

УДК 533.912

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МЕХАНИЗМА СТОХАСТИЗАЦИИ ИОНИЗАЦИОННЫХ ВОЛН

Ю. П. МАЧЕХИН

В работе исследуются процессы развития ионизационных волн в низкотемпературной плазме в капиллярах активных элементов газоразрядных лазеров. Основное внимание уделено построению модели развития хаотического режима. Показано, что стохастизация ионизационных волн осуществляется в соответствии с механизмом, описываемым нелинейным параболическим уравнением.

In this paper the processes of development of ionization waves in low-temperature plasma in capillaries of fissile devices of gas-discharge lasers are explored. The basic attention is given to build-up of model of development of a random mode. It is shown, that stochastization of ionization waves is carried out according to the mechanism described by a nonlinear parabolic equation.

ВВЕДЕНИЕ

Использование газовых лазеров как источников когерентного стабилизированного по частоте оптического излучения требует отсутствия внутренних источников шумов, влияющих на стабильность и спектр выходного излучения.

Одно из направлений устранения источников шумов в газоразрядных лазерах связано с исследованием условий возникновения флуктуаций в газоразрядной плазме активных элементов (АЭ), обусловленных ионизационными волнами (ИВ) или бегущими стратами в капиллярных промежутках активных элементов.

Наиболее полные исследования ИВ [1, 2] касались, в основном, таких вопросов, как условия возникновения ИВ, динамика формирования ИВ с большой амплитудой и механизмы нелинейной стабилизации их роста. Практически незатронутыми оставались вопросы, связанные со спектральным составом ИВ и динамикой трансформации спектра ИВ в нелинейном режиме. Это, по видимому, связано с чувствительностью параметров страт к геометрическим размерам разрядного промежутка, составу газовой смеси и т. д.

Обычно при изучении ИВ исследовались разрядные трубки диаметром более 1 см. В таких трубках наблюдался только одномодовый режим, когда в разряде существовала только одна ИВ. Такой режим хорошо экспериментально и теоретически изучен [3], однако воспользоваться результатами этих исследований при изучении плазмы АЭ газовых лазеров очень сложно, поскольку в узких трубках (капиллярах диаметром 1,5 мм и меньше) процессы формирования ИВ обладают целым рядом специфических особенностей. Так, в капиллярах существует, как правило, многомодовый режим ИВ [4], который может иметь сложную хаотическую динамику развития. В [5] было экспериментально показано, что хаотизация ИВ происходит в

два этапа: первый – зашумление каждой моды в отдельности стохастической автомодуляцией [6]; второй – взаимодействие зашумленных мод между собой.

Целью настоящей работы была попытка теоретического описания динамики развития спектра ИВ в капиллярах АЭ He-Ne лазеров для определения причин стохастизации многомодовой структуры ИВ и появления ионизационного шума. Этот шум эффективно модулирует оптическое излучение лазера, по этой причине особое внимание было уделено нелинейной стадии развития ИВ.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Основанием для построения теоретической модели развития ИВ в капиллярах стали результаты экспериментальных исследований ИВ [5].

Изучение ИВ проводилось на установке, схема которой приведена в [5]. В [5] также было показано, что существует три области параметров разряда в капиллярах, которым соответствуют различные виды спектра страт: одномодовый, многомодовый и стохастический. Интерес представляет не только существование различных форм спектра, но и динамика перехода от одного типа к другому, чему в значительной степени посвящена настоящая работа. На приведенных фотографиях (рис. 1) представлены спектры ИВ при различных токах разряда, которые были зафиксированы по боковому оптическому излучению из капилляра. Количество наблюдаемых мод определяется установленным коэффициентом усиления и резонансными свойствами разрядного промежутка, которые определяют дискретный характер спектра и расстояние между модами. Наиболее удобной, с точки зрения представления результатов наблюдения в проведенных экспериментах, является зависимость формы спектра от величины разрядного тока. ИВ возбуждались в разрядной трубке диаметром 1,2 мм, длиной 150 мм при

