УДК 621.396

О. В. ПРЮГИ

ОЦЕНКА ДИСПЕРСИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ РАДИОИМПУЛЬСА НА ФОНЕ ХАОТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Если на вход радиоприемного устройства воздействует аддитивная смесь помехи и сигнала $u_{\text{хип}}(t) + s(t, \alpha)$ и обеспечивается достаточно большое превышение сигнала над помехами, то для определения дисперсии ошибки можно воспользоваться методикой [1].

Положим, что $u_{\text{вых}}(t)$ — некоторый произвольный в общем случае неоптимальный выходной эффект радиоприемного устройства, на вход системы поступает колебание $u_{\text{вх}}(t, \alpha_{\text{и}}) = s(t, \alpha_{\text{и}}) + u_{\text{хип}}(t)$ (1) с фиксированным значением случайного параметра $\alpha = \alpha_{\text{и}}$. При энергетическом отношении сигнал-помеха, достаточном для надежной работы системы, выходной эффект $u_{\text{вых}}$ имеет в окрестности истинного значения параметра $\alpha_{\text{и}}$ мощный выброс, точка максимума α_m которого принимается за единицу. Поэтому оценка определяется из уравнения

$$\frac{d}{d\alpha}[\langle u_{\text{вых}}(\alpha^*)\rangle + u^0_{\text{вых}}(\alpha^*) = 0, \qquad (2)$$

в котором выходной эффект $u_{\text{вых}}(\alpha)$ представлен в виде математического ожидания $\langle u_{\text{вых}}(\alpha)\rangle$ и случайной функции $u^0_{\text{вых}}(\alpha)\rangle$ с нулевым средним, представляющей отклонение выходного эффекта от математического ожидания $u^0_{\text{вых}}(\alpha) = u_{\text{вых}}(\alpha) - \langle u_{\text{вых}}(\alpha)\rangle$ (3). Раскладывая $\langle u_{\text{вых}}(\alpha^*)\rangle$ в окрестности $\alpha_{\text{и}}$ в ряд и сохраняя только слагаемое с низкой степенью малых параметров, получаем

$$(\alpha^* - \alpha_{\text{и}})\frac{d^2}{d\alpha^2}\langle u_{\text{вых}}(\alpha_{\text{и}})\rangle + \frac{d}{d\alpha}u^0_{\text{вых}}(\alpha^*) = 0. \qquad (4)$$

Решаем уравнение относительно $(\alpha^* - \alpha_{\text{и}})$:

$$\alpha^* - \alpha_{\text{и}} = -\frac{d}{d\alpha}u^0_{\text{вых}}(\alpha^*) \Big/ \frac{d^2}{d\alpha^2}\langle u_{\text{вых}}(\alpha_{\text{и}})\rangle. \qquad (5)$$

Усредняя по ансамблю квадрат разности $\alpha^* - \alpha_{\text{и}}$, имеем формулу для условной дисперсии $(\sigma^2)_\alpha$ оценки α^*:

$$(\sigma^2)_\alpha = \langle(\alpha^* - \alpha_{\text{и}})^2\rangle = \frac{\left\langle\left[\frac{d}{d\alpha}u^0_{\text{вых}}(\alpha_{\text{и}})\right]^2\right\rangle}{\left[\frac{d^2}{d\alpha^2}\langle u_{\text{вых}}(\alpha_{\text{и}})\rangle\right]^2}. \qquad (6)$$

Пусть аддитивная смесь сигнала и хаотической импульсной помехи (ХИП) поступает на вход корреляционного приемника. Он оптимален для приема сигнала на фоне некоррелированного гауссова шума, обычно сопровождающего прием сигналов.

Выходное напряжение приемника определяется корреляционным интегралом

$$u_{\text{вых}} = \int\limits_0^T \{s(t,\ t_{\text{зи}}) + u_{\text{хип}}(t)\}\, s(t,\ t_з^*)\, dt, \tag{7}$$

где $t_{\text{зи}}$ — время задержки сигнала, поступающего на вход корреляционного приемника; $t_з^*$ — оценка времени задержки сигнала, вырабатываемая опорным гетеродином в корреляционном приемнике; $s(t,\ t_з^*)$ — копия запаздывающего сигнала в радиоприемном устройстве.

