

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ПОЛЕЙ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КОАКСИАЛЕ С НЕОДНОРОДНЫМ ИЗОТРОПНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

Ю. Г. Костычев, А. Ф. Зоркин

В работе [1] была поставлена и решена задача о свободных волнах в волноводе, поперечное сечение которого изображено на рис. 1, а также намечен возможный алгоритм для выполнения расчетов на ЭВМ. Однако в процессе реализации обнаружилась его нерациональность с точки зрения затрат машинного времени.

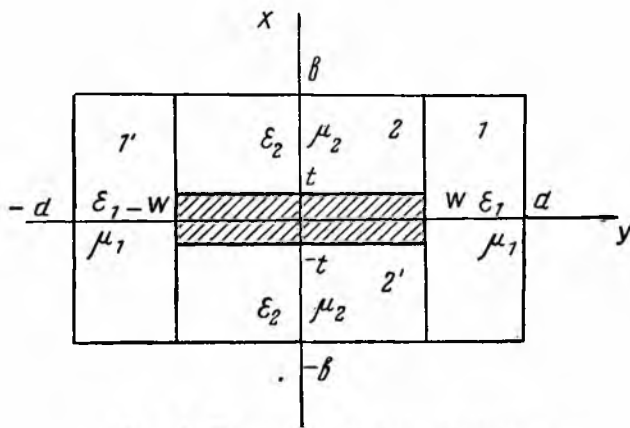


Рис. 1. Поперечное сечение волновода.

В этой статье описан более экономичный алгоритм для численного решения задачи, исследована его точность и сходимость, а также проанализированы результаты расчетов.

1. Указанная задача в конечном итоге сводится к бесконечной системе алгебраических однородных уравнений

$$\alpha^{(11)} \vec{G}_e^{(2)} + \alpha^{(12)} \vec{G}_h^{(2)} = 0,$$

$$\alpha^{(21)} \vec{G}_e^{(2)} + \alpha^{(22)} \vec{G}_h^{(2)} = 0 \quad (1)$$

относительно вектор-столбцов $\{\vec{G}_e^{(2)}, \vec{G}_h^{(2)}\}_s$, соответствующих величине $\gamma_s' = \frac{2\pi}{\lambda_s} w$ (λ_s — длина волны s-го типа волны в волноводе), которая определяется из условия совместности (1). Величины $\alpha^{(ij)}$ ($i, j = 1, 2$) являются бесконечными матрицами, элементы которых имеют вид

$$\alpha_{kn}^{(11)} = \gamma_0^2 \left\{ \delta_{kn} \frac{\epsilon_r^{(2)}}{2} \cdot \frac{x_k^{(2)}}{k} \operatorname{ctg} \left(x_k^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2} \right) + (-1)^{k+n} \frac{4an}{\pi^2 \rho_1^2} \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_m \left[\varepsilon_r^{(1)} + \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right) \frac{1}{\mu_r^{(1)}} \left(\frac{\gamma_s r_m^{(1)} \pi c}{\gamma_0 r_m^{(1)}} \right)^2 \right] \frac{(\sin r_m^{(1)} \pi a)^2 x_m^{(1)} \operatorname{ctg} x_m^{(1)l}}{[(r_m^{(1)} a)^2 - k^2] [(r_m^{(1)} a)^2 - n^2]}; \\ & \alpha_{kn}^{(12)} = \frac{\pi c \gamma_s^2}{a \rho_2^2} \left\{ \delta_{kn} + (-1)^{k+n} \frac{4a^3 \mu_r^{(2)}}{\pi^2 \mu_r^{(1)}} x_n^{(2)} \operatorname{tg} \left(x_n^{(2)} - \frac{\delta \pi}{2} \right) \times \right. \\ & \quad \times \sum_m \frac{(r_m^{(1)} \sin r_m^{(1)} \pi a)^2 \operatorname{ctg} x_m^{(1)l}}{[(r_m^{(1)} a)^2 - k^2] [(r_m^{(1)} a)^2 - n^2]} \cdot \frac{1}{x_m^{(1)}} \Bigg\}; \\ & \alpha_{kn}^{(21)} = (-1)^{k+n} \frac{2(2 - \delta_0 k)}{\pi \mu_r^{(1)}} a^2 c \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right) \times \\ & \quad \times \sum_m \frac{(r_m^{(1)} \sin r_m^{(1)} \pi a)^2 \operatorname{ctg} x_m^{(1)l}}{[(r_m^{(1)} a)^2 - k^2] [(r_m^{(1)} a)^2 - n^2]} \cdot \frac{1}{x_m^{(1)}}; \\ & \alpha_{kn}^{(22)} = \delta_{kn} + (-1)^{k+n} \frac{(2 - \delta_0 k) a^3 \mu_r^{(2)} \rho_1^2}{\pi^2 \mu_r^{(1)} \cdot \rho_2^2} x_n^{(2)} \operatorname{tg} \left(x_n^{(2)} - \frac{\delta \pi}{2} \right) \times \\ & \quad \times \sum_m \frac{(2 - \delta_0 m) (r_m^{(1)} \sin r_m^{(1)} \pi a)^2}{[(r_m^{(1)} a)^2 - k^2] [(r_m^{(1)} a)^2 - n^2]} \frac{\operatorname{ctg} x_m^{(1)l}}{x_m^{(1)}}, \end{aligned} \quad (1a)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \omega; \quad \rho_i^2 = \gamma_0^2 \varepsilon_r^{(i)} \mu_r^{(i)} - \gamma_s^2; \quad x_m^{(i)} = \sqrt{\rho_i^2 - (r_m^{(i)} \pi c)^2}; \\ r_m^{(2)} &= \frac{m}{a}; \quad r_m^{(1)} = \begin{cases} m + \frac{1}{2} & \text{— для симметричных волн,} \\ m & \text{— для асимметричных волн;} \end{cases} \end{aligned}$$

