

А.С. МАЗМАНИШВИЛИ, д-р физ.-мат. наук, Е.В. РОГОЖКИН, д-р физ.-мат. наук, В.А. АНТОНОВА, канд. техн. наук

## ОБ ЭФФЕКТЕ СМЕЩЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ

Метод некогерентного рассеяния (НР) позволяет исследовать динамику ионосферных процессов в течение длительных периодов (цикл солнечной активности, сезонные и суточные изменения) и коротких отрезков времени. Однако необходимо адаптировать методики измерений к изменяющимся условиям их проведения. Представляющий наибольший интерес диапазон высот 100...1000 км характеризуется существенным изменением локальных параметров ионосферной плазмы и как следствие — существенным изменением спектральной функции флуктуаций электронной концентрации  $\Delta Ne(h)$ .

Согласно Международной справочной модели IR1 — 90 в минимум солнечной активности (СА) для украинского региона на высоте 1000 км в полночь преобладающим сортом ионов является  $H^+$  с температурой  $T_i = 1500\text{K}$ . На высоте 200 км основной сорт ионов —  $O^+$  с температурой 650 К, а еще ниже преобладающими становятся ионы  $NO^+$  ( $m_i = 30$ ) с температурой 350 К. Электронная концентрация снижается с уровня, находящегося в диапазоне  $10^4 \dots 10^5 \text{ см}^{-3}$ , при максимуме ионизации до уровня примерно  $10^3 \text{ см}^{-3}$  к границам исследуемого интервала высот, причем в нижней ионосфере вариации электронной плотности сопровождаются значительными изменениями высотного градиента — вплоть до изменения знака. Картина высотного строения существенно меняется в течение цикла СА.

Ширина спектра флуктуаций  $\Delta Ne(h)$  определяется выражением [1]

$$2\Delta f \approx \frac{1,24}{\lambda_0} \sqrt{\frac{T_i}{m_i}}, \quad (1)$$

где длина рабочей волны  $\lambda_0$ , величины  $T_i$  и  $m_i$  выражаются соответственно в метрах, кельвинах и в единицах атомного веса. В приведенном примере ширина спектра изменяется более чем в 6 раз. Как показывает практика измерений, даже в суточном цикле использование простых зондирующих сигналов без надлежащего методического обеспечения может приводить к серьезным квазисистематическим ошибкам. Ошибки могут быть связаны, например, с несоответствием длительности зондирующего

импульса характеру высотного изменения электронной концентрации или (и) с недостаточной шириной полосы пропускания в системе обработки. Этот вопрос был исследован [1], и выработаны рекомендации по учету методических ошибок измерений. Как кардинальное средство предложено использовать составные сигналы [2].

Существует еще одна причина появления квазисистематических ошибок, которая недостаточно изучена. Речь идет о характере погрешности измерений при малых соотношениях сигнал-шум и длительностях сеансов наблюдений.

Информация о ионосфере извлекается по оценкам автокорреляционных функций (АКФ) рассеянного сигнала, полученным на современной аппаратуре обработки. Цель измерений — определение параметров рассеивающей среды — достигается сопоставлением экспериментальных кривых с теоретическими. Как правило, для этого используется метод наименьших квадратов [3].

В данной работе рассматривается вопрос о появлении смещения в оценках коэффициента корреляции, возникающего в результате процедуры нормирования АКФ сигнала НР. При этом предполагается, что статистические погрешности измерений, сопутствующие всем измеряемым ординатам АКФ, являются нормальными независимыми величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, одинаковой для всех ординат.

Задача сводится к статистическому описанию случайной величины

$$\hat{r}_n = X_n / X_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, Z, \quad (2)$$

где  $X_0$  — ордината (значение) АКФ для задержки, равной нулю. Плотности распределения ординат АКФ подчиняются нормальному закону

$$p(X_n) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_n - k_n)^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, Z, \quad (3)$$

где  $k_n$  — идеальные (несмещенные) значения коэффициентов корреляции;  $\sigma_n^2$  — их дисперсии. Воспользовавшись известной методикой, можно найти плотность распределения искомого отношения:

$$f(\hat{r}) = \frac{1}{2\pi\sigma_0\sigma_n} \int_{-\infty}^{\infty} |X_0| \exp\left\{-\frac{(X_0 - k_0)^2}{2\sigma_0^2} - \frac{(\hat{r}X_0 - k_n)^2}{2\sigma_n^2}\right\} dX_0. \quad (4)$$

Для выполнения цифровых расчетов можно использовать модификацию формулы (4)

$$f(\hat{r}) = \frac{1}{2\pi\sigma_0\sigma_n} \exp\left\{-\frac{(AC - B^2)^2}{A}\right\} \cdot \left\{\frac{1}{A} \exp\left(-\frac{B^2}{A}\right) + \frac{B\sqrt{\pi}}{A^{3/2}} \operatorname{erf}\left(\frac{B}{\sqrt{A}}\right)\right\}, \quad (5)$$

где  $A = \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{\hat{r}_n^2}{2\sigma_n^2}$ ;  $B = \frac{k_0}{2\sigma_0^2} + \frac{\hat{r}k_n}{2\sigma_n^2}$ ;  $C = \frac{k_0^2}{2\sigma_0^2} + \frac{k_n^2}{2\sigma_n^2}$ .  $\operatorname{erf}(\alpha)$  – функция ошибок.