Предположим, что сигнал — это радиоимпульс с прямоугольной огибающей

$$s(t,\ t_{\text{зи}}) = U_{\text{ст}} \cos\omega_0 (t - t_з),\ 0 < t < t_c, \tag{8}$$

а ХИП $u_{\text{хип}}(t)$ — результат линейного наложения взаимно независимых случайных импульсов:

$$u_{\text{хип}}(t) = \sum_i A_i \cos\omega_0 (t - t_i)\, [\sigma(t) - \sigma(t - \tau_i)],\ 0 < t < T. \tag{9}$$

Кроме статистической независимости моментов появления t_i разных импульсов предположим, что они *расположены равномерно* на интервале $(0,\ T)$. Тогда вероятность появления N импульсов в интервале длительностью T определяется законом Пуассона

$$P(N,\ T) = \frac{(\lambda T)^N}{N!} e^{-\lambda T}, \tag{10}$$

где λ — среднее число импульсов в единицу времени.

После интегрирования на интервале $0...T$

$$u_{\text{вых}}(t_{\text{зи}},\ t_з^*) = \int\limits_0^T s(t,\ t_{\text{зи}}) \cdot s(t,\ t_з^*)\, dt + \int\limits_0^T u_{\text{хип}}(t)\, s(t,\ t_з^*)\, dt =$$

$$= u_{\text{вых}_1}(t_{\text{зи}},\ t_з^*) + u_{\text{вых}_2}(t_з^*);\ U_{\text{вых}_1}(t_{\text{зи}},\ t_з^*) \cong \frac{U_{cm}^2 \tau_c}{2} \cos\omega_0 (t_з^* - t_{\text{зи}}), \tag{11}$$

так как

$$\frac{U_{cm}}{2} \int\limits_0^{\tau_c} \cos[2\omega_0 t - \omega_0 (t_{\text{зи}} - t_з^*]\, dt \ll \frac{U_{cm}}{2} \int\limits_0^{\tau_c} \cos[\omega_0 (t_з^* - t_{\text{зи}})]\, dt;$$

$$U_{\text{вых}_2}(t_з^*) = \int\limits_0^T U_{cm} \cos\omega_0 (t - t_з^*) \sum_i A_i \cos\omega_0 (t - t_i) \times$$

$$\times [\sigma(t) - \sigma(t - \tau_i)]\, dt \cong \frac{U_{cm}}{2} \sum_i A_i \tau_i \cos\omega_0 (t_з^* - \tau_{\text{и}}).$$

Выходной эффект

$$u_{\text{вых}}(t_{\text{зи}},\ t_з^*) = \frac{U_{cm}^2 \tau_c}{2} \cos\omega_0 (t_з^* - t_{\text{зи}}) + \frac{U_{cm}}{2} \sum_i A_i \tau_i \cos\omega_0 (t_з^* - t_i). \tag{12}$$

Определим математическое ожидание $\langle u_{\text{вых}}(t_{\text{зи}}, t_{\text{з}})\rangle$. Воспользуемся выражением характеристической функции для принятой модели ХИП [2]. Первый кумулянт $\varkappa_1$ есть среднее значение процесса

$$\varkappa_1 = \langle u_{\text{вых}}(t_{\text{зи}}, t_{\text{з}}^*)\rangle = \frac{U_{cm}^2\tau_c}{2}\cos\omega_0(t_{\text{з}}^* - t_{\text{зи}}) +$$
$$+ \frac{U_{cm}\lambda}{2}\int\limits_0^\infty \tau\,\mathrm{d}\tau \cdot \int\limits_{-\infty}^{\infty} Aw_2(A, \tau)\,\mathrm{d}A \cdot \int\limits_0^T \cos\omega_0(t_{\text{з}}^* - t_i)\,\mathrm{d}t_i.$$

Выражение для математического ожидания существенно упрощается, если пуассоновские импульсы имеют одинаковое значение параметра $\tau = \tau_0 = \mathrm{const}$, характеризующего длительность импульсов. В этом случае $w_2(A, \tau) = \omega_1(A)\,\delta(\tau - \tau_0)$. Учитывая фильтрующее свойство δ-функции и вычисляя интеграл по $\mathrm{d}t_i$, находим

$$\langle u_{\text{вых}}(t_{\text{зи}}, t_{\text{з}}^*)\rangle = \frac{U_{cm}^2\tau_c}{2}\cos\omega_0(t_{\text{з}}^* - t_{\text{зи}}) +$$
$$+ \frac{U_{cm}\lambda\tau_0}{2\omega_0}[\sin\omega_0 t_{\text{з}}^* - \sin\omega_0(t_{\text{з}}^* - T)]\int\limits_{-\infty}^{\infty} Aw_1(A)\,\mathrm{d}A.$$

