

ISSN 0373-2428

УСТЕХИ РАДИО СОВРЕМЕННОЙ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

<http://www.radiotec.ru/>

05' 2005



Поздравляем
с Днем Победы!



Тел./факс: (095) 925-9241
E-mail: info@radiotec.ru
<http://www.radiotec.ru/>

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70325 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

Рассеяние электромагнитных волн на структуре из двух коаксиальных незамкнутых конусов.

Дорошенко В. А.

Electromagnetic Wave Scattering by the Structure of Coaxial Semi-Infinite Cones. **V.A. Doroshenko** 41

О вычислении законов распределения квадратичных форм комплексных нормальных векторов.

Леховицкий Д. И., Флексер П. М., Полишко С. В.

On Calculation of Distribution Laws of Quadratic Forms of Random Complex Gaussian Vectors.
D.I. Lekhovitsky, P.M. Flekser, and S.V. Polishko 53

Решетка Ван-Атта из расширяющихся щелевых антенн (РЩА) для широкополосных импульсных сигналов. **Бутрым А.Ю., Казанский О.В., Колчигин Н.Н.**

Van Atta's Array Consisted of Tapered Slot Antennas (TSA) for Wideband Pulse Signals.

A.Yu. Butrym, O.V. Kazanskiy, and N.N. Kolchigin 60

Комбинированный метод измерения характеристик антенн.

Усин В.А., Ковальчук В.А., Марков В.И., Филоненко А.Б.

Combined Antenna Measurement Method.

V.A. Usin, V.A. Kovalchuk, V.I. Markov, and A.B. Filonenko 65

Журнал "Успехи современной радиоэлектроники"

*относится к категории печатных изданий, публикации в которых учитываются
при рассмотрении докторских и кандидатских диссертаций ВАК РФ
и в диссертационных советах*

На нашей странице в Internet — <http://www.radiotec.ru/> —
Вы можете увидеть содержание очередного номера журнала
с аннотациями к статьям за месяц до выхода его в свет

Зав. редакцией И. Г. Волкова

Редакторы: Е. В. Веселова, Е. В. Шубенкова

Журнал зарегистрирован в Государственном комитете РФ по печати. Свидетельство о регистрации №014559 от 10 июня 1997 г.
Сдано в набор 24.03.2005. Подписано в печать 21.04.2005. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура таймс. Печать
офсетная. Изд. № 17. Печ. л. 9,0.

Адрес Издательства "Радиотехника": 107031, Москва, К-31, Кузнецкий мост, д. 20/6. Тел. 921-48-37. Тел./факс 925-92-41.

E-mail: info@radiotec.ru

<http://www.radiotec.ru/>

Компьютерная верстка и фотоформы Издательства «Радиотехника».

Подольская типография филиала ОАО «Чеховский полиграфический комбинат». 142110, г. Подольск, ул. Кирова, д. 15. Зак. № 931.

© Издательство "Радиотехника", 2005 г.
Тиражирование содержания журнала в электронном и любом другом виде
— только с разрешения издательства

Рассеяние электромагнитных волн на структуре из двух коаксиальных незамкнутых конусов

В. А. Дорошенко

Проведено исследование задачи рассеяния электромагнитных волн на конической структуре, состоящей из двух коаксиальных полубесконечных идеально проводящих конусов с продольными щелями. Получено аналитическое решение задачи для конуса с узкими щелями и внутренней вставкой. Показано существование в структуре поля ТЕМ-волн.

The problem of electromagnetic wave scattering by a conical surface that consists of two coaxial semi-infinite perfectly conducting cones with longitudinal slots has been investigated. Analytical problem solutions for a cone with narrow slots and an interior screen have been obtained. It is shown that there is a TEM – mode in the field structure.

Введение

Решение задач рассеяния электромагнитных волн на конических и биконических структурах представляет значительный интерес при проектировании и создании широкополосных и сверхширокополосных систем, устройств излучения и приема электромагнитных волн [1–3].

В [1–10] приведены результаты исследования граничных электродинамических задач (с привлечением как строгих, так и приближенных методов) для сплошных конусов и биконусов, а также для конических и биконических поверхностей с поперечными (азимутальными) щелями или с проводимостью в строго заданном направлении. Конические и биконические структуры с прорезанными вдоль образующих щелями (вырезами), частными случаями которых является плоскость с вырезом и система плоских секторов с общей вершиной, представляют собой модели антенн осевого излучения, работающих в миллиметровом диапазоне [11, 12]. Линейно расширяющаяся щелевая антенна выполняется в виде расширяющейся щели (выреза) в тонком металлическом листе, на одной стороне которого может находиться диэлектрическая подложка. Изменение ширины щели, которая возбуждается у вершины, по линейному закону обеспечивает возбуждение ТЕМ-волны, распространяющейся в сторону открытого конца антенны [11].

В [12] получено решение трехмерной электродинамической задачи для системы из двух соосных идеально проводящих плоских угловых секторов с общей вершиной методом разделения переменных в сфероконической системе координат и показано существование ТЕМ-волны в структуре поля. В настоящей работе рассмотрена трехмерная задача возбуждения сосредоточенным источником сложной конической структуры, со-

стоящей из двух соосных конусов с общей вершиной и периодически прорезанными вдоль образующих щелями. Возможность распространения ТЕМ-волн вдоль таких поверхностей и их частные случаи представлены (для конуса и плоскости с вырезами) в [13] и обоснованы (в случае радиально проводящих конусов и биконусов) в [1].

Цель данной работы – исследование в строгой постановке задачи рассеяния электромагнитных волн на структуре, состоящей из двух коаксиальных с общей вершиной полубесконечных идеально проводящих тонких круговых конусов с периодически прорезанными продольными щелями, и на основе полученного решения изучение спектра граничной задачи и структуры рассеянного поля.

В работе получил свое дальнейшее развитие численно-аналитический метод решения граничных задач для незамкнутых конических областей, основанный на привлечении аппарата интегральных преобразований и метода полуобращения [14]. Преимущество этого метода заключается в том, что с его помощью, в частности, удается получить также и аналитическое решение задачи для некоторых случаев конической поверхности, на базе чего представляется возможным провести качественный анализ основных характеристик рассеяния.

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу рассеяния электромагнитных волн на структуре Σ , состоящей из двух коаксиальных идеально проводящих тонких круговых конусов Σ_1 и Σ_2 ($\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$) с периодически прорезанными вдоль образующих N щелями и углами раствора $2\gamma_j$, $j = 1, 2$ соответственно (рис. 1). Ширина щелей d_j и период структуры $l = 2\pi/N$ – величины двугранных углов, которые образованы

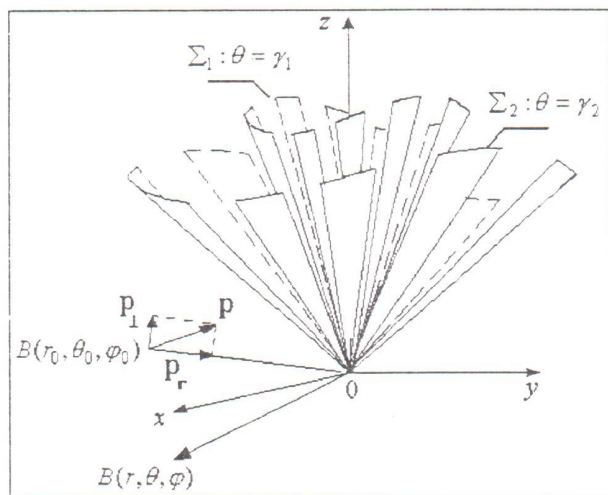


Рис. 1

плоскостями, проведенными через ось структуры и ребра конических лент (секторов). В сферической системе координат r, θ, φ , введенной с началом в общей вершине, каждый из конусов Σ_j определяется уравнением $\theta = \gamma_j$. В общей постановке считаем, что оси щелей конусов Σ_1 и Σ_2 не совпадают, а плоскость $\varphi = 0$ проходит через ось одной из щелей конуса Σ_2 . Источником является расположенный в точке $B(\mathbf{r}_0)$ магнитный диполь, поле которого меняется по гармоническому закону, с моментом

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \mathbf{M} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (1)$$

где $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ – дельта-функция.

