

## МАЛОГАБАРИТНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

*В. П. Иванов, В. В. Петров, А. П. Тишкин*

В статье описывается устройство, которое может быть применено в различных системах автоматизации и управления производственными процессами как блок управляющей аналоговой вычислительной машины.

Наиболее просто можно воспроизвести функцию двух переменных  $Z = f(x_0, y_0)$  с областью определения:  $x_a \leq x_0 \leq x_b$ ;  $y_a \leq y_0 \leq y_b$  с помощью диодной аппроксимации криволинейных поверхностей плоскими поверхностями [1] по формуле

$$Z = (x, y) \approx Z(x, 0) + Z(0, y) - Z(0, 0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m Z_{ij} \max \{ \min (x - x_i, y - y_j) 1, 0 \}, \quad (1)$$

где  $Z(x, y)$  — исходная функция  $Z(x_0, y_0)$ , но со смещенной областью определения, т. е.  $x = x_0 - x_a$ ,  $y = y_0 - y_a$ ;

$$Z(x, 0) = Z(x, y) \text{ при } y = 0;$$

$$Z(0, y) = Z(x, y) \text{ при } x = 0;$$

$$Z(0, 0) = Z(x, y) \text{ при } x = y = 0;$$

$x_i, y_j$  — дискретные значения независимых переменных в узле аппроксимации;

$Z_{ij}$  — значение функции в узле аппроксимации, т. е.

$$Z_{ij} = Z(x_i, y_j);$$

$n, m$  — количество узлов аппроксимации по каждой из независимых переменных соответственно по  $x$  и  $y$ ;

$x - x_i, y - y_j$  — разности между непрерывными значениями независимых переменных  $(x, y)$  и их дискретными значениями в узле аппроксимации  $(x_i, y_j)$ ;

$\min$  — логическая операция нахождения минимальной из двух указанных выше разностей в узле аппроксимации;

$\max$  — логическая операция нахождения максимума между нулем и результатом операции минимума, которой выделяются для суммирования только положительные значения минимума.

Следует отметить, что общее количество узлов аппроксимации  $N$  функции  $Z(x, y)$  с учетом необходимых узлов как на границе области определения, так и внутри нее по формуле (1) равно  $N = mn$ . В узлах аппроксимации значения функции  $Z_{ij}$  воспроизводятся точно. Все остальные точки поверхности  $Z(x, y)$  получаются при помощи линейной интерполяции.

Для образования разностей  $(x - x_i, y - y_j)$  в узлах аппроксимации используются суммирующие операционные усилители с коэффициентом усиления на постоянном токе при разомкнутой обратной связи не менее

100. Количество этих усилителей должно быть  $K = n + m$ . Например, при  $m = n = 10$ , что соответствует общему числу узлов аппроксимации  $N = 100$ , количество указанных операционных усилителей  $K = 20$ . Большое количество операционных усилителей приводит к увеличению габаритов потребляемой мощности функционального устройства.

Для уменьшения погрешности аппроксимации функции  $Z(x, y)$  по формуле (1) часто возникает необходимость выбирать большое количество узлов аппроксимации, что практически невозможно из-за необходимости применения большого числа операционных усилителей.

Предлагаемое устройство позволяет устранить этот недостаток путем применения специальных схем образования разности  $(x - x_i; y - y_i)$ , выполненных на кремниевых стабилитронах и диодах, вместо суммирующих операционных усилителей. Благодаря этому расширяются возможности известного метода аппроксимации функции двух переменных по формуле (1) — увеличивается возможное количество узлов аппроксимации при значительном уменьшении габаритов и потребляемой мощности, повышается точность и надежность устройства.