давлении гелия 7 Тор. Из снимков, которые были получены при различных значениях тока, видны следующие особенности: развитие модового состава ионизационных волн – развитие автомодуляции мод, переход ее в стохастическую автомодуляцию и, как следствие этого, зашумление каждой моды в отдельности. Первоначально при токе разряда 18,0 мА возникает одна ИВ (рис. 1, а). Дальнейшее увеличение тока (18,6 мА) приводит к развитию модовой структуры (рис. 1, б). При токе $I = 22$ мА (рис. 1, в) наблюдаемая картина характерна тем, что контуры мод уширились, что является результатом перехода к режиму стохастической автомодуляции. В условиях, когда величина межмодового интервала превышает частоту автомодуляции, что собственно и наблюдалось во всех экспериментах, только стохастическая автомодуляция не может привести к широкому сплошному спектру во всей области существования страт. Дальнейшее развитие спектра связано с тем, что становится существенным взаимодействие мод между собой. При токе $I \approx 30$ мА возможное взаимное влияние мод проявляется настолько сильно, что контуры мод перекрываются практически полностью (рис. 1, г). Это приводит к тому, что уже при токе 36 мА формируется спектр без явно выраженных спектральных компонентов (рис. 1, д).

Тот факт, что мы наблюдаем хаотическое поведение, обусловленное свойствами динамической системы, подтверждалось тем, что при воздействии на разряд внешним периодическим сигналом можно было синхронизировать спектр. Как было показано в [7], существует связь между степенью стохастичности, которая численно определяется через энтропию Колмогорова (К-энтропия), и величиной амплитуды внешнего синхронизирующего сигнала. Действительно, в экспериментах наблюдалась зависимость между величиной разрядного тока и амплитудой внешнего сигнала, при которой наступала смена хаотического спектра одночастотным. Причем, с увеличением разрядного тока приходилось увеличивать амплитуду внешнего сигнала.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Теоретическое исследование динамики развития спектра ИВ базировалось на одномерной модели уравнений массо- и энергопереноса в газоразрядной плазме капилляра АЭ газового лазера, описывающих изменение концентрации n электронов и их температуры T :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - \mu_i \left[T \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \frac{3}{2} \frac{\partial n}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot n \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = \\ = n \cdot z \cdot (n, T) - \mu_i \cdot \left(\frac{2,24}{R} \right) \cdot T; \\ \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{2}{3} \mu_e \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial x} \left(n \cdot T \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot T \right) = \\ = \frac{2}{3} \frac{1}{n} \frac{j}{e} \cdot \left(\frac{j}{e n} + \frac{T}{n} \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{3}{2} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{T}{\tau_T} \end{aligned} \right\} (1)$$

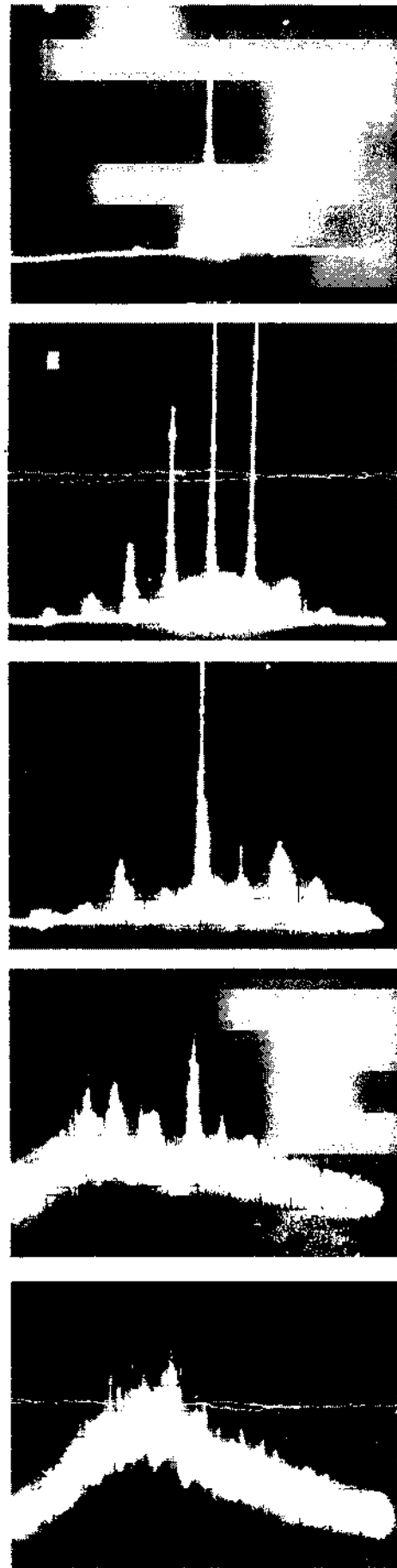


Рис. 1. Динамика развития стохастизации ионизационных волн

В системе координат рассматриваемой модели ось X направлена по оси капилляра. В поперечном направлении вдоль радиуса капилляра характерными изменениями пренебрегаем. По этой причине осуществление усреднение в поперечном сечении, при котором учитывалось, что распределение концентрации n по радиусу описывается функцией Бесселя нулевого порядка.

