УДК 007.001.362; 681.327.12.001.362

Е.П.ПУТЯТИН, Е.В.ЯКОВЛЕВА, В.А. ЛЮБЧЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНВАРИАНТНЫХ ПРЯМЫХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В АЛГОРИТМАХ НОРМАЛИЗАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

1.Введение

Системы обработки изображений в настоящее время получают все более широкое распространение. Центральная задача обработки изображений - это их распознавание, т.е. нахождение соответствия между полученными изображениями реальных объектов и эталонными изображениями. Разница между эталонными и реальными изображениями объектов обуславливается ошибками сегментации (выделения объекта из фона), наличием геометрических и яркостных искажений, а также другими помехами [1].

Разработанные на сегодняшний день методы распознавания неразрывно связаны с условиями их применения на практике. В случаях, когда распознаваемые изображения подвержены действию групп геометрических преобразований, важное значение приобрел метод распознавания с помощью нормализации [2].

Нормализацией называется процедура компенсации преобразований, связывающих эталонные и входные изображения. Другими словами, нормализация - это переход от класса эквивалентных изображений к отдельному представителю этого класса (в частности, при известных эталонах - к одному из эталонов).

Применение методов нормализации является качественно иным способом решения задач распознавания. Особенно расширяет возможности распознавания использование нормализации изображений одновременно с инвариантными признаками и корреляционными процедурами.

Метод нормализации при распознавании занимает промежуточное место между корреляционными и признаковыми алгоритмами как по помехозащищенности, так и по быстродействию. Однако если для нормализации изображения применить алгоритм, основанный на решении серии одномерных задач нормализации, которые намного проще известной процедуры [1], то это существенно улучшит быстродействие. Основой для перехода от двумерной задачи к серии одномерных является выделение инвариантных множеств - прямых на плоскости и последующее изучение индуцированных преобразований на этих прямых.

2. Геометрическое преобразование изображений как результат действия групп

Будем представлять эталонное и входное изображение функциями двух переменных в прямоугольной области D, являющейся непрерывной моделью дискретного поля зрения. Следует отметить, что реальное изображение $B(x,y)$ и эталонное $B_0(x,y)$ определены не по всей области D, а только в области $E\subset D$ выделенного объекта, однако удобно доопределить $B(x,y)$ и $B_0(x,y)$ нулевыми значениями в точках $(x,y)\notin E$. Физически значение функции $B(x,y)$ равно яркости в точке (x,y).

В случае действия геометрических преобразований реальное изображение может быть представлено как результат воздействия на эталонное изображение некоторого преобразования T в некоторый момент времени [1]:

$$B(x,y)=B_0[T(x,y)].$$

Простейшим примером преобразования является смещение в поле зрения изображения $B_0(x,y)$:

$$B(x,y)= B_0(x-l,y-m),$$

где l и m — параметры смещения.

Большинство геометрических преобразований образуют группы. Единый подход к задачам распознавания в условиях геометрических преобразований можно осуществить, пользуясь аппаратом теории групп и их представлений [3].

Табл. 1 и 2 содержат перечень преобразований плоскости, образующих однопараметрические и многопараметрические группы соответственно, т.е. преобразования, для которых выполняются все требования группы.

3. Инвариантные прямые и устойчивые семейства прямых относительно групп геометрических преобразований

Определение 1. Прямая l называется инвариантной относительно преобразования g, если образ любой точки $A\in l$ снова принадлежит этой прямой.

Пример. Пусть (x,y) — координаты на плоскости, преобразование g имеет вид $x\to x+m$, $y\to y$, прямая l задается уравнением $y=a$. Тогда при любых значениях параметров m, a прямая l инвариантна относительно преобразования g.