Среда, в которую помещены коническая поверхность Σ и источник, является однородной, изотропной и стационарной с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ . Требуется найти электромагнитное поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ в присутствии сложной конической структуры Σ и источника, удовлетворяющее:

- 1) уравнениям Максвелла;
- 2) граничному условию на конической поверхности Σ :

$\mathbf{n} \times \mathbf{E}|_{\Sigma} = 0$, где \mathbf{n} – единичный вектор нормали к поверхности Σ ;

- 3) условию на бесконечности;
- 4) условию конечности энергии.

Условия 2–4 обеспечивают единственность решения поставленной электродинамической задачи [15].

Искомое поле представим так:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_1(\mathbf{r}); \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_1(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ – поле источника; $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_1(\mathbf{r})$ – поле, обусловленное присутствием конической структуры (рассеянное поле).

В точке $B_0(\mathbf{r}_0)$ введем локальный ортонормированный базис $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_{\perp})$ и разложим вектор \mathbf{M} по этому базису:

$$\mathbf{M} = M_e \mathbf{e}_r + M_{\perp} \mathbf{e}_{\perp}.$$

Здесь вектор \mathbf{e}_r коллинеарен радиус-вектору точки $B_0(\mathbf{r}_0)$ и направлен к вершине конической поверхности, а вектор \mathbf{e}_{\perp} лежит в плоскости, перпендикулярной радиус-вектору. Тогда дипольный момент $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ (1) принимает вид

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \mathbf{P}_r(\mathbf{r}) + \mathbf{P}_{\perp}(\mathbf{r}).$$

Диполь с моментом $\mathbf{P}_r(\mathbf{r})$ назовем *радиальным*, а с моментом $\mathbf{P}_{\perp}(\mathbf{r})$ – *поперечным*. В силу линейности электродинамической задачи ее решение эквивалентно решению двух задач: при возбуждении конической структуры радиальным диполем и при возбуждении поперечным диполем. Поскольку для неограниченной конической структуры решение задачи при возбуждении поперечным диполем сводится к задаче при возбуждении радиальным диполем, последнюю будем считать ключевой и найдем ее решение. Для решения граничной задачи 1–4 с конической геометрией удобно использовать магнитный потенциал Дебая ν , через который выражаются составляющие электромагнитного поля по [16]:

$$\begin{aligned} E_r = 0, \quad H_r &= \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) \cdot (r\nu), \\ E_{\theta} &= -\frac{qw}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \nu, \quad H_{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r\nu), \\ E_{\varphi} &= qw \frac{\partial}{\partial \theta} \nu, \quad H_{\varphi} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} (r\nu). \end{aligned} \quad (3)$$

Магнитный потенциал Дебая ν удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца всюду вне источника и конической поверхности, краевому условию на конических лентах:

$$\frac{\partial}{\partial n} \nu|_{\Sigma} = 0, \quad (4)$$

принципу предельного поглощения и условию конечности энергии.

Таким образом, задача о рассеянии поля, меняющегося во времени по закону $e^{i\zeta\omega t}$ ($\zeta = \pm 1$), магнитного радиального диполя на сложной конической структуре Σ эквивалентна второй краевой задаче математической физики для уравнения Гельмгольца в конической области Σ . В соответствии со структурой поля (2) представим $U(\mathbf{r})$ в виде

$$U(\mathbf{r}) = U_0(\mathbf{r}) + U_1(\mathbf{r}),$$

где $U_0(\mathbf{r}) = \frac{\hat{p}_r}{r_0} \frac{e^{-qR}}{4\pi R}$ соответствует полю диполя;

$U_1(\mathbf{r})$ – искомый потенциал Дебая для рассеянного поля; $\hat{p}_r = M_r / \mu$; $q = i\zeta k$; $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$; $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$.

Для нахождения неизвестного потенциала $U_1(\mathbf{r})$ используем интегральные преобразования Конторовича–Лебедева [17]:

$$\hat{g}(\tau) = \int_0^{+\infty} g(r) \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} dr,$$

$$g(r) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh}\pi\tau \hat{g}(\tau) \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau,$$

тогда

$$U_1 = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh}\pi\tau \sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{a}_{m\tau} \hat{b}_{m\tau}^{(p)} \hat{U}_{m\tau}(\theta, \varphi) \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (5)$$

где $\hat{a}_{m\tau} = \frac{(-1)^m \pi \hat{p}_r}{4r_0 \operatorname{ch}\pi\tau} \frac{\Gamma(1/2 - m + i\tau)}{\Gamma(1/2 + m + i\tau)} \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} e^{im\varphi_0}$; $\hat{U}_{m\tau} =$

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{m,n} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\theta) e^{i(m+nN)\varphi}, & 0 < \theta < \gamma_1, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\beta_{m,n} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\theta) + \xi_{m,n} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\theta)] e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_1 < \theta < \gamma_2 \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \zeta_{m,n} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\theta) e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_2 < \theta < \pi; \end{cases}$$

$\alpha_{m,n}$, $\beta_{m,n}$, $\xi_{m,n}$, $\zeta_{m,n}$ – неизвестные коэффициенты. Коэффициенты $\hat{b}_{m\tau}^{(p)}$ в представлении (5) связаны с месторасположением источника:

$$\hat{b}_{m\tau}^{(p)} = \eta \left(\frac{5}{2} - p \right) \eta [(-1)^p (\theta_0 - \gamma_1)] \frac{d}{d\gamma_1} U_{m\tau}^{(0)}(\gamma_1, \theta_0) +$$

$$+ \eta \left(p - \frac{5}{2} \right) \eta (\theta_0 - \gamma_{p-1}) \frac{d}{d\gamma_{p-1}} U_{m\tau}^{(0)}(\gamma_{p-1}, \theta_0).$$

Здесь $\eta(\xi)$ – функция Хевисайда; $p = 1: 0 < \theta_0 < \gamma_1$,

источник расположен внутри конуса Σ_1 ; $p = 2: \gamma_1 < \theta_0 < \gamma_2$, источник расположен между конусами Σ_1 и Σ_2 ; $p = 3: \gamma_2 < \theta_0 < \pi$, источник расположен вне конуса Σ_2 ;

$$U_{m\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0) = \begin{cases} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta_0), & \theta < \theta_0, \\ P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta_0), & \theta_0 < \theta. \end{cases}$$