Исходную систему уравнений для возмущений плотности электронов n_1 и их температуры T_1 в предположении, что $n = n_0 + n_1$ и $T = T_0 + T_1$.

Для возмущений n_1 и T_1 (при условии, что $n_1 \ll n_0, T_1 \ll T_0$) уравнения в линейном приближении запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} - \mu_i \cdot T_0 \cdot \frac{\partial^2 n_1}{\partial x^2} - \mu_i \cdot n_0 \cdot \frac{1}{2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + n_0 \cdot z_n \cdot n_1 + \frac{n_0}{i_0} \left(T_0 z_T - \frac{T_0 \mu_i}{\left(\frac{R}{2,24} \right)^2} \right) \cdot T_1;$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \mu_e \cdot T_0 \cdot \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \mu_e \cdot E_0 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\mu_e E_0 T_0}{n_0} \cdot \frac{\partial n_1}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu_e \cdot E_0^2 \cdot \frac{2 n_1}{n_0} - \frac{2}{3} \frac{T_1}{\tau_T}.$$

Здесь μ_e, μ_i – электронная и ионная подвижность соответственно; z – частота ионизации; R – радиус капилляра; i – ток разряда; $1/\tau_T$ – частота потерь энергии электронов.

$$j_0^2 = e^2 \mu_e n_0^2 \frac{T_0}{\tau_T};$$

$$z(n_0 T_0) = \frac{\mu_i \cdot T_0}{\left(\frac{R}{2,24} \right)^2},$$

поскольку $j_0 = e \cdot \mu_e n_0 E_0$, то $\tau_T = \frac{T_0}{\mu_e E_0^2}$.

Для возмущений, которые можно представить как $n_1 \sim T_1 \sim e^{ikx - i\omega t}$, дисперсионное уравнение примет следующий хорошо известный вид:

$$i\omega + a = b \cdot \frac{2 + i\chi}{\chi^2 + i \cdot \frac{3}{2}} \cdot \chi,$$

где $a = n_0 z_n - \mu_i \cdot \frac{E_0^2}{T_0} \cdot \chi^2$; $b = T_0 \cdot z_T - \mu_i \cdot T_0 \cdot \left(\frac{2,24}{R} \right)^2$;

$$\chi = \frac{k T_0}{E_0}.$$

Режим возбуждения ИВ в рассмотренном линейном приближении хорошо изучен [1]. Доказано, что инкре-

мент ионизационной неустойчивости положителен на конечном интервале частот, абсолютное значение которого зависит от давления и состава газовой смеси в разрядной трубке.

Отличным от описанного в [1] линейного режима возбуждения ИВ является наблюдаемый в капиллярах [4,5] многомодовый режим существования ИВ. В экспериментах с капиллярами различных геометрических размеров было получено, что с увеличением диаметра капилляра межмодовые интервалы уменьшаются. В разрядных трубках диаметром от 1 см и выше модовая структура уже не наблюдается. Из этих экспериментов следует, что межмодовый интервал для He-Ne смеси можно оценить на следующей эмпирической зависимости:

$$\Delta\omega \sim \frac{K[\text{мм, мГц}]}{d[\text{мм}]},$$

где d – диаметр капилляра; K – эмпирический коэффициент, характерный для каждой газовой смеси.

Резонансные граничные условия, которые определяют дискретный спектр ИВ, зависят от распределенной обратной связи, осуществляющейся по внутренней поверхности капилляра.

Нелинейный режим развития ИВ исследован на основе анализа поведения амплитуд возмущений. В условиях, подтвержденных экспериментальными результатами, амплитуды возмущений изменяются значительно медленнее во времени и пространстве по сравнению с периодом и длиной волны ИВ. В этом случае возможно использование метода укороченных уравнений [8,9] для анализа нелинейной динамики ИВ.

