E \rightarrow F$ — эпиморфизм E на некоторую группу F . В самом деле, пусть имеет место (15). Докажем сначала, что подгруппа E_1 содержится в ядре гомоморфизма f_1 . Как было показано выше, $T(x, 0) = 1$, если $x \in E_1$. Предположим, что $x \in E_1$ и $f_1(x) \neq 0$. Имеем, согласно (15), $T(x, 0) = D(f_1(x), f_2(0)) = D(f_1(x), 0) = 0$, что ведет к противоречию. Итак, подгруппа E_1 содержится в ядре f_1 гомоморфизма f_1 . Так как $(E : E_1) = 2$, то $N = E$, если $N \supset E_1$ (строгое включение). Но это невозможно, так как тогда для элементов $x \in E_2$ и $0 \in E$ по формуле (15) имеем $T(x, 0) = D(0, 0) = 1$, а по формуле (4) $T(x, 0) = 0$. Значит, E_1 — ядро гомоморфизма f_1 , точно так же покажем, что E'_1 — ядро гомоморфизма f_2 . Так как E_1 и E'_1 имеют индекс 2 в E , то E/E_1 (и E/E'_1) изоморфны циклической группе F второго порядка, которую можно записать в виде $F = \{0, 1\}$ ($1 + 1 = 0$). Возьмем теперь элементы $x \in E_2$, $y \in E'_2$. Тогда $f_1(x) = 1$, $f_2(y) = 1$ и, следовательно, $T(x, y) =$

$= D(f_1(x), f_2(y)) = 1$. С другой стороны, согласно (14) $T(x, y) = 0$. Тем самым установлена противоречивость формулы (15). Теорема доказана.

Следствие. Формула (10) для предиката $T(x, y)$ имеет место тогда и только тогда, когда $T(x, y)$ удовлетворяет условиям теоремы 1 и условиям:

1) Из $T(x_1, y_1) = 1, T(x_2, y_2) = 1 \rightarrow T(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = 1$ (первое условие С)).

2) Для каждого $x \in E (y \in E)$ существует такой элемент $y \in E \times (x \in E)$, что $T(x, y) = 1$.

Доказательство. Пусть выполняются условия теоремы. Тогда условие 2) исключает тот случай, когда каждое из разложений (8) и (9) содержат точно один ненулевой класс. Во всех остальных случаях, как показано в предыдущей теореме, имеет место формула (10). Наоборот, пусть имеет место (10), где f_1 и f_2 — эпиморфизмы E на группу F . Возьмем произвольный элемент $x \in E$ и пусть $f_1(x) = z \in F$. Так как f_2 — эпиморфизм E на F , существует такой элемент $y \in E$, что $f_2(y) = z$. Тогда $T(x, y) = D(f_1(x), f_2(y)) = D(z, z) = 1$. Аналогично доказывается, что для любого элемента $y \in E$ существует такой элемент $x \in E$, что $T(x, y) = 1$. Утверждение доказано.

III. Предположим теперь, что множество E наделено структурой линейного пространства над полем K . Будем по-прежнему рассматривать предикаты $T(x, y)$, удовлетворяющие условиям теоремы 1 и следующим дополнительным условиям. 1) Если $T(x_1, y_1) = T(x_2, y_2)$, то $T(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = 1$. 2) Если $T(x, y) = 1$, то для любого $\lambda \in K$ $T(\lambda x, \lambda y) = 1$. 3) Для любого $x \in E (y \in E)$ существует такой элемент $y \in E (x \in E)$, что $T(x, y) = 1$. В этом случае имеют место результаты, аналогичные теореме 2 и следствию из нее.

Будем употреблять обозначения, встречавшиеся при доказательстве предыдущих теорем (в частности теоремы 2). Из 1) и 2) вытекает, что $T(x_1 - x_2, y_1 - y_2) = 1$, если $T(x_1, y_1) = 1, T(x_2, y_2) = 1$. Поэтому, как и выше, получаем, что $T(0, 0) = 1$ и

$$E_1 = \{x \in E, T(x, 0) = 1\}, E'_1 = \{y \in E, T(0, y) = 1\}$$

— подгруппы группы E , а остальные подмножества $E_i (E'_i)$ соответственно в (8) и (9) суть смежные классы по этим подгруппам. Более того, E_1 и E'_1 — подпространства пространства E , так как из $T(x, 0) = 1$ в силу 2) следует, что $T(\lambda x, 0) = 1$. Поскольку мы находимся в условиях следствия из теоремы 3, то и в рассматриваемом случае имеет место формула (10). Отображения f_1 и f_2 в этой формуле окажутся линейными операторами, отображающими пространство E на фактор-пространство $F = E/E_1$. Итак, имеет место

Теорема 4. Пусть E — линейное пространство над полем K . Предикат $T(x, y)$ удовлетворяет условиям теоремы 1 и условиям 1), 2), 3) тогда и только тогда, когда существует такое линейное

пространство F над полем K и такие линейные операторы A_1 и A_2 , отображающие E на F , что

$$T(x, y) = D(A_1x, A_2y). \quad (10')$$

Рассмотрим другую возможность, связанную с теоремой 3. В приложениях часто возникает ситуация, когда E — топологическая абелева группа. В этом случае естественным является следующее дополнительное условие для предиката $T(x, y)$ (помимо условий следствия из теоремы 3).

Если $T(x_n, y_n) = 1$ и $x_n \rightarrow x$, $y_n \rightarrow y$, то $T(x, y) = 1$. В этом случае подгруппы E_1 и E_1^* (обозначения те же) — замкнутые подгруппы группы E , $F = E/E_1$ — фактор-группы топологической группы E , а f_1, f_2 в формуле (10) — гомоморфизмами топологической группы E на топологическую группу F (т. е. алгебраическими эпиморфизмами, являющимися непрерывными отображениями E на F).

Список литературы: 1 Курош А. Г. Теория групп. М., «Наука», 1967. 220 с.
2. Понтрягин Л. С. Непрерывные группы. М., «Наука», 1973. 130 с.

УДК 62.506.2.

М. Ф. БОНДАРЕНКО, канд. техн. наук, А. И. ЧУГУН

ЗАДАЧИ ПРИВЕДЕНИЯ ЕДИНИЦ ТЕКСТА ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ И ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ ОБРАБОТКЕ БОЛЬШИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ МАССИВОВ

1. Формальным результатом работы информационно-логических систем самого различного назначения являются разнообразные по форме и содержанию тексты, которые формируются в самой системе и поступают на ее выходное устройство в форме, доступной для непосредственного понимания пользователем. Опыт построения и эксплуатации таких систем показал, что наиболее отвечает этим требованиям естественный язык. Использование его выдвигает на первый план требование о машинных методах его переработки. Автоматическая переработка текстовой информации, представленной на естественном языке, включает в себя различные этапы анализа и синтеза текстов, в том числе, грамматическую обработку предложений и отдельных единиц текста, под которой понимаются процессы автоматического анализа и синтеза, приведения словоформ к каноническому виду, идентификации словоформ их лексическим эквивалентам и т. п.

В первых работах по машинному переводу в нашей стране и за рубежом задачи подобного типа решались «насильственным» методом. В память ЭВМ помещали все словоформы (или их основы), необходимые для обработки текстов определенной

тематической направленности, к ним априори приписывалась требуемая информация, а грамматическая обработка входных единиц текста производилась путем их сравнения со словоформами из машинных словарей с помощью сравнительно простых алгоритмов (см., например, [1, 2]). Как показывает примерный расчет [3], при таком подходе требуются ЭВМ с очень большим объемом памяти, к тому же использовать машины второго поколения затруднительно даже для грамматической обработки текстовой информации. Машины третьего поколения с большим объемом памяти хотя и позволяют грамматически обрабатывать единицы текста описанным методом, но не лишены основных его недостатков. Во-первых, фиксирование в машинном словаре определенного количества словоформ резко обнажает основное противоречие между открытым характером естественного языка и закрытым его представлением на алгоритмическом языке. Во-вторых, помещение в память ЭВМ огромных массивов информации и последовательный перебор всех элементов этих массивов на совпадение с обрабатываемой словоформой значительно снижает производительность машины. Из практики машинного перевода известно, что половина времени работы машины тратится на поиск информации в словарях.