Логические операции нахождения максимума и минимума (1) осуществляются с помощью диодных элементов. Для нахождения максимума в известном устройстве [1] по формуле (1) необходимо количество диодов, равное общему числу узлов аппроксимации  $N = mn$ . В предлагаемом устройстве количество диодов, употребляемых для этой цели, значительно уменьшено. Используется следующая формула аппроксимации функции двух переменных:

$$Z(x, y) \approx Z(x, 0) + Z(0, y) - Z(0, 0) + \sum_{i=1, j=1}^{n, m} Z_{ij} \min \{ \max [(x - x_i), 0]; \max [(y - y_j), 0] \}. \quad (2)$$

Количество диодов, необходимых для нахождения максимума в формуле (2), равно  $(n + m)$ , т. е. на  $(mn - m - n)$  меньше, чем по формуле (1). Количество диодов, необходимое для нахождения минимума по обеим формулам (1) и (2), одинаково.

Кроме того, в известном устройстве [1] расходуется значительное количество диодов, равное  $(m + n)$ , для образования функций одной переменной  $Z(0, y)$ ,  $Z(x, 0)$  на границе области определения функции  $Z(x, y)$ . Указанные диоды подключаются к выходам суммирующих операционных усилителей, осуществляющих операции нахождения разностей  $(x - x_i, y - y_j)$  в узлах аппроксимации.

В предлагаемом устройстве для воспроизведения функций  $Z(0, y)$  и  $Z(x, 0)$  используются разности, полученные с помощью кремниевых стабилитронов, что позволяет найти указанные функции одной переменной без применения для этой цели специальных диодных элементов. Это позволяет дополнительно уменьшить количество необходимых диодов на  $(m + n)$ .

В результате указанных изменений в предлагаемом функциональном устройстве расходуется на  $N = mn$  диодов меньше, чем в известном.

Для нахождения суммы в формулах аппроксимации (1) и (2) и в предлагаемом, и в известном устройствах используется специальный суммирующий узел, состоящий из набора потенциометров, количество которых равно числу узлов аппроксимации  $N = mn$  и двух суммирующих операционных усилителей. Путем соответствующего включения потенциометров и двух операционных усилителей этот узел позволяет получить широкий диапазон как положительных, так и отрицательных наклонов аппроксимирующих плоскостей в каждом узле аппроксимации.

Таким образом, обеспечивается универсальность функционального устройства, т. е. возможность воспроизведения широкого класса функций двух переменных.

На рис. 1 показан элемент устройства, позволяющий осуществить необходимую в формуле аппроксимации (2) операцию нахождения разности в узлах аппроксимации максимума и минимума, т. е.

$$e_{22} = \min \{ \max [(e_x - e_{x2}), 0]; \max [(e_y - e_{y2}), 0] \}, \quad (3)$$

где  $e_{22}$  — напряжение, пропорциональное результату выполнения операций максимума и минимума над разностями  $|x - x_i|$ ,  $|y - y_j|$  по формуле (2) в узле аппроксимации под № 22, то есть при  $i = j = 2$ ;

$e_x$ ,  $e_y$  — напряжения, пропорциональные непрерывным значениям независимых переменных  $x$  и  $y$ ;

$e_{x2}$ ,  $e_{y2}$  — напряжения, пропорциональные дискретным значениям независимых переменных в узле аппроксимации под номером 22, т. е. при  $i = j = 2$ .

Все напряжения ( $e$ ,  $U$ ), показанные на рис. 1 и 2, измеряются относительно клеммы «земля».

Элемент устройства, показанный на рис. 1, включает в себя следующие схемы.

1. Схема выделения минимума из двух напряжений  $e_{02}$ ,  $e_{20}$ , выходное напряжение которой соответственно равно  $e_{22} = \min (e_{02}, e_{20})$ . Эта схема состоит из двух диодов  $D$ , сопротивления  $r$  и источника опорного напряжения  $(+U_{0n2})$ .

2. Две идентичные схемы (по  $x$  и  $y$ ), каждая из которых выполняет одновременно две операции: нахождение разности в узле аппроксимации и логическую операцию нахождения максимума, необходимые в формуле аппроксимации (2):

$$e_{20} = \max [(e_x - U_{10}), 0];$$

$$e_{02} = \max [(e_y - U_{01}), 0],$$

где  $U_{10}$ ,  $U_{01}$  — пробивные напряжения кремниевых стабилитронов  $C10$  и  $C01$ .