Связь между неизвестными коэффициентами $\alpha_{m,n}$, $\beta_{m,n}$, $\xi_{m,n}$, $\zeta_{m,n}$ устанавливается в результате использования сопряжения поля на поверхности $\theta = \gamma_1$, $\theta = \gamma_2$, вследствие чего коэффициенты $\beta_{m,n}$ и $\xi_{m,n}$ выражаются через $\alpha_{m,n}$ и $\eta_{m,n}$ по следующим формулам:

$$\beta_{m,n} = \frac{\left[\alpha_{m,n} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_1) - \zeta_{m,n} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_1) \right]}{\left[1 - C_{i\tau}^{m+nN}(\gamma_1, \gamma_2) \right]} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_1) \times$$

$$\times C_{i\tau}^{m+nN}(\gamma_1, \gamma_2),$$

$$\xi_{m,n} = \frac{\left[\alpha_{m,n} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_2) - \zeta_{m,n} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_2) \right]}{\left[1 - C_{i\tau}^{m+nN}(\gamma_1, \gamma_2) \right]} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_2) \times$$

$$\times C_{i\tau}^{m+nN}(\gamma_1, \gamma_2),$$

$$C_{i\tau}^{m+nN}(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{\frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_1)}{\frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_1)} \frac{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_2)}.$$

2. Функциональные уравнения

Связанные функциональные уравнения для определения $\alpha_{m,n}$, $\zeta_{m,n}$ получаются вследствие использования краевых условий на лентах конуса (4), а также условия непрерывности поля в щелях и имеют вид:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} z_{m,n}^{(j)} e^{i(n+\nu)N\varphi} = \hat{g}_{i\tau}^{(m),p}(\gamma_j) e^{i(m_0+\nu)N\varphi},$$

ленты Σ_j , (6)

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} |n| (1 - \varepsilon_{n,j}) \left\{ z_{m,n}^{(1)} \left[\hat{h}_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\pi - \gamma_2, \pi - \gamma_1) \right]^{j-1} - \right.$$

$$\left. - z_{m,n}^{(2)} \left[\hat{h}_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) \right]^{2-j} \right\} e^{inN\varphi} = 0,$$

щели Σ_j , $j = 1, 2$, (7)

где

$$z_{m,n}^{(j)} = \delta_j^1 \alpha_{m,n} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_1) + \delta_j^2 \alpha_{m,n} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_2);$$

$$\hat{h}_{\tau}^{(n+\nu)N}(x, y) = \frac{\frac{d}{dx} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos x)}{\frac{d}{dy} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos y)}; \delta_j^s = \begin{cases} 1, j = s, \\ 0, j \neq s; \end{cases}$$

$$\hat{g}_{\tau}^{(m),p}(\theta) = \frac{1}{\hat{b}_{m\tau}^{(p)}(\gamma_p, \theta_0)} \frac{d}{d\theta} U_{m\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0);$$

$$\frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,j}) = \frac{(-1)^{(n+\nu)N+1} ch\tau\tau \Gamma(1/2+i\tau+(n+\nu)N)}{\pi \sin^2 \gamma_j \Gamma(1/2+i\tau-(n+\nu)N)} \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_j} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_j)} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_j} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_j)} \frac{1}{1 - C_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2)}$$

m_0 – ближайшее к m/N целое число; $m/N = m_0 + \nu$, $-1/2 \leq \nu < 1/2$.

Требование выполнимости условия конечности энергии накладывает ограничение на принадлежность неизвестных коэффициентов $z_{m,n}^{(j)}$ гильбертову пространству ℓ^2 бесконечных последовательностей со скалярным произведением

$$X \cdot Y = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+|n|} X_n \bar{Y}_n,$$

где черта над символом означает сопряжение, причем

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{|z_{m,n}^{(j)}|^2}{1+|n|} < +\infty.$$

Функциональные уравнения (6), (7) являются двумя связанными системами линейных алгебраических уравнений первого рода (СЛАУ-1). Прямое решение СЛАУ-1 малоэффективно из-за медленной сходимости, плохой обусловленности, эффектов относительной сходимости решения [18], в связи с чем целесообразно воспользоваться процедурой регуляризации и сведением СЛАУ-1 к системе линейных алгебраических уравнений второго рода (СЛАУ-2).

В некоторых частных случаях конической структуры СЛАУ-1 (6), (7) либо развязываются (симметрия конусов Σ_1 и $\Sigma_2: \gamma_2 = \pi - \gamma_1$) [19], либо превращаются в одну систему линейных алгебраических уравнений первого рода (конус с продольными щелями и сплошным коническим экраном, одиночный незамкнутый конус) [20].

3. Возбуждение конуса с продольными щелями и внутренней вставкой в виде сплошного экрана

В случае возбуждения магнитным радиальным диполем незамкнутого конуса с внутренней вставкой СЛАУ-1 (6), (7) приобретает вид

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{y}_{m,n} e^{inN\varphi} = e^{im_0N\varphi}, \quad \frac{\pi d_2}{l} < |N\varphi| \leq \pi;$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}) \hat{y}_{m,n} e^{inN\varphi} =$$

$$= \frac{1}{N(m_0+\nu)} \frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0,2}) C_{i\tau}^m(\gamma_1, \gamma_2) e^{im_0N\varphi},$$

$$|N\varphi| < \frac{\pi d_2}{l}; \tag{8}$$

$$\hat{y}_{m,n} = \eta_{m,n} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_2).$$

Введем коэффициенты $y_n^{(2)} = \hat{y}_{m,n}^{(2)} - \delta_n^{m_0}$, после чего продифференцируем уравнение (8) по φ , добавляя дополнительное условие при $N\varphi = 0$. В результате получаем парные сумматорные уравнения ($\psi = N\varphi$)

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n e^{in\psi} = 0, \quad \frac{\pi d_2}{l} < |\psi| \leq \pi; \tag{9}$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}^{(2)}) y_n^{(2)} e^{in\psi} = -\frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0,2}) \times$$

$$\times \left[1 - C_{i\tau}^{(m_0+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) \right] e^{im_0\psi}, \quad |\psi| < \frac{\pi d_2}{l} \tag{10}$$

с дополнительным условием

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}) y_n = -\frac{1}{N(m_0+\nu)} \frac{|m_0|}{m_0} \times$$

$$\times (1 - \varepsilon_{m_0,2}) \left[1 - C_{i\tau}^{(m_0+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) \right], \quad \psi = 0. \tag{11}$$

Вид уравнений (9), (10) сходен с видом функциональных уравнений задач дифракции волн на различных идеально проводящих ленточных решетках, цилиндрических незамкнутых экранах [21, 22], сферических сегментах [23]. Особенность перечисленных задач заключается в том, что они являются координатными, а соответствующие им парные сумматорные уравнения определены, в основном, на дугах единичной окружности. Рассматриваемая коническая структура совпадает с

координатной поверхностью сферической системы координат r, θ, φ , причем относительно радиальной координаты r применимо интегральное преобразование Конторовича–Лебедева, а парные сумматорные уравнения (9), (10) с тригонометрическими функциями также записаны для дуги единичной окружности.

Таким образом, для решения парных сумматорных уравнений (9), (10) с дополнительным условием (11) может быть использована процедура регуляризации СЛАУ-1

$$AX = B, \quad (12)$$

приведенная, например, в [23]. Суть этой процедуры заключается в представлении матричного оператора A в виде суммы оператора A_0 , имеющего ограниченный оператор A_0^{-1} , и вполне непрерывного оператора A_1 в рассматриваемом гильбертовом пространстве решений (12):

$$A = A_0 + A_1, \quad (13)$$

где A_0 – главная часть; A_1 – регулярная часть. Вид каждого из операторов A , A_0 , A_1 определяется парными сумматорными уравнениями в каждом конкретном случае. В задачах дифракции волн на ленточных решетках, незамкнутых цилиндрических и сферических экранах спектральным параметром является частотный параметр (частота) и оператор A зависит от волнового числа k , но при $k=0$, $A=A_0$ и A_0 отвечает электростатической части оператора A [23]. Этот факт явился одним из основных при построении спектральной теории для открытых структур вышеперечисленных типов [24].

