УДК 517.9+538

ВОЗБУЖДЕНИЕ ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ

ЧУМАЧЕНКО С.В.

Предлагается расчет амплитудных коэффициентов электромагнитного поля фазированной антенной решетки сложной структуры. Используется метод разложения функций в ряды по выборочным значениям в гильбертовом пространстве с воспроизводящим ядром.

1. Состояние проблемы и актуальность исследования

Фазированные антенные решетки (ФАР) – один из наиболее перспективных типов антенн. Возможность быстрого и гибкого управления параметрами ФАР позволяет использовать их в радиолокации, радиоастрономии, космических системах связи. Одной из важных проблем, связанных с уменьшением стоимости ФАР, является минимизация количества их элементов, достаточных для заданных технических требований. В целях физического моделирования ФАР применяются диэлектрические стержни. Однако их использование не всегда оправдано, поскольку излучающая структура может стать достаточно тяжелой.

Наряду с диэлектрическими стержневыми решетками используются более легкие конструкции, состоящие из определенного количества тонких металлических дисков, закрепленных на металлическом или диэлектрическом стержне. Антенны такого типа известны, но их теория не достаточно разработана. Некоторые возможности использования гофрированных стержней рассмотрены в [1].

В двумерных моделях решеток гофрированно-стержневые элементы иногда заменяются ленточными, при этом электродинамические свойства структур практически не изменяются [2].

Экспериментальные результаты, представленные в [1], демонстрируют практическую целесообразность гофрировано-стержневых антенных решеток, но для дальнейших исследований в этой области необходимо развивать соответствующие математические методы. Точность численных результатов зависит от погрешности формул, по которым ведется расчет. Поэтому улучшение имеющихся и получение новых строгих аналитических методов решения задач остается актуальным.

Большинство методов, используемых при исследовании фазированных антенных решеток, основывается на классической теории, аналитических расчетах, численных и экспериментальных результатах. Решение многих граничных задач математической физики связано с разложением функций в ряды. Они возникают, например, в при изучении рассеяния электромагнитных волн на периодических структурах [3], в том числе из наклонных полуплоскостей [5], в задачах дифракционной электроники [4]. Исследование сходимости, численный эксперимент и альтернативные представления для рядов типа Шлемильха с функциями Бесселя в двумерных дифракционных задачах приведено в [8]. При расчете антенн также появляются ряды определенного типа [6,7]. Нахождение суммы ряда там, где это возможно, существенно упрощает решение. Поэтому суммирование рядов остается важной проблемой как в теоретическом, так и практическом отношении.

2. Постановка и геометрия задачи

Рассматривается периодическая антенная решетка с периодом b вдоль оси x и однородная вдоль оси y [1]. Она состоит из ленточных элементов, закрепленных симметрично вдоль осей полубесконечных плоско-параллельных волноводов шириной a. Каждая из указанных структур заключает в себе L бесконечно тонких лент, характеризуемых ширинами s_l и расстояниями z_l ($l = 1,2,..., L$) от волноводной апертуры. Все металлические элементы полагаются идеально проводящими.

Такая модель соответствует случаю, когда только один волновод антенной решетки возбуждается. Следовательно, рассматривается случай периодического возбуждения антенной решетки. Он является наиболее удобным и естественным в анализе периодических структур и, как это хорошо известно [7], элементы модели просто определяются через коэффициенты распространения решетки.

Пусть каждый волновод возбуждается суммой TM-мод, поперечных по отношению к оси z и изменяющихся по направлению к апертуре. Фазы полей указанных волн в соседних волноводах отличаются заданной величиной u, определяющей направление главного лепестка. Тогда, опуская временную зависимость, данную множителем $e^{-i\omega t}$, общее магнитное поле в центральном волноводе можно записать в форме

$$H_y(x, z \le 0) = \sum_{m=1}^{\infty}(A_m e^{i\gamma z} + R_m e^{i\gamma z})\Phi_m(x), \quad |x| \le a/2, \qquad (1)$$

где A_m, R_m – амплитуды падающей и отраженной мод (гармоник) соответственно;

$\gamma_m = \sqrt{k^2 - [(m-1)\pi/a]^2} = i\sqrt{[(m-1)\pi/a]^2 - k^2}$ – постоянные распространения волновода; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства; λ – длина волны; $\Phi_m(x)$ – ортонормированные поперечные функции волновода, определяемые формулой

$$\Phi_m(x) = \sqrt{\frac{2-\delta_{1m}}{a}} \cos\frac{(m-1)\pi(x + a/2)}{a}, \qquad (2)$$

δ_{mn} – символ Кронекера.

