

14.12.06

ISSN 0373-2428

УСИТЕХИ СОВРЕМЕННОЙ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

<http://www.radiotec.ru/>

10' 2006

В номере:

Журнал в журнале

Зарубежная радиоэлектроника

2' 2006



Тел./факс: (095) 925-9241
E-mail: info@radiotec.ru
<http://www.radiotec.ru/>

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70325 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

Моделирование рассеяния поля плоской электромагнитной волны на отражателе из двух коаксиальных конусов с продольными щелями

В.А. Дорошенко

Исследована задача дифракции плоской электромагнитной волны на сложной незамкнутой конической структуре с периодическими продольными щелями. С использованием интегральных преобразований Конторовича – Лебедева и метода полубращения получены как аналитические, так и численные решения задачи. Проведен анализ влияния параметров структуры на распределение поля в пространстве.

A problem of plane electromagnetic wave diffraction on a complex unclosed conical structure with periodical longitudinal slots is investigated. By using the Kontorovich–Lebedev integral transforms and a semi-inversion method analytical and numerical problem solution are obtained. Structure effects on field distribution in space are analyzed.

Введение

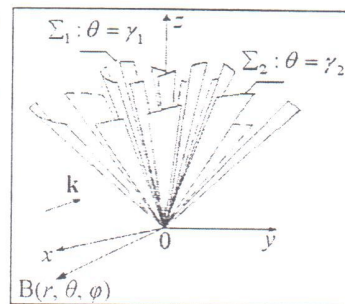
Конические и биконические структуры со свойствами им широкополосными характеристиками используются в антенной и измерительной технике, радиолокации в качестве элементов аппаратуры формирования мощных импульсных сигналов, а также приборов диагностики и контроля [1 – 6]. Замена сплошных изотропных конусов и биконусов неоднородными коническими и биконическими поверхностями, в частности, незамкнутыми, существенно расширяет рамки их практического применения. Так, сверхширокополосная антенна, выполненная на базе сплошного биконуса, имеет изотропную диаграмму направленности (ДН) и в силу этого малоприспособна для использования с целью излучения мощных сверхширокополосных импульсов [6]. Применение конических лент (секторов) или конических поверхностей с вырезами является одной из возможностей формирования однонаправленной ДН. Поэтому интерес представляет исследование задачи рассеяния электромагнитных волн на конических структурах с продольными щелями, частными случаями которых являются конические секторы. Эффективным средством для решения краевых электродинамических задач в областях с конической геометрией являются интегральные преобразования Конторовича – Лебедева [7,8]. Использование этих преобразований позволило получить строгое решение задач дифракции плоских электромагнитных волн на сплошных идеально проводящих конусах [5,9], анизотропно проводящих конусах и биконусах, не учитывающих размеры и количество образующих их проводников [4].

Цель настоящей работы – решение краевой дифракционной задачи для структуры из двух коаксиальных круговых идеально проводящих конусов с продольными периодическими щелями, число и размеры которых произвольны.

1. Постановка и метод решения задачи

В сферической системе координат r, θ, φ рассмотрим коническую структуру $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$, составленную из двух имеющих общую вершину и ось полубесконечных идеально проводящих тонких конических поверхностей Σ_1 и Σ_2 с периодически прорезанными вдоль образующих N щелями (рис.1). Обозначим: $2\gamma_j$ – угол раскрыва конуса

Σ_j , $j=1,2$; d_j – угловую ширину щелей; $l = 2\pi/N$ – период структуры. Период конической структуры и ширина щелей равны величинам двугранных углов, которые образованы плоскостями, проведенными через ось конусов и ребра соседних конических лент. Во введенной системе координат конус Σ_j определяется уравнением $\theta = \gamma_j$.



Коническая структура Σ , расположенная в однородной и изотропной среде с параметрами ϵ, μ , находится в поле плоской линейно поляризованной электромагнитной волны

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_{\text{пл}} e^{-i\zeta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad \mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{\text{пл}} e^{-i\zeta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad (1)$$

которая распространяется вдоль направления, образующего с осями OZ и OX декартовой прямоугольной системы координат углы θ_0 и φ_0 соответственно. Здесь $\mathbf{k}$ – волновой вектор; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения. Предполагается, что волновые процессы имеют гармоническую зависимость во времени $e^{i\zeta\omega t}$, $\zeta = \pm 1$.

Рассмотрим поле плоской волны (1) двух типов поляризации, которым поставим в соответствие значение параметра ϖ : E -поляризация ($\varpi = 1$) и H -поляризация ($\varpi = 2$). Поле плоской волны в этих случаях поляризации при распространении вдоль оси биконуса (оси OZ) в декартовой системе координат определяется так:

а) $\mathbf{E}_0^{(1)} = (E_{0x}^{(1)}, 0, 0)$, $\mathbf{H}_0 = (0, H_{0y}^{(1)}, 0)$ для волны E -поляризации;

б) $\mathbf{E}_0^{(2)} = (0, E_{0y}^{(2)}, 0)$, $\mathbf{H}_0^{(2)} = (H_{0x}^{(2)}, 0, 0)$ – для волны H -поляризации.