Таблица 1

Множество преобразований, входящих в группу	Название группы (физический смысл)	Обозначение группы
$x \to x + a\cos\gamma$, $y \to y + a\sin\gamma$, где : a-параметр	Группа смещений вдоль направления ($\cos\gamma$, $\sin\gamma$)	$G_{c,\gamma}$
$x \to x + l$, $y \to y$, где : l-параметр	Группа горизонтальных смещений	$G_{c,x}$
$x \to x$, $y \to y + l$, где : l-параметр	Группа вертикальных смещений	$G_{c,y}$
$x \to kx$, $y \to ky$, где: $k \neq 0$-параметр	Группа подобий (изменений масштаба)	G_m
$x \to kx$, $y \to y$, где: $k \neq 0$-параметр	Группа горизонтальных растяжений	$G_{m,x}$
$x \to x$, $y \to ky$, где: $k \neq 0$-параметр	Группа вертикальных растяжений	$G_{m,y}$
$x \to qx$, $y \to q^{-1}y$, где:$q \neq 0$-параметр	Группа гиперболических растяжений	G_q
$x \to x\cos\alpha + y\sin\alpha$, $y \to -x\sin\alpha + y\cos\alpha$, где: α-параметр (угол поворота)	Группа поворотов	G_u
$x \to x$, $y \to y$; $x \to -x$, $y \to -y$; $x \to x$, $y \to -y$; $x \to -x$, $y \to y$;	Группа симметрий	G_s
$x \to x + hy$, $y \to y$, где h-параметр сдвига	Группа косых сдвигов (вдоль оси OX)	$G_{h,x}$
$x \to x$, $y \to y + hx$, где h-параметр сдвига	Группа косых сдвигов (вдоль оси OY)	$G_{h,y}$

Определение 2. Семейство прямых L называется устойчивым относительно множества преобразований R, если для любого преобразования $g \in R$ существует инвариантная относительно него прямая $l \in L$.

Устойчивые семейства прямых позволяют установить соответствие между преобразованиями из группы и прямыми из семейства. Это делает возможным нахождение искомого нормализующего преобразования с помощью поиска соответствующей ему инвариантной прямой из семейства и анализа ограничения входного изображения на эту прямую. Задача нормализации на прямой, как одномерная, намного проще исходной задачи нормализации.

Таблица 2

Множество преобразований, входящих в группу	Название группы (физический смысл)	Обозначение группы
$x \to x+l$, $y \to y+m$, где: l, m-параметры смещения	Двумерные смещения	G_c
$x \to kx+l$, $y \to y$, где : k, l-параметры, $k \neq 0$	Одномерное смещение и растяжение по OX	$G_{c,m,x}$
$x \to x$, $y \to ky+m$, где : k, m-параметры, $k \neq 0$	Одномерное смещение и растяжение по OY	$G_{c,m,y}$
$x \to kx+l$, $y \to ky+m$, где : k,l,m-параметры, $k \neq 0$	Смещения и изменения масштаба	$G_{c,m}$
$x \to k_1x$, $y \to k_2y$, где : k_1, k_2 -параметры, $k_1 \neq 0$ $k_2 \neq 0$	Неоднородные изменения масштаба	G_d
$x \to k_1x+l$, $y \to k_2y+m$, где : k_1, k_2, l, m -параметры, $k_1 \neq 0$ $k_2 \neq 0$	Смещения и неоднородные изменения масштаба	$G_{c,d}$
$x \to x\cos\alpha+y\sin\alpha+l$, $y \to -x\sin\alpha+y\cos\alpha+m$, где:$\alpha$,$l$,m-параметры	Смещения и повороты	$G_{c,u}$
$x \to kx\cos\alpha+ky\sin\alpha$, $y \to -kx\sin\alpha+ky\cos\alpha$, где: α,k-параметры	Изменения масштаба и повороты	$G_{m,u}$
$x \to kx\cos\alpha+ky\sin\alpha+l$, $y \to -x\sin\alpha+y\cos\alpha+m$, где: α,k,l,m-параметры	Смещения, изменения масштаба и повороты	$G_{m,c,u}$
$x \to a_{11}x+a_{12}y$, $y \to a_{21}x+a_{22}y$, где: a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}-параметры и $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} \neq 0$	ЦЕНТРОАФФИННАЯ ГРУППА (неоднородные изменения масштаба и повороты)	G_a^c
$x \to a_{11}x+a_{12}y+l$, $y \to a_{21}x+a_{22}y+m$, где: l,m,a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}-параметры и $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} \neq 0$	ГРУППА АФФИННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ (неоднородные изменения масштаба, повороты и смещения)	G_a

