

СИНТЕЗ ПРИБЛИЖЕННО ИНВАРИАНТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРОВЕТРИВАНИЕМ ШАХТ

А. Н. Гвоздинский

Харьков

При синтезе инвариантных систем управления проветриванием шахт необходимо учитывать тот факт, что на координаты управляющих воздействий накладываются ограничения. Дебиты воздуха Q , являющиеся управляющими воздействиями согласно Правилам безопасности должны изменяться в некоторых пределах, т. е. $Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\max}$.

Без учета ограниченности координат условия инвариантности носят формальный характер и фактически не выполняются. В этих случаях системы управления строят как приближенно инвариантные.

Рассмотрим синтез комбинированной инвариантной САУ на примере добычного участка шахты с учетом ограничений, наложенных на управляющие сигналы. Передаточная функция добычного участка как объекта управления имеет следующий вид [1]:

$$W_{об}(p) = \frac{b_0 p + b_1}{p^2 + 2\xi p + 1} = \frac{x_{вых}}{U}, \quad (1)$$

где b_0 , b_1 и 2ξ — константы, причем $b_1 < 0$;

U — управляющее воздействие, $U \leq U_{\max}$.

Входные управляющие и возмущающие воздействия системы — случайные процессы.

Условия абсолютной инвариантности обычно сводятся к тому, что среднеквадратичная ошибка системы равна нулю, т. е.

$$\bar{e}^2(t) = 0. \quad (2)$$

В нашей задаче требуется, чтобы

$$\bar{e}^2(t) = \min \quad (3)$$

при $U_{\min} \leq U \leq U_{\max}$.

Без нарушения общности решаемой задачи будем рассматривать случай симметричной характеристики ограничителя

$$|U| \leq U_{\max}. \quad (4)$$

Условие абсолютной инвариантности (2) для системы, представленной на рисунке, имеет вид

$$1 - W_{об}(p) W_k(p) = 0. \quad (5)$$

С учетом (1) видно, что техническая реализация $W_k(p)$ невозможна без нарушения условий устойчивости системы. А если учесть ограничения (4), то выполнение условия (5) еще более осложняется.

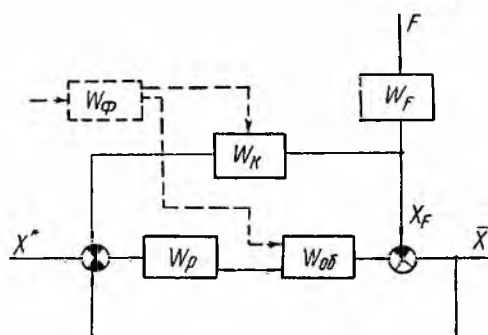
Предположим, что условие (5) выполняется приближенно, т. е.

$$1 - W_{\phi}(p) W_{\kappa}(p) \neq 0 \quad (6)$$

и известны вероятностные характеристики входных и выходных параметров системы. Спектральная плотность и среднееквадратичное значение выходной координаты соответственно равны

$$S_{xx}(p) = W_{\phi}(p) W_{\phi}(-p) S_{x^*x^*}(p); \quad (7)$$

$$\bar{X}^2(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} S_{xx}(p) dp. \quad (8)$$



Структурная схема системы управления

Дж. Ньютон показал [2], что если случайный сигнал на входе объекта (с выходной координатой, способной к «насыщению») имеет нулевое среднее значение и дисперсию σ^2 , то передаточную функцию $W_{\phi}(p)$ следует определить так, чтобы $\bar{X}^2(t) \leq \bar{X}_{\text{доп}}^2$. Поскольку в условиях нашей задачи структура $W_{\phi}(p)$ фиксирована, то варьировать можно лишь $W_{\kappa}(p)$. При этом структура $W_{\kappa}(p)$ выбирается возможно более простой и физически реализуемой. Таким

образом, весь расчет с самого начала базируется на том, что вся система заранее predeterminedлена как приближенно инвариантная.

С учетом (5) примем

$$W_{\kappa}(p) = \frac{p(p^2 + 2\zeta p + 1)}{k(b_0 p + b_1)(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}. \quad (9)$$

Если возмущение X_F (рис.) привести к одному входу с управляющим воздействием U и корректирующий сигнал представить как выходной с некоторого эквивалентного фильтра W_{ϕ} , то при $\tau_{\phi} \neq 0$ $W_{\phi}(p)$ будет фильтром, подавляющим помеху. Но при этом, кроме составляющей ошибки, оставшейся из-за помехи, возникает также составляющая вследствие приближенного выполнения условий инвариантности (из-за аппроксимации $W_{\kappa}(p)$ и из-за вводимых ограничений на координаты системы). В таком случае необходимо искать компромиссное решение, при котором $\bar{v}^2(t) = \min$ при $|U| < U_{\max}$, или, что одно и то же, при $\bar{X}^2(t) < \bar{X}_{\text{доп}}^2$. Эту задачу можно решить, составив лагранжеву функцию вида [3]

$$V = \bar{v}^2(t) + \lambda \bar{X}^2(t), \quad (10)$$

где λ — множитель Лагранжа.