Электромагнитное поле $\mathbf{E}^{(\varpi)}$, $\mathbf{H}^{(\varpi)}$ в пространстве с биконической структурой Σ удовлетворяет:

уравнениям Максвелла;
граничному условию на лентах конусов
 $\mathbf{n} \times \mathbf{E}|_{\Sigma} = 0$;

условию излучения в форме Сильвера – Мюллера [10]:

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} [\mathbf{r} \times (\nabla \times) - i\zeta kr] \mathbf{E} = 0,$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} [\mathbf{r} \times (\nabla \times) - i\zeta kr] \mathbf{H} = 0;$$

условию ограниченности энергии.

Электродинамическая задача в такой постановке имеет единственное решение [11]. Представим искомое поле в среде с конической структурой $\mathbf{E}^{(\varpi)}$, $\mathbf{H}^{(\varpi)}$ в виде

$$\mathbf{E}^{(\varpi)} = \mathbf{E}_0^{(\varpi)} + \mathbf{E}_1^{(\varpi)}, \quad (2)$$

$$\mathbf{H}^{(\varpi)} = \mathbf{H}_0^{(\varpi)} + \mathbf{H}_1^{(\varpi)}, \quad (3)$$

где поле $\mathbf{E}_1^{(\varpi)}$, $\mathbf{H}_1^{(\varpi)}$ обусловлено присутствием конуса.

Введем электрический $v^{(1),\varpi}(r, \theta, \varphi)$ и магнитный $v^{(2),\varpi}(r, \theta, \varphi)$ потенциалы Дебая, через которые выражаются составляющие электромагнитного поля [12].

Потенциалы $v^{(\chi),\varpi}$, $\chi = 1, 2$, соответствующие полю $\mathbf{E}^{(\varpi)}$, $\mathbf{H}^{(\varpi)}$, удовлетворяют: однородному уравнению Гельмгольца

$$(\Delta - q^2)v^{(\chi),\varpi} = 0, \quad q = i\zeta k$$

всюду вне конической структуры Σ :
краевому условию на конических секторах

$$\frac{\partial v^{(\chi),\varpi}}{\partial n^{\chi-1}} \Big|_{\Sigma_1} = 0; \quad (4)$$

условию излучения;

условию конечности энергии.

В соответствии со структурой электромагнитного поля (2), (3) запишем потенциалы $v^{(\chi),\varpi}$, $\chi = 1, 2$ в виде

$$v^{(\chi),\varpi} = v_0^{(\chi),\varpi} + v_1^{(\chi),\varpi}, \quad (5)$$

где потенциалы $v_1^{(\chi),\varpi}$ соответствуют полю $\mathbf{E}_1^{(\varpi)}$, $\mathbf{H}_1^{(\varpi)}$, а потенциалы $v_0^{(\chi),\varpi}$ полю плоской волны $\mathbf{E}_0^{(\varpi)}$, $\mathbf{H}_0^{(\varpi)}$, причем [4]

$$v_0^{(\chi),\varpi} = (-1)^{\varpi(\chi-1)} w^{3-\varpi-\chi} \frac{A_0^{(\varpi)}}{\zeta q} \tilde{g}(r, \beta_0) \times \\ \times \frac{1}{(\sin \theta_0)^{(\chi-\varpi)\tilde{\alpha}(\varpi)}} \frac{d\beta_0}{d\theta_0}, \\ \tilde{\alpha}(\varpi) = (-1)^{\varpi-1}, \quad (6)$$

$$\tilde{g}(r, \beta_0) = \frac{1}{\sin \beta_0} [ch(\zeta q r) - sh(\zeta q r) \cos \beta_0 - e^{-\zeta q r \cos \beta_0}] =$$

$$= -\sqrt{2\pi\zeta q r} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1/2)}{n(n+1)} I_{n+1/2}(\zeta q r) P_n^1(\cos \beta_0),$$

$$\cos \beta_0 = \cos \theta \cos \theta_0 + \sin \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0),$$

$$\frac{d\beta_0}{d\theta_0} = \frac{\cos \theta \sin \theta_0 - \sin \theta \cos \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0)}{\sin \beta_0}.$$

Здесь $A_0^{(\varpi)}$ – известный множитель.

Рассмотрим дифракцию распространяющейся вдоль оси OZ плоской E -поляризованной электромагнитной волны на конической структуре с продольными щелями Σ :

$$E_{0x} = e^{ikz}, \quad H_{0y} = \frac{1}{w} e^{ikz}.$$

В этом случае потенциалы Дебая (6) для плоской волны принимают вид [9]

$$v_0^{(\chi),1} = -\frac{1}{(w)^{1-\chi}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\chi - \varphi\right)}{k^2 r \sin \theta} \times \\ \times (\cos kr + i \cos \theta \sin kr - e^{ikr \cos \theta})$$