Так как в робототехнике используется развертка по строкам, по столбцам, а также радиальная развертка, то для надежности и быстродействия алгоритмов нормализации целесообразно исследовать семейства прямых, соответствующих одному из реальных видов развертки. Поэтому рассмотрим три семейства прямых:

1. S_x — семейство прямых $y=a$, a — параметр семейства (горизонтальные прямые, параллельные строкам растра);

2. S_y — семейство прямых $x=a$, a — параметр семейства (вертикальные прямые, параллельные столбцам растра);

3. S_0 — семейство прямых $\cos a x+\sin a y=0$, $a\in[0,\pi)$ — параметр семейства (прямые, проходящие через начало координат).

Выясним теперь, относительно каких групп преобразований из табл. 1 и 2 каждое из этих семейств является устойчивым.

Рассмотрим сначала группу смещения вдоль прямой $G_{c,\gamma}$. Эта группа обладает инвариантными прямыми $y\cos\gamma-x\sin\gamma+m=0$ [4] при любом m. Действительно, чтобы прямая l, задаваемая уравнением $ax+by+m=0$, была инвариантной относительно этой группы, для любой точки $(x,y)\in l$ должно быть выполнено условие $a(x+\alpha\cos\gamma)+b(y+\alpha\sin\gamma)+m=0$. Это условие будет выполнено, если $a\alpha\cos\gamma+ b\alpha\sin\gamma=0$, т.е. при $a=-\sin\gamma$, а $b=\cos\gamma$ (знаки a и b могут изменяться, но должны быть противоположны). Таким образом, для группы $G_{c,g}$ семейство S_y устойчиво только в случае $\gamma=0$ (смещение вдоль горизонтальной прямой), а семейство S_x устойчиво только в случае $\gamma=\pi/2$ (смещение вдоль вертикальной прямой). Множество S_0 устойчиво при любом γ, поскольку оно содержит в себе прямую $y\cos\gamma-x\sin\gamma=0$, являющуюся инвариантной.

Найдем теперь инвариантные прямые для групп G_m, $G_{m,x}$, $G_{m,y}$, $G_{c,x}$, G_q, G_s, $G_{h,x}$, $G_{h,y}$, G_u.

Группа G_m. Если l: $ax+by+m=0$ — инвариантная прямая, то для любой точки $(x,y)\in l$ должно выполняться равенство $kax+kby+m=0$ (для любого k). Следовательно, m должно равняться нулю и инвариантная прямая имеет вид $ax+by=0$ при любых a,b.

Группа $G_{m,x}$. Предположим, что прямая l: $ax+by+m=0$ — инвариантна. Тогда для любого $k\neq0$ и для любого (x,y), удовлетворяющих условию $ax+by+m=0$, должно быть выполнено условие $kax+by+m=0$. Отсюда следует, что $(1-k)ax=0$, т.е. $ax=0$. В случае $a\neq0$ инвариантная прямая имеет вид $x=0$. Если же $a=0$, то с необходимостью $b\neq0$ инвариантная прямая задается уравнением $y=\mathrm{const}$.

Группа $G_{m,y}$. Подобные рассуждения позволяют сделать вывод для данной группы: инвариантными прямыми являются $x=\mathrm{const}$ и $y=0$.

Группа $G_{c,x}$. Для этой группы инвариантные прямые имеют вид: $y=\mathrm{const}$. Действительно, чтобы прямая l: $ax+by+m=0$ была инвариантной, должно выполняться условие $a(x+\alpha)+by+m=0$ (для любого

α). Условие будет выполнено при $a\alpha=0$, т.е. при $a=0$. Следовательно, инвариантными прямыми будут y=const. Аналогично, инвариантными прямыми относительно группы $G_{c,y}$ являются x=const.

Группа $G_{h,x}$. Пусть l: $ax+by+m=0$ — инвариантная прямая. Тогда для любого h и любых (x, y), подчиненных условию $ax+by+m=0$, должно выполняться условие $a(x+hy)+by+m=0$. Отсюда следует, что для любого h и $(x,y)\in l$ выполнено равенство $hay=0$. Значит, уравнение l: при $a\neq 0$ y=0, при $a=0$ y=const. В любом случае уравнение l имеет вид y=const. Для группы $G_{h,y}$ рассуждения аналогичны.