$$G_e^{(i)} = \frac{\tilde{G}_e^{(i)}}{120\pi\gamma_0}; \quad G_h^{(i)} = \frac{\tilde{G}_h^{(i)}}{\gamma_s}; \quad c = \frac{\omega}{b}; \quad a = 1 - \frac{t}{b};$$

λ_0 — длина волны в свободном пространстве; δ_{kn} — символ Кронекера; $k, n, m = 1, 2, 3 \dots$ $\tilde{G}_{e,h}^{(i)}$ по смыслу совпадают с $\tilde{G}_{e,h}^{(i)}$ в [1].

Остальные обозначения объяснены в [1].

Компоненты полей собственного s -го типа волны в частичной области 2 имеют вид

$$\begin{aligned} E_{sz}^{(2)} &= i \cdot 120\pi\gamma_0 \sum_m G_{em}^{(2)} \frac{\sin \left(x_m^{(2)} \eta - \frac{\delta \pi}{2} \right)}{\sin \left(x_m^{(2)} - \frac{\delta \pi}{2} \right)} \sin m\pi\xi; \\ E_{sx}^{(2)} &= 120\pi\gamma_0 \gamma_s \sum_m a_{em}^{(2)} \frac{\sin \left(x_m^{(2)} \eta - \frac{\delta \pi}{2} \right)}{\sin \left(x_m^{(2)} - \frac{\delta \pi}{2} \right)} \cos m\pi\xi; \\ E_{sy}^{(2)} &= -120\pi\gamma_0 \gamma_s \sum_m b_{em}^{(2)} \frac{\cos \left(x_m^{(2)} \eta - \frac{\delta \pi}{2} \right)}{\cos \left(x_m^{(2)} - \frac{\delta \pi}{2} \right)} \sin m\pi\xi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{sz}^{(2)} &= -i\gamma_s \sum_m G_{hm}^{(2)} \frac{\cos\left(x_m^{(2)}\eta - \frac{\delta\pi}{2}\right)}{\cos\left(x_m^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2}\right)} \cos m\pi\xi; \\
 H_{sx}^{(2)} &= \sum_m a_{hm}^{(2)} \frac{\cos\left(x_m^{(2)}\eta - \frac{\delta\pi}{2}\right)}{\cos\left(x_m^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2}\right)} \sin m\pi\xi; \\
 H_{sy}^{(2)} &= \sum_m b_{hm}^{(2)} \frac{\sin\left(x_m^{(2)}\eta - \frac{\delta\pi}{2}\right)}{\sin\left(x_m^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2}\right)} \cos m\pi\xi,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{y}{w}; \quad \xi = \frac{x-b}{b-l}; \\
 a_{em}^{(2)} &= \frac{1}{\rho_2^2} \left[G_{em}^{(2)} r_m^{(2)} \pi c - G_{hm}^{(2)} \mu_r^{(2)} x_m^{(2)} \operatorname{tg} \left(x_m^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2} \right) \right]; \\
 b_{em}^{(2)} &= \frac{1}{\rho_2^2} \left[G_{em}^{(2)} x_m^{(2)} \operatorname{ctg} \left(x_m^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2} \right) + G_{hm}^{(2)} \mu_r^{(2)} r_m^{(2)} \pi c \right]; \\
 a_{hm}^{(2)} &= \frac{1}{\rho_2^2} \left[G_{em}^{(2)} \gamma_0^2 \varepsilon_r^{(2)} x_m^{(2)} \operatorname{ctg} \left(x_m^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2} \right) + G_{hm}^{(2)} \gamma_s^2 r_m^{(2)} \pi c \right]; \\
 b_{hm}^{(2)} &= \frac{1}{\rho_2^2} \left[G_{em}^{(2)} \gamma_0^2 \varepsilon_r^{(2)} r_m^{(2)} \pi c - G_{hm}^{(2)} \gamma_s^2 x_m^{(2)} \operatorname{tg} \left(x_m^{(2)} - \frac{\delta\pi}{2} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Компоненты поля в частичной области I определяются после нахождения $\{\vec{G}_e^{(1)}, \vec{G}_h^{(1)}\}_s$ из соотношений