Искомые потенциалы (5) для конической структуры Σ запишем в виде

$$U_1^{(\chi),1} = U_{1\text{ расх}}^{(\chi),1} + U_{1\text{ cx}}^{(\chi),1}, \quad (7)$$

$$U_{1\text{ расх}}^{(\chi),1} = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau e^{-\frac{\pi \tau}{2}} \hat{U}_{1\text{ расх}}^{(\chi),1} \frac{H_{i\tau}^{(1)}(kr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (8)$$

$$\hat{U}_{1\text{ расх}}^{(\chi),1} = -\sum_{m=-1,1} \hat{\alpha}_{m\tau}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2) \hat{U}_{m\tau}^{(\chi)}(\theta, \varphi), \quad (9)$$

$$\hat{U}_{m,i\tau}^{(\chi)} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{\alpha}_{m,n+m_0}^{(\chi)}(\tau) P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos \theta) e^{i(m+nN)\varphi}, & 0 < \theta < \gamma_1, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\hat{\beta}_{m,n+m_0}^{(\chi)}(\tau) P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos \theta) + \hat{\xi}_{m,n+m_0}^{(\chi)} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos \theta)] e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_1 < \theta < \gamma_2 \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{\eta}_{m,n+m_0}^{(\chi)}(\tau) P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos \theta) e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_2 < \theta < \pi; \end{cases}$$

$$U_{1,\text{cx}}^{(\chi),1} = -\frac{i}{2k^2} \frac{\sin kr}{r} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} \left(\operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2} \right) \sum_{m=-1,1} \left(-i \frac{|m|}{m} \right)^{\chi-1} \hat{U}_m^{(\chi)}(\theta, \varphi)$$

$$\hat{U}_m^{(\chi)} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{m,n+m_0}^{(\chi)} P_0^{-|m+nN|}(\cos \theta) e^{i(m+nN)\varphi}, & 0 < \theta < \gamma_1, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\beta_{m,n+m_0}^{(\chi)} P_0^{-|m+nN|}(\cos \theta) + \xi_{m,n+m_0}^{(\chi)} P_0^{-|m+nN|}(-\cos \theta)] e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_1 < \theta < \gamma_2, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \eta_{m,n+m_0}^{(\chi)} P_0^{-|m+nN|}(-\cos \theta) e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_2 < \theta < \pi; \end{cases}$$

$$\alpha_{m,p}^{(\chi)} = \lim_{i\tau \rightarrow 1/2} \hat{\alpha}_{m,p}^{(\chi)}(\tau), \quad \beta_{m,p}^{(\chi)} = \lim_{i\tau \rightarrow 1/2} \hat{\beta}_{m,p}^{(\chi)}(\tau),$$

$$\xi_{m,p}^{(\chi)} = \lim_{i\tau \rightarrow 1/2} \hat{\xi}_{m,p}^{(\chi)}(\tau), \quad \eta_{mn}^{(\chi)} = \lim_{i\tau \rightarrow 1/2} \hat{\eta}_{m,p}^{(\chi)}(\tau),$$

где $H_{i\tau}^{(1)}(kr)$ – функция Ханкеля; $P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos \theta)$ – присоединенные функции Лежандра.

Использование краевого условия на секторах конусов (4) и условия непрерывности поля в щелях приводит к связанной системе функциональных уравнений относительно коэффициентов $\hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi),j}$ ($j=1,2$), через которые выражаются неизвестные коэффициенты $\hat{\alpha}_{mn}^{(\chi)}, \hat{\beta}_{mn}^{(\chi)}, \hat{\xi}_{mn}^{(\chi)}, \hat{\eta}_{mn}^{(\chi)}$ по формулам

$$z_{m,n}^{(\chi),j} = x_{m,n}^{(\chi),j} \delta_j^1 + y_{m,n}^{(\chi),j} \delta_j^2, \quad \delta_j^s = \begin{cases} 1, & j=s, \\ 0, & j \neq s, \end{cases}$$

$$x_{m,n}^{(\chi)} = \hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_1),$$

$$y_{m,n}^{(\chi)} = \hat{\eta}_{m,n}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_2),$$

$$\hat{\beta}_{m,n}^{(\chi)} = \frac{1}{\Delta_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)} \left[x_{m,n}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_2) - y_{m,n}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_1) \right],$$

$$\hat{\xi}_{m,n}^{(\chi)} = -\frac{1}{\Delta_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)} \left[x_{m,n}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_2) - y_{m,n}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_1) \right],$$

$m/N = m_0 + \nu$, $-1/2 \leq \nu < 1/2$, m_0 – ближайшее целое к m/N . Вид систем для нахождения $\hat{z}_{m,n}^{(\chi),j}$ приведен в [13]. В случае сплошного внутреннего конуса Σ_1 ($d_1 = 0^0$) система для $\hat{z}_{m,n}^{(\chi),j}$ упрощается и превращается в определенные на конических секторах и в щелях конуса Σ_2 функциональные уравнения для $\hat{y}_{m,n}^{(\chi)}$ [13], которые с помощью метода полуобращения сводятся к системе линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа (СЛАУ-2) относительно коэффициентов [13]:

$$\begin{aligned} y_{m,n}^{(\chi)} &= \delta_{\chi}^1 (-1)^{n-m_0} \frac{n+\nu}{m_0+\nu} \frac{|n|}{n} \times \\ &\times \left(1 - \varepsilon_{n,2}^{(1)} \right) \left[\hat{y}_{m,n}^{(1)} - \hat{C}_{ir}^{(\chi), (n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) \delta_n^{m_0} \right] + \\ &+ \delta_{\chi}^2 \left[\hat{y}_{m,n}^{(2)} - \delta_n^{m_0} \right]. \end{aligned}$$

2. Аналитическое решение

Для полупрозрачной конической поверхности Σ_2 , которая определяется существованием предела

$$W_{\chi} = \lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ d_2/l \rightarrow 2-\chi}} \left[-\frac{1}{N} \ln \sin \left(\frac{\pi}{2} (\chi - d_2/l) \right) \right] \quad (10)$$

с внутренним сплошным экраном Σ_1 в случае Е-поляризации получены аналитические решения СЛАУ-2, что позволило выписать аналитические решения дифракционной задачи. Рассмотрим два случая полупрозрачного конуса.

