

ОСОБЕННОСТИ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА НЕКОТОРЫХ СЛОЖНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ЛЧХ

Г. Н. Черкашин

Киев

1. Общие замечания

В статье рассматриваются особенности синтеза дискретных систем с запаздыванием, несинхронными импульсными элементами, несколькими частотами прерывания, циклическим изменением частоты и многоконтурных систем. Существующие методы анализа и синтеза таких систем предполагают использование аналитических методов с привлечением аппарата смещенного дискретного преобразования (модифицированного z -преобразования). Если аналитические методы применимы для исследования простых систем, то с увеличением сложности структуры системы эти методы становятся очень трудоемкими и даже рекомендуется производить вычисления с помощью ЦВМ, что не всегда возможно в инженерных расчетах.

Ввиду сложности аналитических методов часто в наиболее приемлемых случаях дискретные системы рассматривают как непрерывные. Такой упрощенный подход к анализу и синтезу дискретных систем приводит к неизбежным ошибкам, влияние которых на работу реальной системы может быть весьма существенным. В некоторых случаях это может привести к неправильному выбору корректирующих устройств или к неоправданному усложнению системы. Для рассматриваемых типов дискретных систем очень удобно производить анализ, а в большинстве случаев и синтез их методом логарифмических частотных характеристик [4]. Анализ качественных показателей таких систем путем построения непрерывного выходного процесса с использованием понятия приведенной частотной характеристики $W_{\Sigma}(j\omega)$ [5] также значительно облегчает получение правильной картины поведения системы в переходном и установившемся режимах.

2. Дискретные системы с запаздыванием

Во многих дискретных САУ возникает необходимость учета запаздывания, вносимого тем или иным элементом системы. Например, в цифровых системах регулирования время вычисления и время преобразования непрерывных величин в цифровые неизбежно приводит к запаздыванию. При наличии в дискретной системе запаздывания порядок синтеза ЦКУ методом логарифмических частотных характеристик остается прежним, а учет запаздывания приводит к изменению вида фазовой и амплитудной характеристик системы. Обычно учет запаздывания любого элемента системы производится добавлением к передаточной функции приведенной непрерывной части множителя $e^{-\tau s}$, при $\tau = \frac{\tau}{T}$ (рис. 1).

Преобразование Лапласа выхода этой системы имеет вид

$$Y(q) = \frac{X^*(q)K_1^*(q)K_3(q)}{1 + K_1^*(q)K_3(q)},$$

$$K_3(q) = K(q)e^{-qT}, \quad q = pT,$$

а приведенная частотная характеристика запишется как

$$W_n(j\omega) = \frac{j\omega X^*(j\omega)K_1^*(j\omega)K_3(j\omega)}{1 + K_1^*(j\omega)K_3(j\omega)}.$$

Из этого выражения виден порядок анализа системы на устойчивость, синтеза ЦКУ и построения переходного процесса по приведенным

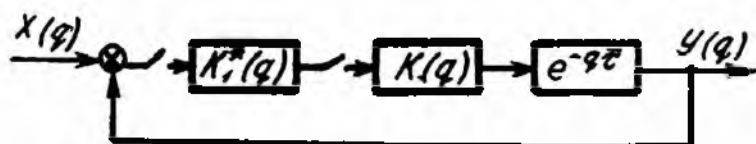


Рис. 1.

ЛЧХ. Анализ устойчивости производился путем построения ЛЧХ разомкнутой дискретной системы с учетом запаздывания [4]. Для получения приведенных частотных характеристик необходимо воспользоваться номограммой замыкания, с помощью которой получим характеристики, соответствующие выражению

$$\frac{1}{1 + K^*(j\omega)K_3^*(j\omega)},$$

а затем полученные характеристики просуммировать с $K_1^*(j\omega)$, $j\omega$, $X^*(j\omega)$ и с характеристиками приведенной непрерывной части системы с учетом запаздывания $K_3(j\omega)$. Отсюда видно, что синтез дискретных систем при наличии запаздывания методом ЛЧХ аналогичен синтезу непрерывных систем и значительно упрощает процесс определения передаточной функции ЦКУ, так как при использовании других методов необходимо определять смещенное дискретное преобразование выходного сигнала, что с учетом запаздывания вызывает большие трудности, особенно для сложных систем.

