

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНОГО РАЗМЕРА И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ВСТАВКИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ В ВОЛНОВОДЕ НА ЕЕ РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА

Диэлектрические вставки в волноводных линиях передачи часто используются в качестве чувствительных элементов пондеромоторных ваттметров. Они также находят широкое применение как фильтры, фазовращатели и т. д.

В работе численно-аналитическим методом решена задача о резонансном взаимодействии электромагнитной волны и трехмерного параллелепипеда в прямоугольном волноводе. На первой стадии в строгой постановке методом интегральных уравнений макроскопической электродинамики получено аналитическое решение. Искомые характеристики представлены в виде разложений, коэффициенты которых определяются главным образом из решения системы линейных однородных алгебраических уравнений. На последующем этапе осуществляется численный анализ полученных выражений. При этом основное внимание уделено указанной системе уравнений. Требуемая точность, обеспечивающая хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных, достигнута за счет механизма усечения матрицы рассматриваемой системы.

Численно-аналитический метод позволяет, сохранив физичность изложения, добиться малых затрат машинного времени. Так, чтобы вычислить КСВН, амплитуды отдельных типов колебаний, возбуждаемых во вставке, для трехмерного прямоугольного параллелепипеда в 25 точках диапазона длин волн на ЭВМ ЕС-1033 необходимо 3,5 мин.

Пусть в прямоугольном волноводе параллельно продольной оси располагается однородная вставка, все точки поперечного сечения которой удовлетворяют соотношениям $x_1 < x < x_2$; $y_1(x) < y(x) < y_2(x)$.

Запишем уравнения макроскопической электродинамики для магнитного поля в интегродифференциальной форме [1]:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0(\vec{r}) + (\text{grad div} + k^2) \int_V \gamma \vec{H}(\vec{r}') \hat{f}^M(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' + \\ + i\omega \epsilon_1 \text{rot} \int_V \alpha \vec{E}(\vec{r}') \hat{f}^E(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}', \quad (1)$$

где ϵ , μ , ϵ_1 , μ_1 — диэлектрическая и магнитная проницаемости вставки и окружающей среды; $k^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu_1$; $\hat{f}^{E, M}(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ — электрическая и магнитная функции Грина регулярного прямоугольного волновода [1]; $\beta_{mn}^2 = k^2 - p_m^2 - q_n^2$; $p_m = \frac{m\pi}{a}$; $q_n = \frac{n\pi}{b}$; a , b — размеры волно-

вода; m, n — целые числа; $\alpha = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - 1$, $\gamma = \frac{\mu}{\mu_1} - 1$; V — объем вставки; i — мнимая единица; $\vec{H}_0$ — амплитуда падающей волны.

Рассмотрим z -компоненту уравнения для точек, принадлежащих объему V . Поле во вставке представим в виде

$$H_z(\vec{r}) = \sum_{\mu, \nu} H_{\mu\nu} [W_{\mu\nu}^+(x, y) e^{-i\Gamma_{\mu\nu} z} + W_{\mu\nu}^-(x, y) e^{i\Gamma_{\mu\nu} z}], \quad (2)$$

где $\Gamma_{\mu\nu}^2 = k^2 \frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_1\mu_1} - P_{\mu\nu}^2$; $P_{\mu\nu}$ — внутреннее поперечное волновое число, подлежащее определению, $W_{\mu\nu}^{\pm}(x, y)$ — поперечная волновая функция поля внутри вставки (знак «+» относится к волне, распространяющейся в положительном, «-» — отрицательном направлении оси z).

Подставим выражения для поля во вставке (2), функций Грина и падающего поля в уравнение (1), записанное для z -компоненты.