Общее магнитное поле над волноводами представляется как разложение по модам Флоке:

$$H_y(x, z \ge 0) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} \Psi_q(x) e^{i\Gamma_q z} +$$

$$+ \sum_{l=1}^{L} \mathrm{sign}(z - z_l) \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{lq} \Psi_q(x) e^{i\Gamma_q |z - z_l|}, \quad (3)$$

где T_{0q} – амплитуды мод, бегущих (движущихся) от волноводных апертур; T_{lq} – амплитуды гармоник, падающих на l-ю ленту и отраженных от нее;

$$\Psi_q(x) = \frac{1}{\sqrt{b}} e^{i\alpha_q x} \quad (4)$$

– ортонормированная поперечная волновая функция по периметру структуры;

$\alpha_q = (u + 2\pi q)/b$, $\Gamma_q = \sqrt{k^2 - \alpha_q^2} = i\sqrt{\alpha_q^2 - k^2}$

– постоянные поперечного и продольного распространений.

Поле, излученное над лентами, определяется из (3) суммой по гармоникам Флоке:

$$H_y(x, z \ge z_L) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_q \Psi_q(x) e^{i\Gamma_q z} \quad (5)$$

с амплитудами

$$T_q = T_{0q} + \sum_{l=1}^{L} T_{lq} e^{-i\Gamma_q z_l} \quad . \quad (6)$$

Цель работы – получить прямые формулы или системы уравнений для вычисления амплитудных множителей электромагнитного поля, не содержащие рядов, а именно требуется определить неизвестные амплитудные множители A_m, R_m, T_{0q}, T_{lq}, что является основным содержанием статьи.

3. Метод решения и основные теоретические соотношения

Сформулированная проблема решается методом сшивания с применением гармоник Флоке. Как известно, метод сшивания применяется для исследования сложных структур, которые можно условно разбить на более простые смежные подобласти. Для каждой из них можно получить решение путем разделения переменных. Первый шаг заключается в представлении неизвестных полей для каждой частичной области в форме разложения по собственным функциям. В прямоугольной системе координат компоненты электромагнитного поля являются решениями уравнения Гельмгольца в соответствующей области. Построение периодического решения, удовлетворяющего граничным условиям, является содержанием теоремы Флоке. Ортонормированные функции поперечных координат формируют систему скалярных пространственных гармоник (мод Флоке). На их основе строятся полные системы векторных гармоник [7]. В итоге задача сводится к определению амплитудных коэффициентов при собственных функциях в разложении поля для каждой частичной области. Для этой цели необходимо удовлетворить граничные условия поля. В результате возникает бесконечная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных амплитуд волн. В общем случае можно найти только приближенное решение этой бесконечной системы методами редукции или последовательных приближений [3]. Для некоторых моделей решеток при определенной идеализации можно получить точное решение методом вычетов [6], модифицированным методом вычетов [5,6] или методом Винера-Хопфа [6, 9]. Обычно после этого для решения системы применяются численные методы, как в [1].

Существует класс граничных задач, для которых бесконечная СЛАУ допускает точное решение. Расширить его позволяет метод разложения функций в ряд по выборочным значениям в гильбертовом пространстве с воспроизводящим ядром (ГПВЯ). Он основан на следующих утверждениях [10].

Известно, что в ГПВЯ H любая функция f разлагается в ряды по выборочным значениям

$$f(s) = \sum_{i=1}^{\infty} f(i) \frac{2i}{s+i} \frac{\sin \pi(s-i)}{\pi(s-i)}, \quad 0 < s < \infty, \quad (7)$$

$$f(s) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f(i) \frac{\sin \pi(s-i)}{\pi(s-i)}, \quad -\infty < s < \infty, \quad (8)$$

или в терминах сумматорных операторов с воспроизводящим ядром как:

$$S_{\Sigma 1} f(i) = f(s), \quad (9)$$

$$S_{\Sigma 2} f(i) = f(s), \quad (10)$$

где $S_{\Sigma 1} = \sum_{i=1}^{\infty} Ker_{\Sigma 1}$, $S_{\Sigma 2} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} Ker_{\Sigma 2}$,

$Ker_{\Sigma 1} = \frac{2i}{s+i} \frac{\sin \pi(s-i)}{\pi(s-i)}$, $Ker_{\Sigma 2} = \frac{\sin \pi(s-i)}{\pi(s-i)}$ –

сумматорные операторы и воспроизводящие ядра соответственно.