Случай 1. $N \gg 1$, $(l-d_2)/l \ll 1$, $W_1 \neq 0$, $W_2 = 0$.

Электрический потенциал Дебая $u_1^{(1)}$ в этом случае может быть представлен в виде

$$u_1^{(1)} = u_1^{(1) \text{ сплн } \Sigma_1} + u_1^{(1), \Sigma_{1,2}},$$

где $u_1^{(1) \text{ сплн } \Sigma_1}$ соответствует потенциалу при дифракции плоской волны на одиночном (в отсутствие Σ_2) сплошном конусе Σ_1 [9], а слагаемое $u_1^{(1), \Sigma_{1,2}}$ учитывает присутствие конуса Σ_1 и полупрозрачного конуса Σ_2 , причем

$$\begin{aligned} u_1^{(1), \Sigma_{1,2}} &= \cos \varphi \int_0^{+\infty} \frac{H_{ir}^{(1)}(kr)}{\sqrt{r}} \hat{A}_{ir}^{(-1)} \times \\ &\times \frac{1 - \hat{C}_{ir}^{(1), -1}(\gamma_1, \gamma_2)}{\hat{A}_{ir}^{(-1)} + 2W_1} \frac{P_{-1/2+ir}^{-1}(\cos \gamma_2)}{P_{-1/2+ir}^{-1}(-\cos \gamma_2)} P_{-1/2+ir}^{-1}(-\cos \theta) d\tau - \\ &- itg^2(\gamma_2/2) \frac{(1 - tg^2(\gamma_1/2)/tg^2(\gamma_2/2))^2}{1 - tg^2(\gamma_1/2)/tg^2(\gamma_2/2) + 2W_1} \times \\ &\times \cos \varphi \operatorname{ctg} \frac{\theta \sin kr}{2 k^2 r}, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \end{aligned}$$

$$\varpi_{ir} = -\frac{1}{k} \sqrt{\frac{\pi}{2k}} e^{i\frac{\pi}{4} - \frac{\pi\tau}{2}} \tau \operatorname{th} \pi \tau,$$

$$\hat{C}_{ir}^{(\chi), M}(x, y) = \frac{d^{\chi-1} P_{-1/2+ir}^M(\cos x)}{dx^{\chi-1}} \frac{d^{\chi-1} P_{-1/2+ir}^M(-\cos y)}{dy^{\chi-1}},$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{ir}^{(-1)} &= \frac{\pi}{ch\pi\tau} \left(\tau^2 + 1/4 \right) P_{-1/2+ir}^{-1}(\cos \gamma_2) P_{-1/2+ir}^{-1}(-\cos \gamma_2) \\ &\left[1 - \hat{C}_{ir}^{(1), -1}(\gamma_1, \gamma_2) \right]. \end{aligned}$$

Аналогичное представление для $u_1^{(1), \Sigma_{1,2}}$ имеет место и при $\gamma_1 < \theta < \gamma_2$. Магнитный потенциал $u_1^{(2)}$ не испытывает влияния щелей и такой, как у одиночного сплошного конуса Σ_1 .

Случай 2. $N \gg 1$, $d_2/l \ll 1$, $W_1 = 0$, $W_2 \neq 0$.

В этом случае наличие неоднородностей в виде большого числа узких щелей оказывает влияние только на магнитный потенциал Дебая $u_1^{(1)}$, структура которого может иметь вид

$$u_1^{(2)} = u_1^{(2) \text{ сплн } \Sigma_2} + \tilde{u}_1^{(2), \Sigma_{1,2}},$$

где $u_1^{(2) \text{ сплн } \Sigma_2}$ – магнитный потенциал Дебая для сплошного конуса Σ_2 [9];

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1^{(2), \Sigma_{1,2}} &= -\frac{1}{W_2} \sin \varphi \int_0^{+\infty} \frac{H_{ir}^{(1)}(kr)}{\sqrt{r}} \tilde{A}_{ir}^{(-1)} \Omega_{ir}^{(2), -1} P_{-1/2+ir}^{-1} \times \\ &\times (-\cos \theta) d\tau - \frac{i}{2W_2} \Omega(\gamma_1, \gamma_2, W_2) \sin \varphi \operatorname{ctg} \frac{\theta \sin kr}{2 k^2 r}, \\ &\gamma_2 < \theta < \pi, \end{aligned}$$

$$\Omega_{ir}^{(2),-1}(\gamma_1, \gamma_2, W_2) = \varpi_{ir} \frac{1 - \hat{C}_{ir}^{(2),-1}(\gamma_1, \gamma_2)}{\hat{A}_{ir}^{(-1)} + 2W_2} \times$$

$$\times \frac{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \gamma_2)},$$