Преодолеть эти недостатки можно при помощи универсальных систем грамматической обработки словоформ, которые не были бы привязаны к определенному тематическому словарю и позволили получать необходимую информацию алгоритмически.

2. Независимо от подхода к грамматической обработке словоформ на морфологическом уровне (обработка отдельных словоформ вне контекста), в конечном итоге, предусматривается алгоритмизация трех основных процессов: анализ словоформ для получения информации о их грамматических признаках; синтез различных словоформ слова по одному его представителю (словоформе); приведение словоформ к каноническому виду и идентификация их лексическим эквивалентам. Автоматизация этих процессов требует извлечения максимальной информации из самой словоформы.

ЭВМ не имеет комплексного мышления, которым обладает человек, и для нее признаком конкретной словоформы служит только комбинаторика букв (порядок следования, их количество и т. п.) определенного алфавита. Решая задачи морфологической обработки, оперируют одними и теми же формальными признаками, присущими словоформе. Поэтому при построении независимых алгоритмов для каждой из задач многократно проверяют эти признаки и последовательно обрабатывают однотипные массивы информации.

Исключить эти процессы позволяет комплексный подход к грамматической обработке словоформ на морфологическом уровне. Заключается он в следующем: 1) выявляют для каж-

дой конкретной задачи тот минимально необходимый набор предварительных данных, который приводит к ее однозначному решению; 2) анализируют всю совокупность решаемых задач, устанавливая иерархию их по признаку независимости одной от другой, т. е. очередность решения; 3) начинают построение блока алгоритмов решения морфологической обработки с алгоритма первоочередной и наиболее независимой задачи; 4) учитывают при построении последующих алгоритмов соподчиненность их друг другу и возможность максимального использования информации о словоформе, полученной на предыдущих этапах их обработки.

3. При помощи предлагаемого подхода строится блок алгоритмов для автоматической морфологической обработки спрягаемых форм глаголов русского языка. Первоначальным и основным алгоритмом блока является алгоритм приведения словоформ к каноническому виду, поскольку, во-первых, для решения данной задачи не привлекаются результаты решения задачи синтеза словоформ, во-вторых, решение ориентировано на извлечение максимальной информации из анализа формальных признаков, присущих словоформе. Это практически исключает влияние на точность решения грамматической информации, т. е. результатов решения задачи грамматического анализа. Использование результатов грамматического анализа для этих целей возможно только при установлении всех парадигматических связей слова, что предварительно требует классификации всех словоформ по типам формообразования. А решение второй задачи очень тесно связано с задачей идентификации словоформ их основным лексическим эквивалентам, в качестве которых могут выступать, например, словарные формы или основы слов, в свою очередь, задача идентификации аналогична задаче приведения словоформ к каноническому виду. Наиболее удобной для выявления основного лексического значения глагольной словоформы является форма инфинитива, ее мы и примем за канонический вид.

Детерминистский алгоритм приведения текстовых глагольных словоформ к каноническому виду построен на исследовании комбинаторики нескольких последних букв или (в небольшом числе случаев) комбинаторики всех букв словоформы. Анализ основ и флексий словоформ из множества всех спрягаемых синтетических форм невозвратных глаголов русского языка позволил разбить это множество на пять подмножеств следующего типа: I — содержит словоформы, оканчивающиеся на *-ть, -чь, -ти*; II — *ю (-у), -ют (-ут), -ать (-ять)*; III — *ешь (-ишь), ет (-ит), -ет (-ит), -ем (-им), -ете (-ите)*; IV — *й (-йте), -ь (-и), -те*; V — *-л, -ла, -ло, -ли*. Особую группу составляют словоформы, которые в прошедшем времени имеют особое окончание, например, МЕРЗ, ТЕР и т. п. В процессе решения задачи отнесение словоформы к тому или иному подмножеству производится

алгоритмически. Схему поиска, осуществляемого справа налево, можно представить в виде иерархии, вначале проверяется последняя буква словоформы, на втором этапе предпоследняя буква и т. д. до тех пор, пока словоформа не будет однозначно отнесена к одному из подмножеств.

Каждое подмножество имеет в общем алгоритме отдельную ветку, набор окончаний и особых признаков, на основе которых словоформы этого подмножества приводятся к каноническому виду.

С выхода этого алгоритма словоформа, уже в каноническом виде, направляется на вход алгоритма классификации глаголов в форме инфинитива по типам формообразования, который является вторым основным алгоритмом блока грамматической обработки словоформ на морфологическом уровне. В результате анализа парадигм спряжения глаголов обнаружено 126 типов формообразования. Формальным отличием одного типа от другого является наличие хотя бы одного особого правила образования какой-либо словоформы из парадигмы, состоящей из 13 словоформ (включая инфинитив). Данный алгоритм построен также на исследовании комбинаторики букв словоформ, но только в форме инфинитива. В процессе обработки на этом этапе словоформе приписывается номер типа формообразования и из нее выделяется машинная основа, необходимая для синтеза остальных словоформ из данной парадигмы.

Задачи синтеза словоформ и морфологического анализа сводятся в данном случае к очень простым процедурам. Синтез словоформы осуществляется путем добавления к выделенной из формы инфинитива машинной основе нужного окончания из набора окончаний данного типа формообразования, а анализ — путем сравнения окончания исследуемой словоформы на совпадение с одним из 13 окончаний приписанного ей типа формообразования, хранящегося в таблице, которая состоит из 126 строк и 13 столбцов.

4. Рассмотренный комплексный подход к грамматической обработке словоформ на морфологическом уровне почти полностью освобождает ЭВМ на этом этапе от оперирования громадными массивами информации. Использование небольших массивов в каждом из названных алгоритмов практически не влияет на скорость обработки словоформ. Например, ветка алгоритма приведения словоформ к каноническому виду, обрабатывающая подмассив 1, обращается к массиву словоформ в 55 единиц и небольшому массиву окончаний, а весь алгоритм классификации глаголов в форме инфинитива по типам формообразования содержит массив словоформ в 257 единиц, массив окончаний на 126 единиц и массив приставок на 90 единиц. Алгоритмы анализа и синтеза используют массив эталонных окончаний типов формообразования.

Все алгоритмы и внутренние процедуры записаны на языке

PL/I и отлаживались на ЭВМ ЕС 1020. Скорость обработки одной словоформы в режиме синтеза в среднем составляет одну секунду.

Список литературы: 1. Кулагина О. С. О машинном переводе с французского языка на русский. — В кн.: Проблемы кибернетики. Вып. 3. М., 1960, с. 181—208. 2. J. M. Daniel. Translation by computer. — «Electronics weekly», 304, 1966, p. 6—11. 3. Пиотровский Р. Г. Текст, машина, человек. Л., «Наука», 1975. 327 с.

УДК 62.506.2.

А. Ф. ОСЫКА

Харьковский институт радиоэлектроники

К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ГРАММАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИМЕН ЧИСЛИТЕЛЬНЫХ

Для более широкого и эффективного использования электронной вычислительной техники необходимы ЭВМ, воспринимающие и выдающие информацию на естественном языке. Для автоматической переработки словесной информации требуется построить математическое описание языковой системы, которое можно получить, моделируя способность человека владеть языком. В основе ее лежит способность к обработке отдельных слов: ведь человек изучает и помнит язык прежде всего через слово.