Применение этих соотношений к суммированию рядов, встречающихся в задаче, дает представление для амплитудных множителей в терминах более простых функций.

4. Решение задачи

Чтобы определить неизвестные амплитуды в разложениях (1) и (3), следует воспользоваться методом сшивания мод (метод частичных областей). Общее магнитное поле должно быть непрерывным на волноводной апертуре. Как указано в [1], приравнивание (1) и (3) и использование ортогональности функций (2) приводит к следующему соотношению для амплитуд полей:

$$A_{m'} + R_{m'} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} Q_{m'q} -$$

$$- \sum_{l=1}^{L} \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{lq} Q_{m'q} e^{i\Gamma_q z_l} \quad , \quad m' = 1,2,... \; , \quad (11)$$

где $Q_{m'q} = \int\limits_{-a/2}^{a/2} \Phi_{m'}(x)\Psi_q(x)dx =$

$$= \sqrt{\frac{(2-\delta_{1m'})a}{b}}(i\alpha_q a) \times$$

$$\times \frac{e^{-i\alpha_q a/2} - (-1)^{m'-1} e^{i\alpha_q a/2}}{(\alpha_q a)^2 - [(m-1)\pi]^2} . \qquad (12)$$

Поперечная компонента общего электрического поля

$$E_x(x,z) = \frac{1}{i\omega\varepsilon_0}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial z} , \qquad (13)$$

здесь ε_0 — электрическая постоянная свободного пространства, должна быть непрерывна на волноводной апертуре и обращаться в ноль на ребрах. Это условие и ортогональность функций (4) приводит к следующему соотношению [1]:

$$\Gamma_q T_{0q} + \sum_{l=1}^{L} \Gamma_q T_{lq} e^{i\Gamma_q z_l} =$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m (A_m - R_m) Q^*_{mq} , \; q = 0, \pm1, \pm2, \ldots , \qquad (14)$$

где * — символ комплексного сопряжения.

Рассмотрим граничные условия для электромагнитного поля в области лент. Магнитное поле (3) должно быть непрерывно между лентами и должно удовлетворять условию скачка при переходе через ленты:

$$H_y(x, z_l + 0) - H_y(x, z_l - 0) = 2\sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{lq}\Psi_q(x) =$$

$$= \begin{cases} -J_{xl}(x), & |x| \le s_l/2; \\ 0, & s_l/2 < |x| \le b/2, \end{cases} \quad l = 1,2,\ldots,L . \qquad (15)$$

Для того чтобы применить метод суммирования к рядам в (11), разложим на множители знаменатель в (12):

$$(\alpha_q a)^2 - [(m-1)\pi]^2 =$$

$$= -2\pi\theta[x_m - q][u\theta + 2\pi\theta q + (m-1)\pi] , \qquad (16)$$

где $x_m = \dfrac{(m-1)\pi - u\theta}{2\pi\theta}$, $\theta = a/b$.

Перепишем (12) с учетом (16):

$$Q_{mq} = \sqrt{(2-\delta_{1m})\theta}(i\alpha_q a) \times$$

$$\times W_{mq} \frac{1}{(-2\pi\theta)(x_m - q)} , \qquad (17)$$

здесь $W_{mq} = \dfrac{e^{-i\alpha_q a/2} - (-1)^{m-1} e^{i\alpha_q a/2}}{u\theta + 2\pi\theta q + (m-1)\pi}$.