$$\vec{G}_e^{(1)} = L_e \vec{G}_e^{(2)}; \quad \vec{G}_h^{(2)} = L_h \vec{G}_h^{(1)}, \tag{3}$$

где L_e и L_h — матрицы, элементы которых приведены в [1]. Тогда

$$\begin{aligned}
 E_{sz}^{(1)} &= i120\pi\gamma_0 \sum_m G_{em}^{(1)} \frac{\sin x_m^{(1)}\xi}{\sin x_m^{(1)}l} \sin r_m^{(1)}\pi a\xi; \\
 E_{sx}^{(1)} &= -120\pi\gamma_0\gamma_s \sum_m a_{em}^{(1)} \frac{\sin x_m^{(1)}\xi}{\sin x_m^{(1)}l} \cos r_m^{(1)}\pi a\xi; \\
 E_{sy}^{(1)} &= 120\pi\gamma_0\gamma_s \sum_m b_{em}^{(1)} \frac{\cos x_m^{(1)}\xi}{\cos x_m^{(1)}l} \sin r_m^{(1)}\pi a\xi; \\
 H_{sz}^{(1)} &= -i\gamma_s \sum_m G_{hm}^{(1)} \frac{\cos x_m^{(1)}\xi}{\cos x_m^{(1)}l} \cos r_m^{(1)}\pi a\xi; \\
 H_{sx}^{(1)} &= -\sum_m a_{hm}^{(1)} \frac{\cos x_m^{(1)}\xi}{\cos x_m^{(1)}l} \sin r_m^{(1)}\pi a\xi; \\
 H_{sy}^{(1)} &= -\sum_m b_{hm}^{(1)} \frac{\sin x_m^{(1)}\xi}{\sin x_m^{(1)}l} \cos r_m^{(1)}\pi a\xi,
 \end{aligned} \tag{2a}$$

где

$$\xi = \frac{y-d}{w};$$

$$\begin{aligned} a_{em}^{(1)} &= \frac{1}{\rho_1^2} (G_{hm}^{(1)} \mu_r^{(1)} x_m^{(1)} \operatorname{tg} x_m^{(1)l} + G_{em}^{(1)} r_m^{(1)} \pi c); \\ b_{em}^{(1)} &= \frac{1}{\rho_1^2} (G_{hm}^{(1)} \mu_r^{(1)} r_m^{(1)} \pi c - G_{em}^{(1)} x_m^{(1)} \operatorname{ctg} x_m^{(1)l}); \\ a_{hm}^{(1)} &= \frac{1}{\rho_1^2} (G_{hm}^{(1)} \gamma_s^2 r_m^{(1)} \pi c - G_{em}^{(1)} \gamma_0^2 r_m^{(1)} x_m^{(1)} \operatorname{ctg} x_m^{(1)l}); \\ b_{hm}^{(1)} &= \frac{1}{\rho_1^2} (G_{hm}^{(1)} \gamma_s^2 x_m^{(1)} \operatorname{tg} x_m^{(1)l} + G_{em}^{(1)} \gamma_0^2 \varepsilon_r^{(1)} r_m^{(1)} \pi c). \end{aligned}$$

В области $2'$ поля описываются формулами, аналогичными (2), с учетом следующих соотношений:

$$\xi = \frac{x+b}{b-t};$$

$G_{e,h}^{(2')} = -G_{e,h}^{(2)}$ — для симметричных волн,

$G_{e,h}^{(2')} = G_{e,h}^{(2)}$ — для асимметричных волн.