Выполним интегрирование по z' в пределах длины вставки L и дифференциальные операции по переменным без штриха. После разделения на две группы слагаемых, имеющих сходные зависимости по z , получим два уравнения

$$\frac{2}{ab} \sum_{\mu, \nu} \sum_{m, n} H_{\mu\nu} \frac{\kappa_{mn}}{i\beta_{mn}} \cos p_m x \cos q_n y (T_3 e^{-i\beta_{mn} z} + T_4 e^{i\beta_{mn} z}) +$$

$$+ H_0 \cos p_r x \cos q_s y e^{-i\beta_{rs} z} = 0 \quad (3),$$

$$\sum_{\mu, \nu} H_{\mu\nu} [W_{\mu\nu}^+(x, y) e^{-i\Gamma_{\mu\nu} z} + W_{\mu\nu}^-(x, y) e^{i\Gamma_{\mu\nu} z}] =$$

$$= \frac{2}{ab} \sum_{\mu, \nu} \sum_{m, n} H_{\mu\nu} \frac{\kappa_{mn}}{i\beta_{mn}} \cos p_m x \cos q_n y (T_1 e^{-i\Gamma_{\mu\nu} z} + T_2 e^{i\Gamma_{\mu\nu} z}) \quad (4),$$

где

$$\kappa_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{если } m = 0 \text{ или } n = 0; \\ 2, & \text{если } m, n > 0; \end{cases}$$

$$T_1 = -2i\beta_{mn}\theta_{\mu\nu}^{mn} Q_{cc}^+; \quad T_2 = \tau_{\mu\nu}^{mn} T_1,$$

$$T_3 = i\theta_{\mu\nu}^{mn} \frac{p_m^2 + q_n^2}{P_{\mu\nu}^2} [(\Gamma_{\mu\nu} + (\gamma + 1)\beta_{mn}) - \tau_{\mu\nu}^{mn} (\Gamma_{\mu\nu} - (\gamma + 1)\beta_{mn})] Q_{cc}^+.$$

Здесь

$$\theta_{\mu\nu}^{mn} = \frac{\gamma}{1 - (\gamma + 1) \frac{p_m^2 + q_n^2}{P_{\mu\nu}^2}}.$$

$T_4 = 0$, если

$$\tau_{\mu\nu}^{mn} = \frac{\Gamma_{\mu\nu} - (\gamma + 1)\beta_{mn}}{\Gamma_{\mu\nu} + (\gamma + 1)\beta_{mn}}.$$

Значения Q_{cc}^+ с точностью до постоянного множителя можно определить из уравнения

$$\sum_{m, n} \left(\frac{4\kappa_{mn}}{ab} A_{nn'}^{mm'} + \frac{\delta_{mm'} \delta_{nn'}}{\theta_{\mu\nu}^{mn}} \right) Q_{cc}^+ = 0, \quad (5)$$

которое можно получить из (4) согласно работе [1].

$$A_{nn'}^{mm'} = \int_{x_1}^{x_2} \cos p_m x' \cos p_{m'} x' \int_{y_1(x')}^{y_2(x')} \cos q_n y' \cos q_{n'} y' dy' dx'. \quad (6)$$

Здесь $\delta_{mm'}$, $\delta_{nn'}$ — символы Кронекера.

Из условия разрешимости системы (5) линейных однородных алгебраических уравнений находятся постоянные распространения $P_{\mu\nu}$, а указанные постоянные множители вместе с амплитудами $H_{\mu\nu}$ определяются из системы линейных неоднородных уравнений (3).