Предположим релеевское распределение амплитуд ХИП

$$w_1(A) = \frac{A}{\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}},\ A > 0.\ \text{Тогда}\ \int\limits_0^\infty \frac{A^2}{\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}A = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Окончательно запишем

$$\langle u_{\text{вых}}(t_{\text{зи}}, t_{\text{з}}^*)\rangle = \frac{U_{cm}^2\tau_c}{2}\cos\omega_0(t_{\text{з}}^* - t_{\text{зи}}) + \frac{U_{cm}}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\sigma\lambda\tau_0}{\omega_0} \times$$
$$\times [\sin\omega_0 t_{\text{з}}^* - \sin\omega_0(t_{\text{з}}^* - T)]. \qquad (13)$$

Найдем вторую производную $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t_{\text{з}}^2}\langle u_{\text{вых}}(t_{\text{зи}}, t_{\text{з}}^*)\rangle$ и подставим $t_{\text{з}}^* = t_{\text{зи}}$.

Здесь знаменатель формулы для условной дисперсии $(\sigma^2)_{t_{\text{з}}}$ оценки $t_{\text{з}}^*$ представит собой выражение

$$\left[\frac{d^2}{\mathrm{d}t_{\text{з}}^2}\langle u_{\text{вых}}(t_{\text{з}})\rangle\right]^2 = \frac{1}{8}U_{cm}^2\sigma^2\lambda^2\tau_0^2\omega_0^2\Big\{\pi[\sin\omega_0(t_{\text{з}} - T) - \sin\omega_0 t_{\text{з}}]^2 -$$
$$- 4\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{U_{cm}\tau_c\omega_0}{\sigma\lambda\tau_0}[\sin\omega_0(t_{\text{з}} - T) - \sin\omega_0 t_{\text{з}}]^2 + 2\frac{U_{cm}^2}{\sigma^2}\left(\frac{\tau_c\omega_0}{\lambda\tau_0}\right)^2\Big\}.$$

Числитель —

$$\left\langle\left[\frac{\mathrm{d}U_{\text{вых}}^0(t_{\text{з}})}{\mathrm{d}t_{\text{з}}}\right]^2\right\rangle = \frac{1}{8}U_{cm}^2\sigma^2\lambda^2\tau_0^2\Big\{4\frac{\omega_0^2}{\lambda}\Big[\frac{T}{2} + \frac{1}{4\omega_0}\{\sin 2\omega_0(t_{\text{з}} - T) -$$
$$- \sin 2\omega_0 t_{\text{з}}\}\Big] + \pi[\sin\omega_0 t_{\text{з}} - \sin\omega_0(t_{\text{з}} - T)]^2 -$$
$$- \pi[\cos\omega_0 t_{\text{з}} - \cos\omega_0(t_{\text{з}} - T)]^2\Big\}.$$

Если на отрезке измерения T укладывается целое число периодов высокочастотного колебания $T_0 = 2\pi/\omega_0$, то $\omega_0 T = 2\pi T/T_0 = 2k\pi$, k — целое число, и выражение для условной дисперсии существенно упрощается:

$$\sigma^2_{t_з} = \frac{\lambda T \tau_0^2}{\frac{U^2_{cm}}{\sigma^2}\omega_0^2\tau_c^2}. \qquad (14)$$

Обозначим: $\lambda_T = \lambda T$ — число импульсов ХИП на интервале T, $q_{ХИП} = \frac{U_{cm}}{\sigma}$ отношение амплитуды радиоимпульса к стандартному отклонению амплитуды импульсов ХИП, распределенных по закону Релея.