Между выражениями для полей в области 1 и $1'$ имеется связь

$$\vec{E}_s^{(1')} = (-1)^{\delta} \vec{E}_s^{(1)}; \quad \vec{H}_s^{(1')} = (-1)^{\delta} \vec{H}_s^{(1)}.$$

Наличие слабых потерь в заполняющей среде, когда структура поля незначительно отличается от таковой в случае идеальной среды, может быть учтено с помощью формулы

$$\begin{aligned} \gamma_s = \gamma'_s + i \frac{120\pi\gamma_0}{2N_s} \int_{\Delta S_{\perp}} \left\{ \frac{\varepsilon_r}{(120\pi)^2} (\vec{E}_{s\perp} \vec{E}_{s\perp} - \vec{E}_{sz} \vec{E}_{sz}) + \right. \\ \left. + \mu_r (\vec{H}_{s\perp} \vec{H}_{s\perp} - \vec{H}_{sz} \vec{H}_{sz}) \right\} dS, \end{aligned} \quad (4)$$

которая справедлива как для распространяющихся (γ'_s — вещественное), так и для нераспространяющихся (γ'_s — мнимое) волн. В данном случае формула (4) приобретает вид

$$\gamma_s = \gamma'_s + \frac{i}{\gamma_s} (\varepsilon_r J_{zs} + \mu_r J_{\mu s}), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} J_{zs} &= \frac{1}{2} \frac{\gamma_0^2}{M} \left[\sum_m (G_{em}^{(2)})^2 S_m^{(2)} + (\gamma_s')^2 \sum_m (a_{em}^{(2)})^2 S_m^{(2)} + (b_{em}^{(2)})^2 C_m^{(2)} \right]; \\ J_{\mu s} &= \frac{1}{2M} \left[(\gamma_s')^2 \sum_m (G_{hm}^{(2)})^2 C_m^{(2)} + \sum_m (a_{hm}^{(2)})^2 C_m^{(2)} + (b_{hm}^{(2)})^2 S_m^{(2)} \right]; \\ M &= \sum_m (1 + \delta_{0m}) a_{em}^{(2)} b_{hm}^{(2)} S_m^{(2)} + a_{hm}^{(2)} b_{em}^{(2)} C_m^{(2)} + \\ &+ \frac{l}{a} \sum_m (1 + \delta_{0m}) a_{em}^{(1)} b_{em}^{(1)} S_m^{(1)} + a_{hm}^{(1)} b_{em}^{(1)} C_m^{(1)}; \\ S_m^{(2)} &= \frac{1 - (-1)^{\delta} \frac{\sin 2x_m^{(2)}}{2x_m^{(2)}}}{1 - (-1)^{\delta} \cos 2x_m^{(2)}}; \quad C_m^{(2)} = \frac{1 + (-1)^{\delta} \frac{\sin 2x_m^{(2)}}{2x_m^{(2)}}}{1 + (-1)^{\delta} \cos 2x_m^{(2)}}; \end{aligned}$$

$$S_m^{(1)} = \frac{1 - (-1)^\delta \frac{\sin 2x_m^{(1)} l}{2x_m^{(1)} l}}{1 - (-1)^\delta \cos 2x_m^{(1)} l}; \quad C_m^{(1)} = \frac{1 + (-1)^\delta \frac{\sin 2x_m^{(1)} l}{2x_m^{(1)} l}}{1 + (-1)^\delta \cos 2x_m^{(1)} l}.$$

Из формулы (5) вытекает, что второе слагаемое при вещественном γ_s — мнимая величина, а при мнимом γ_s — вещественная. Очевидно, что формула (4) неверна вблизи критических частот ($\gamma_s \approx 0$), так как при этом $N_s \rightarrow 0$.