Каждая из этих схем (по  $x$  и  $y$ ) состоит из кремниевого стабилитрона  $C01$  ( $C10$ ), диодов  $D1$  ( $D2$ ),  $D01$  ( $D10$ ),  $D02$  ( $D20$ ), сопротивлений  $r01$  ( $r10$ ),  $r02$  ( $r20$ ) и источника опорного напряжения  $(-U_{0n1})$ .

Элемент предлагаемого устройства (рис. 1) осуществляет комплекс операций (3) при  $e_{x2} = U_{10}$ ,  $e_{y2} = U_{01}$ . Принцип работы данного элемента следующий.

1. При  $e_x, e_y < 0$  напряжения  $e_{01} \approx e_{10} \approx 0$ , т. е. равны прямым падениям напряжения на диодах  $D01$  и  $D10$ , так как диоды  $D1$ ,  $D01$ , сопротивление  $r01$  и источник опорного напряжения  $|-U_{0n1}|$  по  $y$  и, соответственно по  $x$ , диоды  $D2$ ,  $D10$ , сопротивление  $r10$  и тот же источник опорного напряжения образуют две схемы максимума, т. е.

$$e_{01} = \max (e_y, 0); \quad e_{10} = \max (e_x, 0).$$

Поэтому диоды  $D01$ ,  $D10$  открыты, а диоды  $D1$ ,  $D2$  закрыты. Напряжения  $e_{02} \approx e_{20} \approx 0$ , т. е. равны прямым падениям напряжения на диодах

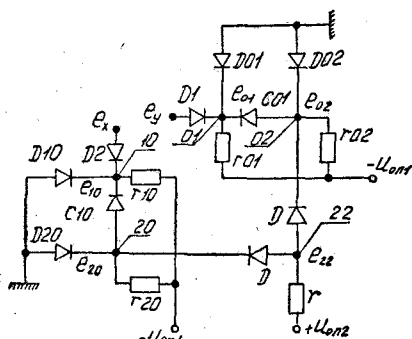


Рис. 1.

$D02, D20$ . Напряжения на стабилитронах  $C01 (e_{01} - e_{02})$  и  $C10 (e_{10} - e_{20})$  находятся в зоне между значениями пробивных напряжений в прямом и обратном направлениях, т. е. пробой указанных стабилитронов не наступает, и их сопротивления очень велики. Из двух диодов  $D$  открыт тот, на катоде которого минимальное напряжение из двух  $e_{02}, e_{20}$ .

Выходное напряжение элемента  $e_{22}$  при этом равно

$$e_{22} = \min(e_{02}, e_{20}) - U_D,$$

где  $U_D$  — прямое падение напряжения на одном из диодов  $D$ .

В связи с тем, что в данном режиме работы напряжения  $e_{02}$  и  $e_{20}$  равны прямым падениям на диодах  $D02$  и  $D20$  и что прямые падения напряжения в любой из пар диодов ( $D02, D$ ) или ( $D20, D$ ) включены встречно, происходит взаимная компенсация прямых падений напряжений в любой из названных пар диодов. Вследствие этого в данном режиме работы напряжение  $e_{22} = 0$ .

2. При  $e_x = e_y = 0$  по сравнению с предыдущим случаем диоды  $D1$  и  $D10$ , соответственно  $D2$  и  $D01$ , могут изменить свои положения (открыт или закрыт) в зависимости от соотношения прямых падений напряжений в каждой из этих пар диодов. Однако при этом напряжение в точках  $01$  и  $10$  остается приблизительно равным нулю, т. е.  $e_{10} \approx e_{01} \approx 0$ . В силу этого состояние остальных элементов схемы будет таким же, как и в предыдущем случае, и напряжения соответственно не изменятся, т. е.  $e_{20} \approx e_{02} \approx 0, e_{22} = 0$ .