Полученное соотношение характеризует дисперсию оценки временного положения импульса $\sigma^2_{t_з}$ в предположении, что измерение дальности производилось с помощью сигналов высокой или промежуточной частоты, т. е. на основании информации, связанной с тонкой структурой сигнала. Возможность повышения точности измерения в результате использования информации, заключенной в тонкой структуре, редко применяется на практике вследствие возникающей неоднозначности измерений. Поэтому необходимо перейти к измерениям времени запаздывания, основанным на использовании видеосигнала. Переход осуществляется заменой в формуле (14) несущей частоты ω_0 на эффективную ширину спектра видеосигнала $\Delta f_{эфф}$ [3].

Окончательно дисперсия оценки временного положения видеоимпульса на фоне хаотических импульсных помех определяется формулой

$$\sigma_{t_з} = \frac{\sqrt{\lambda_T}\tau_0}{q_{ХИП}\Delta f_{эфф}\tau_c}, \qquad (15)$$

где τ_0 — длительность импульсов ХИП, τ_c — длительность импульсов сигнала.

Таким образом, дисперсия оценки временного положения импульса на фоне ХИП уменьшается с увеличением отношения сигнал — помеха $q_{ХИП}$ и росте эффективной ширины спектра сигнала. Это не противоречит результатам, полученным при оценке дисперсии временного положения импульсов на фоне гауссовых помех, и подтверждает необходимость применения сигналов сложной формы с большой базой (частотно-модулированные импульсы, кодовые группы, фазоманипулированные сигналы и др.). Схемные решения, повышающие точность определения временного положения импульса во время приема сигнала на фоне гауссова шума, не увеличивают оценку дисперсии временного положения импульса при наличии ХИП.

Специфические параметры ХИП также влияют на точность определения временного положения импульса. Дисперсия оценки временного положения импульса вырастает с увеличением длительности τ_0 и числа импульсов ХИП λ_T на интервале измерения T. Причем точность определения временного положения импульса тем выше, чем больше отношение длительности сигнала τ_c к длительности импульсов ХИП.

Список литературы: 1. *Фалькович С. Е.* Оценка параметров сигнала. М., 1970. 334 с. 2. *Горячов В. Т., Журавлев А. Г., Тихонов В. И.* Примеры и задачи по статистической радиотехнике. М., 1970. 418 с. 3. *Сколник М.* Введение в теорию радиолокационных систем. М., 1965. 748 с.

Поступила в редколлегию 13.04.87

УДК 621.391

В. С. ГОЛИКОВ, канд. техн. наук, *В. В. СУМЦОВ*, *А. В. ЕМЕЛЬЯНОВ*

ОПТИМАЛЬНАЯ ДИАДНАЯ МЕЖДУПЕРИОДНАЯ ОБРАБОТКА

Известны алгоритмы оптимальной междупериодной обработки сигналов, приводящие к вычислению циклических сверток [1; 2]. Цифровая реализация циклических сверток с использованием быстрых алгоритмов проще, чем реализация линейных сверток [3]. Так, число операций умножения и сложения, приходящихся на выходной отсчет, в циклическом фильтре приближенно в два раза меньше, чем в линейном. Однако наиболее экономичны в вычислениях алгоритмы диадных сверток, требующие не более одного умножения на выходной отсчет независимо от длины импульсной характеристики. Их непосредственному использованию в технике обработки радиолокационной информации препятствует своеобразие свойств мультипликативности функций Уолша [4].

Рассмотрим задачу синтеза алгоритма оптимальной по критерию Неймана — Пирсона системы обнаружения дискретных детерминированных сигналов, обладающих свойством групповости относительно диадного сдвига, на фоне нормальных коррелированных аддитивных помех и шумов. Задан N-мерный вектор-столбец $\dot{Y}_0$ комплексных выборочных отсчетов входного процесса, причем $N = 2^n$ и n — целое число. Входной процесс — аддитивная смесь стационарной нормальной коррелированной помехи $\dot{W}_0$, белого шума H_0 и одного из возможных сигналов $\dot{S}_i$.

Пусть аргументы сигналов $\{\dot{S}_i\}$, $i \in [0, N-1]$ — элементы конечной коммутативной группы. Все сигналы $\{\dot{S}_i\}$ находятся заданием одного из них $\dot{S}_0$:

$$\dot{S}_i = A_i \dot{S}_0 = \dot{S}_{i \overset{2}{\oplus} 0}, \qquad (1)$$

(A_i — оператор диадного сдвига).

При синтезе алгоритма ограничимся классом правил, инвариантных относительно диадного сдвига на конечных коммутативных