Точность определения структуры поля может быть оценена путем проверки условий непрерывности компонент поля на границе раздела ($y = \omega$) частичных областей:

$$\begin{aligned} \frac{E_z^{(2)}}{E_z^{(1)}} &= \frac{\sum_m G_{em}^{(2)} \sin m\pi\xi}{-\sum_m G_{em}^{(1)} \sin r_m^{(1)} \pi a\xi}; & \frac{E_x^{(2)}}{E_x^{(1)}} &= \frac{\sum_m a_{em}^{(2)} \cos m\pi\xi}{\sum_m a_{em}^{(1)} \cos r_m^{(1)} \pi a\xi}; \\ \frac{E_y^{(2)}}{E_y^{(1)}} &= \frac{-\sum_m b_{em}^{(2)} \sin m\pi\xi}{\sum_m b_{em}^{(1)} \sin r_m^{(1)} \pi a\xi}; & \frac{H_z^{(2)}}{H_z^{(1)}} &= \frac{\sum_m G_{hm}^{(2)} \cos m\pi\xi}{\sum_m G_{hm}^{(1)} \cos r_m^{(1)} \pi a\xi}; \\ \frac{H_x^{(2)}}{H_x^{(1)}} &= \frac{\sum_m a_{hm}^{(2)} \sin m\pi\xi}{-\sum_m a_{hm}^{(1)} \sin r_m^{(1)} \pi a\xi}; & \frac{H_y^{(2)}}{H_y^{(1)}} &= \frac{\sum_m b_{hm}^{(2)} \cos m\pi\xi}{\sum_m b_{hm}^{(1)} \cos r_m^{(1)} \pi a\xi}, \end{aligned} \quad (6)$$

где ξ изменяется в пределах $0 \div -1$ при изменении x от b до t . По степени близости приведенных отношений к 1 можно судить о точности определения структуры поля.

2. Решение бесконечной системы уравнений (1) находилось методом редукции ($N = 21$). Этапы решения следующие:

- а) отыскание очередного корня (γ_s) определителя 21-го порядка;
- б) определение линейно зависимой строки в матрице при найденном значении γ_s , отбрасывание этой строки и перенос столбца, в котором находится главный элемент отброшенной строки, в правую часть;
- в) решение полученной системы неоднородных уравнений 20-го порядка и, в результате, определение коэффициентов ($G_{em}^{(2)}, G_{hm}^{(2)}$).

Затем вычислялись коэффициенты рядов (2) и (2а) и величины $J_{\mu s}$ и $J_{\epsilon s}$. Время счета одного варианта на ЭВМ «Урал-4» — около 20 мин.

В качестве теста использовался случай слоистого прямоугольного волновода (асимметричные волны, $a = 1$), для которого существует точное решение граничной задачи [2]. Оно дает систему LE_{mn} и LM_{mn} волн, постоянные распространения которых определяются из трансцендентных уравнений. Сравнение производилось для указанных типов волн со значениями индексов $m, n = 0 \div 3$ при следующих значениях величин:

$$\gamma_0 = 0,22\pi; \quad c = \frac{2}{7}; \quad l = 2,5; \quad \epsilon^{(2)} = 8\epsilon_0; \quad \epsilon^{(1)} = \epsilon_0; \quad \mu^{(2)} = \mu^{(1)} = \mu_0.$$

Вычисленные обоими способами величины γ_s совпадали вплоть до последнего верного знака при заданной точности их определения, равной $\pm 10^{-4}$. В рядах (2) и (2а) при этом оставался один член и выражения для полей совпадали с точными в [2].

Указанный тест не позволяет оценить точность алгоритма, так как в суммах, входящих в элементы матриц (1а), все члены, исключая один ($m = k = n$), обращаются в нуль, а матрицы L_e и L_h — в единичные.

В случае симметричных волн ($r_m^{(1)} = m + \frac{1}{2}$) этого не происходит и значение параметра $a = 1$ является самым неблагоприятным с точки зрения точности вычисления сумм (1a), если при уменьшении его (a) увеличивать количество учитываемых членов рядов, входящих в $a^{(ij)}$ так, чтобы их последние члены были достаточно удалены от «резонансных».