В частном случае, когда  $k_n = 0$  для всех  $n \neq 0$ , плотность (5) соответствует случайной величине, распределенной по закону Коши. У этой случайной величины отсутствуют моменты, а при оценивании методом максимального правдоподобия [3] используется дифференциальная функция распределения с аргументом, соответствующим ее максимальному значению. Смещение такой оценки в данном случае возникает вследствие того, что  $k_n \neq 0$ .

Для определения знака и значения смещения были проведены моделирующие числовые эксперименты. На идеальную кривую коэффициента корреляции флуктуаций электронной плотности накладывалась случайная величина с нормальным законом распределения и дисперсией  $\sigma^2$ , одинаковой для всех ординат. Идеальные кривые рассчитывались в соответствии с существующей теорией НР для монохроматической волны  $\lambda_0 = 2$  м. Результаты расчета плотности распределения  $f(\hat{r})$  в виде семейства функций распределения для  $\sigma = 0,03$ , значений температур ионов и электронов  $T_i = 1000$  К,  $T_e = 2000$  К и сорта ионов  $O^+$  представлены на рис. 1.

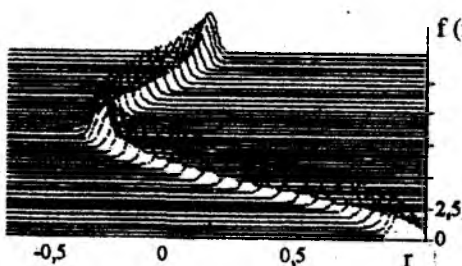


Рис. 1

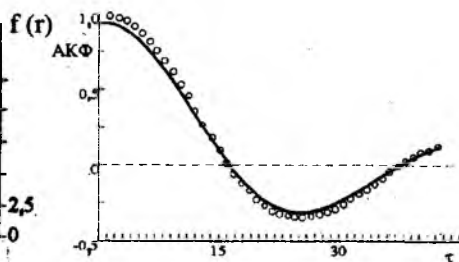


Рис. 2

Оценки, вытекающие из зависимостей рис. 1, отражены на рис. 2. Здесь сплошная кривая соответствует  $\sigma = 0$ , т.е. является расчетной нормированной АКФ, а кружки (оценки) соответствуют случаю  $\sigma = 0,3$ . Из рис. 2 следует, что имеет место смещение оценки коэффициента корреляции с избытком.

Воспользовавшись (4), можно показать, что избыток при оценивании

$$\Delta r = k_n \sigma_0^2 / k_0^3. \quad (6)$$

На рис. 3 — 6 изображены полученные в ходе моделирующих численных экспериментов результаты оценивания температур для различных значений статистической погрешности измерений, уровень которой задавался выбором дисперсии  $\sigma^2$ . На рис. 3, 4  $T_i = T_e = 850$  К, на рис. 5, 6  $T_i = 850$  К,  $T_e = 3200$  К.

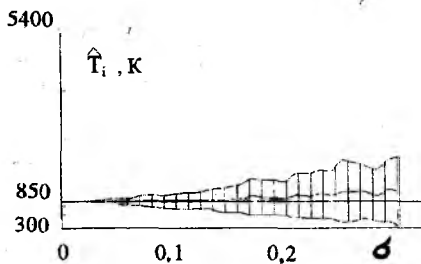


Рис. 3

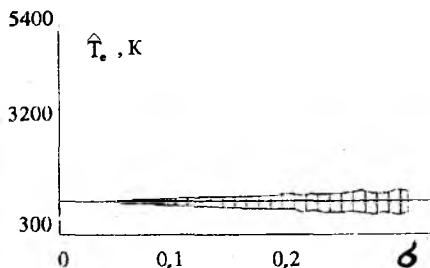


Рис. 4

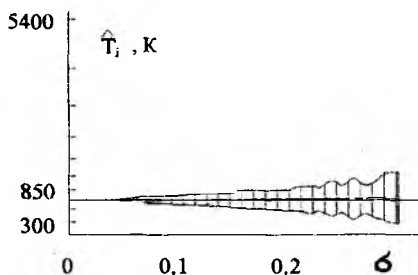


Рис. 5

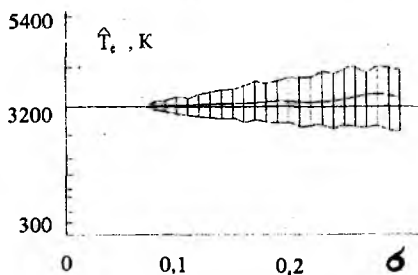


Рис. 6

В реальных измерениях методом НР дисперсия оценок измеренных АКФ определяется соотношением сигнал-шум и длительностью сеанса наблюдений. Из приведенных рисунков видно, что увеличение статистического разброса приводит не только к тривиальному расширению доверительного интервала температур: для заданной доверительной вероятности отмечается также смещение оценок температур, которое становится заметным, начиная со значений  $\sigma \approx 0,15$ . Такие значения разброса оценок коэффициента корреляции сопровождают измерения на предельно больших высотах, а также при проведении коротких сеансов.