Характерной особенностью задач рассеяния волн на неограниченных сплошных идеально проводящих конических поверхностях является независимость собственных значений (спектра) краевой (граничной) задачи от частотного параметра [4, 5]. Спектр граничной электродинамической задачи может зависеть от геометрических размеров рассеивающего тела и других параметров задачи (поверхностный импеданс, частотный параметр и др.) [25, 26]. Спектр граничной задачи для одиночного неограниченного идеально проводящего бесконечно тонкого сплошного конуса $\Sigma_0: \theta = \gamma$ представляет собой множество корней уравнения [5, 8]

$$\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma^{\chi-1}} P_{\xi}^m(\pm \cos \gamma) = 0, \quad \chi = 1, 2;$$

$$\xi = \xi(m, \gamma), \quad m \in Z.$$

Отсюда следует, что спектральным параметром такой граничной задачи является угол полураствора сплошного конуса γ . Спектр граничной электродинамической задачи для неограниченного идеально проводящего бесконечно тонкого сплошного кругового биконуса, состоящего из конусов $\hat{\Sigma}_1: \theta = \hat{\gamma}_1$ и $\hat{\Sigma}_2: \theta = \hat{\gamma}_2$, определяется множеством корней уравнения [1, 27, 28]

$$\begin{aligned} & \frac{d^{\chi-1}}{d\hat{\gamma}_1^{\chi-1}} P_{\varpi}^m(\cos \hat{\gamma}_1) P_{\varpi}^m(-\cos \hat{\gamma}_2) - \\ & - \frac{d^{\chi-1}}{d\hat{\gamma}_1^{\chi-1}} P_{\varpi}^m(-\cos \hat{\gamma}_1) P_{\varpi}^m(\cos \hat{\gamma}_2) = 0, \\ & \varpi = \varpi(\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2). \end{aligned}$$

В этом случае спектральными параметрами являются углы полураствора $\hat{\gamma}_1$, $\hat{\gamma}_2$ конусов $\hat{\Sigma}_1$ и $\hat{\Sigma}_2$ соответственно.

Анализ сумматорных уравнений (9), (10) показал, что матричный оператор A зависит от углов полураствора сплошного конуса γ_1 и конуса с продольными щелями γ_2 . Представляя матричный оператор A в виде (13) и преобразовывая при этом уравнения (9) и (10), запишем их в виде, удобном для применения процедуры регуляризации:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n e^{in\psi} = 0, \quad \frac{\pi d_2}{l} < |\psi| \leq \pi, \quad (14)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} y_n e^{in\psi} = f_{ir}^*(\psi), \quad |\psi| < \frac{\pi d_2}{l}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{где } f_{ir}^*(\psi) = & -\frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0, 2}) \left[1 - C_{ir}^{(m_0+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) \right] e^{im_0\psi} + \\ & + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} \varepsilon_{n, 2} y_n e^{in\psi}. \end{aligned}$$

Система (14), (15) соответствует результату разбиения матричного оператора A , где главная A_0 не зависит от угловых параметров γ_1 и γ_2 . Парные сумматорные уравнения (14), (15) с дополнительным условием (11) имеют вид для формального применения метода задачи Римана–Гильберта – разновидности метода полуобращения [21, 22], вследствие чего получаем систему линейных алгебраических уравнений второго рода (СЛАУ-2) $\{y_n^{(2)}\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ для неизвестных коэффициентов:

$$y_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_{np}^* y_p + B_n^{*(m_0)}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad (16)$$

$$A_{np}^* = \frac{1}{M_n^v(-u_2)} \left[\frac{|p|}{P} \varepsilon_{p,2} T_{np}(u_2) + \delta_p^0 P_n(u_2) \right], \quad u_2 = \cos(\pi d_2/l);$$

$$B_n^{*(m)} = -\frac{1}{M_n^v(-u_2)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}) T_{nm}(u_2);$$

$$M_n^v(u) = \frac{P_v(u) - P_{v-1}(u)}{P_v(u) + P_{v-1}(u)} \delta_n^0 + 1; \quad T_{np}(u) = \begin{cases} \nu V^p(u), & n = 0, \\ V_{n-1}^{p-1}(u), & n \neq 0; \end{cases}$$

$$V^p(u) = \frac{1}{p+\nu} \{ P_p(u) + M_0^v(-u) V_{p-1}^{-1}(u) \};$$

$$V_{n-1}^{p-1}(u) = \frac{n}{2(n-p)} [P_{n-1}(u) P_p(u) - P_n(u) P_{p-1}(u)], \quad n \neq p;$$

$$V_{n-1}^{-1}(u) = \frac{1}{2} [P_{n-1}(u) - P_n(u)]; \quad P_n(u) - \text{полиномы Ле-}$$

жандра.

Для $\varepsilon_{n,2}$ имеет место оценка

$$\varepsilon_{n,2} = O\left(\frac{\sin^2 \gamma_2}{N^2(n+\nu)^2}\right).$$

Матричный оператор A^* системы (16), записанной в матричном виде,

$$Y = A^* Y + B^* \quad (17)$$

является вполне непрерывным в гильбертовом пространстве решений ℓ^2 . Для нахождения решения СЛАУ-2 (16) можно использовать, например, метод редукции. В некоторых частных случаях конической структуры (число щелей велико и их ширина мала по сравнению с периодом конической структуры, узких щелей, узких конических лент, узкого конуса) оператор A^* системы (17) оказывается сжимающим и ее решение может быть получено также методом последовательных приближений [29]. Основой для построения аналитического решения поставленной задачи в этих случаях является первое приближение, полученное методом последовательных приближений из (16), (17).

Аналитическое решение в случае узких щелей. В случае осесимметричного возбуждения магнитным радиальным диполем ($\theta_0 = \pi$) конической поверхности, состоящей из конуса Σ_2 с N узкими щелями ($d_2/l \ll 1$) и конической вставки Σ_1 , потенциал Дебая вдали от щелей имеет вид

$$u_1 = u_{1\text{сплн}} - \frac{1}{N} \ln\left(\frac{1-u_2}{2}\right) \times \\ \times \int_0^\infty a_{ir}^* \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{\tilde{F}_{ir}^*}{\Delta_{ir}^{(2)}} \tilde{A}_{ir}^* (1 - C_{ir}^2) P_{-1/2+ir}(-\cos\theta) d\tau + \\ - \frac{1}{N} \ln\left(\frac{1-u_2}{2}\right) \int_0^\infty a_{ir}^* \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{\tilde{F}_{ir}^*}{\Delta_{ir}^{(2)}} \tilde{A}_{ir}^* (1 - C_{ir}^2) \tilde{x} \\ \times \sum_{n=0}^\infty \frac{1}{1 - \frac{|n|}{n} \varepsilon_{n,2} V_{n-1}^{-1}(u_2)} \frac{P_{-1/2+ir}^{nN}(-\cos\theta)}{d\gamma_2} e^{inN\varphi} d\tau + \\ + O(1-u_2), \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (18)$$

$$\Delta_{ir}^{(2)} = \tilde{F}_{ir}^* - \frac{1}{N} \ln\left(\frac{1-u_2}{2}\right), \quad \tilde{A}_{ir}^* = A_{ir}^* \frac{1}{1 - C_{ir}^2(\gamma_1, \gamma_2)},$$

$$A_{ir}^* = \frac{\text{ch}\pi\tau}{\pi \sin^2 \gamma_2} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}(\cos\gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}(-\cos\gamma_2)},$$

$$a_{ir}^* = \frac{\hat{p}_r}{2\pi^2 r_0} \tau \text{th}\pi\tau \frac{K_{ir}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}(\cos\gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}(-\cos\gamma_2)},$$

$$\tilde{F}_{ir}^* = \frac{1}{\tilde{A}_{ir}^* - \frac{1}{N} \sum_{p=0}^\infty \frac{1}{|p|} \varepsilon_{p,2}}$$

