УДК 519.6 DOI: https://doi.org/10.30837/IYF.CVSAMM.2024.221

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТІЙКОСТІ РУХУ РІДИНИ В РЕЗЕРВУАРАХ ПІД ДІЄЮ ПЕРІОДИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Колодяжний А.С.
Науковий керівник – д-р техн. наук, проф. Стрельнікова О.О.
Інститут проблем машинобудування ім. А. Н. Підгорного НАНУ,
м. Харків, Україна
Харківський національний університет радіоелектроніки,
м. Харків, Україна
e-mail: olena.strelnikova@nure.ua

The paper proposes a method for studying the stability of fluid motion in reservoirs under periodic forcing. It is assumed that the fluid inside the reservoir is an ideal and incompressible, and its motion due to applied loads is non-vortex. The velocity potential is determined from the boundary value problem for the Laplace equation. To obtain an integral equation for subsequent numerical implementation, the third Green's formula is employed. This led to the need of solving the system of singular integral equations for unknown basis functions, representing the modes of fluid vibrations in the rigid shell. The fulfillment of the dynamic boundary condition allowed obtaining a system of differential equations, constituting a set of Mathieu equations. The stability of the solution is investigated. It reveals the possibility to indicate zones and parameters of unstable motion.

Оболонки та оболонкові конструкції з відсіками, частково заповненими рідиною, знаходять широке застосування в різних галузях сучасної промисловості, таких як транспорт, хімічне машинобудування, ракетно-космічна техніка. Проектування резервуарів, що містять різні наповнювачі, вимагає ретельного дослідження поведінки рідини в них при експлуатаційних умовах. На цей час зросло використання новітніх матеріалів, наприклад, композитних, для виготовлення елементів конструкцій [1]. Наразі розроблено ряд ефективних методів комп'ютерного моделювання динамічних процесів. Серед них – методи скінченних та граничних елементів, методи скінченних об'ємів та методи розкладення в ряди [2–3]. При моделюванні динамічних процесів в оболонках з відсіками, частково заповненими рідиною, першим кроком є визначення частот та форм їх власних коливань. Цім проблемам присвячені роботи [3], [4]. Припустимо, що рух рідини, яка знаходиться в резервуарі, є безвихровим. Нехай $\mathbf{V}(V_x,V_y,V_z)$-вектор швидкості рідини; тоді умова нестисливості приймає вигляд $\mathrm{div}\mathbf{V}=0$. Умова потенційності руху веде до існування скалярного потенціалу швидкостей Ф, при цьому $\mathbf{V}=\mathrm{grad}\Phi$, та потенціал Ф задовольняє рівнянню Лапласа. Сформульовано крайову задачу:

$$\nabla^2\Phi=0,\ \mathbf{P}\in\Omega,\ \frac{\partial\Phi}{\partial n}=0,\ \mathbf{P}\in S_1,\ \frac{\partial\Phi}{\partial n}=\frac{\partial\xi}{\partial t},\ p-p_0=0,\ \mathbf{P}\in S_0. \qquad (1)$$

відносно невідомих потенціалу Φ, та функції $\zeta(x,y,t)$, що описує рух вільної поверхні. Далі невідомі функції зображено як ряди:

$$\zeta(r,\theta,t)=\sum_{l=0}^{m}\cos(l\theta)\sum_{k=1}^{n}d_{kl}(t)\zeta_k(r), \tag{2}$$

$$\Phi(r,\theta,z,t)=\sum_{l=0}^{m}\cos(l\theta)\sum_{k=1}^{n_2}d_{kl}(t)\varphi_k(r,z).$$

З використанням третьої формули Гріна зводимо крайову задачу (1) до системи одновимірних сингулярних інтегральних рівнянь відносно базисних функцій $\varphi_k(r,z)$, [4]. Після визначення невідомих функцій підставляємо їх в ряди (2) та в лінеарізовану динамічну граничну умову:

$$p-p_0=-\rho_l\left[\frac{\partial\Phi}{\partial t}+a_x(t)x+(g+a_z(t))\zeta\right] \tag{3}$$

та приходимо до системи незв'язних диференціальних рівнянь Мат'є.

Як числовий приклад, розглянемо конічну оболонку з рідиною під дією гармонічного навантаження $a_x(t)=a_h\cos(\omega_h t)$, $a_z(t)=a_v\cos(\omega_v t)$.

Конічна оболонка має такі геометричні параметри: R_1=1 м, R_2=0.6 м, $\alpha=\pi/3$. Тут R_1 – радіус вільної поверхні, R_2 – радіус днища, α – кут при вершині конуса. Рівень заповнення цієї оболонки дорівнює 0.692 м. Визначимо частоти плескань. Отримаємо, шо найнижча частота відповідає першій гармониці, l=1, ω_{11}=1,254 Гц. Проведемо розрахунки руху вільної поверхні за різні значення параметрів a_h, a_v та ω_h, ω_v. Спочатку розглянемо вертикальні навантаження. Фазові портрети рухів зображені на рис. 1.