Важной составной частью проблемы кибернетического моделирования процессов обработки русских слов является построение моделей свойственных человеку процессов грамматической обработки числительных. К этим процессам относятся, например, такие: распознавание числительных и определение их грамматических признаков, определение их лексического (числового) значения, синтез словоформ числительных и их словоизменение, классификация по значениям отдельных признаков и т. п. Модели грамматической обработки числительных необходимы не только потому, что они позволяют автоматизировать обработку числительных, которые выражают существенную, особенно в научно-технических текстах, количественную информацию. Основная причина, по которой числительные привлекают к себе внимание как объект изучения и моделирования, заключается в некоторых их структурных особенностях, отсутствующих или не в такой степени выраженных в словах других частей речи [1]. Среди этих особенностей можно назвать такие: в числительных стерта грань между словом и словосочетанием, словоупотреблением и словообразованием; числительное может содержать наибольшее количество основ и флексий по сравнению со словами других частей речи; широко распространен анали-

тизм словоформ и т. п. Благодаря этим особенностям числительные представляют собой наиболее общий случай грамматической структуры слов русского языка. Поэтому изучение и моделирование системы числительных имеет большое значение для понимания устройства и функционирования единиц языка и всей языковой системы в целом.

В основе предлагаемой модели грамматической обработки числительных лежит специальный психофизический эксперимент. Испытуемому предъявляют произвольное десятичное число x как символ лексического значения некоторого числительного, произвольную конечную последовательность букв y , которая может содержать также пробелы (\square) и рассматривается в качестве словоформы числительного, набор грамматических признаков v_1, \dots, v_n , свойственных числительным. Если лексическое значение x , словоформа y и грамматические признаки v_1, \dots, v_n согласуются друг с другом в соответствии с нормами языка, то испытуемый отвечает «да», а в противном случае следует ответ «нет». В таком эксперименте испытуемый своим поведением реализует «морфологическую» функцию [2]:

$$P(x, y, v_1, \dots, v_n) = P(x, y, z) = t, \quad (1)$$

где $t \in \{\text{нет, да}\} = \{0, 1\}$; $x \in X = \{1, 2, \dots, N\}$; $y \in Y = E \times \dots \times E = E^m$, $E = \{a, б, \dots, я, \square\}$; $v_1 \in V_1 = \{\text{числительное, нечислительное}\} = \{ч, —\}$; $v_2 \in V_2 = \{\text{количественное, порядковое}\} = \{к, п\}$; $v_3 \in V_3 = \{\text{мужской, женский, средний, отсутствует}\} = \{м, ж, с, —\}$; $v_4 \in V_4 = \{\text{множественное, единственное, отсутствует}\} = \{м, е, —\}$; $v_5 \in V_5 = \{\text{им., род., дат., вин., твор., предл.}\} = \{и, р, д, в, т, п\}$; $v_6 \in V_6 = \{\text{одушевл., неодушевл., отсутствует}\} = \{о, н, —\}$; $v_7 \in V_7 = \{\text{вариант 1 словоформы, вариант 2 словоформы}\} = \{1, 2\}$; $z = \langle v_1, \dots, v_n \rangle \in Z = V_1 x \dots x V_n$.

Таким образом, в морфологической функции простые, сложные и составные числительные рассматриваются как объекты одного порядка и считаются словами.

Введенное понятие морфологической функции позволяет рассматривать выполнение разнообразных видов грамматической обработки числительных как решение уравнений относительно переменных этой функции. Например, решениями уравнения

$P(x, y, v_1, \dots, v_n) = 1$ являются наборы грамматических признаков, соответствующих словоформе y с лексическим значением x . Причем в зависимости от конкретных значений x и y подобное уравнение может иметь несколько решений (при омонимической словоформе y), единственное решение (при отсутствии грамматической омонимии у словоформы y) или не иметь решений вообще (если y не является словоформой числитель-

ного или x и y не согласуются друг с другом). Любое уравнение относительно переменных морфологической функции имеет лингвистическую интерпретацию. Некоторые виды грамматической обработки (например, переход к другим формам словоизменительной парадигмы) формализуются при последовательном решении двух уравнений.

Для моделирования грамматической обработки числительных необходимо разработать методы определения значения t морфологической функции и решения разнообразных уравнений относительно ее переменных.

Для определения значения t достаточно иметь заданное некоторым образом множество D всех кортежей, состоящих из значений переменных морфологической функции, которые согласуются друг с другом в соответствии с нормами языка:

$$D = \{d = \langle \bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \rangle \in X \times \bar{Y} \times \bar{Z} \mid P(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = 1\}, \quad (2)$$

где \bar{Y} — множество правильных словоформ количественных и порядковых числительных ($\bar{Y} \subset Y$), \bar{Z} — множество наборов грамматических признаков, каждый из которых (наборов) может соответствовать хотя бы одной словоформе числительного ($\bar{Z} \subset Z$). При совпадении переменных морфологической функции с соответствующими компонентами одного из $d \in D$ значение функции t равно 1, а в противном случае — 0.

Задать перечислением множество D нецелесообразно и практически невозможно при достаточно большом N . В данной работе $N = 10^{-18} - 1$. Указанное множество может быть задано описанием. Для этого будут использованы соответствия, которые имеются между значением каждой из компонент и значениями двух других компонент в кортежах $d \in D$:

$$1. \langle \bar{x}, \bar{y} \rangle \rightarrow \bar{z}; \quad 2. \langle \bar{y}, \bar{z} \rangle \rightarrow \bar{x}; \quad 3. \langle \bar{x}, \bar{z} \rangle \rightarrow \bar{y}. \quad (3)$$

Анализ отдельных кортежей $d \in D$ показывает: соответствие 1(3) нефункционально, причем значение (значения) \bar{z} не зависит от значения \bar{x} ; соответствие 2(3) функционально, значение \bar{x} не зависит от значения \bar{z} ; соответствие 3(3) функционально, значение \bar{y} существенно зависит от \bar{x} и \bar{z} . Эти свойства позволяют перейти от соответствий к функциям. Вместо соответствия 1(3) будет использоваться функция

$$f_1(\bar{y}) = \bar{\Phi}_r, \quad (4)$$

где $\bar{y} \in \bar{Y}$; $\bar{\Phi}_r = \{\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \dots, \bar{\varphi}_r\} \in R(\bar{Z}) \equiv \bar{\Phi}_r \subset \bar{Z}$; $R(\bar{Z})$ — система подмножеств множества \bar{Z} ; $\bar{\varphi}_i = \langle \bar{v}_{1i}, \bar{v}_{2i}, \dots, \bar{v}_{ni} \rangle \in \bar{Z}$ ($i = 1, r$); r — число, характеризующее степень грамматической омонимии словоформы \bar{Y} . График G_1 функции (4) описывается следующим образом:

$G_1 = \{ \langle \bar{y}, \bar{\Phi}_r \rangle \in \bar{Y} \times R(\bar{Z}) \mid (\exists \bar{x} \in X) P(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\varphi}_i) = 1 \rightarrow \bar{\varphi}_i \in \bar{\Phi}_r \}$.
 Вместо соответствия 2(3) введем функцию

$$f_2(\bar{y}) = \bar{\chi}, \quad (5)$$

где $\bar{y} \in \bar{Y}$; $\bar{\chi} \in X$. График $G_2 = \{ \langle \bar{y}, \bar{\chi} \rangle \in \bar{Y} \times X \mid (\exists \bar{z} \in \bar{Z}) P(\bar{\chi}, \bar{y}, \bar{z}) = 1 \}$. Вместо соответствия 3(3) будем пользоваться функцией

$$f_3(\bar{x}, \bar{z}) = \bar{\omega}, \quad (6)$$

где $\langle \bar{x}, \bar{z} \rangle \in F \subset X \times \bar{Z}$; $\bar{\omega} \in \bar{Y}$. График G_3 выражается так:

$$G_3 = \{ \langle \langle \bar{x}, \bar{y} \rangle, \bar{\omega} \rangle \in X \times \bar{Z} \times \bar{Y} \mid P(\bar{x}, \bar{\omega}, \bar{z}) = 1 \}.$$