3. При  $e_y = 0, e_x > 0$  возможны два случая:

а)  $e_x < U_{10}$ ; б)  $e_x > U_{10}$ .

В обоих случаях положение элементов схемы по  $y$  аналогично пункту 2.

По  $x$  в случае а) открыт диод  $D2$  и закрыт  $D10$ . Напряжение  $e_{20} \approx 0$ , но стабилитрон  $C10$  не пробит. Поэтому  $e_{20} \approx 0$ . Напряжение по  $y$   $e_{02} \approx 0$ . При этом  $e_{22} = 0$ .

В случае б) по  $x$  положения диодов  $D2, D20$  аналогичны случаю а). Напряжение  $e_{10} = e_x$ . Стабилитрон  $C10$  пробит в обратном направлении, диод  $D20$  закрыт, напряжение  $e_{20} = e_x - U_{10}$ . Так как напряжение по  $y$

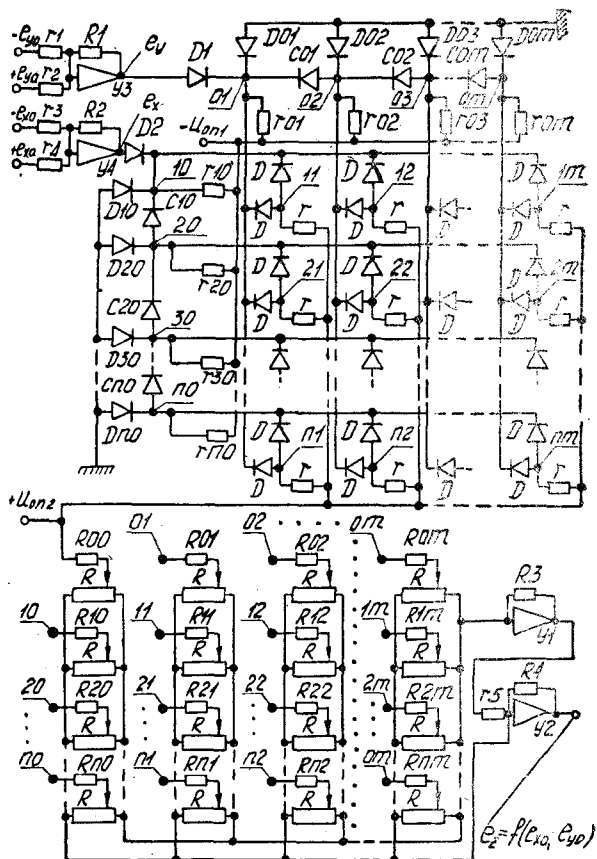


Рис. 2.

$e_{20} \approx 0$ , то в соответствии с операцией минимума, осуществляемой схемой на диодах  $D$  и сопротивлении  $r$ , напряжение  $e_{22} = 0$ .

4. Состояние схемы аналогично и при  $e_x = 0$ ,  $e_y > 0$ . При этом положение элементов схемы по  $x$  и  $y$  меняется местами по сравнению с пунктом 3, а выходное напряжение схемы минимума остается равным нулю, т. е.  $e_{22} = 0$ .

5. При  $e_x, e_y > 0$ ;  $e_x > U_{10}$ ;  $e_y > U_{01}$  возможны два случая:

в)  $e_x - U_{10} > e_y - U_{01}$ ; г)  $e_x - U_{10} < e_y - U_{01}$ .

В обоих случаях положение элементов схемы по  $x$  и  $y$  одинаково, т. е. диоды  $D2$ ,  $D1$  открыты, диоды  $D10$ ,  $D20$ ,  $D01$ ,  $D02$  закрыты, стабилитроны  $C10$ ,  $C01$  пробиты в обратном направлении и напряжения, соответственно, равны:

$$e_{01} = e_y; \quad e_{10} = e_x; \quad e_{02} = e_y - U_{01}; \quad e_{20} = e_x - U_{10}.$$

В этих случаях отличается только значение напряжения  $e_{22}$ , т. е. в случае в)  $e_{22} = e_y - U_{01}$ , а в случае г)  $e_{22} = e_x - U_{10}$ , т. е. на выходе выделяется минимальное из двух напряжений  $e_{02}$  и  $e_{20}$ .