В случае асимметричных волн ($r_m^{(1)} = m$) с уменьшением параметра a сходимость указанных выше сумм ухудшается, поскольку увеличиваются абсолютные величины членов рядов, которые были близки к нулю при $a = 1$.

В табл. 1 приведены величины γ_s для квази-ТЕМ (симметричная) и квази- LE_{01} (асимметричная) волн, являющиеся корнями определителей 15-го и 21-го порядков. Незначительное различие между двумя приближениями свидетельствует о высокой точности определения постоянной распространения собственных волн.

Таблица 1

Тип волны	$\gamma_{s\Delta_{1s}}$	$\gamma_{s\Delta_{21}}$	$\frac{\delta\gamma_s}{\gamma_{s\Delta_{21}}}, \%$	c	l	a
Квази-ТЕМ	1,7093	1,7200	0,625	$\frac{2}{7}$	2,5	1
	1,7638	1,7756	0,665	1	1	1
Квази- LE_{01}	1,7008	1,7015	0,042	1	1	0,75

Представление о сходимости решения системы уравнений (1) дает табл. 2, где приведены максимальные коэффициенты рядов (2), с помощью которых можно приближенно записать поля в области 2. Коэффициент $a_{e0}^{(2)}$ положен равным -1 .

Таблица 2

Тип волны	Квази-ТЕМ ($a = 1; c, l = 1$)		Квази- LE_{01} ($a = 0,75; c, l = 1$)	
Порядок систем уравнений	20-й	40-й	20-й	40-й
$a_{e1}^{(2)}$	0,1476	0,1243	0,0429	0,0388
$a_{h1}^{(2)}$	-1,4412	-1,1772	-0,5214	-0,4498
$b_{h0}^{(2)}$	4,5616	4,5009	4,1897	4,1855
$b_{h1}^{(2)}$	-1,8559	-1,5058	-0,5991	-0,5147
$b_{e1}^{(2)}$	-0,06682	-0,05996	-0,02709	-0,02559
$G_{h0}^{(2)}$	1,2625	1,3691	1,9977	2,0072
$G_{h1}^{(2)}$	0,3412	0,2698	0,09971	0,0736
$G_{e1}^{(2)}$	0,2601	0,2082	0,05813	0,06919

Данные, приведенные в табл. 1, соответствуют значениям параметров $\gamma_0 = 0,22\pi$; $\epsilon^{(2)} = 8\epsilon_0$; $\epsilon^{(1)} = \epsilon_0$; $\mu^{(2)} = \mu^{(1)} = \mu_0$.

3. Влияние геометрии на фазовую постоянную и потери исследуемой электродинамической системы может быть оценено на основании результатов, представленных в табл. 3. При этом ограничиваемся лишь квази-ТЕМ и квази- LE_{01} волнами, которые, вероятнее всего, могут быть использованы на практике. Величина Γ выражает изменение фазы волны в волноводе на длине λ_0 .

Таблица 3

Тип волны	Γ_s	$J_{\mu s}$	J_{es}	$\frac{\omega}{\lambda_0}$	$\frac{d}{\lambda_0}$	$\frac{b}{\lambda_0}$	$\frac{t}{b}$
Квази-ТЕМ	15,636	7,642	1,108	0,11	0,385	0,385	0
	15,456	7,546	1,120	0,11	0,385	0,385	0,25
	15,356	7,736	1,151	0,11	0,22	0,385	0,25
	15,565	7,53	1,111	0,11	0,22	0,1925	0,25
	16,323	8,576	1,157	0,165	0,22	0,1925	0,25
	16,513	8,324	1,124	0,165	0,33	0,1925	0,25
	16,950	8,643	1,127	0,22	0,44	0,1925	0,25
	15,294	7,655	1,141	0,11	0,385	0,385	0
Квази- LE_{01}	15,441	7,575	1,125	0,11	0,385	0,385	0,25
	15,323	7,798	1,162	0,11	0,22	0,385	0,25
	15,408	7,785	1,157	0,11	0,22	0,1925	0,25
	16,299	8,808	1,188	0,165	0,22	0,1925	0,25
	16,466	8,437	1,140	0,165	0,33	0,1925	0,25
	16,926	8,695	1,134	0,22	0,44	0,1925	0,25

Величины, приведенные во второй и третьей колонках табл. 3, позволяют рассчитать потери энергии в децибелах на длине λ_0 по формуле

$$\Gamma_s^* = 8,61 (J_{es}^* + J_{\mu s}^*).$$

На основании данных табл. 3 можно сделать следующие выводы о рассматриваемых типах волн.