Функции (4), (5) и (6) устанавливают зависимость между правильными словоформами числительных и соответствующей им лексикограмматической информацией, т. е. указанные функции характеризуют нормативную область значений. Для того чтобы иметь возможность рассматривать любые допустимые значения морфологических переменных и строить по этим значениям кортежи $d \in D$, введем продолжения (в понимании [3]) функций (4), (5) и (6) на всю область допустимых значений этих переменных

$$f_{11}(y) = \Phi_r = \begin{cases} \bar{\Phi}_r = f_1(y), & \text{если } y \in \bar{Y}; \\ \{\varphi_{r=1} = \beta\}, & \text{если } y \in Y/\bar{Y}, \end{cases} \quad (7)$$

где $\Phi_r = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_r\}$; $\varphi_i = \beta = \langle v_{i1} = \beta, \dots, v_{ni} = \beta \rangle$.

$$f_{21}(y) = \chi = \begin{cases} \bar{\chi} = f_2(y), & \text{если } y \in \bar{Y}; \\ \beta, & \text{если } y \in Y/\bar{Y} \end{cases} \quad (8)$$

$$f_{31}(x, z) = \omega = \begin{cases} \bar{\omega} = f_3(x, z), & \text{если } \langle x, z \rangle \in F; \\ \beta, & \text{если } \langle x, z \rangle \in X \times Z/F. \end{cases} \quad (9)$$

Символ β в значениях функций (7), (8) и (9) интерпретируется как указание на то, что значение аргумента не может быть сопоставлено числительным, отвечающим нормам русского языка.

Для описания способа определения значения t морфологической функции введем операцию над матрицами $A \oplus B = C$. Пусть $A = \|a_{ij}\|$, $B = \|b_{jk}\|$, $C = \|c_{ik}\|$ ($i = 1, r+1$; $j = 1, n+2$; $k = 1, q$). Тогда элемент матрицы C выражается через элементы матриц A и B следующим образом:

$$c_{ik} = \bigwedge_{j=1}^{n+2} e(a_{ij}, b_{jk}), \quad (10)$$

где $c_{ik} \in \{0, 1\}$; \bigwedge — символ операции конъюнкции; $e(a, b)$ — предикат равенства,

$$e(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{если } a = b; \\ 0, & \text{если } a \neq b. \end{cases} \quad (11)$$

Таким образом, введенная операция (10) является своеобразным аналогом операции умножения матриц (ср. [4]).

Пусть матрица A состоит из таких элементов:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} = \chi & a_{12} = y & a_{13} = v_{11} \dots & a_{1n+2} = v_{n1} \\ a_{21} = \chi & a_{22} = y & a_{23} = v_{12} \dots & a_{2n+2} = v_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{r1} = \chi & a_{r2} = y & a_{r3} = v_{1r} \dots & a_{rn+2} = v_{nr} \\ a_{r+11} = x & a_{r+12} = \omega & a_{r+13} = v_1 \dots & a_{r+1n+2} = v_n \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где x, y, v_1, \dots, v_n — значения аргументов морфологической функции, χ — значение функции (8), ω — значение функции (9), v_{ij} — j -я компонента кортежа $\varphi_i \in \Phi_r = f_{11}(y)$. А столбцевая матрица B составлена только из заданных значений морфологических переменных:

$$B = (b_{11} = x, b_{21} = y, b_{31} = v_1, \dots, b_{n+21} = v_n). \quad (13)$$

Тогда значение t морфологической функции определяется по такой формуле:

$$t = P(x, y, z) = P(x, y, v_1, \dots, v_n) = \bigvee_{i=1}^{r+1} c_{i1} = \bigvee_{i=1}^{r+1} \bigwedge_{j=1}^{n+2} e(a_{ij}, b_{j1}). \quad (14)$$

Для решения некоторого морфологического уравнения достаточно указать все кортежи множества D , в которых значения соответствующих компонент совпадают с заданными значениями переменных в уравнении. Поэтому множество D рассматривается одновременно и как множество допустимых решений всевозможных морфологических уравнений. Для поиска решений будут использоваться не сами уравнения $P(x, y, v_1, \dots, v_n) = P(u_1, \dots, u_{n+2}) = 1$, а их эквиваленты — кортежи $d' = \langle x', y', v_1, \dots, v_n \rangle = \langle u_1, \dots, u_{n+2} \rangle$, в которых $u_j = u_j$, если значение u_j известно, и $u_j = \alpha$ ($j = \overline{1, n+2}$), если значение u_j является неизвестным в уравнении. Таким образом, в кортежах d' неудобное понятие неизвестной переменной заменяется обычным значением α соответствующих компонент, которое от других допустимых значений отличается лишь особыми свойствами относительно функций, заданных на переменных u_j .

Рассмотрим соответствие между всевозможными $d' \in D'$, с одной стороны, и $d \in D$ — с другой. Кортеж d соответствует кортежу d' , если d представляет собой решение уравнения, эквивалентом которого является d' :

$$L = \langle W, D', D \rangle, \quad (15)$$

где

$$D' = X' \times Y' \times V_1' \times \dots \times V_n'; \quad X' = X \cup \alpha; \quad Y' = Y \cup \alpha; \\ V_j' = V_j \cup \alpha \quad (j = \overline{1, n}).$$

Вспомогательные предикаты для определения графика W соответствия (15):

$$g(u', u) = \epsilon = \begin{cases} 1, & \text{если } \alpha \neq u' = u \neq \beta, \text{ или } u' = \alpha, \beta \neq u \neq \alpha, \\ & \text{или } u = \alpha, \alpha \neq u' \neq \beta; \\ 1/2, & \text{если } u' = u = \alpha; \\ 0, & \text{если } \alpha \neq u' \neq u \neq \alpha, \text{ или } u' = \beta, \text{ или } u = \beta. \end{cases} \quad (16)$$

$$h(d', d) = h(u'_1, \dots, u'_{n+2}, u_1, \dots, u_{n+2}) = \eta = \bigwedge_{j=1}^{n+2} g(u'_j, u_j), \quad (17)$$

где $\eta, \epsilon, \epsilon^* \in \{0, 1/2, 1\}$; $\epsilon \wedge \epsilon^* = \min(\epsilon, \epsilon^*)$. Значение предикатов (16) и (17), равное $1/2$, интерпретируется как неопределенное значение, нечто среднее между «да» и «нет», для уточнения которого необходима дополнительная информация (ср. [5]).

С помощью данных предикатов график соответствия (15) определяется следующим образом:

$$W = \{ \langle d', d \rangle \in D' \times D \mid h(d', d) = 1 \}. \quad (18)$$

Нетрудно убедиться, что соответствие (15) нефункционально и не везде определено. Эти свойства делают его неудобным для математического описания. Поэтому на основе соответствия (15) введем функциональную зависимость между морфологическими уравнениями и их решениями:

$$l(d') = \Delta, \quad (19)$$

где $d' \in D'$; Δ — множество решений морфологического уравнения d' ; $\Delta \in M(D) \equiv \Delta \subseteq D$; $M(D)$ — система подмножеств множества D . График W_1 функции (19) некоторому d' ставит в соответствие подмножество Δ всех тех и только тех d , для которых $h(d', d) = 1$: $W_1 = \{ \langle d', \Delta \rangle \in D' \times M(D) \mid (\forall d \in D) h(d', d) = 1 \Leftrightarrow d \in \Delta \}$, (20)

Функция (19) будет везде определена, если условиться, что тем d' , для которых $(\forall d \in D) h(d', d) = 0$, соответствует $\Delta = \emptyset$ (пустое множество).