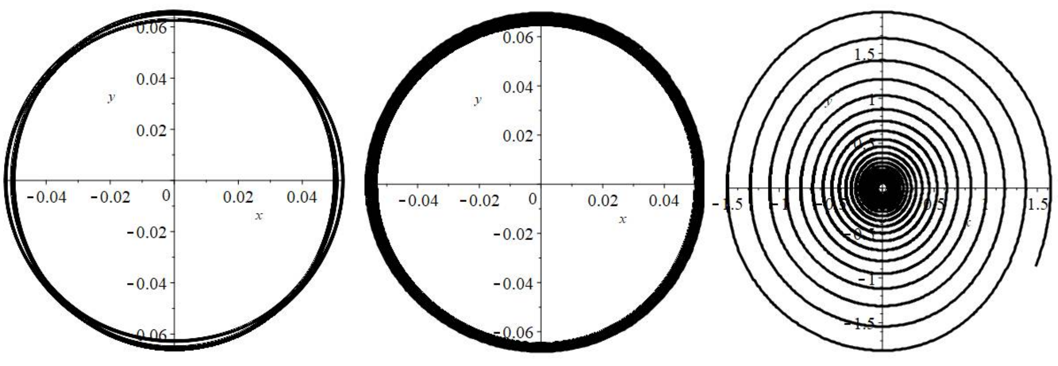
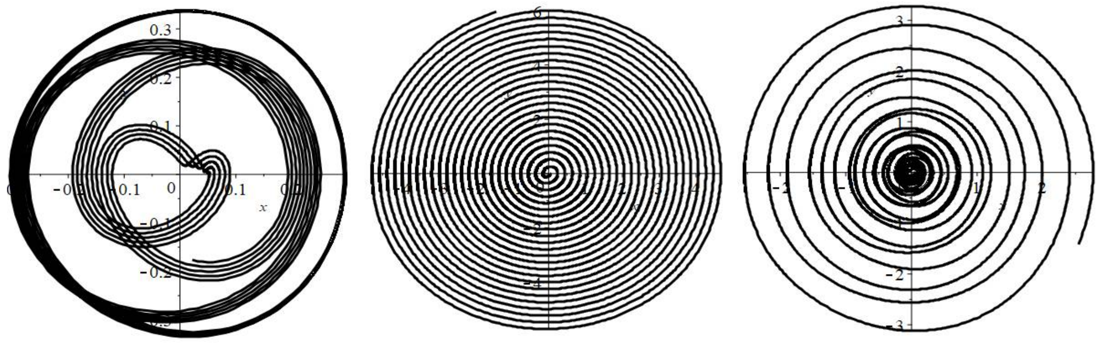


Рисунок 1 – Фазові портрети руху рідини при вертикальних навантаженнях

Тут рис. 1,а відповідає значенням: $a_h=0, a_v=1, \omega_v=1$, а для рис. 1,б, 1,в маємо $a_h=0, a_v=1, \omega_v=1.254$ та $a_h=0, a_v=1, \omega_v=2.508$, відповідно.

З наведених результатів бачимо, що в перших двох випадках рухи є стабільними, але при ω_v = 2.508 Гц відбувається необмежене зростання амплітуди, що відповідає випадку параметричного резонансу (частота сили, шо змушує, дорівнює подвійній фундаментальній частоті).

Далі розглянуті комбіновані вертикальне й горизонтальне навантаження, тобто додано горизонтальне навантаження. В результаті розрахунків отримані фазові портрети, наведені на рис. 2.



а б в

Рисунок 2 – Фазові портрети руху рідини при комбінованих навантаженнях

Були обрані такі параметри навантаження: а) $a_h = 0.1, a_v = 1$, $\omega_h = \omega_v = 1$; б) $a_h = 0.1, a_v = 1$, $\omega_h = \omega_v = 1.254$; в) $a_h = 0.1, a_v = 1$, $\omega_h = \omega_v = 2.508$. Зауважимо, що в цьому випадку спостерігаємо появу ще одного резонансу, пов'язаного з горизонтальним навантаженням.

Таким чином, розроблена методика, що дозволяє досліджувати стійкість руху рідини в оболонках обертання. Досліджені найбільш цікаві рухи з ω_v поблизу першої фундаментальної частоти. Надалі передбачається дослідити вплив пружності стінок резервуарів та внутрішніх перегородок.

Список використаних джерел:

1. O. Sierikova, E. Strelnikova, V. Gnitko, K Degtyarev, "Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods", IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), P. 351–356, 2021.DOI: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086

2. V. Gnitko, A. Karaiev, K.Degtyariov, E.Strelnikova, "Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells", WIT Transactions on Engineering Sciences, Vol. 126, P. 189–200, 2019, WIT Press, DOI:10.2495/BE420171.

3. O. Sierikova, E. Strelnikova, D. Kriutchenko, K. Degtyarev, V. Gnitko, V. Doroshenko, "Aeolian Liquid Vibrations in Conical Tanks with Baffles under Wind Loading with Fuzzy Parameters", WSEAS Transactions on Fluid Mechanics, Vol. 18, P. 295-309, 2023, DOI:10.37394/232013.2023.18.28.

4. E. Strelnikova, D. Kriutchenko, V. Gnitko, A. Tonkonozhenko, "Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations", International Journal of Applied Mechanics and Engineering, Vol. 25, Issue 3, P. 117–132, 2020, DOI: 10.2478/ijame-2020-0038.