На рис. 2 показана принципиальная схема универсального диодного функционального устройства для воспроизведения функций двух переменных вида  $e_z = f(e_{x0}, e_{y0})$ , где  $e_z$ ,  $e_{x0}$ ,  $e_{y0}$  — напряжения, пропорциональные соответствующим переменным: независимым  $x_0$ ,  $y_0$  и зависимой  $Z$ . Принципиальная схема предлагаемого функционального устройства включает в себя следующие узлы.

1. Две идентичные схемы по  $x$  и  $y$  для образования в точках  $10$ ,  $20$ ,  $30 \dots i0 \dots n0$ ;  $01$ ,  $02$ ,  $03 \dots 0j \dots 0m$  напряжений, пропорциональных разностям  $(x - x_i, y - y_j)$  в узлах аппроксимации функции.

Каждая из указанных схем состоит из ряда последовательно соединенных элементарных схем, выполненных на кремниевых стабилитронах  $Ci0$  ( $C0j$ ) (рис. 1) и осуществляющих следующие операции:

$$e_{0j} - U_{0j} = e_{0(j+1)};$$

$$e_{i0} - U_{i0} = e_{(i+1)0},$$

где  $e_{0j}$  ( $e_{i0}$ ) — напряжения в точках  $0j$  ( $i0$ ) (рис. 2).

Диоды  $D1$  и  $D2$  (рис. 2) являются общими для соответствующих схем образования разностей по  $y$  и  $x$ . В каждой точке  $0j$  ( $i0$ ) образуются напряжения

$$e_{0j} = \max \left[ \left( e_y - \sum_{k=1}^j U_{0k} \right), 0 \right]; \quad (4)$$

$$e_{i0} = \max \left[ \left( e_x - \sum_{k=1}^i U_{k0} \right), 0 \right]. \quad (5)$$

Выражения (4 и 5) соответствуют выражениям для образования суммы в формуле (2):

$$\max [(x - x_i), 0]; \quad \max [(y - y_j), 0]$$

при

$$k_x x_i = \sum_{k=1}^i U_{k0}; \quad (6)$$

$$k_y y_j = \sum_{k=1}^j U_{0k}, \quad (7)$$

где  $k_x$ ,  $k_y$  — масштабные коэффициенты.

Учитывая широкий диапазон значений пробивных напряжений кремниевых стабилитронов, а также возможность прямого и обратного включения их в данное устройство, можно получить, в соответствии с выражениями (6, 7), любые необходимые дискретные значения независимых переменных  $(x_i, y_j)$  в узлах аппроксимации.

2. Матрица, состоящая из  $N = mn$  диодных схем выделения минимума из двух напряжений. Входы схем выделения минимума подключены к  $m$  шинам в столбцах и  $n$  шинам в строках. Сопротивления  $r$  всех схем минимума подключены к общему источнику опорного напряжения  $(+U_{0n2})$ . Выходы каждой схемы минимума обозначены номерами  $ij$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, 3, \dots, m$ .

3. Суммирующий узел, состоящий из набора потенциометров  $R$ , подключенных к суммирующим точкам операционных усилителей  $У1, У2$  и входных сопротивлений  $R_{00} \dots R_{ij} \dots R_{nm}$ , одни выводы которых подключены к движкам указанных выше потенциометров, а другие маркированы и должны быть соединены с выходами схем образования разностей и матрицы диодных элементов в соответствии с указанной маркировкой. Показанное на рис. 2 подключение потенциометров  $R$  к суммирующим точкам двух усилителей  $У1$  и  $У2$ , а также соединение усилителя  $У1$  через сопротивление  $r5$  с усилителем  $У2$  позволяют получить как положительный, так и отрицательный наклоны аппроксимирующих плоскостей при входных напряжениях, суммирующего узла только положительных.