Группы G_q, G_s. Аналогично рассуждая, получим, что относительно этих групп есть только две инвариантные прямые, совпадающие с координатными осями.

Группа G_u, очевидно, инвариантных прямых не имеет.

Таким образом, для групп G_m, $G_{m,x}$, $G_{m,y}$, G_q, G_s устойчивым является каждое из семейств S_x, S_y, S_0, поскольку каждое из них содержит хотя бы одну из координатных осей. Для групп $G_{h,x}$, $G_{c,x}$ устойчивыми являются семейства S_y, S_0, для групп $G_{h,y}$, $G_{c,y}$ — S_x, S_0, для группы поворотов G_u устойчивых семейств нет.

Аналогично решается вопрос об устойчивых семействах прямых для многопараметрических преобразований.

Относительно группы G_c, например, устойчивым является семейство S_0, поскольку для любого смещения $x\to x+a$, $y\to y+b$ найдется инвариантная прямая из S_0, имеющая вид $-\beta x+\alpha y=0$. Семейства S_x и S_y, очевидно, устойчивыми не являются.

4. Индуцированные действия группы на инвариантных прямых

Нормализация преобразований с помощью инвариантных прямых требует информации не только о самих инвариантных прямых, но и о тех геометрических преобразованиях, которые получаются как ограничения преобразований плоскости на эти прямые.

Пусть g – преобразование плоскости, l — инвариантная прямая относительно этого преобразования. Условимся через g.A обозначать точку на плоскости, являющуюся образом точки A при преобразовании g.

Определение 3. Преобразование прямой l $A\to g.A\ (A\in l)$ называется индуцированным преобразованием инвариантной прямой, определяемым преобразованием плоскости g.

При существовании устойчивого семейства прямых относительно преобразования плоскости каждому преобразованию в декартовых координатах соответствует индуцированное преобразование на прямой.

Пусть (x,y) — координаты на прямой l, ξ — координата на прямой l. Тогда каждой точке $A\in l$ отвечает пара (x,y) и число ξ. Точке g.A отвечает пара $(\tilde{x},\tilde{y})\in l$ и число $\tilde{\xi}$. Пусть известен вид преобразования g в координатах (x,y): $x\to\tilde{x}$, $y\to\tilde{y}$. Через π обозначим взаимно-однозначное отображение $(x,y)\to\xi$ на прямой l. Тогда индуцированное преобразование $\xi\to\tilde{\xi}$ прямой строится (в терминах координаты ξ) следующим образом:

$$x\to\pi^{-1}(\xi)=(x,y)\to(\tilde{x},\tilde{y})\to\pi(\tilde{x},\tilde{y})=\tilde{\xi}.$$

Введем естественные и удобные для вычисления координаты на ïðÿìûõ ñåìåéñòâ S_x, S_y, S_0:

1. Пусть $A\in(l)$, $l\in S_x$, $l=\{(x,y): x=a\}$. Положим $\xi(A)=y$.
2. Пусть $A\in(l)$, $l\in S_y$, $l=\{(x,y): y=a\}$. Положим $\xi(A)=x$.
3. Пусть $A\in(l)$, $l\in S_0$, $l=\{(x,y): ax+by=0\}$. Положим $\xi(A)=\sqrt{x^2+y^2}$.

Таким образом, координаты на прямых из S_x — расстояние до оси ординат, на прямых из S_y — расстояние до оси абсцисс, на прямой из S_0 — расстояние до начала координат.

Зная виды семейств устойчивых прямых относительно действия групп $G_{c,g}$, $G_{c,x}$, $G_{c,y}$, $G_{h,x}$, $G_{h,y}$, G_m, G_c, $G_{c,m}$, $G_{c,m,x}$, $G_{c,m,y}$, G_d, $G_{c,d}$, можно для каждой из них получить выраженное в координатах x индуцированное преобразование на прямой.

Итак, каждому преобразованию плоскости, лежащему в основе указанных выше групп, ставится в соответствие преобразование прямой, т.е. от двумерных преобразований переходим к одномерным, относительно которых и будем проводить нормализацию.