При наличии запаздывания в дискретной САУ надо иметь в виду, что оно может вызвать эффект стабилизации. Кроме того, если в дискретной САУ необходима коррекция в виде отставания по фазе, то систему можно сделать устойчивой с помощью элемента чистого запаздывания. В частности, такой эффект дает элементарный фильтр с передаточной функцией $\frac{1}{z+b}$.

3. Дискретные системы с несинхронными импульсными элементами

Такие системы имеют несколько импульсных элементов, которые работают с одинаковой частотой синхронно, но не синфазно. Обычно это наблюдается в системах автоматического управления с телеуправляемыми объектами. Кроме того, несинхронное прерывание вводится преднамеренно для улучшения устойчивости дискретной системы. Несинхронные дискретные системы обычно анализируют с помощью смещенного дискретного преобразования. Однако и в этом случае метод ЛЧХ дает более простой путь исследования. Рассмотрим замкнутую несин-

хронную дискретную систему с единичной обратной связью (рис. 2). Моменты замыкания второго импульсного элемента отстают на некоторую часть τ периода T от соответствующих моментов замыкания первого импульсного элемента.

В [1] показано, что запаздывающий импульсный элемент можно представить в виде основного импульсного элемента с периодом квантования T , перед которым включено звено опережения $e^{q\tau}$, а после — звено запаздывания $e^{-q\tau}$. При этом структурная схема несинхронной системы преобразуется к эквивалентной структурной схеме (рис. 3), в которой импульсные элементы работают синфазно. С помощью эквивалентной структурной схемы легко можно определить преобразование Лапласа выходного сигнала системы:

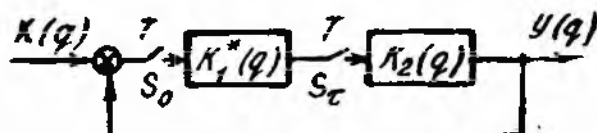


Рис. 2.

$$Y(q) = \frac{X^*(q)K_1K_0^*(q)K_3(q)K_2(q)}{1 + K_1K_0^*(q)K_2K_3^*(q)},$$

где

$$K_0(q) = e^{q\tau}, \quad K_3(q) = e^{-q\tau},$$

и приведенную частотную характеристику:

$$\bar{W}_n(j\bar{\omega}) = \frac{j\bar{\omega}X^*(j\bar{\omega})K_1K_0^*(j\bar{\omega})K_3(j\bar{\omega})K_2(j\bar{\omega})}{1 + K_1K_0^*(j\bar{\omega})K_2K_3^*(j\bar{\omega})}. \quad (1)$$

Приведенная частотная характеристика определяет порядок синтеза такой системы. При этом для построения характеристик разомкнутой

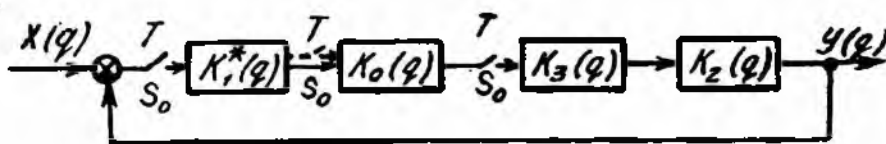


Рис. 3.

дискретной системы необходимо воспользоваться правилами, описывающими порядок построения ЛЧХ при наличии в непрерывной части запаздывания и для смещенной функции [4]. В этом случае находим характеристики, соответствующие функции с опережением (аналогично смещенной функции) в соответствии с выражением

$$K_1K_0^*(j\bar{\omega}) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} K_1[j(\bar{\omega} + 2\pi r)] K_0[j(\bar{\omega} + 2\pi r)] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{j(\bar{\omega} + 2\pi r)\tau} K_1[j(\bar{\omega} + 2\pi r)],$$

и характеристики, соответствующие функции с запаздыванием:

$$K_2K_3^*(j\bar{\omega}) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} K_2[j(\bar{\omega} + 2\pi r)] K_3[j(\bar{\omega} + 2\pi r)] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{-j(\bar{\omega} + 2\pi r)\tau} K_2[j(\bar{\omega} + 2\pi r)].$$