Представим возмущения плотности электронов и их температуру через амплитуду A и коэффициенты пропорциональности a_1 и a_2 , тогда $n_1 = a_1 \cdot A$; $T_1 = a_2 \cdot A$. Коэффициенты a_1 и a_2 определяются из дисперсионного уравнения

$$a_1 = 1; \quad a_2 = -\frac{i\omega + a}{b} \frac{T_0}{n_0}.$$

В общем случае систему уравнений (1) можно записать в векторном или матричном виде. В матричном виде система (1) будет иметь вид

$$D_{ij}(\omega, k) \cdot n_j = f_i(\omega, k),$$

где $f_i(\omega, k)$ – нелинейные члены уравнений $n_1 = a_1 A, n_2 = a_2 A$.

Следуя [8], введем замену $\omega = \omega_0 - i \frac{\partial}{\partial t}$; $k = k_0 + i \frac{\partial}{\partial x}$,

где ω_0 и k_0 – частота и волновой вектор, которые соответствуют выполнению дисперсионного уравнения

$$D_{ij}(\omega_0, k_0) \cdot a_j(\omega_0, k_0) \cdot A = 0.$$

Уравнение для медленно меняющейся амплитуды A получаем из матричного уравнения, подставив туда замену частоты и волнового вектора:

$$\left[D_{ij} \cdot (\omega_0 k_0) - i \cdot \frac{\partial D}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial}{\partial t} + i \cdot \frac{\partial D}{\partial k} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right] \times \\ \times \left[a_j \cdot (\omega_0 k_0) - i \cdot \frac{\partial a_j}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial}{\partial t} + i \cdot \frac{\partial a_j}{\partial k} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right] A(t, x) = \\ = f_i(\omega_0 k_0, t, r).$$

Оставляя только члены, связанные с изменением амплитуды возмущения, получим уравнение для пространственно-временного изменения амплитуды, которое обусловлено наличием нелинейных составляющих, пропорциональных кубической степени амплитуды.

$$-i \frac{\partial A}{\partial t} \left(D_{ij} \frac{\partial a_j}{\partial \omega} + a_j \frac{\partial D_{ij}}{\partial \omega} \right) + i \frac{\partial A}{\partial x} \left(D_{ij} \frac{\partial a_j}{\partial k} + a_j \frac{\partial D_{ij}}{\partial k} \right) - \\ - \frac{\partial D_{ij}}{\partial k} \frac{\partial a_j}{\partial k} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = f_i.$$

Эти уравнения разной размерности, поэтому умножаем систему на собственный вектор эрмитово-сопряженной матрицы дисперсионного уравнения:

$$\zeta_i, \text{ где } \zeta_1 = 1, \zeta_2 = \frac{n_0 b}{T} \frac{1}{\gamma} \left(\frac{E_0}{k T_0} \right)^2.$$

Если уравнение разделить на коэффициент при временной производной амплитуды, то его можно переписать в более простом виде:

$$\frac{\partial A}{\partial t} - v \frac{\partial A}{\partial x} + x = -i \left[f_1 - \frac{n_0 b}{T_0 \gamma} \left(\frac{1}{\chi^2} \right) f_2 \right]. \quad (2)$$

Здесь v групповая скорость:

$$v = \frac{\partial D / \partial k}{\partial D / \partial \omega} = - \frac{b}{\gamma} \frac{E_0}{k^2 T_0}.$$

Учитывая, что в нелинейной части уравнения остаются члены, связанные только с самовоздействием, то остаются только кубические по амплитуде члены. Не уменьшая общности и не расписывая подробно правую часть уравнения (2), ее можно переписать в следующем виде:

$$-i \left[f_1 + \frac{n_0 b}{\gamma T_0} \left(\frac{E_0}{k T_0} \right)^2 f_2 \right] = (\sigma' + i\sigma'') |A|^2 A.$$

Учет параболического члена $-i\beta \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$ преобразует уравнение (2) в хорошо известное нелинейное параболическое уравнение:

$$\frac{\partial A}{\partial t} - v \frac{\partial A}{\partial x} + i\beta \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = (\gamma - \sigma |A|^2) A,$$

которое описывает целый ряд явлений в физических системах. В частности, в [11] детально изучено развитие стохастической автомодуляции волн в неравновесной среде, которое описывается этим уравнением. Первоначально развивается модуляционная неустойчивость, которая приводит к возбуждению спутников. Затем дальнейшее увеличение неравновесности приводит к тому, что происходит последовательное удвоение периода автомодуляции, которое завершается формированием сплошного стохастического спектра. Аналогичная нелинейная динамика развития модуляционной неустойчивости наблюдается и в нашем случае. В работах [10–11] были подробно изучены хаотические решения, вызванные диффузионным хаосом. Это является подтверждением экспериментально установленного факта, что стохастизация ионизационных волн начинается с хаотизации одной моды.