$$\Omega(\gamma_1, \gamma_2, W_2) = \frac{\operatorname{tg}^2(\gamma_2/2) - \operatorname{tg}^2(\gamma_1/2)}{1 - \operatorname{tg}^2(\gamma_1/2)/\operatorname{tg}^2(\gamma_2/2) + 1/2W_2},$$

$$\hat{A}_{ir}^{(-1)} = -\frac{ch\pi\tau}{\pi \sin^2 \gamma_2 (\tau^2 + 1/4)} \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \times$$

$$\times \frac{1}{1 - \hat{C}_{ir}^{(2),-1}(\gamma_1, \gamma_2)}.$$

Аналогичное представление имеет место и для $0 < \theta < \gamma_2$. Выражение для $u_1^{(2)}$ удобно для учета "поправочного" поля к полю сплошного конуса Σ_2 за счет неоднородностей в виде большого числа узких продольных щелей и наличия конуса Σ_1 . Для учета поправки к полю сплошного конуса Σ_1 за счет присутствия полупрозрачного конуса Σ_2 удобно пользоваться представлением

$$u_1^{(2)} = u_1^{(2)\text{сплн } \Sigma_1} + u_1^{(2), \Sigma_{1,2}},$$

где $u_1^{(2)\text{сплн } \Sigma_1}$ — магнитный потенциал Дебая для сплошного конуса Σ_1 ;

$$u_1^{(2), \Sigma_{1,2}} = \frac{2}{w} W_2 \sin \varphi \int_0^{+\infty} \frac{H_{ir}^{(1)}(kr)}{\sqrt{r}} \Omega_{ir}^{(2),-1} P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \theta) d\tau +$$

$$+ \frac{i}{w} \Omega \left(1 - \frac{\operatorname{tg}^2(\gamma_1/2)}{\operatorname{tg}^2(\gamma_2/2)} \right) \sin \varphi \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \frac{\sin kr}{k^2 r}, \quad \gamma_2 < \theta < \pi.$$

Электрический потенциал Дебая в случае полупрозрачного конуса не испытывает влияния щелей и потенциалу Дебая сплошного конуса: $u_1^{(1)} = u_1^{(1)\text{сплн } \Sigma_2}$.

3. Численный анализ рассеянного конической структурой поля

В волновой зоне (области пространства отраженной от вершины и уходящей сферической волны,

$kr \gg 1$) распределение электрического поля определяется формулами

$$E_{\theta}^{\text{рас.}} = \frac{e^{ikr}}{kr} F_{\theta}^E(\theta, \varphi) \left[1 + O\left(\frac{1}{kr}\right) \right], \quad (11)$$

$$E_{\varphi}^{\text{рас.}} = \frac{e^{ikr}}{kr} F_{\varphi}^E(\theta, \varphi) \left[1 + O\left(\frac{1}{kr}\right) \right], \quad (12)$$

где $F_{\theta}^E(\theta, \varphi, \gamma, d)$ и $F_{\varphi}^E(\theta, \varphi, \gamma, d)$ — функции, описывающие распределение поля в волновой зоне, которое будем характеризовать диаграммой рассеяния. В случае падения плоской E -поляризованной волны на конус Σ_2 с одной щелью и внутренним сплошным экраном Σ_1 функции F_{θ}^E и F_{φ}^E (11), (12) имеют вид

$$F_{\theta}^E = \frac{\operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2}}{\sin \theta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \xi_{1,1+n}^{(2)} \frac{\operatorname{tg}^{|1+n|} \frac{\gamma_2}{2}}{\operatorname{tg}^{|1+n|} \frac{\theta}{2}} \operatorname{sign}((1+n) \cos((1+n)\varphi) -$$

$$- \int_0^{\infty} \tau \operatorname{th} \pi \tau \left\{ \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\sin \theta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_{-1,-1-n}^{(1)} \frac{d}{d\theta} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \times \right.$$

$$\times \cos((1+n)\varphi) + \frac{d}{d\gamma_2} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\sin \theta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_{-1,-1-n}^{(2)} \times$$

$$\left. \times \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \gamma_2)} (1+n) \cos((1+n)\varphi) \right\} d\tau, \quad (13)$$

$$F_{\varphi}^E = \frac{\operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2}}{\sin \theta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \xi_{1,1+n}^{(2)} \frac{\operatorname{tg}^{|1+n|} \frac{\gamma_2}{2}}{\operatorname{tg}^{|1+n|} \frac{\theta}{2}} \sin((1+n)\varphi) +$$

$$+ \int_0^{\infty} \tau \operatorname{th} \pi \tau \left\{ \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\sin \theta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_{-1,-1-n}^{(1)} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \times \right.$$

$$\times (1+n) \sin((1+n)\varphi) + \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \gamma_2) \times$$

$$\left. \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_{-1,-1-n}^{(2)} \frac{d}{d\theta} \frac{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \sin((1+n)\varphi) \right\} d\tau, \quad (14)$$

где коэффициенты $\xi_{m,n}^{(2)}$ связаны с $y_{m,n}^{(X)}$, являющимися решением СЛАУ-2 и найденными с помощью метода редукции.