После нахождения поля во вставке, подстановки его в уравнение (1), записанное для z -компоненты, интегрирования с учетом того, что точка z' не принадлежит объему V и что $z' < 0$, получим [1]

$$H_z \text{ отр} = \sum_{m, n} \kappa_{mn} \frac{p_m^2 + q_n^2}{ab\beta_{mn}} \left(\sum_{\mu, \nu} H_{\mu\nu} \Phi_{\mu\nu}^{mn} \right) \cos p_m x \cos q_n y e^{i\beta_{mn}z},$$

где

$$\Phi_{\mu\nu}^{mn} = \frac{2\theta_{\mu\nu}^{mn}}{\rho_{\mu\nu}^2} (\Gamma_{\mu\nu} + (\gamma + 1)\beta_{mn}) (1 - e^{-2i\Gamma_{\mu\nu}L}) Q_{cc}^+.$$

Для случая прямоугольного параллелепипеда, грани которого параллельны стенкам волновода, т. е. x_1 , x_2 , $y_1(x)$, $y_2(x)$ — постоянные, во-первых, $W_{\mu\nu}(xy) = U_\mu(x) \cdot R_\nu(y)$, во-вторых, интегрирование в формуле (6) легко осуществить аналитически. При этом

$$\begin{aligned} A_{nn'}^{mm'} = & \frac{c}{2\pi} \left\{ \frac{-1}{m-m'} \left[(-1)^{m-m'} \sin \pi(m-m') \frac{c_1}{c} + \sin \pi(m-m') \frac{c_1}{c} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{m+m'} \left[(-1)^{m+m'} \sin \pi(m+m') \frac{c_1}{c} + \sin \pi(m+m') \frac{c_1}{c} \right] \right\} \times \\ & \times \frac{d}{2\pi} \left\{ \frac{1}{n-n'} \left[(-1)^{n-n'} \sin \pi(n-n') \frac{d_1}{d} + \sin \pi(n-n') \frac{d_1}{d} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{n+n'} \left[(-1)^{n+n'} \sin \pi(n+n') \frac{d_1}{d} + \sin \pi(n+n') \frac{d_1}{d} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Здесь c_1 — расстояние от левой узкой стенки волновода до параллельной ей левой грани параллелепипеда; c — размер поперечного сечения параллелепипеда вдоль широкой стенки; d_1 — расстояние от нижней широкой стенки волновода до параллельной ей нижней грани параллелепипеда, d — размер поперечного сечения параллелепипеда вдоль узкой стенки (см. рис. 1, работа [1]).

Из полученной формулы следует, что полная система с матрицей $\frac{4\kappa_{mn}}{ab} A_{nn'}^{mm'}$ распадается на четыре независимые подсистемы. Приведем индексы одной из них, описывающей поведение экспериментально обнаруженных ранее резонансов магнитного типа [2], рассматриваемых нами: $m = 1, 3, 5, \dots$ $n = 0, 2, 4, \dots$

Индексы со штрихом изменяются так, как и без штриха.

Численный анализ проводился для диэлектрической вставки. При этом $\gamma \rightarrow 0$, а $\theta_{\mu\nu}^{mi}$ — константа [1]. Поперечное сечение представляло собой квадрат со стороной 6,0 мм. Тело размещалось в прямоугольном волноводе сечением 23×10 мм². Оси волновода и параллелепипеда совпадали, $\epsilon = 151$. Исследовали поведение резонансных зависимостей КСВН и относительных амплитуд отдельных типов колебаний, возбуждаемых во вставке, от длины волны генератора ($28,0 \text{ мм} \leq \lambda \leq 40,0 \text{ мм}$) для различных значений продольного размера параллелепипеда L , который изменялся в пределах $0,4 \text{ мм} \leq L \leq 22,0 \text{ мм}$.

При $L = 6,0$ мм, когда параллелепипед становился кубом, результаты счета совпадали с известными экспериментальными данными [2].

В процессе численного решения данной задачи было показано, что ощутимые потери точности могут иметь место главным образом на этапе решения системы линейных однородных алгебраических уравнений (5). Контроль точности осуществлялся по числу обусловленности [3] матрицы указанной системы. Ее размерность определяется числом типов волн, которые могут распространяться во вставке. Полная матрица, как правило, плохо обусловлена. Реально в целях обеспечения необходимой точности приходится учитывать небольшое число типов волн (3—7). При этом обусловленность матрицы резко улучшается. Здесь речь идет об усечении матрицы исходной системы уравнений как необходимым средством ее решения.