Анализ дальнейшей динамики связан с взаимодействием мод друг с другом. Кубическая нелинейность описывает наиболее эффективное взаимодействие соседних мод, поскольку расстояние между модами эквидистантно. Поскольку по мере увеличения тока j_0 и, соответственно, n_0 происходит не только возбуждение новых мод, но и рост электронной температуры T_0 , то это, в свою очередь, оказывает влияние на величину нелинейных коэффициентов, отвечающих за взаимодействие мод между собой. Простейшим условием, учитывающим это взаимодействие, является ситуация, когда остаются в уравнении только члены, описывающие взаимодействие между соседними модами, поскольку частотная расстройка между ними минимальная. В этом случае вместо уравнения (2) необходимо записать систему уравнений, связанных между собой за счет нелинейного взаимодействия. Учет межмодового взаимодействия связан с учетом слагаемых, пропорциональных

$$\sum \sigma_{j+m, j} A_j A_{j-1} A_{j+1},$$

где j – номер моды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

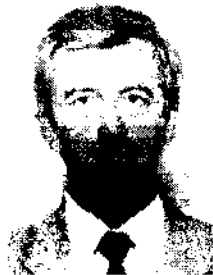
Процесс развития ионизационных волн представляет собой удачный пример развития хаоса в системах с диффузией. Нелинейное развитие ионизационных волн и их стохастизация происходят по сценарию, описываемому нелинейным параболическим уравнением, а также системой уравнений, позволяющих учитывать взаимодействие мод между собой. Весь процесс развития хаоса изучен на основе экспериментально полученных спектров ионизационных волн.

Литература: 1. Ланда П.С., Мискинова Н.А., Пономарев Ю.В. Ионизационные волны в низкотемпературной плазме // УФН. – 1980. – Т. 132. – Вып. 4. – С. 601–642. 2. Кернер Б.С., Оситов В.В. Нелинейная теория страт в низкотемпературной

плазме// Радиотехника и электроника. — 1983. — Т. 28. № 1. — С. 132–142. 3. Мелехин Г.В., Москвичева И.Ю., Степанов В.А., Чиркин М.В. // Радиотехника и электроника. — 1985. — Т. 30. №9. — С. 1776–1779. 4. Aremiya H. Characteristics of striations of He and Ne plasmas in small-diameter discharge tubes// J.Phys.D: Appl. Phys. 1984. V. 17. № 12. P. 2387–2398. 5. Мачехин Ю.П., Николаев А.В. Исследование спектра ионизационных волн в газоразрядной плазме// ЖТФ. — 1985. — Т. 55. — Вып. 10. — С. 2072–2075. 6. Ohe K., Hashimoto V. Modulation instability of ionization waves// J.Appl.Phys. 1985. V. 57. № 3. P. 822–826. 7. Кузнецов Ю.И., Ланда П.С., Ольховой С.М., Перминов А.Ф. Связь между амплитудным порогом синхронизации и энтропией в стохастических автоколебательных системах// ДАН СССР. — 1985. — Т. 281. — № 2. — С. 291–294. 8. Цытович В.Н. Нелинейные эффекты в плазме. — М.: Наука, 1967. — 266 с. 9. Бломбергс Н. Нелинейная оптика. / Под ред. С.А. Ахманова и Р.В. Хохлова. — М.: Мир, 1966.

— 424 с. 10. Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А. Нестационарные структуры и диффузный хаос. — М.: Наука. Физматлит, 1992. — 544 с. 11. Рабинович М.И., Фабрикант Ф.Л. Стохастическая автомодуляция волн в неравновесных средах// ЖТФ. — 1979. — Т. 77. — № 2. — С. 617–629.

Поступила в редколлегию 08.04.2004



Мачехин Юрий Павлович, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник, заместитель директора института, Национальный Научный-Центр «Институт метрологии». Область научных интересов: разработка лазеров для метрологии и исследование физических явлений в них.