Путем сложения полученных характеристик получают ЛЧХ разомкнутой дискретной системы. Дальнейший порядок синтеза и построения переходного процесса сохраняется прежним. Из формулы (1) видно, что если коррекция в такой системе $K_1(q)$ осуществлена с помощью аналоговых элементов, то определение передаточной функции корректирующей

шего устройства несколько затруднено из-за наличия в числителе и знаменателе совместного дискретного преобразования передаточной функции корректирующего устройства и звена опережения $K_1 h_0^*(q)$. Если же $K_1^*(q)$ — цифровое корректирующее устройство, то на выходе его в эквивалентной структурной схеме можно поставить импульсный элемент, работающий синфазно с первым, и приведенная частотная характеристика системы запишется так:

$$W_n(j\bar{\omega}) = \frac{j\bar{\omega} X^*(j\bar{\omega}) K_1^*(j\bar{\omega}) K_3 K_2(j\bar{\omega}) K_0^*(j\bar{\omega})}{1 + K_1^*(j\bar{\omega}) K_0^*(j\bar{\omega}) K_3 K_2^*(j\bar{\omega})}.$$

В этом случае необходимо отдельно строить характеристики $K_1^*(j\bar{\omega})$ и $K_0^*(j\bar{\omega})$, а затем их суммировать, причем

$$K_0^*(j\bar{\omega}) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} K_0[j(\bar{\omega} + 2\pi r)] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{-j(\bar{\omega} + 2\pi r)\tau}.$$

Для этой системы синтез цифрового корректирующего устройства незначительно сложнее синтеза корректирующего устройства аналогичной непрерывной системы.

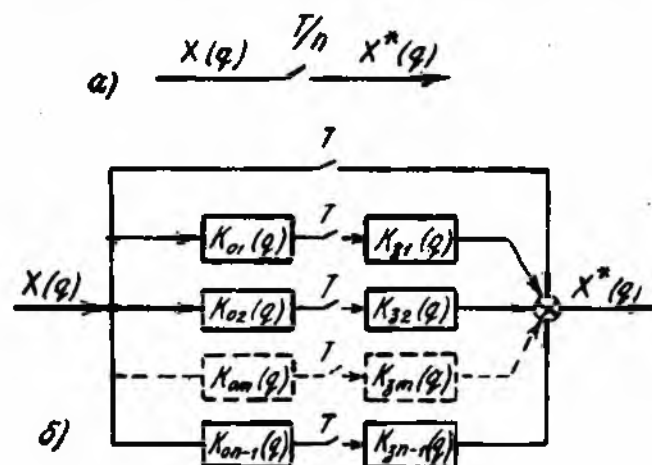


Рис. 4.

Исследование более сложных несинхронных дискретных систем можно производить с помощью тех же методов, какие используют для синтеза синхронных дискретных систем, заменяя несинхронные системы эквивалентными структурными схемами. Аналогично может быть произведен анализ и синтез дискретных систем с несколькими частотами прерывания, причем импульсный элемент с уменьшенным периодом повторения $\frac{T}{n}$.

(рис. 4, а) преобразовывается к виду, показанному на рис. 4, б [2].

4. Многоконтурные дискретные системы

Большинство автоматических систем являются многоконтурными и представляют собой сложный комплекс взаимосвязанных отдельных контуров. Наиболее частым случаем является связь между контурами через объект, в котором происходит несколько органически связанных между собой физических процессов, подлежащих управлению или регулированию. Кроме того, могут вводиться специальные связи для придания многоконтурной системе желаемых статических и динамических свойств. Различный характер составных контуров может придать специфические свойства всей системе в целом. Наличие многоконтурности в САУ выдвигает задачу синтеза таких систем. Возможность использования цифровых корректирующих устройств как многоканальных регуляторов делает эту задачу, особенно актуальной при синтезе дискретных

систем автоматического управления. В многоконтурных дискретных САУ обычно имеется несколько импульсных элементов, работающих синхронно или асинхронно. Все это усложняет задачу синтеза.

Основными при синтезе многоконтурных систем также являются проблема устойчивости и проблема качества.