Для того, чтобы задать функцию (19), необходимо иметь способ получения кортежей $d \in D$ по значениям компонент эквивалентов морфологических уравнений $d' \in D'$. С этой целью доопределим функции (7) — (9) на тот случай, когда их аргументы принимают значение α :

$$f_{12}(y') = \Phi_r = \begin{cases} \Phi_r = f_{11}(y'), & \text{если } y' \neq \alpha; \\ \{ \varphi'_{r=1} = \alpha \}, & \text{если } y' = \alpha, \end{cases} \quad (21)$$

где $y' \in Y'$; $\Phi_r = \{ \varphi'_1, \dots, \varphi'_r \}$; $\varphi'_{r=1} = \alpha = \langle v_{11} = \alpha, \dots, v_{n1} = \alpha \rangle$.

$$f_{22}(y') = \chi' = \begin{cases} \chi' = f_{21}(y'), & \text{если } y' \neq \alpha; \\ \alpha, & \text{если } y' = \alpha. \end{cases} \quad (22)$$

$$f_{32} = (x', z') = \omega' = \begin{cases} \omega = f_{31}(x', z'), & \text{если } x' \neq \alpha \text{ и } z' \neq \alpha; \\ \alpha & , \text{ если } x' = \alpha \text{ или } z' = \alpha, \end{cases} \quad (23)$$

где $x' \in X'$; $z' = \langle v'_1, \dots, v'_n \rangle \in V'_1 \times \dots \times V'_n$;

$z' \neq \alpha \sim v'_1 \neq \alpha, \dots, v'_n \neq \alpha$; $z' = \alpha \sim v'_1 = \alpha$ или \dots или $v'_n = \alpha$.

Значение α функций (21), (22) и (23) содержательно интерпретируется как указание на то, что значение аргумента (аргументов) не дает достаточно информации для определенного ответа.

С учетом способа получения кортежей $d \in D$, которые являются решениями некоторого морфологического уравнения, функцию (19) целесообразно представить в виде композиции двух функций:

$$L_1(d') = \tau = \begin{cases} 0, & \text{если } d' \in D_\emptyset \cap D_d^*; \\ 1, & \text{если } d' \in D_1 \cap D_d^*; \\ 1/2, & \text{если } d' \in D_\alpha. \end{cases} \quad (24)$$

$$l_2(d', \tau) = \begin{cases} \Delta = \emptyset, & \text{если } \tau = 0; \\ \Delta \neq \emptyset, & \text{если } \tau = 1; \\ \Delta_{\exists} & , \text{если } \tau = 1/2, \end{cases} \quad (25)$$

где $l_2(d', \tau) = l(d')$ при $\tau = 1$ и $\tau = 0$; D_1, D_d^*, D_\emptyset и D_α — подмножества множества D' . Они определяются следующим образом:

$$D_1 = \{d' = \langle x', y', v'_1, \dots, v'_n \rangle \in D' \mid (\exists d \in D) h(d', d) = 1\};$$

$$D_\emptyset = \{d' \in D' \mid (\forall d \in D) h(d', d) = 0\};$$

(26)

$$D_d^* = \{d' \in D' \mid y' \neq \alpha \vee (x' \neq \alpha \wedge v'_1 \neq \alpha \wedge \dots \wedge v'_n \neq \alpha)\};$$

$$D_\alpha = \{d' \in D' \mid y' = \alpha \wedge (x' = \alpha \vee v'_1 = \alpha \vee \dots \vee v'_n = \alpha)\}.$$

Значение функции (24) сигнализирует о наличии ($\tau = 1$) или отсутствии ($\tau = 0$) решений у данного уравнения d' , или о неопределенности решения с помощью выбранных средств ($\tau = 1/2$).

Значение Δ функции (25) содержит конкретные решения только при $\tau = 1$. Таким образом, значение функции (25) следует вычислять только при $\tau = 1$.

Для определения значений функций (24) и (25) введем операцию над матрицами $A' \odot B' = C'$, которая является обобщением операции (10) на случай трехзначной логики. Пусть $A' = \|a'_{ij}\|$, $B' = \|b'_{jk}\|$, $C' = \|c'_{ik}\|$ ($i = \overline{1, r+1}$; $j = \overline{1, n+2}$; $k = \overline{1, q}$). Тогда элемент матрицы C' определяется через элементы матриц A' и B' следующим образом:

$$c'_{ik} = \bigwedge_{j=1}^{n+2} g(a'_{ij}, b'_{jk}), \quad (27)$$

где $c'_{ik} \in \{0, 1/2, 1\}$.

Составим матрицу A' из таких элементов:

$$A' = \begin{pmatrix} a'_{11} = x' & a'_{12} = y' & a'_{13} = v_{11} & \dots & a'_{1n+2} = v_{n1} \\ a'_{21} = x' & a'_{22} = y' & a'_{23} = v_{12} & \dots & a'_{2n+2} = v_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a'_{r1} = x' & a'_{r2} = y' & a'_{r3} = v_{1r} & \dots & a'_{rn+2} = v_{nr} \\ a'_{r+11} = x' & a'_{r+12} = y' & a'_{r+13} = v_{1} & \dots & a'_{r+1n+2} = v_n \end{pmatrix} \quad (28)$$

где x', y', v', \dots, v_n — значения компонент кортежа; d' — эквивалента некоторого морфологического уравнения; x' — значение функции (22); y' — значение функции (23); v_{ij} — j -я компонента кортежа $\varphi_i \in \Phi_r = f_{12}(y')$. Пусть элементы столбцовой матрицы B' будут равны значениям компонент кортежа d' :

$$B' = (b'_{11} = x', b'_{21} = y', b'_{31} = v_1, \dots, b'_{n+21} = v_n). \quad (29)$$

Тогда значения τ функции (24) определяется по такой формуле:

$$\tau = l_1(d') = l_1(x', y', v_1, \dots, v_n) = \bigvee_{i=1}^{r+1} c'_{i1} = \bigvee_{i=1}^{r+1} \bigwedge_{j=1}^{n+2} g(a_{ij}, b_{j1}), \quad (30)$$

c	0	0	0	1	1	1	1/2	1/2	1/2
c^*	1	0	1/2	1	0	1/2	1	0	1/2
$c \vee c^*$	1	0	0	1	1	1	1	0	1/2

где \bigvee — символ операции трехзначной логики.

Значение функции (25) интересно с лингвистической точки зрения и требует для своего определения некоторых процедур лишь в случае $\tau = 1$, так как при $\tau = 0$ или $\tau = 1/2$

значение Δ определяется тривиальным образом. Поэтому эта функция расшифровывается только при $\tau = 1$:

$$\Delta = l_2(d', \tau = 1) = \{a'_i = [a'_{i1}, a'_{i2}, \dots, a'_{in+2}] \in D_A | c'_{i1} = 1\}, \quad (31)$$

где a'_i — i -я строка матрицы (28), D_A — совокупность строк матрицы (28). Таким образом, решениями некоторого морфологического уравнения, обозначаемого через d' , являются все те строки матрицы A' , которым соответствуют единичные элементы матрицы C' .

Для автоматизации разнообразных процессов грамматической обработки числительных на основе предложенной модели необходимо иметь способ формального определения значений функций (7), (8) и (9). Именно эти функции передают всю специфическую информацию о числительных и позволяют тривиальным образом получить значения функций (21) — (23). Задать зависимости (7) — (9) можно только с помощью специальных алгоритмов. Эти алгоритмы были описаны в [6—10].

Данная модель была положена в основу комплекса машинных алгоритмов и программ и реализована на ЭВМ «Минск-32». Во всех экспериментах по ее проверке с помощью ЭВМ были получены хорошие результаты.