5. Алгоритмы нормализации подгрупп аффинной группы

Полученные результаты позволяют построить алгоритмы нормализации плоских изображений, заключающихся в переходе от двумерной задачи к серии простейших одномерных. Под одномерными задачами нормализации мы понимаем нормализацию изображений, заданных на прямых.

Одна из основных задач нормализации заключается в следующем: найти преобразование g из данной группы преобразований G, которое связывает конкретное эталонное $B_0(x,y)$ и входное $B(x,y)$ изображения.

Введем понятие ограничения изображения на прямую.

Определение 4. Пусть l — прямая на плоскости, $B(x,y)$ — ï ëî ñêî å èçî áðàæåí èå, π — преобразование, связывающее координаты (x,y) точки прямой l на плоскости и ее координату ξ на прямой l. Ограничением изображения $B(x,y)$ на прямую l называется изображение $b(\xi)=B(\pi^{-1}(\xi))$.

Предлагаемые алгоритмы нормализации связаны с переходом от изображений $B_0(x,y)$, $B(x,y)$ к их ограничениям на инвариантные прямые из семейств S_x, S_y, S_0. Обозначим:

-$b_{0,(x,\alpha)}$, $b_{(x,\alpha)}$ — ограничения эталонного $B_0(x,y)$ и входного $B(x,y)$ изображений (соответственно) на прямую $x=\alpha$ из семейства S_x;

-$b_{0,(y,\beta)}$, $b_{(y,\beta)}$ — ограничения $B_0(x,y)$ и $B(x,y)$ на прямую $y=\beta$ из семейства S_y;

-$b_{0,(\alpha)}$, $b_{(\alpha)}$ — ограничения $B_0(x,y)$ и $B(x,y)$ на прямую $-x\sin\alpha+y\cos\alpha=0$, образующую угол α с осью OX.

Сформулируем задачу нормализации для нашего случая: найти параметры индуцированного преобразования инвариантной прямой, принадлежащей устойчивому семейству прямых, которое связывает ограничения эталонного $b_{0,(\,)}$ и входного $b_{(\,)}$ изображений.

Пользуясь результатами, изложенными выше, опишем основную идею алгоритмов нормализации изображений, основанных на применении инвариантных прямых из устойчивых семейств, предполагая, что заранее известна группа преобразования, действующая на входное изображение.

Зная группу геометрического преобразования, а следовательно, зная устойчивые семейства и вид инвариантных прямых, принадлежащих этим семействам, и используя индуцированные преобразования на инвариантных прямых, решаем задачу нормализации на прямой.

Для выяснения вопроса об эквивалентности изображений, заданных на прямой, в связи с их одномерностью предлагаем воспользоваться корреляционными методами.

Так как возможно наличие случайных помех, введем порог δ. Будем считать два изображения эквивалентными, если коэффициент корреляции между ними отличается от своего оптимального значения на величину, не превышающую δ. Оптимальное значение коэффициента корреляции можно определить как коэффициент корреляции между абсолютно одинаковыми изображениями.

Общая схема алгоритма нормализации с использованием инвариантных прямых:

1. Для прямой, принадлежащей устойчивому семейству, вычисляем коэффициенты корреляции γ между ограничениями на прямую $b_{0,(\,)}$, $b_{(\,)}$ эталонного и входного изображений для всех допустимых параметров τ индуцированного преобразования.

2. Максимизируем функцию γ по всем допустимым параметрам τ и получаем $\gamma^*=\max_{\tau}\gamma(\tau)$.

3. Проверяем выполнение неравенства $|\gamma^*-\tilde{\gamma}|<\delta$, где $\tilde{\gamma}$ – оптимальное значение коэффициента корреляции.

4. Если неравенство выполняется, то τ, равное $\arg\max_{\tau}\gamma(\tau)$, и есть либо найденное значение параметра индуцированного преобразования, связывающего входное и эталонное изображения, либо через найденное τ это значение можно выразить. При наличии случайных помех найденное значение параметра τ может несколько не совпадать с настоящим параметром индуцированного преобразования.

Если неравенство не выполняется, то рассматриваемая инвариантная прямая пересекается с областью, подверженной локальным помехам.