Конус Σ_2 с продольной щелью. Представления для F_θ^E и F_φ^E в случае одиночного конуса Σ_2 (без внутреннего экрана Σ_1) получаются из (13) и (14) в результате предельного перехода при $\gamma_1 \rightarrow 0$. На рис.2 приведены диаграммы рассеяния $E_\theta^{\text{рас}}$ и $E_\varphi^{\text{рас}}$ составляющих электрического поля (вычисленные по формулам (11) – (14) абсолютные значения F_θ^E и F_φ^E , нормированные на максимум) в волновой зоне ($\theta > 2\gamma_2$). Из вида F_θ^E и F_φ^E и из независимости от k коэффициентов $y_{m,n}^{(X)}$ следует, что данные величины не содержат волнового числа.

На рис.2 – 5 приведены диаграммы в азимутальной плоскости для конуса с одной щелью, $\gamma_2 = 22,5^\circ$, $\theta = 60^\circ$.

С появлением щели наблюдается уменьшение интенсивности распределения $E_\varphi^{\text{рас}}$ составляющей поля в направлении $\varphi = 0^\circ$ и при $d_2 > 90^\circ$ вообще исчезает. Щель оказывает заметное влияние на $E_\varphi^{\text{рас}}$ – составляющую в рассеянном поле. При $d_2 > 210^\circ$ на диаграмме $E_\varphi^{\text{рас}}$ отчетливо наблюдается появление дополнительных лепестков вне области, занятой конусом (рис.3). С расширением щели амплитуда дополнительных лепестков увеличивается и при $d_2 > 260^\circ$ преобладает над «основными» лепестками.

В случае сплошного конуса ($d_2 = 0^\circ$) диаграмма $E_\theta^{\text{рас}}$ имеет форму «восьмерки» с минимумами при $\varphi = 90$ и 270° ; диаграмма $E_\varphi^{\text{рас}}$ также имеет форму «восьмерки», но повернутой на 90° с минимумами при $\varphi = 0$ и 180° .

На рис. 4 для сравнения приведены диаграммы рассеяния для составляющих электрического поля в зависимости от ширины щели, из чего следует преобладание абсолютного значения $E_\theta^{\text{рас}}$ над $E_\varphi^{\text{рас}}$.

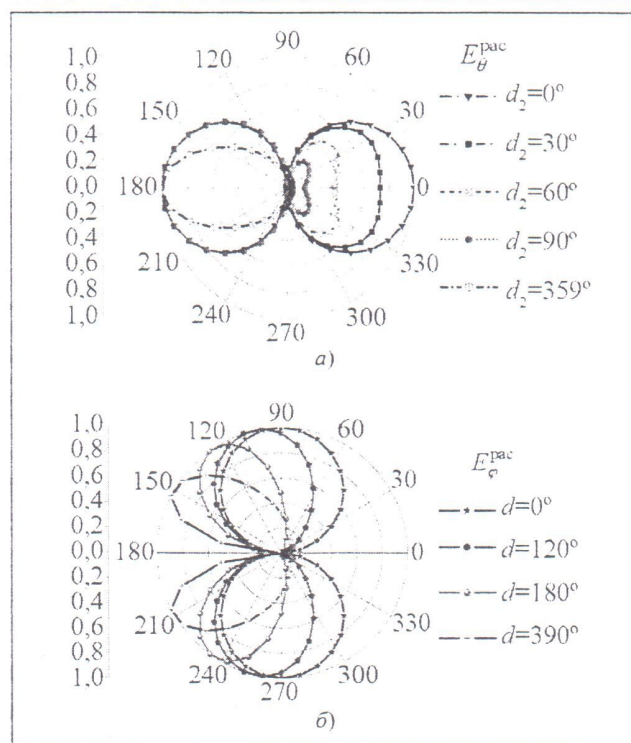


Рис.2. Диаграммы рассеяния $E_\theta^{\text{рас}}$ (а) и $E_\varphi^{\text{рас}}$ (б) составляющих поля для конуса с одной щелью

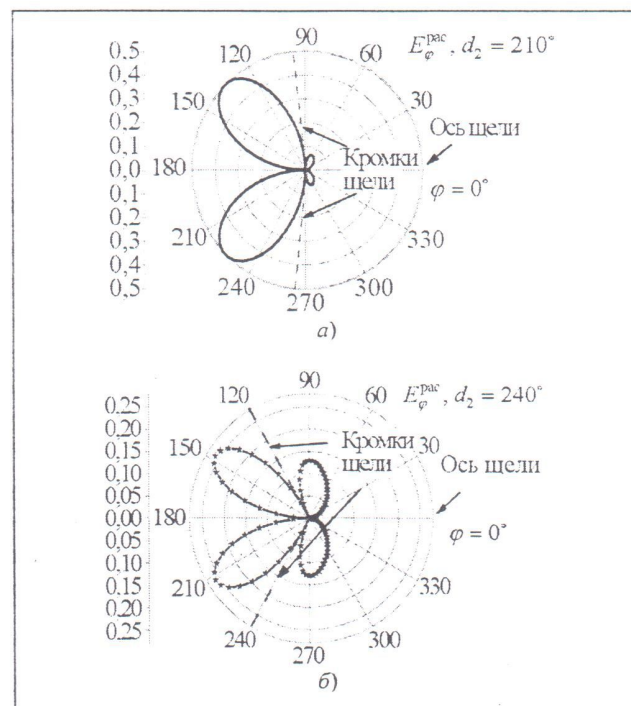


Рис. 3. Диаграмма рассеяния $E_\varphi^{\text{рас}}$ составляющей поля для конуса с одной щелью: а – $d_2 = 210^\circ$; б – $d_2 = 240^\circ$