Выделим воспроизводящее ядро в (17):

$$Q_{mq} = \sqrt{(2-\delta_{1m})\theta}(i\alpha_q a) W_{mq} \times$$

$$\times \frac{1}{(-2\theta)} \frac{\cos\pi q}{\sin\pi x_m} \frac{\sin\pi(x_m - q)}{\pi(x_m - q)} . \qquad (18)$$

Воспользуемся (8), (10). В первый ряд из (11) подставим Q_{mq} в форме (18):

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} Q_{m'q} = \sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}(ia)\frac{1}{(-2\theta)\sin\pi x_{m'}} \times$$

$$\times \sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q}\alpha_q W_{m'q}(-1)^q \frac{\sin\pi(x_{m'} - q)}{\pi(x_{m'} - q)} . \qquad (19)$$

Вычислим ряд в правой части (19) с учетом (8), (10):

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} Q_{m'q} = \frac{-i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}}{4\theta} T_{0m'} \times$$

$$\times \frac{\sin[(m'-1)\pi - u\theta]/2\theta}{\cos[(m'-1)\pi - u\theta]/2\theta} \times$$

$$\times [e^{-\frac{i\pi}{2}(m'-1)} + (\cos\pi m') e^{\frac{i\pi}{2}(m'-1)}] . \qquad (20)$$

Для второго билатерального ряда из (11) аналогично можно получить его сумму:

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{lq} Q_{m'q} e^{i\Gamma_q z_l} = T_{lm'} \frac{-i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}}{4\theta} \times$$

$$\times \frac{\sin[(m'-1)\pi - u\theta]/2\theta}{\cos[(m'-1)\pi - u\theta]/2\theta} \times$$

$$\times [e^{-\frac{i\pi}{2}(m'-1)} + (\cos\pi m') e^{\frac{i\pi}{2}(m'-1)}] \times$$

$$\times e^{i\frac{z_l}{a}\sqrt{(ka)^2 - (m'-1)^2\pi^2}} . \qquad (21)$$

Теперь с учетом (20) и (21) уравнение (11) принимает вид:

$$A_{m'} + R_{m'} = \frac{-i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}}{4\theta} \frac{\sin[(m'-1)\pi - u\theta]/2\theta}{\cos[(m'-1)\pi - u\theta]/2\theta} \times$$

$$\times [e^{-\frac{i\pi}{2}(m'-1)} + (\cos\pi m') e^{\frac{i\pi}{2}(m'-1)}] \times$$

$$\times [T_{0m'} - \sum_{l=1}^{L} T_{lm'} e^{i\frac{z_l}{a}\sqrt{(ka)^2 - (m'-1)^2\pi^2}}] , \; m' = 1,2,\ldots \qquad (22)$$

Перейдем к преобразованию уравнения (14). Рассмотрим правую часть и определим Q^*_{mq} :

$$Q^*_{mq} = -i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}(\alpha_q a) \times$$

$$\times \frac{e^{i\alpha_q a/2} + (\cos\pi m) e^{-i\alpha_q a/2}}{(\alpha_q a)^2 - [(m-1)\pi]^2} . \qquad (23)$$

Воспользуемся разложением знаменателя в (22) на множители в следующей форме:

$$(\alpha_q a)^2 - [(m-1)\pi]^2 =$$

$$= \pi[(\alpha_q a + \pi)/\pi - m][\alpha_q a + (m-1)\pi] . \qquad (24)$$

Сформируем воспроизводящее ядро с учетом (24):

$$\frac{1}{\pi[(\alpha_q a + \pi)/\pi - m][\alpha_q a + (m-1)\pi]} =$$

$$= \frac{(\cos \pi m)[(\alpha_q a + \pi)/\pi + m]}{2m[\alpha_q a + (m-1)\pi]\sin \pi(\alpha_q a + \pi)} \times$$

$$\times \frac{2m \sin \pi[(\alpha_q a + \pi)/\pi - m]}{\pi[(\alpha_q a + \pi)/\pi + m][(\alpha_q a + \pi)/\pi - m]} . \quad (25)$$

Теперь для суммирования правой части (14) воспользуемся формулами (7), (9).