Аналогичное выражение для u_1 имеет место и в области $\gamma_1 < \theta < \gamma_2$. Первое слагаемое в представлении (18) соответствует потенциалу Дебая для сплошного конуса Σ_2 :

$$u_{1\text{сплн}} = \int_0^\infty a_{ir}^* \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} P_{-1/2+ir}(-\cos\theta) d\tau. \quad (19)$$

Формально устремляя ширину щелей к нулю ($d_2/l \rightarrow 0$) в выражении (18), приходим к представлению для потенциала Дебая $u_{1\text{сплн}}$ (19) в случае возбуждения магнитным радиальным диполем сплошного идеально проводящего конуса [4, 5]. Учитывая, что

$$\lim_{\gamma_1 \rightarrow 0} C_{ir}^2(\gamma_1, \gamma_2) = 0,$$

в предельном случае исчезновения внутреннего экрана ($\gamma_1 \rightarrow 0$), получаем представление для u_1^{KH}

в случае одиночного конуса Σ_2 с N узкими щелями вдали от щелей:

$$\begin{aligned}
 v_1^{\text{кн}} &= v_{1\text{сплн}} - \frac{1}{N \ln\left(\frac{1-u_2}{2}\right)} \times \\
 &\times \int_0^\infty a_{i\tau}^* \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{F_{i\tau}^*}{\Delta_{i\tau}^{(2),\text{кн}}} A_{i\tau}^* P_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta) d\tau + \\
 &- \frac{1}{N \ln\left(\frac{1-u_2}{2}\right)} \int_0^\infty a_{i\tau}^* \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{F_{i\tau}^*}{\Delta_{i\tau}^{(2),\text{кн}}} A_{i\tau}^* \times \\
 &\times \sum_{n \neq 0} \frac{1}{1 - \frac{|n|}{n}} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{nN}(-\cos\theta)}{\varepsilon_{n,2}^* \Gamma_{n-1}(u_2)} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{nN}(-\cos\gamma_2) e^{inN\varphi} d\tau + \\
 &+ O(1-u_2), \quad \gamma_2 < \theta < \pi; \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_{i\tau}^{(2),\text{кн}} &= F_{i\tau}^* + \frac{1}{N \ln\left(\frac{1-u_2}{2}\right)}, \quad F_{i\tau}^* = \frac{1}{A_{i\tau}^* - \frac{1}{N} \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \varepsilon_{p,2}^*}; \\
 \varepsilon_{p,2}^* &= \lim_{\gamma_1 \rightarrow 0} \varepsilon_{p,2}.
 \end{aligned}$$

Изучим влияние узких щелей и внутреннего сплошного экрана на рассеянное конической поверхностью поля. Сравнение выражений (18) и (20) показало, что присутствие внутреннего экрана слабо влияет на рассеянное поле. Для качественного анализа исследуем структуру поля в случае одиночного конуса с узкими продольными щелями. Найдем спектр граничной задачи для конуса с узкими щелями, который определяется полюсами подынтегральной функции в (20) после перехода к интегрированию по мнимой оси ($\tilde{\mu} = i\tau$) и разложения интеграла в ряд по вычетам подынтегральной функции. В этом случае спектр граничной задачи представляет собой множество корней уравнений с малыми правыми частями:

$$\begin{aligned}
 \frac{\pi \sin^2 \gamma_2}{\cos \pi \tilde{\mu}} (\tilde{\mu}^2 - 1/4)^2 P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) &= \frac{1}{N \ln \frac{1-u_2}{2}}, \quad (21) \\
 \frac{n \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(-\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(-\cos \gamma_2) + nN \frac{(-1)^{nN} \cos \pi \tilde{\mu} \Gamma(1/2 + \tilde{\mu} - nN)}{\pi \sin^2 \gamma_2 \Gamma(1/2 + \tilde{\mu} + nN)}} &= \frac{1-u_2}{2},
 \end{aligned}$$

которые находятся вблизи корней

$$\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\mu}^{-s}(\pm \cos \gamma_2) = 0, \quad s \geq 0, \quad \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) = -(\tilde{\mu}^2 - 1/4) P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2).$$

Приведем вид корней уравнения (21):

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mu}_n^{1-} &= \alpha_n^{1-} + \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi (\tilde{\mu}^2 - 1/4) P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \Bigg|_{\tilde{\mu}=\alpha_n^{1-}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad (22) \\
 \tilde{\mu}_n^{1+} &= \alpha_n^{1+} + \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi (\tilde{\mu}^2 - 1/4) P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2)} \Bigg|_{\tilde{\mu}=\alpha_n^{1+}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \\
 \zeta_1^{\text{кн}*} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad (23) \\
 P_{-1/2+\alpha_n^{1+}}^{-1}(\cos \gamma_2) &= 0, \quad P_{-1/2+\alpha_n^{1-}}^{-1}(-\cos \gamma_2) = 0.
 \end{aligned}$$

Выше было отмечено, что спектр собственных значений граничной задачи Неймана для потенциала $u_{\text{сплн}}$ в случае осесимметричного возбуждения магнитным радиальным диполем ($\theta_0 = \pi$) сплошного конуса состоит из корней $\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\mu}(\pm \cos \gamma_2) = 0$. Выражение для $u_{\text{сплн}}$, отвечающего полному полю, в виде ряда (временная зависимость взята в виде $e^{i\omega t}$) [5] имеет вид

$$u_{\text{сплн}} = \frac{b_{\text{сплн}}}{\cos^2 \frac{\gamma_2}{2}} \frac{\sin(kr_<)}{kr_<} e^{-ikr_>} + \frac{b_{\text{сплн}}^*}{r_0 \sqrt{r_0}} \times \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha_n^{1-}}{\cos \pi \alpha_n^{1-}} J_{\alpha_n^{1-}}(kr_<) H_{\alpha_n^{1-}}^{(2)}(kr_>) \frac{P_{-1/2+\alpha_n^{1-}}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\left. \frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+\mu}^{-1}(-\cos \gamma_2) \right|_{\mu=\alpha_n^{1-}}} \times P_{-1/2+\alpha_n^{1-}}^{-1}(-\cos \theta), \quad \gamma_2 < \theta < \pi; \quad (24)$$

$$\sin(kr_<)e^{-ikr_>} = \begin{cases} \sin kre^{-ikr_0}, & r < r_0, \\ e^{-ikr} \sin kr_0, & r > r_0, \end{cases}$$

где $b_{\text{сплн}}$ и $b_{\text{сплн}}^*$ известные коэффициенты.