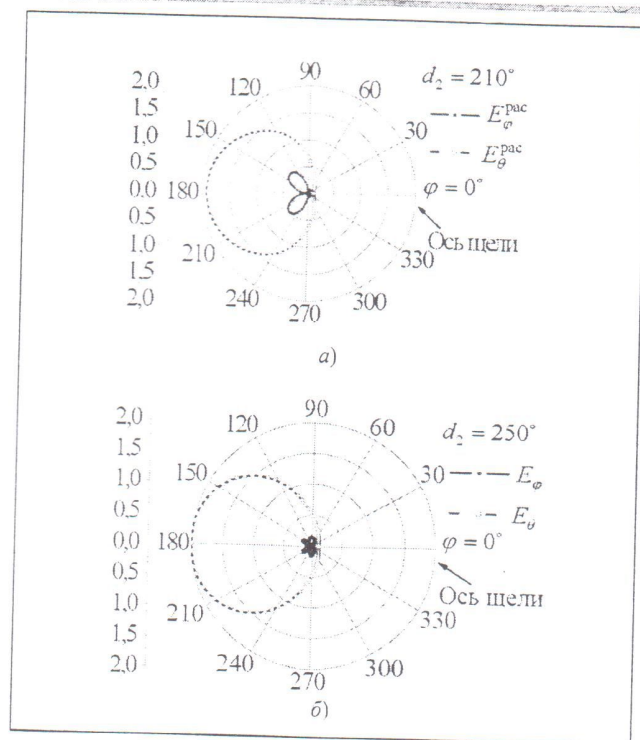


Рис. 4. Сравнение диаграмм рассеяния $E_{\varphi}^{\text{рас}}$ и $E_{\theta}^{\text{рас}}$ составляющих поля для конуса с одной щелью: а – $d_2 = 210^\circ$, б – $d_2 = 250^\circ$

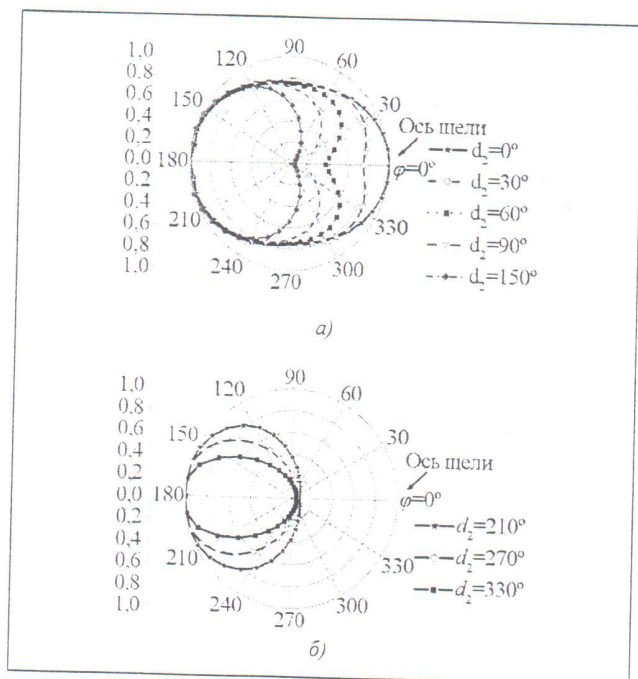


Рис. 5. Нормированное распределение $|E^{\text{рас}}|$ в волновой зоне для конуса с одной щелью: а – $d_2 = 0^\circ$ (сплошной конус), $d_2 = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 150^\circ$; б – $d_2 = 210^\circ, 270^\circ, 330^\circ$

На рис. 5 приведено нормированное распределение поля в волновой зоне для разных размеров щели d_2 в азимутальной плоскости.

Увеличение ширины щели приводит к изменению формы диаграммы рассеяния и появлению впадины, симметричной относительно оси щели. При ширине щели, большей 210° , впадина исчезает и диаграмма превращается в диаграмму одиночного рассеивателя, ось которого смещена по отношению к оси OZ на угол $\theta = 22,5^\circ$.

Конус Σ_2 с продольной щелью и внутренним сплошным экраном Σ_1 . На рис. 6 приведено распределение поля в волновой зоне в присутствии незамкнутой конической структуры Σ_2 с внутренним экраном Σ_1 .