В нашем конкретном случае учитывались следующие типы колебаний:

$$n = 0, m = 1; n = 0, m = 3; n = 2, m = 1; n = 4, m = 1 \quad (7)$$

Расчеты показывают, что в выбранных пределах изменения численных значений параметров практически во всех случаях падающая волна возбуждает в прямоугольном параллелепипеде в резонансных точках колебания максимальной амплитуды на типе волны $n = 0, m = 3$. В отдельных случаях (например, $L = 10,5$ мм, $\lambda_{\text{рез}} = 33,5$ мм; $L = 16$ мм, $\lambda_{\text{рез}} = 33,5$ мм; $L = 19$ мм, $\lambda_{\text{рез}} = 30,0$ мм) амплитуды типа волны $n = 2, m = 1$ могут превышать указанные. Колебания более слабой интенсивности возбуждаются на типе волны $n = 4, m = 1$ и самые слабые — на основном — $n = 0, m = 1$.

Резонансные частоты КСВН и отдельных типов волн совпадают.

На рис. 1 представлены графики зависимости КСВН параллелепипеда от длины волны генератора, построенные для различных значений его продольного размера. Здесь принято $\epsilon = 151$ и обозначено: 1 — $L = 6,30$ мм; 2 — $L = 6,40$ мм; 3 — $L = 6,50$ мм. Зависимости носят резонансный характер. Увеличение длины вставки приводит к смещению резонансной кривой в длинноволновую область и сопровождается относительным изменением резонансных значений КСВН в различных точках. Так, резонанс, имеющий место на исходной кривой 1 при $\lambda = 32,0$ мм, постепенно растет, а соответствующий $\lambda = 34,0$ мм — убывает. Смещение резонансной картины сопровождается также возникновением новых резонансов в коротковолновой и исчезновением старых в длинноволновой областях. Рис. 1 дает воз-

возможность оценить сдвиг резонансной кривой количественно. Расчеты показывают, что «скорость» смещения резонансной кривой из-за изменения длины вставки L существенно уменьшается при переходе к более длинным образцам. Кроме того, резонансная кривая становится более изрезанной, число резонансов, попадающих в рассматриваемый диапазон длин волн, возрастает, располагаются они более равномерно, а их добротность — падает.

Как известно, зависимости резонансных длин волн от размера грани куба ложатся на прямые линии, для которых в работе [2] записаны эмпирические уравнения, удобные для использования в инженерных расчетах. Такие зависимости свидетельствуют о движении

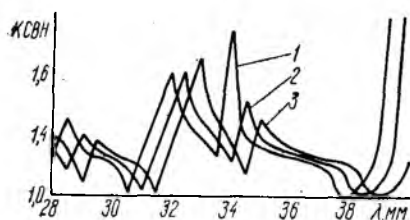


Рис. 1

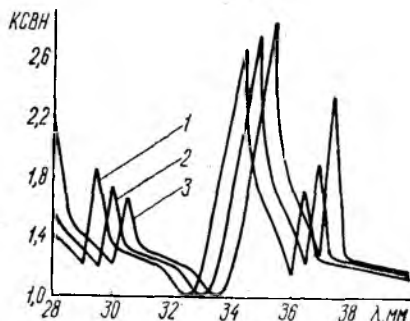


Рис. 2

резонансной картины, вызываемом увеличением размера куба, с постоянной скоростью.

Таким образом, в рассматриваемом случае резонансная зависимость КСВН от длины параллелепипеда не является прямолинейной (смещение кривой происходит неравномерно для различных значений L).