Подставляя (24) в представления для составляющих поля (3), нетрудно убедиться, что слагаемое $\frac{b_{\text{сплн}}}{\cos^2 \frac{\gamma_2}{2}} \frac{\sin(kr_<)}{kr_<} e^{-ikr_>}$, соответствующее собственному значению $\bar{\mu} = 1/2$, вклад в поле не дает. Наличие узких щелей приводит к возмущению спектра для сплошного конуса и, в частности, значения $\bar{\mu} = 1/2$. Вследствие этого в структуре поля, рассеянного конусом с узкими щелями, появляется волна, соответствующая спектральному значению $\zeta_1^{\text{KH}*}$ (23). Ниже приведено представление для одной из составляющих полного поля:

$$H_{1\theta} = \frac{b_{\text{сплн}}^*}{r r_0 \sqrt{r_0}} \sum_{m=1}^{+\infty} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{\bar{\mu}_m^{1-} - \alpha_m^{1-}} \frac{\alpha_m^{1-} \left[(\alpha_m^{1-})^2 - 1/4 \right]}{\cos \pi \alpha_m^{1-}} J_{\alpha_m^{1-}}(kr_0) \frac{d}{dr} \left(\sqrt{r} H_{\alpha_m^{1-}}^{(2)}(kr) \right) \frac{P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\left. \frac{d}{d\bar{\mu}} P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \right|_{\bar{\mu}=\alpha_m^{1-}}} P_{-1/2+\alpha_m^{1-}}^{-1}(-\cos \theta) + \frac{b_{\text{сплн}}^* \text{tg} \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin^2 \frac{\gamma_2}{2} \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{-3/2+\bar{\mu}_m^{\text{KH}*}} \frac{\sin kr_0}{r_0} h_2^{\text{KH}*}(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{r} + \frac{1}{\sin^2 \frac{\gamma_2}{2} \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{b_1^*}{r r_0 \sqrt{r_0}} \left\{ \sum_{m=1}^{+\infty} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{\bar{\mu}_m^{1-} - \alpha_m^{1-}} \frac{\bar{\mu} J_{\bar{\mu}}(kr_0)}{\left[\frac{d}{d\bar{\mu}} P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \right]^2} \right\}_{\bar{\mu}=\alpha_m^{1-}} \times \left. \frac{d}{dr} \left[\sqrt{r} H_{\alpha_m^{1-}}^{(2)}(kr) \right] P_{-1/2+\alpha_m^{1-}}^{-1}(-\cos \theta) f_{\alpha_m^{1-}}^{*(-1)} + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \cos nN\varphi \sum_{m=1}^{+\infty} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{\bar{\mu}_m^{1-} - \alpha_m^{1-}} J_{\alpha_m^{1-}}(kr_0) \frac{\bar{\mu} \frac{d}{dr} \left[\sqrt{r} H_{\bar{\mu}}^{(2)}(kr) \right]}{\frac{d}{d\bar{\mu}} P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \frac{d}{d\theta} P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-N}(-\cos \theta)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-N}(-\cos \gamma_2)} \right\}_{\bar{\mu}=\alpha_m^{1-}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad r_0 < r, \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (25)$$

где $h_2^{\text{KH}*}(\theta, \varphi) = c_1 + 2 \frac{\sin \gamma_2}{\sin \theta} \frac{c_N (\cos N\varphi - c_N)}{1 - 2c_N \cos N\varphi + (c_N)^2}$; $c_N = \left(\frac{\text{ctg} \frac{\theta}{2}}{\text{ctg} \frac{\gamma_2}{2}} \right)^N$; $f_{\alpha_m^{1-}}^{*(-1)}$ – известные функции.

Слагаемое

$$\frac{b_{\text{сплн}}^* \text{tg} \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin^2 \frac{\gamma_2}{2} \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{-3/2+\bar{\mu}_m^{\text{KH}*}} \frac{\sin kr_0}{r_0} h_2^{\text{KH}*}(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (26)$$

в формуле (25) соответствует спектральному значению $\zeta_1^{\text{KH}*}$ и представляет собой распространяющуюся от вершины конуса бегущую волну. Слагаемые, соответствующие собственным значениям, расположенным вблизи корней

$$\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(\pm \cos \gamma_2) = 0, \quad nN \geq 1, \quad \text{и} \quad \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) = 0,$$

имеют порядок $O(\ln^{-2}(1-u_2))$ или более высокий, поэтому в представлениях (25) отсутствуют, так как последние определены с точностью до того же порядка. Таким образом, учитываемые члены в разложениях (25) соответствуют собственным значениям $\tilde{\mu}_n^{1-}$ (22) и $\zeta_1^{\text{кн}*}$ (23).

Поведение магнитного поля вблизи острия ($qr \ll 1$) сплошного конуса при возбуждении магнитным радиальным диполем характеризуется слагаемым порядка $(kr)^{-3/2+\beta(\gamma)}$, где $\beta(\gamma) > 3/2$. Отсюда следует, что в этом случае поле вблизи острия особенности не имеет. Наличие щелей вносит возму-

щение в спектр сплошного конуса и в структуре рассеянного поля конуса со щелями помимо слагаемого, соответствующего рассеянному полю сплошного конуса, появляются слагаемые, обусловленные присутствием щелей. В этом случае возмущенное собственное значение $\tilde{\mu} = 1/2$ уже вносит вклад в рассеянное поле, вследствие чего вблизи вершины конуса с узкими щелями появляется особенность у электромагнитного поля порядка $(kr)^{-3/2+\zeta_1^{\text{кн}*}}$.

Наличие сплошного конического экрана внутри конуса с узкими щелями приводит, в частности, к изменению спектра граничной задачи. В этом случае спектр задачи определяется множеством корней следующих уравнений с малыми частями:

$$\frac{(\tilde{\mu}^2 - 1/4)^2 \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)}{\frac{P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_1)}{\pi \sin^2 \gamma_2} \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\tilde{\mu}^2 - 1/4} + \frac{1}{N} (\tilde{\mu}^2 - 1/4) \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{|p|} \varepsilon_{p,2}} = -\frac{1}{N \ln \frac{1-u_2}{2}}, \quad (27)$$

$$\frac{1}{|n| \varepsilon_{n,2}^{(2)}} = \frac{1-u_2}{2}; \quad \tilde{V}_{\tilde{\mu}} = P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_1) P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) - P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2).$$

Приведем вид корней уравнения (27):

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_s^* &= \tilde{\xi}_s - \frac{1}{\sin^2 \gamma_2} \frac{1}{N \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{d}{d\tilde{\mu}} \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \Big|_{\tilde{\mu}=\tilde{\xi}_s} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \\ \tilde{\mu}_s^* &= \alpha_s^{1-} - \frac{1}{\sin^2 \gamma_2} \frac{1}{N \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{d}{d\tilde{\mu}} \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_1) \Big|_{\tilde{\mu}=\alpha_s^{1-}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \\ \zeta_1^{\text{бкн}*} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{N \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{1}{\sin^2 \gamma_2} \frac{1}{\left[1 - \frac{\text{tg}^2(\gamma_1/2)}{\text{tg}^2(\gamma_2/2)}\right]} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \\ \tilde{V}_{\tilde{\mu}} &= \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi(\tilde{\mu}^2 - 1/4)^2}. \end{aligned} \quad (28)$$

Анализ спектра граничной задачи для случая конуса с узкими щелями и вставкой в виде сплошного конического экрана показал, что в структуре рассеянного поля присутствует соответствующая значению $\zeta_1^{\text{бкн}*}$ (28) волна, сходная по своим свойствам с волной, соответствующе значению $\zeta_1^{\text{кн}*}$ (23) в структуре поля, рассеянного одиночным конусом с узкими щелями. Эти волны (ТЕМ-