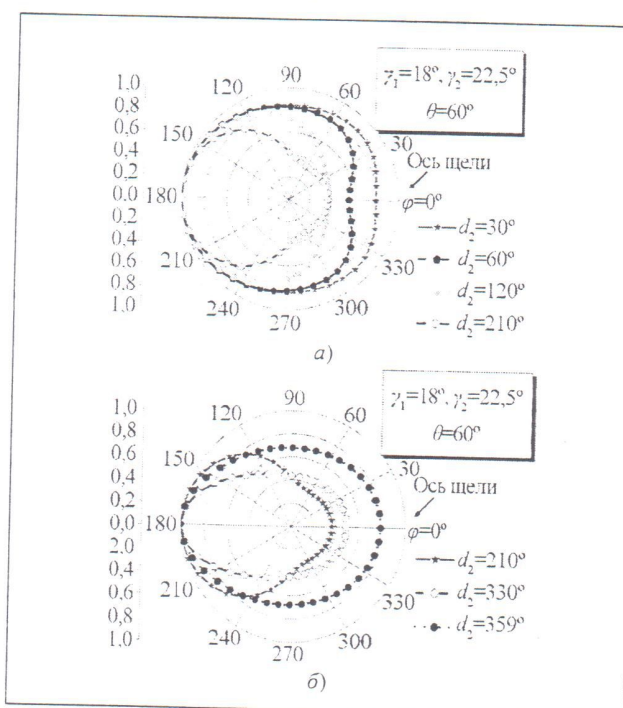


Рис. 6. Диаграммы рассеяния для конуса с продольной щелью и внутренним сплошным экраном. $\gamma_1 = 18^\circ$, $\gamma_2 = 22,5^\circ$, $\theta = 60^\circ$: а – $d_2 = 30, 60, 120, 210^\circ$; б – $d_2 = 210, 330, 359^\circ$

При ширине щели $d_2 > 120^\circ$ в рассеянном поле наблюдается «высвечивание» из щели, обусловленное присутствием внутреннего экрана (рис.7). Для $d_2 > 330^\circ$ диаграмма приближается по форме к диаграмме для сплошного конуса (рис.6, б).

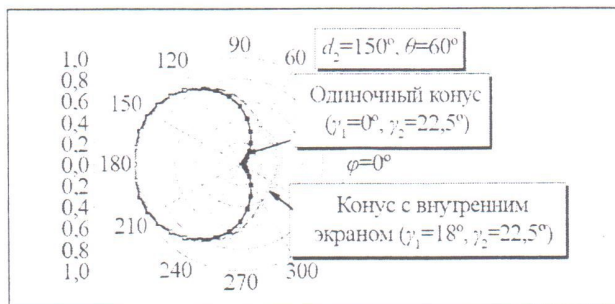


Рис. 7. Диаграммы рассеяния для конуса с одной щелью и конуса с внутренним экраном

Заключение

Итак, приведены результаты исследования модельной задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на отражателе, составленном из двух коаксиальных круговых конусов с периодическими продольными щелями. Для решения краевой электродинамической задачи использован и получивший в данной работе свое развитие строгий численно-аналитический метод, основанный на применении интегральных преобразований Конторовича – Лебедева в сочетании с методом полубращения. Показано, что решение электродинамической задачи сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа относительно коэффициентов Фурье составляющих электромагнитного поля. Для полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном получено аналитическое решение и изучена структура рассеянного поля. Проведен численный анализ распределения рассеянного поля в волновой зоне в зависимости от параметров задачи в случае конуса с продольной щелью и незамкнутого конуса с внутренним сплошным экраном. Показана возможность получения односторонних, в частности, в форме коридора, диаграмм рассеяния.

Автор выражает благодарность проф. Шифрину Я.С. и проф. Кравченко В.Ф. за полезные советы и замечания при обсуждении результатов работы, а также Семеновой Е.К. за помощь в численных расчетах.

Литература

1. Поосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А. Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур. – М.: Радиотехника. 2003.
2. Рамзей В. Частотно независимые антенны: Пер с англ./ Под ред. А.Ф. Чаплина. – М.: Мир. 1968.
3. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. – М.: Советское радио. 1975.
4. Гошин Г.Г. Граничные задачи электродинамики в конических областях. – Томск: Томск. ун-т. 1987.
5. Колодий Б.И., Куриляк Д.Б. Осесимметричные задачи дифракции электромагнитных волн на конических поверхностях. – Киев: Наукова думка. 1995 (на укр. яз).
6. Андреев Ю.А., Буянов Ю.И., Кошелев В.И., Сухушин К.Н. Элемент сканирующей антенной решетки для излучения мощных сверхширокополосных электромагнитных импульсов. – Радиотехника и электроника. 1999. т.44. № 5. с.531-537.
7. Лебедев Н.Н., Конторович М.И. О применении формул обращения к решению некоторых задач электродинамики. – ЖЭТФ. 1939. т.9, вып.6. с.729-741.
8. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. – М.: ГИФМЛ. 1963.
9. Горяинов А.С. Дифракция плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси конуса. – Радиотехника и электроника, 1961, т.6, №1, с.47-57.
10. Senior, T.B.A., Volakis J.L. Approximate boundary conditions in electrodynamics. – London: The institution of Electrical Engineers. 1995.
11. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. – М.: Мир, 1964.
12. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь. 1988.
13. Дорошенко В.А. Рассеяние электромагнитных волн на структуре из двух коаксиальных незамкнутых конусов. – Успехи современной радиоэлектроники. 2005. №5. с.41-52.

Поступила 22 мая 2006 г.

Дорошенко Владимир Алексеевич (1954 г. р.) – канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры высшей математики Харьковского национального университета радиоэлектроники.

Область научных интересов: математическая физика, электродинамика.