Линейная дискретная система считается устойчивой, если ограниченной входной величине соответствует ограниченная выходная величина. Устойчивость таких систем можно найти по характеристическому уравнению, которое можно определить, приравняв нулю знаменатель смещенного дискретного преобразования выхода системы. В общем случае характеристическое уравнение имеет вид

$$1 + K_{цк\gamma}^*(q)K_1 \dots K_n^*(q) = 0$$

или

$$1 + K_{цк\gamma}^*(q)K_1^*(q) \dots K_n^*(q) = 0$$

в зависимости от расположения импульсного элемента, где выражения $K_{цк\gamma}^*(q)K_1 \dots K_n^*(q)$ и $K_{цк\gamma}^*(q)K_1^*(q) \dots K_n^*(q)$ являются дискретными передаточными функциями разомкнутой системы. Корни этих уравнений определяют устойчивость системы и ее поведение в переходном режиме. Чтобы определить преобразование выхода многоконтурной системы, внутренние контуры постепенно сводят к одному структурному элементу с передаточной функцией, определяющей поведение всей системы. При этом для исключения возможности появления скрытой неустойчивости контуры внутренней обратной связи дискретных САУ обычно делают устойчивыми. Если же нельзя определить дискретную передаточную функцию, то определяется смещенное дискретное преобразование выходного сигнала, по которому и находится характеристическое уравнение. Для определения устойчивости многоконтурной замкнутой дискретной системы необходимо построить логарифмические частотные характеристики в соответствии с выражениями

$$K_{цк\gamma}^*(j\omega)K_1 \dots K_n^*(j\omega)$$

или

$$K_{цк\gamma}^*(j\omega)K_1^*(j\omega) \dots K_n^*(j\omega),$$

по которым и определяются запасы устойчивости проектируемой системы. Синтез цифрового корректирующего устройства производится для каждого контура системы отдельно по разобранной в [4] методике. В случае многоконтурных систем для построения переходного процесса определяют смещенное дискретное преобразование выходного сигнала (так как определить передаточную функцию системы обычно нельзя), а по нему строят приведенную вещественную частотную характеристику.

Рассмотрим двухконтурную дискретную систему (рис. 5, а). После преобразования внутреннего контура структурная схема примет вид (рис. 5, б). Здесь передаточная функция внутреннего контура определяется зависимостью

$$D(q) = \frac{C(q)}{E^*(q)} = \frac{K_1^*(q)K_2(q)}{1 + K_1^*(q)K_2K_3^*(q)}. \quad (2)$$

Из рис. 5, а видно, что преобразование Лапласа действующего сигнала ошибки, входного и выходного сигналов связаны выражением

$$E(q) = X(q) - Y(q)K_3(q). \quad (*)$$

Так как выход и вход системы связаны уравнением

$$Y(q) = K_4(q) D(q) E^*(q), \quad (**)$$

то выражение (*) можно переписать в виде

$$E(q) = X(q) - K_4(q) K_5(q) D(q) E^*(q) = X(q) - \frac{K_1^*(q) K_2(q) K_4(q) K_5(q) E^*(q)}{1 + K_1^*(q) K_2 K_3^*(q)}$$

или

$$E^*(q) = X^*(q) - \frac{K_1^*(q) K_2 K_4 K_5^*(q) E^*(q)}{1 + K_1^*(q) K_2 K_3^*(q)}.$$

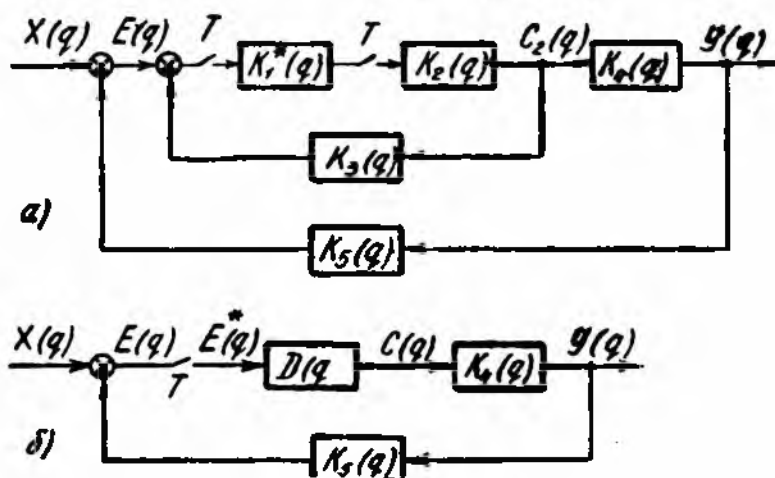


Рис. 5 а, б.