Если инвариантными прямыми является не одна, а целое множество прямых, то влияние случайных и локальных помех можно существенно уменьшить.

Необходимо повторить действия, указанные в пунктах 1-4, для n инвариантных прямых устойчивого семейства S, для которых выполняется неравенство $|\gamma_i^*-\tilde{\gamma}_i|<\delta$, где i=1...n. Для каждой i-й прямой найдем $\tau_i=\arg\max_{\tau}\gamma_i(\tau)$. В случае отсутствия случайных помех величина τ_i для всех i должна совпадать с реальным параметром индуцированного преобразования. В реальной же ситуации при наличии случайных помех искомый параметр найдем усреднив результаты нормализации для различных прямых, т.е. вычислив выражение $\frac{1}{n}(\tau_1+...+\tau_n)$.

В случае, когда для всех рассматриваемых прямых $|\gamma^*-\tilde{\gamma}|\geq\delta$ локальная помеха пересекается со всеми инвариантными прямыми, без более точного решения задачи сегментации нормализация с помощью данного алгоритма невозможна.

В качестве примера рассмотрим нормализацию группы G_m. На рис. 1 приведено эталонное изображение, на рис. 2 – входное изображение, подвергнутое воздействиям группы подобий G_m, случайных и локальных помех.

В случае действия этой группы эталонное и входное изображения связаны преобразованием $B(x,y)=B_0(kx,ky)$, k — неизвестный параметр. Инвариантная прямая, как показано выше, имеет вид: $ax+by=0$ при любых a,b. Для определения параметра k рассмотрим изображения $b_{0,(\alpha)}$, $b_{(\alpha)}$ — ограничения $B_0(x,y)$ и $B(x,y)$ на прямую $-x\sin\alpha+y\cos\alpha=0$. Так как координаты на прямых из S_0-определяются как расстояние до начала координат $\xi(A)=\sqrt{x^2+y^2}$, то $\xi(g.A)=k\sqrt{x^2+y^2}$, и индуцированное преобразование имеет вид $\xi\to k\xi$. Таким образом, изображения $b_{(\alpha)}$, $b_{0,(\alpha)}$ связаны соотношением $b_{(\alpha)}(\xi)=b_{0,(\alpha)}(k\xi)$. Решая задачу нормализации на прямой $-x\sin\alpha+y\cos\alpha=0$ при любом фиксированном значении α, найдем искомое значение параметра k.

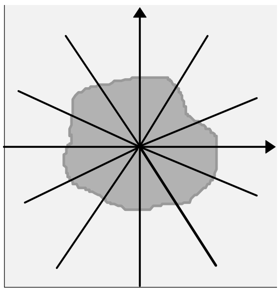

Рис. 1

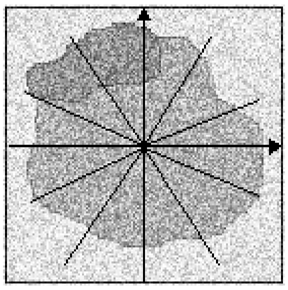

Рис. 2

Итак, зафиксировав α, найдем коэффициент корреляции $\gamma(\alpha,\tau)$ между одномерными изображениями $b_{0,(\alpha)}(\tau,\xi)$ и $b_{(\alpha)}(\xi)$ для всех допустимых τ.

Затем функцию $\gamma(\alpha,\tau)$ максимизируем по всем τ:

$$\gamma^*(\alpha)=\max_{\tau}\gamma(\alpha,\tau).$$

Поскольку входное изображение подвержено действию случайных и локальных помех, введем порог δ и проверим, выполняется ли неравенство $|\gamma^*(\alpha)-\tilde{\gamma}(\alpha)|<\delta$, где $\tilde{\gamma}$ — оптимальное значение коэффициента корреляции. При выполнении неравенства параметр τ, равный $\arg\max_{\tau}\gamma(\alpha,\tau)$, является найденным параметром преобразования на прямой, но он из-за наличия помех не равняется реальному коэффициенту масштаба k.