Подставим (25) в (23):

$$Q^*_{mq} = V^{(1)}_{mq} V^{(2)}_{mq} \times$$

$$\times \frac{2m \sin \pi[(\alpha_q a + \pi)/\pi - m]}{[(\alpha_q a + \pi)/\pi + m]\pi[(\alpha_q a + \pi)/\pi - m]} , \quad (26)$$

где приняты следующие обозначения:

$$V^{(1)}_{mq} = -i\sqrt{(2 - \delta_{1m})\theta}(a\alpha_q) \times$$
$$\times [e^{i\alpha_q a/2} + (\cos \pi m) e^{-i\alpha_q a/2}],$$

$$V^{(2)}_{mq} = \frac{(\cos \pi m)[(\alpha_q a + \pi)/\pi + m]}{2m[\alpha_q a + (m-1)\pi]\sin \pi(\alpha_q a + \pi)} .$$

Подставляя (26) в (14) и используя суммирование по (7), (9) получаем:

$$\Gamma_q T_{0q} + \sum_{l=1}^{L} \Gamma_q T_{lq} e^{i\Gamma_q z_l} =$$

$$= (A_q - R_q)[\gamma_m V^{(1)}_{mq} V^{(2)}_{mq}]\Big|_{m=(\alpha_q a + \pi)/\pi} , \quad (27)$$

$q = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

Определив подстановки в правой части (27), перепишем систему (14) в виде:

$$T_{0q} + \sum_{l=1}^{L} T_{lq} e^{i\Gamma_q z_l} = (A_q - R_q) i\sqrt{(2 - \delta_{1q})\theta} \times$$
$$\times [e^{i\alpha_q a/2} - (\cos \alpha_q a) e^{-i\alpha_q a/2}] \times$$
$$\times \frac{\cos(\alpha_q a)}{2 \sin \pi(\alpha_q a + \pi)} , \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots . \quad (28)$$

Для коэффициентов T_{lq} известно [1]:

$$T_{lq} = -\sum_{n=1}^{\infty} C_{lq} \tilde{Q}^*_{lnq} , \quad (29)$$

где $\tilde{Q}_{lnq} = \int_{-s_l/2}^{s_l/2} \tilde{\Phi}_{ln}(x) \Psi_q(x) dx =$

$$= n\pi \frac{(-1)^n e^{i\alpha_q s_l/2} - e^{-i\alpha_q s_l/2}}{(\alpha_q s_l)^2 - (n\pi)^2} . \quad (30)$$

Из правой части (30) сформируем воспроизводящее ядро типа (7):

$$\frac{n}{(\alpha_q s_l)^2 - (n\pi)^2} = \frac{\cos \pi n}{2\pi \sin(\alpha_q s_l)} \mathrm{Ker}_1 ,$$

здесь $\mathrm{Ker}_1 = \dfrac{2n \sin(\alpha_q s_l/\pi - n)}{(\alpha_q s_l/\pi + n)(\alpha_q s_l/\pi - n)}$. (31)

Учитывая (31), из (30) теперь имеем

$$\tilde{Q}_{lnq} = \frac{[(-1)^n e^{i\alpha_q s_l/2} - e^{-i\alpha_q s_l/2}]\cos \pi n}{2 \sin(\alpha_q s_l)} \mathrm{Ker}_1 . \quad (32)$$

Из (32) найдем $\tilde{Q}^*_{lnq}$:

$$\tilde{Q}^*_{lnq} = \frac{[(\cos \pi n) e^{-i\alpha_q s_l/2} - e^{i\alpha_q s_l/2}]\cos \pi n}{2 \sin(\alpha_q s_l)} \mathrm{Ker}_1 . \quad (33)$$

Подставим (33) в (29):

$$T_{lq} = -\sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \frac{[(\cos \pi n) e^{-i\alpha_q s_l/2} - e^{i\alpha_q s_l/2}]}{2 \sin(\alpha_q s_l)} \times$$
$$\times \frac{2n(\cos \pi n)}{(\alpha_q s_l/\pi + n)} \frac{\sin(\alpha_q s_l/\pi - n)}{(\alpha_q s_l/\pi - n)} . \quad (34)$$

Из (34) следует:

$$T_{lq} = C_{lq} V^{(3)}_{lq} , \quad (35)$$

где введено обозначение

$$V^{(3)}_{lq} = \frac{e^{-i\alpha_q s_l/2} - \cos(\alpha_q s_l) e^{i\alpha_q s_l/2}}{2 \sin(\alpha_q s_l)} .$$