При увеличении толщины внутреннего проводника фазовая постоянная квази-ТЕМ волны уменьшается, а квази- LE_{01} волны увеличивается. Потери обеих волн незначительно уменьшаются.

С уменьшением ширины волновода при постоянной величине заполнения фазовые постоянные уменьшаются, что, очевидно, связано с увеличением влияния боковых стенок, а постоянные затухания увеличиваются. Последнее обстоятельство можно объяснить увеличением концентрации энергии в заполняющей среде.

Уменьшение высоты волновода при постоянной величине $\frac{t}{b}$ приводит к увеличению фазовых постоянных и к незначительному уменьшению потерь. Увеличение ширины внутреннего проводника и вкладыша, естественно, приводит к значительному увеличению фазовых постоянных и потерь.

Изменение фазовых постоянных и потерь в диапазоне частот иллюстрируют рис. 2 и 3. Рисунки показывают, что квази-ТЕМ волна не имеет критической частоты, в то время как квази- LE_{01} волна имеет ярко выраженную частоту отсечки, которая определяется главным образом шириной волновода. Потери в диапазоне частот изменяются аналогично фазовым постоянным, за исключением области отсечки, где, как уже отмечалось, формула (4) неверна. На частотах ниже критической и достаточно удаленных от нее изменение величин $J_{\mu s}$ и J_{es} , которые теперь определяют фазовую постоянную (в случае квази- LE_{01} волны), имеет первоначальную тенденцию.

В результате расчетов установлено, что поля исследуемых волн характеризуются, в основном, компонентами H_y , H_z , E_x и E_z . Остальные компоненты исчезающе малы. Продольные компоненты поля квази-ТЕМ волны уменьшаются с уменьшением частоты, стремясь к нулю.

Для оценки точности определения структуры поля вычислялись отношения (6) в зависимости от положения точки на прямой $y = \omega$.

На рис. 4 представлены данные отношения при $\frac{\lambda}{\lambda_0} = 1$ для рассматриваемых волн в случае параметров волновода, указанных на рис. 3.

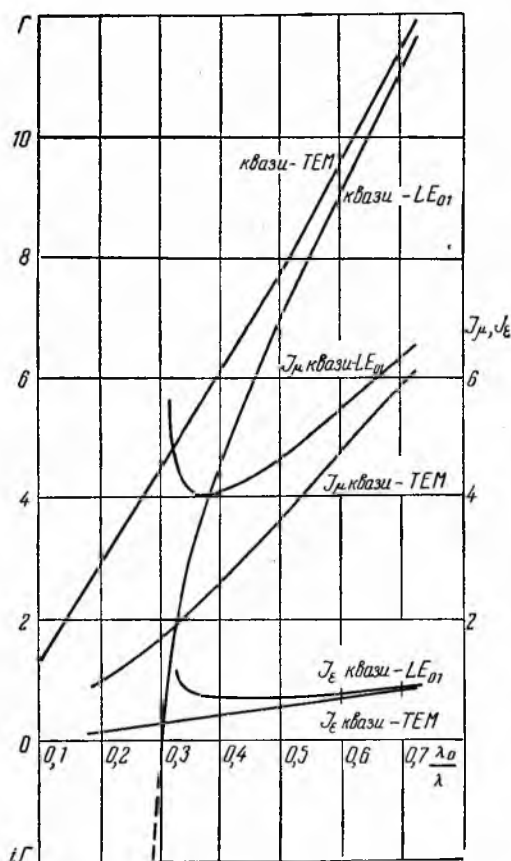


Рис. 2. Дисперсионные характеристики волновода:

$$\begin{aligned} \omega &= 0,22\lambda_0; \quad \frac{\omega}{b} = 1,5; \quad \frac{t}{b} = 0,25; \quad \frac{d}{\omega} = \\ &= 1,25; \quad \epsilon(2) = 8\epsilon_0; \quad \epsilon(1) = \epsilon_0; \quad \mu(2) = \mu(1) = \mu_0. \end{aligned}$$

в зависимости от величины $\xi = \frac{b-x}{b-t}$, а на рис. 4б — приведены те отношения, которые максимально отклоняются от 1 в диапазоне $\frac{\lambda_0}{\lambda} = 0,2 \div 1$. На основании этих зависимостей можно заключить, что условия непрерывности поля на границе раздела сред выполняются в среднем. В точках, близких к вершине угла внутреннего проводника ($\xi = 1$), условия непрерывности выполняются гораздо хуже, чем в остальных. Многочисленные расчеты показывают, что для квази-ТЕМ волны на низких частотах ($\frac{\lambda_0}{\lambda} \leq 0,1$) точность определения структуры поля ухудшается.