Затем из системы уравнений

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = 0 \quad (j = 0, 1, 2) \quad (11)$$

и уравнения (8) можно найти значения λ , τ_j , обращающие в минимум $\bar{v}^2(t)$, а затем и само $\bar{v}^2(t)$. Однако, как видно из выражений (1), (8), аналитическое определение $\bar{v}_{\min}^2(t)$ указанным способом сопряжено с технически непреодолимыми трудностями. $\bar{v}_{\min}^2(t)$ можно также найти путем определения минимальных значений составляющих ошибки от аппроксимации $W_{\kappa}(p)$ и от вводимых ограничений. При соответствующем выборе

структуры $W_k(p)$ составляющая ошибки от аппроксимации ничтожна и определяется довольно просто.

Встает задача определения $\bar{\theta}_{2\min}^2(t)$, т. е. составляющей ошибки, возникающей при введении ограничений на координаты. Первое приближение решаемой задачи можно найти из следующих соображений.

Рассматриваемая система при выполнении уравнения (5) может работать при каком угодно близком к нулю значении коэффициента усиления k , являясь при соответствующем значении τ_i оптимальным фильтром, минимизирующим $\bar{\theta}^2(t)$. Практически k системы или отдельных звеньев выбирается из условий обеспечения требуемого качества переходного процесса. Запишем передаточную функцию замкнутой системы (см. рисунок) в предположении, что возмущающие и управляющие воздействия приведены к одному входу.

$$W_0(p) = W_p(p) W_{\infty}(p) = \frac{k(b_0p + b_1)(\tau_1p + 1)(\tau_2p + 1) + p(p^2 + 2\xi p + 1)}{[p(p^2 + 2\xi p + 1) + k(b_0p + b_1)](\tau_1p + 1)(\tau_2p + 1)}. \quad (12)$$

Тогда с учетом (9)

$$\begin{aligned} W_0(p) &= 1 - W_0(p) = \\ &= \frac{p(p^2 + 2\xi p + 1)[(\tau_1p + 1)(\tau_2p + 1) - 1]}{[p(p^2 + 2\xi p + 1) + k(b_0p + b_1)](\tau_1p + 1)(\tau_2p + 1)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку в первую очередь необходимо создать при помощи соответствующего $W_{\phi \text{ опт}}(p)$ оптимальный фильтр, т. е. определить значение τ_n по условию минимума $\bar{\theta}^2(t)$ с учетом $U < U_{\max}$, положим в (12) и (13) $k \approx 0$. Тогда передаточные функции $W_0(p)$ и $W_0(p)$ примут вид

$$W_0(p) = \frac{1}{(\tau_1p + 1)(\tau_2p + 1)}; \quad (14)$$

$$W_0(p) = \frac{(\tau_1p + 1)(\tau_2p + 1) - 1}{(\tau_1p + 1)(\tau_2p + 1)}, \quad (15)$$

откуда следует, что $\bar{\theta}^2(t)$ и $\bar{X}^2(t)$ будут функциями параметров τ_1, τ_2 искомого оптимального фильтра.

Условия минимума среднеквадратичной ошибки обычно выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^2(t) &= \frac{1}{2\pi j} \left[\int_{-j\infty}^{+j\infty} W_0(p) W_0(-p) S_{x^*x^*}(p) dp + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-j\infty}^{+j\infty} W_0(p) W_0(-p) S_{x_F x_F}(p) dp \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где x^* и x_F — сигналы между собой некоррелированы. Тогда с учетом (14), (15) и (8) запишем:

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^2(t) &= \frac{1}{2\pi j} \left[\int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{D_{x_F}}{\pi} \cdot \frac{2\alpha}{(4\alpha^2 - p^2)} \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^2 (\tau_i p + 1) \cdot \prod_{i=1}^2 [\tau_i(-p) + 1]} dp + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{\left[\prod_{i=1}^2 (\tau_i p + 1) - 1 \right] \left[\prod_{i=1}^2 (\tau_i(-p) + 1) - 1 \right]}{\prod_{i=1}^2 (\tau_i p + 1) \cdot \prod_{i=1}^2 (\tau_i(-p) + 1)} \cdot \frac{D_{x^*}}{\pi} \cdot \frac{\alpha}{(\alpha^2 - p^2)} dp \right]; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\bar{X}^2(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{D_{x^*}}{\pi} \cdot \frac{\alpha}{(\alpha^2 - p^2)} \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^2 (\tau_i p + 1) \cdot \prod_{i=1}^2 (\tau_i(-p) + 1)} dp. \quad (18)$$