волны) имеют одну и ту же природу и обусловлены наличием узких щелей на поверхности конуса Σ_2 . В области $r < r_0$ они близки к стоячим волнам, а в области $r > r_0$ – к распространяющимся вдоль щелей ТЕМ-волнам. Поля этих волн определяют поведение рассеянного поля вблизи вершины конической поверхности ($qr \ll 1$). При этом электрическое поле у вершины ограничено, а магнит-

ное поле имеет особенность порядка $(qr)^{-1+\beta^*}$, где

$$\beta^* = \frac{B}{\left(-\frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}\right) \sin^2 \gamma_2} + O(\ln^{-2}(1-u_2));$$

$$B = \begin{cases} 1, & \Sigma = \Sigma_2, \\ \frac{1}{1 - \frac{tg^2(\gamma_1/2)}{tg^2(\gamma_2/2)}}, & \Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2. \end{cases}$$

Отсюда заключаем, что наличие сплошного конического экрана Σ_1 внутри конуса с узкими щелями Σ_2 ($\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$) ослабляет имеющуюся особенность поля у вершины одиночного конуса с узкими щелями ($\Sigma = \Sigma_2$). Поля ТЕМ- волн в случае расположения источника в точках $kr_0 = \tilde{m}\pi$, $\tilde{m} \in N$ пренебрежительно малы, а в случае близкого расположения источника к вершине конической поверхности ($qr_0 \ll 1$) являются преобладающими в рассеянном поле, что позволяет ограничиться их (одномодовым) приближением. Приведем представление для составляющей $H_{\theta,1}$ в этом приближении

$$H_{\theta,1}^* = \frac{1}{\sin^2 \gamma \frac{1}{N} \ln \frac{1-u}{2}} \bar{A}_1 \left(\frac{qr_0}{2}\right)^{-1-\beta^*} \frac{shqr_0}{r_0} F^*(\theta, \varphi) \frac{e^{-qr}}{r}, \quad (29)$$

$$F^*(\theta, \varphi) = c_1 + \frac{\sin \gamma_2}{\sin \theta} \left\{ -1 + \operatorname{Re} \left[\frac{1 + c_N e^{iN\varphi}}{\sqrt{c_N^2 e^{2iN\varphi} - 2c_N e^{iN\varphi} \cos \delta + 1}} \right] \right\},$$

$$\gamma_2 < \theta < \pi,$$

где $\delta = \frac{\pi d_2}{l}$; \bar{A}_1 – известный коэффициент.

Аналогичное приближение имеет место и для $\gamma_1 < \theta < \gamma_2$. Следует отметить, что наличие множителя e^{-qr}/r обусловлено не асимптотическим поведением решения при $qr \gg 1$, а за счет функции Макдональда полуцелого индекса $K_{1/2}(qr)$. В одномодовом приближении изучено пространственное распределение поля и изучено его поведение вблизи кромок щелей (ребер конических лент). Вблизи кромок щелей перпендикулярные составляющие поля имеют известную корневую особенность по углам θ и φ , а параллельные составляющие поля ограничены. Наличие сплошного внутреннего экрана Σ_1 внутри Σ_2 (как следует из приближения для $H_{\theta,1}^*$ (29)) практически не влияет на распределение поля в пространстве в учитываемых для этого приближения слагаемых. Диаграммы нормированного распределения поля ТЕМ-волн в азимутальной плоскости при разных углах θ , «угловое» расстояние от конуса Σ_2 , в случае одной узкой щели ($N=1, d_2=1^\circ$) и угла полураскрыва $\gamma_2 = \pi/8$ приведены на рис. 2 ($\theta = \pi/6$) и 3 ($\theta = \pi/7$), из чего заключаем, что в одномодовом приближении ($qr_0 \ll 1$) поле распространяющихся ТЕМ-волн сосредоточено вблизи щелей, а сами ТЕМ-волны обладают свойствами щелевых волн. Диаграммы пространственного распределения поля ТЕМ-волн в азимутальной плоскости в зависимости от числа узких щелей ($d_2 = 1^\circ, \gamma_2 = \pi/8, \theta = \pi/7$) приведены на рис. 4 ($N=2$), 5 ($N=5$), 6 ($N=20$) и 7 ($N=35$), откуда видно, что они имеют N -лепестковый характер, и с увеличением числа щелей приближаются к форме для сплошного идеально проводящего конуса в случае его осесимметричного возбуждения.