Список литературы: 1. Супрун А. Е. Славянские числительные. Минск, Изд-во Белорусск. ун-та, 1969. 290 с. 2. Математическое моделирование процессов грамматической обработки словоформ русского языка.— В кн.: VIII Всесоюз. симпозиум по кибернетике. Тбилиси, 1976, с. 524—527. Авт.: Т. А. Недзельская, А. Ф. Осыка. А. И. Чугун и др. 3. Бурбаки Н. Теория множеств. М., «Мир», 1965. 456 с. 4. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М., «Наука», 1967. 570 с. 5. Бочвар Д. А., Финн В. К. Некоторые дополнения к статьям о многозначных логиках.— В кн.: Исследования по теории множеств и неклассическим логикам. М., «Наука», 1976, с. 265—325. 6. Бондаренко М. Ф., Осыка А. Ф. Об одном алгоритме определения количественных числительных русского языка и их характеристик.— В кн.: Кибернетика и вычислительная техника. Вып. 25. Киев, «Наукова думка», 1974, с. 100—107. 7. Бондаренко М. Ф., Осыка А. Ф. Алгоритм морфологического анализа порядковых числительных русского языка.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 12. Харьков, 1974, с. 143—149. 8. Бондаренко М. Ф., Осыка А. Ф. Алгоритм определения составных порядковых и количественных числительных русского языка и их характеристик.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 13. Харьков, 1974, с. 109—114. 9. Бондаренко М. Ф., Осыка А. Ф. Об одном алгоритме синтеза числительных русского языка.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 14. Харьков, 1975, с. 115—118. 10. Алгоритм перевода количественных и порядковых числительных в цифровую запись.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 16. Харьков, 1976, с. 91—94. Авт.: М. Ф. Бондаренко, А. Ф. Осыка, Н. К. Свиляр и др.

УДК 62.506.2

В. М. БОНДАРЕВ

О МОРФОЛОГИЧЕСКОМ ОТНОШЕНИИ НА МНОЖЕСТВЕ МОРФЕМ

В работах [1, 2] сформулирована трактовка задач морфологической обработки слов как решение уравнений вида

$$L(x, y, z_1, z_2, \dots, z_n) = 1, \quad (1)$$

где x — лексема; y — форма слова; z_1, z_2, \dots, z_n — грамматические признаки. В каждом частном случае могут быть заданы значения переменных, причем набор аргументов функции, значения которых известны, определяет тип решаемой морфологической задачи. Например, известны x и y , а надо определить z_1, z_2, \dots, z_n — это задача грамматического анализа.

Левая часть уравнения (1) фиксирует некоторую взаимосвязь лексем, словоформы и грамматических признаков, другими словами, ту же самую информацию, что и раздел грамматики, именуемый морфологией.

В правилах морфологии широко используются понятия «основа слова» и его «окончание», поэтому можно рассчитывать, что морфологическая функция [1] будет проще и компактнее,

если в число ее переменных войдут такие морфемы, как основа и окончание.

Поскольку любая словоформа целиком определяется составляющими ее морфемами, аргумент y должен быть исключен из числа независимых переменных морфологической функции. Новая морфологическая функция примет следующий вид: $L(x, y_1, y_2, z_1, z_2, \dots, z_n)$, где y_1 — основа словоформы, y_2 — ее окончание. Морфологической функции L' будет соответствовать уравнение

$$L'(x, y_1, y_2, z_1, z_2, \dots, z_n) = 1. \quad (2)$$

Однако практика требует, чтобы в условие ряда морфологических задач, например задачи анализа, входило значение переменной y — словоформы, а не значения переменных y_1 и y_2 — основы и окончания. Возникает противоречие: практически необходимо решать уравнение (1), а грамматические сведения удобно фиксировать в виде морфологической функции, зависящей от основы и окончания, и извлекать их путем решения морфологического уравнения (2).

Ниже делается попытка изложить и обосновать простую процедуру, позволяющую искать корни уравнения (1) путем решения уравнения (2). Для удобства изложения будем называть полным решением морфологического уравнения такое множество значений всех его независимых переменных, которое обращает уравнение в тождество. Условимся называть частичным решением любое подмножество полного решения. Омонимичные значения разных переменных считаем разными элементами решения. Например, полным решением уравнения вида (2) может быть множество {стол x , стол y_1 , ом z_1 , единственный, творительный}. Нижний индекс указывает на принадлежность значения определенной переменной. Очевидно, всякое полное решение уравнения (1) состоит ровно из $n + 2$ элементов, а всякое полное решение уравнения (2) — из $n + 3$ элементов, причем все нижние индексы у них различны.

Заметим, что решение любой задачи морфологической обработки может быть приведено к единой схеме нахождения таких полных решений морфологического уравнения, которые вклучали бы в себя наперед заданное частичное решение. Например, задача синтеза словоформы родительного падежа множественного числа лексемы «книга» может быть сведена к нахождению множества {книга $_x$, книг $_y$, множественное $_{z_1}$, родительный $_{z_2}$ }, включающего в себя заданное подмножество {книга $_x$, множественное $_{z_1}$, родительный $_{z_2}$ }. Формализуем сделанное замечание. Для этого обозначим через M множество всех полных и частичных решений морфологического уравнения (1). Символом ξ обозначим произвольное решение уравнения (1). Выделим во множестве M все полные решения и будем помечать их нулевым нижним индексом, например $\xi_0 \cdot \xi$ и ξ_0 являются элементами множества M , но по определению сами состоят из элементов — значений аргументов

морфологической функции L . Поэтому на M можно определить отношение «быть подмножеством полного решения» $\langle A, M \rangle$. Будем говорить, что выполняется соотношение $\xi A \xi_0$, если $\xi \subseteq \xi_0$.

Теперь задачу определения корней морфологического уравнения можно сформулировать так: найти множество таких полных решений, чтобы для каждого из них выполнялось соотношение $\xi A \xi_0$, где ξ — наперед заданное частичное решение; ξ_0 — элемент искомого множества. Если обозначить это множество через m , то, согласно [4], можно записать

$$m = E \{ \xi_0 \in M \mid \xi A \xi_0 \}. \quad (3)$$

Распространим введенную систему обозначений на уравнение (2). Множество всех решений обозначим через N , под η будем понимать произвольный элемент множества N , нулевой нижний индекс обозначает полное решение уравнения (2). По аналогии с отношением $\langle A, M \rangle$ определим отношение $\langle B, M \rangle$ как вхождение частичного решения уравнения (2) в полное. Корни морфологического уравнения (2) составят множество n :

$$n = E \{ \eta_0 \in N \mid \eta B \eta_0 \}. \quad (4)$$

Сопоставим множества M и N и отношения на них. Определим отображение α множества N на множество M следующим образом:

$$\xi = \alpha(\eta) = \begin{cases} \eta, & \text{если } \bar{y}_1 \notin \eta \text{ и } \bar{y}_2 \notin \eta; \\ \eta \cup \{ \bar{y} \} \setminus \{ \bar{y}_1, \bar{y}_2 \}, & \text{если } \bar{y}_1 \in \eta, \bar{y}_2 \in \eta. \end{cases} \quad (5)$$

Знак тильда указывает на конкретные значения тех переменных, над символами которых он поставлен. Фигурные скобки служат для обозначения множества, \cup и \setminus — знаки операций суммы и разности множеств. Условимся, что порядок выполнения этих операций соответствует последовательности их знаков в формуле. Отображение α не определено на тех частичных решениях уравнения (2), которые включают в себя либо одну основу \bar{y}_1 некоторой словоформы, либо одно окончание — \bar{y}_2 .

Нетрудно убедиться, что отображение α действительно является функцией, так как последовательность операций $\eta \cup \{ \bar{y} \} \setminus \{ \bar{y}_1, \bar{y}_2 \}$ сводится к замене основы и окончания определенной словоформы самой словоформой. Такую замену можно сделать всегда однозначно. Заметим, что отображение α сюръективно, так как всякая словоформа допускает разбиение на основу и окончание (в частном случае окончание может не содержать ни одной буквы, т. е. быть «пустым»).