Увеличение длины прямоугольного параллелепипеда в рассмотренных пределах и при выбранных значениях других параметров не сопровождалось генерацией каких-либо новых типов колебаний или полным подавлением уже имеющихся внутри вставки. Наращивание продольного размера образца осуществлялось, начиная с $L = 0,4$ мм. Зависимость КСВН от длины вставки оставалась гладкой до значения $L = 2,1$ мм, при котором стал заметен рост первого резонанса, который согласно работе [2] следует назвать резонансом первого порядка. Если $L = 2,3$ мм, он располагается на длине волны $\lambda = 29$ мм. Дальнейшее увеличение L приводит к смещению данного резонанса в сторону больших длин волн, причем он остается в рассматриваемом диапазоне до $L = 3,5$ мм ($\lambda = 39,5$ мм).

Резонанс второго порядка появляется на длине волны $\lambda = 28,5$ мм как только $L = 2,4$ мм. Когда $L = 3,5$ мм, резонанс третьего порядка оказывается на длине волны $\lambda = 29,5$ мм и т. д. Резонансы невысоких порядков имеют характерную форму: наличие точки согласования, крутой фронт со стороны малых длин волн и сравнительно плавное убывание с противоположной стороны. При переходе к резонансам

высокого порядка (вставкам большой длины) такая форма резонансной кривой не сохраняется. Кривые становятся симметричными — их передний и задний фронт похожи друг на друга.

Расчеты проводились, чтобы исследовать влияние изменения диэлектрической проницаемости ϵ на резонансные свойства вставки. Строились зависимости КСВН от длины волны генератора. Рассматривался куб, размер грани которого был выбран равным 6 мм. В процессе счета учитывались те же типы волн, что и ранее (7). Диэлектрическая проницаемость ϵ изменялась в пределах $85 \leq \epsilon \leq 152$.

Отдельные типы колебаний и КСВН резонировали на одних и тех же частотах. Увеличение диэлектрической проницаемости приводит к смещению резонансной картины в длинноволновую область (рис. 2). Пользуясь анализируемыми зависимостями, представленными на рис. 2, где приняты обозначения 1 — $\epsilon = 122$, 2 — $\epsilon = 126$, 3 — $\epsilon = 130$, значение сдвига можно оценить количественно. Резонансная кривая, смещаясь в процессе изменения ϵ , эволюционирует. Так, резонансное значение КСВН в коротковолновой области постепенно уменьшается, а в длинноволновой — возрастает. Увеличение значения ϵ в конце концов приводит к «вытеснению» резонанса, располагаемого в крайней правой позиции (рис. 2). Вместе с тем на рис. 2 показано появление нового резонанса КСВН — более высокого порядка. Смещение резонансной картины осуществляется сравнительно медленно. Резонанс, появившийся на длине волны $\lambda = 28,5$ мм ($\epsilon = 85$), смещается только до длины волны $\lambda = 38$ мм ($\epsilon = 152$). При этом резонанс КСВН более высокого порядка $\lambda = 28$ мм ($\epsilon = 110$) сдвигается до $\lambda = 33,0$ мм. Резонанс последующего порядка появляется на $\lambda = 28,5$ мм ($\epsilon = 136$).

Из сравнения рис. 1, 2 следует, что смещение резонансной кривой более чувствительно к изменению длины, чем к изменению диэлектрической проницаемости. Это понятно, так как электрическая длина вставки пропорциональна действительной длине и квадратному корню из ее проницаемости.

Полученные результаты можно использовать при разработке СВЧ-устройств, в которых применяются диэлектрические вставки в волноводе.

Список литературы: 1. Гал Л. К., Украинец Н. И., Хижняк Н. А. Рассеяние электромагнитной волны на диэлектрической вставке конечных размеров в прямоугольном волноводе // Журн. техн. физики. 1980. 50. С. 1585—1594. 2. Украинец Н. И., Хижняк Н. А. Резонансное рассеяние электромагнитных волн на диэлектрическом кубе в прямоугольном волноводе // Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника. 1976. Вып. 5. № 138. С. 32—36. 3. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. М., 1984. 319 с.

Поступила в редакцию 03.03.87