Подставим (35) в (22) и (28):

$$A_{m'} + R_{m'} =$$

$$= \frac{-i\sqrt{(2 - \delta_{1m'})\theta}}{4\theta} \frac{\sin[((m'-1)\pi - u\theta)/2\theta]}{\cos[((m'-1)\pi - u\theta)/2\theta]} \times$$

$$\times [e^{-\frac{i\pi}{2}(m'-1)} + (\cos \pi m') e^{\frac{i\pi}{2}(m'-1)}] \times$$

$$\times [T_{0m'} - \sum_{l=1}^{L} C_{lm'} V^{(3)}_{lm'} e^{i\frac{z_l}{a}\sqrt{(ka)^2 - (m'-1)^2 \pi^2}}] , \quad (36)$$

$m' = 1, 2, \ldots$,

$$T_{0q} + \sum_{l=1}^{L} C_{lq} V^{(3)}_{lq} e^{i\Gamma_q z_l} = (A_q - R_q) i\sqrt{(2 - \delta_{1q})\theta} \times$$
$$\times [e^{i\alpha_q a/2} - (\cos \alpha_q a) e^{-i\alpha_q a/2}] \times$$
$$\times \frac{\cos(\alpha_q a)}{2 \sin \pi(\alpha_q a + \pi)} , \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots . \quad (37)$$

Тангенциальная компонента общего электрического поля должна обращаться в ноль на лентах, как указано в [1]. Следовательно, приравнивая (13) нулю на l-й ленте, принимая во внимание (29) и используя

$$\tilde{\Phi}_{ln}(x) = \sqrt{\frac{2}{s_l}} \sin \frac{n\pi(x + s_l/2)}{s_l} \quad (38)$$

как весовые функции для полученного функционального уравнения, т.е. применяя метод Галеркина, получаем следующие алгебраические уравнения:

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} T_{0q} \Gamma_q \tilde{Q}_{l'n'q} e^{i\Gamma_q z_l} -$$

$$- \sum_{l=1}^{L} \sum_{n=1}^{\infty} C_{ln} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Gamma_q \tilde{Q}_{l'n'q} \tilde{Q}^*_{lnq} e^{i\Gamma_q |z_{l'} - z_l|} = 0 , \quad (39)$$

$l=1,2,...,L$, $n'=1,2,...$. Из правой части (30) сформируем воспроизводящее ядро по q:

$$\frac{1}{(\alpha_q s_l)^2-(n\pi)^2}=$$
$$=\frac{-(\cos\pi q)\mathrm{Ker}_2}{[\pi n+\frac{s_l(u+2\pi q)}{b}]\frac{2s_l}{b}\sin\frac{\pi n-s_l u/b}{2s_l/b}}, \quad (40)$$

где $\mathrm{Ker}_2=\dfrac{\sin\pi[\frac{\pi n-s_l u/b}{2\pi s_l/b}-q]}{\pi[\frac{\pi n-s_l u/b}{2\pi s_l/b}-q]}$.

С учетом (40) представление (30) принимает вид:

$$\widetilde{Q}_{lnq}=\frac{-n\pi[(\cos\pi n)e^{i\alpha_q s_l/2}-e^{-i\alpha_q s_l/2}]\cos\pi q}{[\pi n+\frac{s_l(u+2\pi q)}{b}]\frac{2s_l}{b}\sin\frac{\pi n-s_l u/b}{2s_l/b}}\mathrm{Ker}_2. \quad (41)$$

После суммирования билатеральных рядов (39) принимает вид:

$$T_{0n'l'}e^{iz_{l'}\sqrt{k^2-(u/b+(\pi^2n'b-\pi s_{l'}u)/s_{l'}b)^2}}+$$
$$+\sum_{l=1}^{L}T_{ln'l'}e^{i|z_{l'}-z_l|\sqrt{k^2-(u/b+(\pi^2n'b-\pi s_{l'}u)/s_{l'}b)^2}}=0. \quad (42)$$