Установим некоторые свойства отображения α . Из того, что выполняется отношение B для прообразов, следует, что выполняется отношение A для образов

$$\eta B \eta_0 \Rightarrow \alpha(\eta) A \alpha(\eta_0). \quad (6)$$

Действительно, если η является прообразом некоторого $\xi = \alpha(\eta)$, то либо $\bar{y}_1 \in \eta$ и $\bar{y}_2 \in \eta$, либо $\bar{y}_1 \in \eta$, $\bar{y}_2 \in \bar{y}$. Рассмотрим первое. По определению отображения α $\alpha(\eta) = \eta \cup \{\bar{y}\} \setminus \{\bar{y}_1, \bar{y}_2\}$, $\alpha(\eta_0) = \eta_0 \cup \{\bar{y}\} \setminus \{\bar{y}_1, \bar{y}_2\}$. Выполнение соотношения $\eta B \eta_0$ означает, что $\eta \subseteq \eta_0$. Отсюда и из двух предыдущих равенств непосредственно следует $\alpha(\eta) \subseteq \alpha(\eta_0)$ или, что то же самое, $\alpha(\eta) A \alpha(\eta_0)$. Во втором случае $\alpha(\eta) = \eta$, $\alpha(\eta_0) = \eta_0$, справедливость свойства (6) очевидна. Следуя [3], будем называть отображение α эпиморфизмом отношения $\langle B, N \rangle$ в отношение $\langle A, M \rangle$.

Выполнение отношения A для пары образов влечет выполнение отношения B , хотя бы для одной пары их прообразов:

$$\xi A \xi_0 \Rightarrow (\exists \eta \exists \eta_0) [\eta B \eta_0]. \quad (7)$$

Из сюръективности α следует, что найдется хотя бы один прообраз элемента ξ_0 , принадлежащий множеству N . Пусть это будет η_0 . Тогда $\xi_0 = \eta_0 \cup \{\bar{y}\} \setminus \{\bar{y}_1, \bar{y}_2\}$ по определению α . Из этого равенства находим $\eta_0 = \xi_0 \cup \{\bar{y}_1, \bar{y}_2\} \setminus \{\bar{y}\}$, где \bar{y}_1 и \bar{y}_2 — основа и окончание словоформы \bar{y} .

Вопрос о том, каким образом определенная словоформа членится на основу и окончание, не всегда решается однозначно. Например, неакцентуированная форма записи слова «пробой» позволяет выделить в нем основу «проб» и окончание «ой» (женский род, творительный падеж) или основу «пробой» и пустое окончание (мужской род, именительный падеж). Даже если необходимые признаки словоформы известны, основа может определяться в ней неодинаковым образом разными авторами. Для нас важно, что по меньшей мере одним способом разделить слово на основу и окончание можно всегда.

Рассмотрим элемент η , определенный следующим образом:

$$\eta = \begin{cases} \xi, & \text{если } \bar{y} \in \xi \\ \xi \cup \{\bar{y}_1, \bar{y}_2\} \setminus \{\bar{y}\}, & \text{если } \bar{y} \notin \xi. \end{cases} \quad (8)$$

Пусть $\eta = \xi$. Поскольку ξ при этом не содержит элемента \bar{y} , то $\xi \subset \xi_0 \cup \{\bar{y}_1, \bar{y}_2\} \setminus \{\bar{y}\}$. Но, как установлено выше, правая часть включения равна η_0 , а левая — η . Значит, $\eta \subset \eta_0$. Отсюда следует, что, во-первых, $\eta \in N$ как частичное решение уравнения (2), во-вторых, $\eta B \eta_0$. Поскольку ξ как элемент M не может содержать

элементов y_1 и y_2 , не содержит их и η , так как $\eta = \xi$. Из (5) вытекает, что $\xi = \alpha(\eta)$, т. е. определенный равенством (8) элемент η является прообразом ξ и свойство (7) выполняется.

Рассмотрим случай, когда $y = \xi$ и $\eta = \xi \cup \{y_1, y_2\} \setminus \{y\}$. Как установлено выше, существует $\eta_0 = \xi_0 \cup \{y_1, y_2\} \setminus \{y\}$. Если $\xi \subseteq \xi_0$, то $\eta \subseteq \eta_0$ или $\eta \cap \eta_0$. Выясним теперь, является ли η прообразом ξ . Из определения (8) ясно, что в данном случае $\{y_1, y_2\} \subset \{y\}$.

Из него же следует, что $\xi = \eta \cup \{y\} \setminus \{y_1, y_2\}$. Сравнивая это со второй строкой определения (5), видим, что $\xi = \alpha(\eta)$, а свойство (7) справедливо и в этом случае.

Теперь, когда предварительный анализ закончен, изложим процедуру поиска корней уравнения (1). 1. Если в условии какой-либо морфологической задачи фигурирует конкретная словоформа, определим ее основу и окончание и заменим ими словоформу в условии. Сделаем все возможные замены и получим столько частичных решений уравнений (2), сколько вариантов замены возможно. В том случае, когда значения словоформы в условии не содержится, например в задачах синтеза, переход от частичного решения уравнения (1) к частичному решению уравнения (2) происходит без изменения условия задачи. 2. Находим множество полных решений морфологического уравнения (2), включающих хотя бы по одному частичному решению, найденному в первом пункте. 3. Из основы и окончания, которые являются элементами полных решений уравнения (2), составляем словоформы, переходя таким образом к полным решениям уравнения (1).

Покажем, что, применяя эту процедуру, мы получим те и только те корни уравнения (1), которые получили бы его непосредственным решением. Для этого перепишем процедуру в формальных терминах, которые ввели ранее. 1. Находим все существующие прообразы $\eta \in N$ заданного частичного решения ξ уравнения (1). 2. Для каждого η находим все η_0 , удовлетворяющие соотношению $\eta \cap \eta_0$, т. е. определяем множество n . 3. Для каждого множества n , найденного в пункте 2, определяем его образ $\alpha(n)$ [3] во множестве M . Совокупность всех $\alpha(n)$, которую обозначим через m' , и будет множеством корней уравнения (1).

Покажем, что множество m , определенное равенством (3), и m' эквивалентны. Для этого докажем справедливость двух включений: $m \subseteq m'$ и $m' \subseteq m$.

Пусть элемент $\xi_0 \in m$. Значит, выполняется соотношение $\xi A \xi_0$, где ξ — наперед заданное частичное решение. Поскольку отображение α сюръективно, во множестве B имеются прообразы элементов ξ и ξ_0 . При этом в силу (7) хотя бы одна пара из них связана соотношением $\eta \cap \eta_0$. Поскольку в первом пункте процедуры мы находим все возможные η , а во втором —

все η_0 , связанные с ними соотношением $\eta B\eta_0$, то будут найдены и элементы этой пары. Так как известно, что элемент η_0 является прообразом элемента ξ_0 , то ξ_0 будет определен в третьем пункте процедуры, т. е. $\xi_0 \in m'$. Первое включение доказано.

Пусть теперь $\xi_0 \in m'$, значит, ξ_0 найден в третьем пункте процедуры. В таком случае существует элемент $\eta_0 \in B$ являющийся прообразом $\xi_0 \in A$. Этот элемент — полное решение уравнения (2) — содержит в себе такое частичное решение η , которое является прообразом заданного частичного решения уравнения (1). Это следует из содержания второго и первого пунктов процедуры.

Итак, мы установили, что $\xi_0 = \alpha(\eta_0)$, $\xi = \alpha(\eta)$, $\eta B\eta_0$. Но тогда из (6) следует, что $\xi \in A\xi_0$, т. е. $\xi_0 \in m$, другими словами, ξ может быть найдено путем непосредственного решения уравнения (1). Значит, $m' \subseteq m$. Таким образом, эквивалентность множеств m' и m доказана.

Мы рассуждали в предположении, что в первом пункте процедуры словоформа расчленяется лишь на две морфемы — основу и окончание. Однако можно делить словоформу на любое число частей и не обязательно на морфемы.

Список литературы: 1. Шабанов-Кушнарченко Ю. П. Применение метода нуля-органа в лингвистике.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 21. Харьков, 1978, с. 109—112. 2. Бондарев В. М. Алгебраическое описание задач морфологической обработки слов.— В кн.: Проблемы бионики. Вып. 21. Харьков, 1978, с. 29—34. 3. Шрейдер Ю. А. Равенство, сходство, порядок. М., «Наука», 1971. 256 с. 4. Шиханович Ю. А. Введение в современную математику. М., «Наука», 1965. 376 с.