Входные сопротивления  $R_{11} \dots R_{ij} \dots R_{nm}$  и соответствующие им потенциометры предназначены для регулирования наклона аппроксимирующих плоскостей внутри области определения функции  $Z(x, y)$ , а сопротивления  $R_{01} \dots R_{0j} \dots R_{0m}$  и  $R_{10} \dots R_{i0} \dots R_{n0}$  — для построения функций  $Z(0, y)$  и  $Z(x, 0)$  на границе области определения. Сопротивление  $R_{00}$  подключено к источнику опорного напряжения  $(+U_{0n2})$  и совместно с соответствующим потенциометром позволяет задавать любое начальное значение функции  $Z(x, y) = Z(0, 0)$  при  $x = y = 0$ .

Операционные усилители  $У3, У4$  (рис. 2) предназначены для задания области определения функций  $Z = f(x_0, y_0)$  при  $x_a \neq 0$  и  $y_a \neq 0$ , или при пропорциональных им напряжениях  $e_{xa} \neq 0$  и  $e_{ya} \neq 0$ . В случае  $x_a = y_a = 0$  усилители  $У3, У4$  не нужны. В соответствии с этим усилители  $У3, У4$ , не участвующие в аппроксимации функции  $Z(x, y)$ , не включаются в комплект предлагаемого функционального устройства. В случае необходимости задания области определения функции  $Z(x_0, y_0)$  для этой цели следует использовать суммирующие операционные усилители, имеющиеся в комплекте аналоговой вычислительной машины.

При выборе параметров устройства (рис. 2) необходимо соблюдать следующие соотношения:

$$r01 = r02 = \dots = r0j = \dots = r0m;$$

$$r10 = r20 = \dots = ri0 = \dots = rn0;$$

$$\frac{r}{r0j} > n \frac{U_{0n2}}{U_{0n1}}; \quad \frac{r}{ri0} > m \frac{U_{0n2}}{U_{0n1}};$$

$$\frac{R_{ij}}{R_{ij} + r} > \frac{U_m}{U_{0n2}},$$

$$R_{0n} = \dots = R = \dots = R_{nm},$$

где  $U_m$  — максимальное напряжение из линейного диапазона операционных усилителей  $У3$ ,  $У4$ ;

$$r0j > \frac{mU_{on1} + U_m \frac{m+1}{2}}{i_{\text{доп}}};$$

$$ri0 > \frac{nU_{on1} + U_m \frac{n+1}{2}}{i_{\text{доп}}},$$

где  $i_{\text{доп}}$  — максимально допустимый ток, равный меньшему из допустимых токов стабилитронов или операционных усилителей ( $У3$ ,  $У4$ ).

Рекомендуется выбирать диоды  $D1$ ,  $D2$  германиевые, а остальные диоды кремниевые с большим обратным сопротивлением.

В лаборатории электро моделирования Харьковского политехнического института были построены два диодных универсальных устройства для воспроизведения функций двух переменных, которые при  $n = m = 10$  были размещены в одном стандартном блоке комплекта НБН. Диапазон рабочих частот устройства равен  $0 \div 100$  гц, погрешность не превышает 2%.

Если область определения функции  $Z(x_0, y_0)$  начинается со значений аргумента, не равных нулю, то есть  $x_a \neq 0$ ,  $y_a \neq 0$ , то в одном блоке комплекта НБН можно разместить одно предлагаемое функциональное устройство.

При использовании полупроводниковых операционных усилителей габариты предлагаемого устройства значительно уменьшаются.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G. A. Philbrick, Continuous Electronic Representation of Nonlinear Functions of  $n$  Variables, A Palimpsest on the Electronic Analog Art, Geo. A. Philbrick Researches, Boston, 1955.