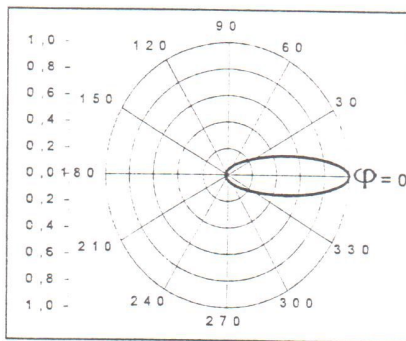


Рис. 2

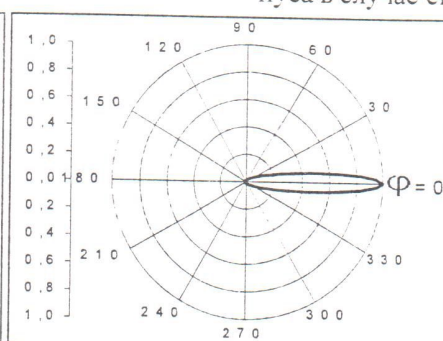


Рис. 3

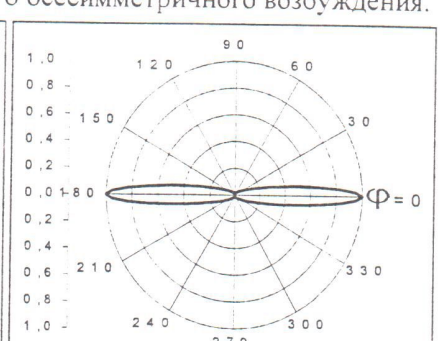


Рис. 4

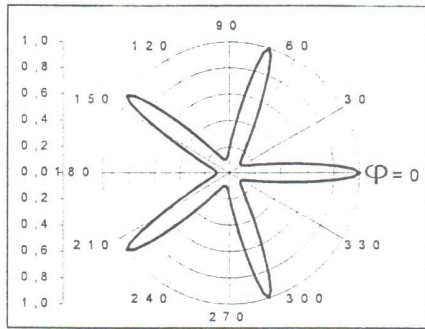


Рис. 5

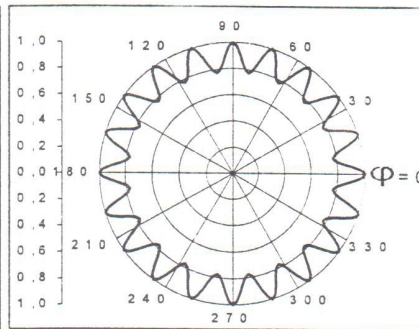


Рис. 6

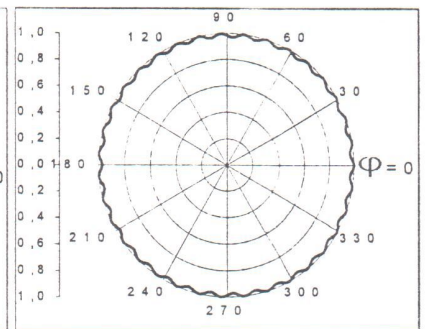


Рис. 7

Заключение

В результате использования получившего дальнейшего развитие в данной работе численно-аналитического метода, основанного на использовании интегрального преобразования Конторовича–Лебедева и метода полуобращения, задача рассеяния поля магнитного диполя на сложной полубесконечной идеально проводящей незамкнутой конической поверхности свелась к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа относительно коэффициентов Фурье составляющих электромагнитного поля. Характерной особенностью этой системы является независимость ее коэффициентов от волнового параметра. В частном случае одиночного конуса с узкими периодическими продольными, а также конуса с узкими щелями и внутренней вставкой в виде сплошного конуса получено аналитическое решение задачи и изучено влияние узких щелей и вставки на спектр граничной задачи, структуру поля и его поведение вблизи вершины конической поверхности. Показано существование в структуре рассеянного поля обусловленных наличием узких щелей ТЕМ-волн, характеризующих поведение поля у вершины и распространяющихся от нее вдоль щелей. Наличие сплошного внутреннего экрана не влияет на структуру поля, рассеянного одиночным конусом с узкими щелями, но ослабляет особенность поля у вершины последнего, что может быть учтено при разрешении вопросов электромагнитной совместимости. В случае близкого расположения источника к вершине сложной незамкнутой конической поверхности (наиболее интересном с практической точки зрения) поле этих волн является преобладающим в рассеянном поле (одномодовый режим) и определяется простыми выражениями, которые могут использоваться в инженерных расчетах характеристик реальных антенн.

Автор выражает благодарность профессорам В.Ф. Кравченко и Я.С. Шифрину за замечания при обсуждении результатов работы.

Литература

1. Гошин Г.Г. Граничные задачи электродинамики в конических областях. – Томск: Изд. Томск. ун-та, 1987.
2. Белецкий А.А., Балабуха Б.М. Возбуждение бесконечного идеально проводящего биконуса произвольным распределением сторонних токов. – Радиотехника, 2001, № 7, с. 96–101.
3. Белецкий А.А., Балабуха Б.М. Возбуждение бесконечного идеально проводящего биконуса с нелинейными электродинамическими свойствами. – Радиотехника, 2001, № 7, с. 102–107.
4. Лебедев Н.Н., Конторович М.И. О применении формул обращения к решению некоторых задач электродинамики. – ЖЭТФ. 1939, т. 9, вып. 6, с. 729–741.
5. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т.1.2. – М.: Мир, 1978.
6. Kraus, L. and Levine, L. Diffraction by an Elliptic Cone. Commun. Pure Appl. Math. 1961, vol.14, pp. 49–68.
7. Горяинов А.С. Дифракция плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси конуса. – Радиотехника и электроника, 1961, т. 6, № 1, с. 47–57.
8. Колодий Б.И., Куриляк Д.Б. Осесимметричные задачи дифракции электромагнитных волн на конических поверхностях. – Киев: Наук. думка, 1995.
9. Babich, V.M., Smyshlyaev, V.P., Dement'ev, D.B., et al., Numerical Calculation of the Diffraction Coefficients for an Arbitrary Shaped Perfectly Conducting Cone. IEEE Trans. on Ant. and Propagat., 1996, vol. 44, no. 5, pp. 740–747.
10. Smyshlyaev, V.P., Diffraction by Conical Surfaces at High Frequencies. Wave Motion, 1990, vol. 12, no. 6, pp. 329–339.
11. Janaswamy, R., Schaubert, D.H., and Pozar, D.M., Analysis of the Transverse Electromagnetic Mode Linearly Tapered Slot Antenna, Radio Sci., 1986, vol. 21, no. 5, pp. 797–804.
12. Stockbroeckx, B. and Vorst, A.V., Electromagnetic Modes in Conical Transmission Lines with Application to Linearly Tapered Slot Antenna. IEEE Trans. on Ant. and Propagat., 2000, vol. 48, no. 3, pp. 447–455.
13. Сверхширокополосные антенны / Пер. с англ. под ред. Л.С. Бененсона. – М: Мир, 1964.

14. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Рассеяние поля электрического диполя на конической структуре с продольными щелями. – Радиотехника и электроника. 2000, т. 45, № 7, с. 792–798.
15. Хенд Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции / Пер. с нем. под ред. Г.Д. Мазюжинца. – М.: Мир, 1964.
16. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г. Математические модели электродинамики. – М.: Высш. шк., 1991.
17. Канторович М.И., Лебедев Н.Н. Об одном методе решения некоторых задач теории дифракции и родственной ей проблем. – ЖЭТФ, 1938, т. 8, вып. 10–11, с. 1192–1206.
18. Шестопалов В.П., Кирилленко А.А., Масалов С.А. Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции. – Киев: Наук. думка, 1984.
19. Дорошенко В.А., Климова Н.П. Алгоритм решения задачи рассеяния электромагнитных волн на симметричном биконусе с продольными щелями. – Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб., 1997, вып. 101, с. 148–154.
20. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Возбуждение незамкнутых конических и биконических структур. – Электромагнитные волны и электронные системы, 2003, т. 8, № 6, с. 2–78.
21. Агранович З.С., Марченко В.А., Шестопалов В.П. Дифракция электромагнитных волн на плоских ленточных решетках. – ЖТФ, 1962, № 4, с. 381–394.
22. Шестопалов В.П. Метод задачи Римана–Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. – Харьков: Изд. Харьк. ун-та, 1971.
23. Шестопалов В.П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. – Киев: Наук. думка, 1988.
24. Шестопалов В.П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур. – Киев: Наук. думка, 1987.
25. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988.
26. Войтович Н.Н., Каценеленбаум Б.З., Сивов А.Н. Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции. – М.: Наука, 1977.
27. Вилкова Л.П., Нефедов Е.И. Волны биконического рупора. – Радиотехника и электроника, 1979, т. 24, № 6, с. 1017–1026.
28. Беличенко В.П., Гошин Г.Г., Дмитренко А.Г. и др. Математические методы в граничных задачах электродинамики. – Томск: Изд. Томск. ун-та, 1990.
29. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977.

Поступила 5 мая 2005 г.



Дорошенко Владимир Алексеевич (1954 г. р.) – канд. физ.-мат. наук, доц кафедры высшей математики Харьковского национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: математическая физика, электродинамика.

Внимание!

В издательстве «Радиотехника» вышла в свет книга

ВОЗДУШНАЯ РАДИОТЕХНИЧЕСКАЯ РАЗВЕДКА (Методы оценки эффективности)

Автор – Ю. П. Мельников

Систематизированы задачи воздушной радиотехнической разведки, а также характеристики основного ее объекта – радиолокационного поля. Выведены соотношения, связывающие технические характеристики аппаратуры и типового объекта разведки с показателями эффективности – вероятностью обнаружения, распознавания типов РЛС и типов сложных объектов, а также точностью определения их координат. Полученные соотношения иллюстрируются графиками и подтверждаются результатами математического моделирования.

Книга предназначена для радиоинженеров-разработчиков аппаратуры, специалистов, планирующих ее применение, а также для студентов вузов радиотехнической специальности.

Заказать и приобрести книгу можно по адресу:

107031, Москва, К-31, Кузнецкий мост, д. 20/6.

Тел./факс (095) 925-9241.

<http://www.radiotec.ru>; e-mail: info@radiotec.ru