Для нахождения коэффициентов имеем уравнения (28), (36), (35) и (42), из которых в области пересечения индексов q и m получаем

$$A_{m'}=(C_{0m'}V^{(3)}_{0m'}+\sum_{l=1}^{L}C_{lm'}V^{(3)}_{lm'}e^{i\Gamma_{m'}z_l})\mathrm{tg}\pi(\alpha_{m'}a+\pi)/$$
$$/i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}[e^{i\alpha_{m'}a/2}-(\cos\alpha_{m'}a)e^{-i\alpha_{m'}a/2}]+$$
$$-\frac{i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}}{8\theta}\frac{\sin[((m'-1)\pi-u\theta)/2\theta]}{\cos[((m'-1)\pi-u\theta)/2\theta]}\times$$
$$\times[e^{-\frac{i\pi}{2}(m'-1)}+(\cos\pi m')e^{\frac{i\pi}{2}(m'-1)}]\times$$
$$\times[C_{0m'}V^{(3)}_{0m'}-\sum_{l=1}^{L}C_{lm'}V^{(3)}_{lm'}e^{i\frac{z_l}{a}\sqrt{(ka)^2-(m'-1)^2\pi^2}}],$$

$$R_{m'}=-(C_{0m'}V^{(3)}_{0m'}+\sum_{l=1}^{L}C_{lm'}V^{(3)}_{lm'}e^{i\Gamma_{m'}z_l})\mathrm{tg}\pi(\alpha_{m'}a+\pi)/$$
$$/i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}[e^{i\alpha_{m'}a/2}-(\cos\alpha_{m'}a)e^{-i\alpha_{m'}a/2}]+$$
$$+\frac{i\sqrt{(2-\delta_{1m'})\theta}}{8\theta}\frac{\sin[((m'-1)\pi-u\theta)/2\theta]}{\cos[((m'-1)\pi-u\theta)/2\theta]}\times$$
$$\times[e^{-\frac{i\pi}{2}(m'-1)}+(\cos\pi m')e^{\frac{i\pi}{2}(m'-1)}]\times$$
$$\times[C_{0m'}V^{(3)}_{0m'}-\sum_{l=1}^{L}C_{lm'}V^{(3)}_{lm'}e^{i\frac{z_l}{a}\sqrt{(ka)^2-(m'-1)^2\pi^2}}].$$

Коэффициенты T_q определяются из (35), где C_{lq} являются решениями уравнения (42).

5. Результаты и выводы

Таким образом, получено точное аналитическое решение задачи о возбуждении фазированной антенной решетки сложной структуры. Задача решена методом частичных областей с применением гармоник Флоке, как в [1], но в сочетании с методом суммирования рядов по выборочным значениям в гильбертовом пространстве с воспроизводящим ядром. Последний использовался для вывода амплитудных коэффициентов поля. Для них получены представления в аналитической форме, не содержащие рядов, в то время как в [1] амплитуды определяются из бесконечных систем линейных алгебраических уравнений, включающих кратные ряды, в том числе, билатеральные. Результаты могут быть использованы на практике при моделировании указанной структуры. Поскольку ряды вида (7), (8) возникают при решении задач теории антенн, предложенный метод может быть обобщен и применен при расчете ФАР определенного типа. Исследования в указанном направлении являются достаточно перспективными [1, 8].

Литература: 1. *Sergey P. Skobelev*. Shaping of Flat-Topped Element Patterns in an Array of Slow-Wave Strip Structures Excited by Parallel-Plate Waveguides // IEEE Transactions on antennas and propagation. Vol. 49, N12, December 2001. P.1763-1768. 2. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1988. 580 с. 3. *Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г.* Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1973. 288с. 4. *Шестопалов В.П.* Дифракционная электроника. Харьков: Выща шк., 1976. 232 с. 5. *Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Масалов С.А.* Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции. К.: Наук. думка, 1984. 296с. 6. *Миттра Р., Ли С.* Аналитические методы теории волноводов: Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 328с. 7. *Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток: Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 455с. 8. *Veliev E.I., Oksasoglu A.* Bessel functions series in two dimensional diffraction problems / J. of Electromagnetic and Applications. 1996. Vol. 10. N4. P. 493-507. 9. *Нобл Б.* Метод Винера-Хопфа: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 280с. 10. *Функции* с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике: Пер. М.К. Размахнина и В.П. Яковлева. М.: Сов. радио, 1971. 256с.

Поступила в редколлегию 20.01.2003

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Чурюмов Г.И.

Чумаченко Светлана Викторовна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326.