РЕФЕРАТЫ

УДК 62.506.2

О теории интеллекта. Ш а б а н о в-К у ш н а р е н к о Ю. П. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 3—11.

В качестве средства для описания отдельных функций человеческого интеллекта предлагается алгебраическая система, центральным объектом которой является конечный предикат — некоторый эквивалент алфавитного оператора.

УДК 681.3.01

Об одном принципе организации вычислительного процесса. М у р а ш к о А. Г., К о л у б а й С. К. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 11—16.

При помощи рассмотрения гипотетической мультипроцессорной вычислительной системы предлагается возможная организация вычислительного процесса, которая более близка к организации вычислительного процесса человека. Ил. 1. Список лит.: 2 назв.

УДК 62.506.2.

Экспериментальные исследования бинокулярного восприятия пространства. Л о п а т ч е н к о Б. К., Ш у л ь г и н И. В. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 17—24.

Рассмотрены различные экспериментальные подходы к изучению бинокулярного восприятия с точки зрения их применимости для построения математической модели восприятия пространства. Ил. 4. Список лит.: 18 назв.

УДК 681.323

Структура адаптивной мультипроцессорной вычислительной системы. М у р а ш к о А. Г., З а м а л е е в Ю. С. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 24—32.

Предлагается один подход к построению структуры адаптивной мультипроцессорной системы для целей моделирования, отличающейся гибкостью структуры и ее программного обеспечения. Ил. 3. Список лит.: 13 назв.

УДК 681.3.06

Об одном подходе к построению внутреннего языка вычислительной системы. К о л у б а й С. К. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 33—37.

Дается определение МК-программы и МК-языка типа $\langle i, k, j, l \rangle$. Список лит.: 3 назв.

УДК 681.323

Принципы организации адаптивного поведения цифрового интегратора. З а м а л е е в Ю. С. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 38—42.

Рассматривается задача повышения гибкости «внутренней организации» цифровых интегрирующих структур, являющихся компонентами человеко-машинных систем. Ил. 3. Список лит.: 7 назв.

УДК 616.127—005.8—0,73.97

О кодировании биомедицинской информации на примере электрокардиограммы при инфаркте миокарда. Сообщение 2. М а л а я Л. Т., В о р о н о в В. Г.,

Мендлин М. С., Кожин М. И., Шульман А. Е., Николенко А. Я.— Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 42—50.

На основе предложенного метода кодирования ЭКГ рассматривается постановка клинико-электрокардиографического заключения и анализ течения инфаркта миокарда. Ил. 1. Табл. 5. Список лит.: 3 назв.

УДК 62.506.2

Применение метода нуль-органа в психофизике. Сообщение II. Шабанов-Кушнаренко Ю. П.— Проблемы бионики, вып. 21. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 50—60.

Предлагается использование модели эквивалентности для математического описания психофизических процессов. Табл. 4, Ил. 2. Список лит.: 3 назв.

УДК 62.506.2

Механизм обработки информации в системах с краевым контрастом и некоторые зрительные иллюзии. Алешин Г. В., Грабина В. А.— Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 60—65.

Получены результаты, уточняющие отдельные особенности систем контрастирования контуров изображений, и их применение к объяснению механизма некоторых зрительных иллюзий, возникающих при наблюдении тестов или фигур у человека-оператора. Ил. 3. Список лит.: 4 назв.

УДК 681.327

Схема управления эргономичным табло устройства ввода. Волков А. С., Горенко В. Ф.— Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 65—69.

При проектировании систем ввода информации возникает задача автоматического исключения ошибок оператора, которая может быть успешно решена путем редактирования сообщений. Ил. 2. Список лит.: 5 назв.

УДК 612.82.014.42.001.57

Унисторная модель иерархических систем пространственно-временных связей головного мозга. Колотенко Г. А., Евтушенко Г. И., Диденко С. Ю.— Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 69—76.

Описано построение унисторной гомоморфной модели доминантных иерархических систем пространственно-временных синхронных и асинхронных связей головного мозга. Список лит.: 2 назв.

УДК 62.506.2

Об одном способе использования механизма оконтуривания изображения. Алешин Г. В., Грабина В. А.— Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 76—81.

Изложен один из бионических методов создания системы оконтуривания изображений. Ил. 2. Список лит.: 4 назв.

УДК 62.506.2

О предикатах на множествах. Сообщение I. Сарнавский Н. Г., Плавский С. А.— Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 81—87.

Рассматриваются функции на конечных множествах, принимающие значения и обладающие свойствами предиката равенства. Список лит.: 2 назв.

УДК 62.506.2

О теореме разложения в алгебре предикатов. Бондарев В. М. — Проблемы бионики, вып. 22. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 87—93.

В рамках алгебраической системы конечных предикатов формулируется и доказывается утверждение, аналогичное теореме о дизъюнктивном разложении булевой алгебры. Список лит.: 3 назв.

УДК 621.327.12

Методы статистической оценки признаков в задаче распознавания образов. Савицкий Л. Е. Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 93—98.

Предложено статистическое правило для принятия решения о признаке с учетом распределений вероятностей оценок признаков. Рассчитаны и экспериментально построены гистограммы для признаков типа вертикальная и наклонная линии при анализе печатных знаков. Ил. 3. Список лит.: 4 назв.

УДК 62—50 : 519.14

Применение лингвистических переменных при построении топологической модели сложной системы. Грундспенькис Я. А. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 99—106.

Предлагается методика формального построения топологической модели по содержательному описанию сложной системы. Список лит.: 9 назв.

УДК 51 : 65.012.122

О транзитивных модификациях мажоритарных отношений. Илюнин О. К., Новиков Б. В. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 106—109.

Предлагается решение следующей задачи из книги Б. Г. Миркина (РЖМат, 1975, ЗВ632): дать алгоритм построения транзитивной модификации мажоритарного отношения (для линейных квазипорядков), если оно существует, при четном числе экспертов. Список лит.: 1 назв.

УДК 15.370.153

Дискретизация стационарных случайных сигналов с переменным шагом по экстремумам. Пономарева И. Д. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 110—115.

Рассматривается возможность однозначного восстановления стационарного случайного сигнала, кодированного по экстремумам. Список лит.: 5 назв.

УДК 51.01.164

Метод сокращения перечисления фигур. Березная И. Я., Григорьева А. Н., Зимнев М. М. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 115—120.

XHYPI: Problemy byonyky



B-759-4

142

Рассматривается задача построения зрительных фигур — многоугольников специального класса, которые могут служить тестовыми изображениями при исследовании субъективной сложности зрительного опознавания. Табл. 1. Список лит.: 5 назв.

УДК 62.506.2

О предикатах на множествах. Сообщение II. Сарнавский Н. Г., Шабанова-Кушнаренко З. Ю. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 120—125.

Рассматриваются функции на конечных множествах, обладающие свойствами предиката равенства. Изучаются двузначные предикаты на абелевых группах. Список лит.: 2 назв.

УДК 62.506.2

Задача приведения единиц текста естественного языка к каноническому виду и ее использование при обработке больших информационных массивов. Бондаренко М. Ф., Чугун А. И. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 125—129.

Рассмотрен комплексный подход к построению подсистемы морфологической обработки отдельных единиц текста, основанный на использовании результатов решения задачи канонизации их для получения недостающей информации. Список лит.: 3 назв.

УДК 62.506.2

К вопросу о моделировании грамматической обработки имен числительных. Осыка А. Ф. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 129—137.

Предлагается комплексная математическая модель способности человека выполнять разнообразные виды грамматической обработки имен числительных. Список лит.: 10 назв.

УДК 62.506.2

О морфологическом отношении на множестве морфем. Бондарев В. М. — Проблемы бионики, вып. 22. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 137—142.

Описывается процедура, позволяющая сводить задачи морфологической обработки слов к решению уравнений специального вида. Список лит.: 4 назв.

1 р. 50 к.



Проблемы бионики, 1979, вып. 22, 1—142+3.

146