Анализ коэффициентов рядов (2), (2а), полученных в результате расчетов, показал, что поля рассматриваемых волн при $\frac{t}{b} \leq 0,25$ могут быть достаточно хорошо аппроксимированы одним или двумя членами

этих рядов. Дальнейшие члены имеют коэффициенты по крайней мере на порядок меньше первого, а отношения тригонометрических функций в этих членах переходят в отношения гиперболических функций, которые не превышают 1.

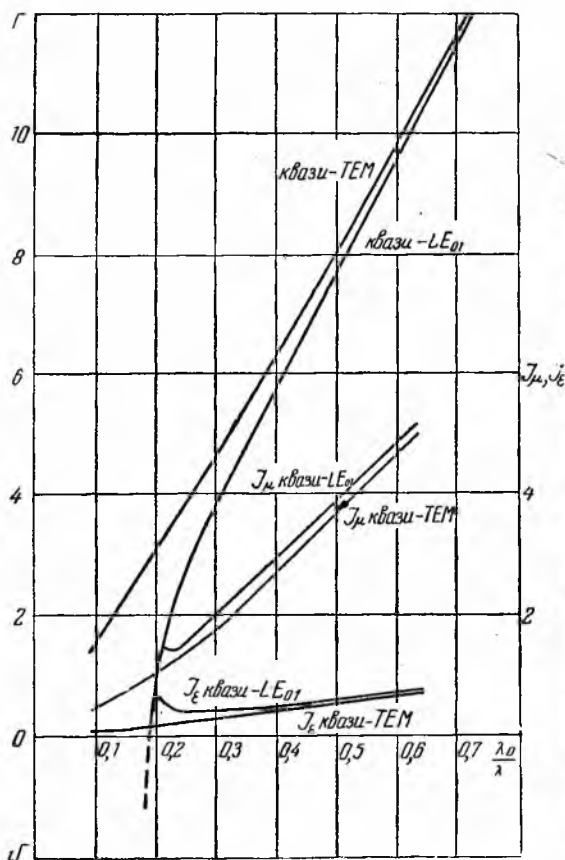


Рис. 3. Дисперсионные характеристики волновода:

$$\omega = 0,22\lambda_0; \frac{w}{b} = \frac{8}{7}; \frac{t}{b} = 0,25; \frac{d}{w} = 2;$$

$$\epsilon(2) = 8\epsilon_0; \epsilon(1) = \epsilon_0; \mu(2) = \mu(1) = \mu_0.$$

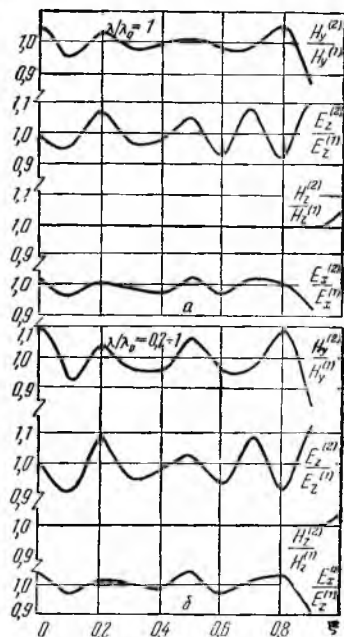


Рис. 4. Отношения компонент поля на границе раздела в волноводе.

В заключение отметим, что описанный алгоритм позволил определить также и высшие типы волн в волноводе, с помощью которых может быть учтена гиротропия образца путем применения метода, изложенного в работе [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Г. Костычев, А. Ф. Зоркин. «Радиотехника», вып. 10. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
2. Ю. В. Егоров. Частично заполненные прямоугольные волноводы. Изд-во «Советское радио», 1967.
3. Ю. Г. Костычев. «Радиотехника и электроника», т. 13, вып. 11, 1969.