Чтобы скомпенсировать влияние случайных и локальных помех, рассмотрим также прямые для других значений α, для которых указанное неравенство выполнено. Каждому α_i соответствует значение $\tau_i = \arg\max_{\tau} \gamma(\alpha_i, \tau)$. Затем проведем усреднение $\frac{1}{n}(\tau_1 + \ldots + \tau_n)$, где n – количество рассматриваемых прямых, и получим (естествено, с определенной погрешностью) значение искомого параметра k.

Аналогично проводится нормализация относительно остальных рассмотренных ранее групп.

6.Заключение

В результате исследований оказалось, что разработанные алгоритмы обладают высоким быстродействием и довольно хорошо работают в условиях помех. Однако алгоритмы нормализации для разных групп преобразований обладают различными уровнями помехозащищенности. Это различие обуславливается видом и количеством существующих инвариантных прямых относительно каждой конкретной группы преобразования, так как от структуры инвариантных прямых зависит возможность применения модификаций, направленных на компенсацию влияния случайных и локальных помех. Так, в случае действия группы $G_{c,x}$ (соответственно $G_{c,y}$) инвариантными являются все горизонтальные (соответственно вертикальные) прямые, и влияние случайных помех можно скомпенсировать путем усреднения результатов нормализации для нескольких горизонтальных (соответственно вертикальных) прямых. При наличии локальных помех в случае действия этих же групп, если локальная помеха пересекается только с частью инвариантных прямых, следует проводить нормализацию по горизонтальным (соответственно вертикальным) прямым, не пересекающимся с локальной помехой. При действии групп G_m, $G_{h,x}$, $G_{h,y}$, $G_{c,m,x}$, $G_{c,m,y}$ также возможна компенсационная модификация базового алгоритма. В случае же действия группы $G_{c,g}$ такие модификации невозможны. Это связано с тем, что каждому преобразованию из $G_{c,g}$ отвечает только одна инвариантная прямая.

Список литературы: 1. *Путятин Е.П., Аверин С.И.* Обработка изображений в робототехнике. М.: Машиностроение, 1990. 320 с. 2. *Путятин Е.П.* Теоретические предпосылки нормализации изображений // Проблемы бионики. Х.: Вища шк., 1973. Вып 10. С. 82-89. 3. *Винбегр Э.Б.* Линейные представления групп. М.: Наука, 1985. 144 с. 4. *Беклемишев Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1987. 320 с.

Поступила в редколлегию10.11.98

Путятин Евгений Петрович, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой Применения ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: обработка и распознавание изображений. Адрес: Украина, 310726, Харьков, пр. Ленина,14, тел. 40-94-19.

Яковлева Елена Владимировна, аспирантка кафедры Применения ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: обработка и распознавание изображений. Адрес: Украина, 310726, Харьков, пр. Ленина,14, тел. 40-94-19.

Любченко Валентин Анатольевич, студент ХТУРЭ. Научные интересы: компьютерная графика, распознавание образов. Адрес: Украина, 310726, Харьков, пр. Ленина,14, тел. 40-94-19.

УДК 681.323

В.М. ГУСЯТИН, А.П. ОСТРОУШКО

О НЕКОТОРЫХ СПОСОБАХ УСТРАНЕНИЯ АЛИАЙЗИНГА

Для устранения алиайзинга используется предварительная фильтрация изображения [1]. Однако это достаточно сложная задача, требующая больших объемов вычислений, поэтому часто применяют другие подходы.

Один из возможных способов устранения “лестничного эффекта” заключается в том, что каждый элемент изображения рассматривается не как точка в математическом смысле, а как квадратик с конечной площадью. Если некоторое ребро разделяет две плоскости, имеющие разные цвета, то каждому элементу изображения, пересекаемому этим ребром, присваивается цвет, который является суммой цветов плоскостей. Каждое слагаемое этой суммы пропорционально площадям, накрываемым каждой из плоскостей [2]. Этот метод наиболее эффективен на этапе преобразования контуров объектов из векторной формы представления в цифровую.

Предлагаемые в данной статье способы устранения “ступенек” на контурах объектов позволяют существенно уменьшить объем вычислений, сохраняя хорошее качество изображения.

Пусть имеется ребро, разделяющее две плоскости, которые имеют цвета C_1 и C_2 соответственно. Тогда для устранения ступеньки необходимо изменить цвет точек, находящихся в области преобразования (рис. 1).