Отсюда можно получить дискретное преобразование Лапласа ошибки системы:

$$E^*(q) = \frac{X^*(q)}{1 + \frac{K_1^*(q) K_2 K_4 K_5^*(q)}{1 + K_1^*(q) K_2 K_3^*(q)}}. \quad (***)$$

Подставляя уравнение (***) в (**), можно получить преобразование Лапласа выхода системы:

$$Y(q) = \frac{X^*(q) K_1^*(q) K_2(q) K_4(q)}{1 + K_1^*(q) [K_2 K_3^*(q) + K_2 K_4 K_5^*(q)]}$$

и приведенную частотную характеристику:

$$W_n(j\bar{\omega}) = \frac{j\bar{\omega} X^*(j\bar{\omega}) K_1^*(j\bar{\omega}) K_2(j\bar{\omega}) K_4(j\bar{\omega})}{1 + K_1^*(j\bar{\omega}) [K_2 K_3^*(j\bar{\omega}) + K_2 K_4 K_5^*(j\bar{\omega})]}. \quad (3)$$

Обычно синтез такой системы заключается в обеспечении устойчивости и качества переходного процесса системы путем выбора $K_1(q)$, $K_3(q)$ и $K_5(q)$. Выражение (3) для приведенной частотной характеристики определяет порядок синтеза системы. Особенность синтеза состоит в том, что обеспечение запасов устойчивости производится последовательно для внутреннего контура (формула 2) и для всей системы в целом (формула 3). Для рассматриваемой системы ввиду наличия в характеристическом уравнении совместного дискретного преобразования изменяемых передаточных функций корректирующих элементов $[K_3(q)$ и $K_5(q)]$ синтез системы несколько затруднен.

Если же коррекция в цепях обратных связей будет осуществляться с помощью импульсных элементов или $K_3(q)$ и $K_5(q)$ — элементов с известными передаточными функциями, то процесс синтеза такой системы будет не на много сложнее синтеза аналогичной системы. Задача синтеза такой многоконтурной дискретной системы известными аналитическими методами трудно разрешима. Если в системе имеется несколько импульсных элементов с рассмотренными ранее режимами работы, то это делает процесс определения программы ЦКУ более трудоемким, однако построение ЛЧХ и порядок синтеза системы остается прежним.

ВЫВОДЫ

1. Существующие методы анализа и синтеза рассматриваемых сложных систем не всегда могут быть использованы в инженерных расчетах.

2. Синтез дискретных систем при наличии запаздывания методом ЛЧХ по сложности аналогичен синтезу дискретных систем без запаздывания.

3. Метод ЛЧХ позволяет производить синтез дискретных систем с несинхронными импульсными элементами значительно более простым путем, чем аналитический метод.

4. Исследование дискретных систем с несколькими частотами прерывания и с циклическим изменением частоты предлагаемым методом позволяет значительно упростить расчет таких систем.

5. Применение метода ЛЧХ для анализа многоконтурных систем позволяет шире судить о динамических свойствах систем и получать результаты менее сложным путем. Синтез корректирующих устройств также возможен для большого класса многоконтурных систем (например, системы с ЦКУ и др.), причем процесс синтеза значительно проще аналитического.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Т. Кузнецов. Расчет и проектирование дискретных систем управления. Машгиз, М., 1962.

2. Юлиус Т. Ту. Цифровые импульсные системы автоматического управления. Машгиз, М., 1964.

3. Э. А. Кузьмин, Н. Я. Ситко, Г. Н. Черкашин. Некоторые вопросы анализа и синтеза автоматических систем с применением ЦВУ. Доклад на IV Всесоюзной конференции — семинаре по теории и методам математического моделирования. Киев, 1964.

4. Г. Н. Черкашин. Синтез дискретных систем методом логарифмических частотных характеристик. Сб. «Автоматические системы с цифровыми вычислительными устройствами», КВАИУ, Киев, 1964.

5. А. С. Шаталов. Структурные методы в теории управления и электроавтоматике. Госэнергоиздат, М., 1962.