Оценка отношения температур  $t = T_e / T_i$ , которая используется при определении высотного распределения концентрации электронов, также оказывается смещенной, и смещение является функцией исходных температур. Например, если АКФ соответствует паре температур  $T_e = 1900$  К и  $T_i = 1100$  К, то смещение аппроксимируется линейной зависимостью от величины  $\sigma$ :

$$\Delta t(\sigma) \approx 0,8 t \sigma.$$

Для пары температур  $T_e = T_i = 3200$  К компьютерный эксперимент дает другое выражение:

$$\Delta t(\sigma) \approx \begin{cases} 0, & 0 \leq \sigma \leq 0,1; \\ -0,25 + 2,5\sigma, & \sigma \geq 0,1. \end{cases}$$

Из выявленного факта существования смещений и установления их уровня и характера ошибок измерений можно сделать следующие выводы.

Статистический разброс измеренных АКФ, всегда сопровождающий измерения методом НР, приводит при определенных уровнях к заметным систематическим ошибкам измерений вертикальных распределений температур и электронной концентрации. Изменение соотношения сигнал-шум, которое определяет разброс экспериментальных кривых, позволяет отследить изменения высотного распределения электронной концентрации; и не столь важно, чем такие изменения вызваны: высотой, суточным циклом или циклом СА. Циклическое изменение внешних условий измерений приводит при обработке к ошибкам, имеющим характер систематических. Как показывает компьютерный эксперимент, наиболее высокий уровень систематических ошибок соответствует при больших отношениях  $T_e / T_i$  ( $t > 3$ ) электронным температурам, а при  $T_e \approx T_i$  — ионным температурам. Смещение может достигать 20 % и более. Ошибка вследствие смещения возникает и при исследовании динамики ионосферы, когда измерения выполняются на сеансах наблюдений с предельно короткой длительностью.

Установление факта существования смещений такого уровня вызывает необходимость поиска путей коррекции. Одним из таких путей является процедура обработки, исключающая операцию нормирования.

Существует и иной путь коррекции результатов измерений. Предположим, что смещение зависит только от формы АКФ, если она измеряется на всем интервале корреляции. В свою очередь, форма АКФ обусловлена при наличии одного сорта ионов только отношением температур; температура ионов, их масса и длина рабочей волны определяют только масштаб кривой по оси задержек. Учитывая, однако, что интервал задержек ограничивается длительностью зондирующего импульса, можно предположить, что в этом случае смещение может зависеть и от температуры ионов. Таким образом, можно предложить следующий алгоритм коррекции:

чивается длительностью зондирующего импульса, можно предположить, что в этом случае смещение может зависеть и от температуры ионов. Таким образом, можно предложить следующий алгоритм коррекции:

1. В ходе компьютерного эксперимента предварительно создается массив, который представляет собой результаты расчета смещенных отношений температур по заданным исходному их отношению, температуре ионов и заданной с приемлемым шагом дисперсией оценок АКФ.

2. Далее используется тот факт, что обработка результатов измерений сводится к построению высотных распределений температур усреднением полученных оценок. По результатам измерений фиксируют также высотный ход соотношения сигнал-шум. Как следует из результатов, изложенных выше, найденные температуры в общем случае смещены.

3. Полученные данные — усредненные температуры и дисперсия оценок АКФ, рассчитанная по соотношению сигнал-шум, длительности сеанса наблюдений и полосе пропускания приемника — используются как входные для созданного массива. Выходными данными являются исходные значения температур.

Таким образом, в работе проанализированы искажения АКФ сигнала рассеяния, возникающие при операции нормирования с целью получения коэффициента корреляции. В предположении нормальности помех сформулировано явное выражение для смещения оценки коэффициента корреляции сигнала некогерентного рассеяния. Намечены пути устранения указанного смещения, позволяющие получать более достоверную информацию о параметрах ионосферы.

**Список литературы:** 1. Рогожкин Е.В., Мазманишвили А.С. Зондирующие сигналы для исследований ионосферы методом некогерентного рассеяния. II. Структурные особенности // Вестн. Харьк. гос. политехн. ун-та. 1999. № 31; Ионосфера. С. 61 — 68. 2. Рогожкин Е.В. Кодирование при ионосферных измерениях методом НР // Ионосфера: Сб. науч. тр. 1991. Вып. 2. С. 77 — 83. 3. Губанов В.П. Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрометрии. СПб.: Наука, 1997. 318 с.

*Харьковский государственный технический университет радиотехники*

*Поступила в редколлегию 31.03.99*