Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет комп'ютерної інженерії та управління
(повна назва)

Кафедра електронних обчислювальних машин
(повна назва)

АТЕСТАЦІЙНА РОБОТА

Пояснювальна записка

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Модель полігональної апроксимації об'єкту для віддаленої комп'ютерної системи технічного зору
(тема)

Виконав:
студент II курсу, групи СПзм-18-2
Захаров З.С.
(прізвище, ініціали)

Спеціальність
123 – Комп'ютерна інженерія
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-наукова
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма
Системне програмування
(повна назва освітньої програми)

Керівник: ст. викладач Носик А.М.
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри ЕОМ ______________ Коваленко А.А.
(підпис) (прізвище, ініціали)

2020 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет комп'ютерної інженерії та управління

Кафедра електронних обчислювальних машин

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 123 – Комп'ютерна інженерія
(код і повна назва)

Тип програми освітньо-наукова
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Системне програмування
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:
Зав. кафедри ____________
(підпис)
"____"______________ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

НА АТЕСТАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Захарову Захару Сергійовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Модель полігональної апроксимації об'єкту для віддаленої комп'ютерної системи технічного зору

затверджена наказом по університету від " 30 " березня 2020 р. № 43 Стз

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 18 травня 2020 р.

3. Вхідні дані до роботи
Модель апроксимації зображення.
Вимоги до моделі та алгоритму.
Вимоги до оцінювання ефективності.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі
Аналіз предметної області
Побудова і реалізація моделі полігональної апроксимації
Обчислювальний експеримент
Висновки

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп’ютерних ілюстрацій (слайдів) Демонстраційні матеріали. Плакати – 12 арк. ф. А4

6. Консультанти розділів роботи (заповнюється за наявності консультантів згідно з наказом, зазначеним у п.1)

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім’я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Аналіз сучасного стану проблеми	31.03.20 – 12.04.20	
2	Постановка задачі дослідження	13.04.20 – 15.04.20	
3	Аналіз літератури	16.04.20 – 20.04.20	
4	Розробка моделі й алгоритмів	21.04.20 – 24.04.20	
5	Реалізація програмної частини	25.04.20 – 28.04.20	
6	Тестування програми та аналіз результатів	29.04.20 – 03.05.20	
7	Оформлення пояснювальної записки	04.05.20 – 11.05.20	
8	Подання атестаційної роботи керівникові	12.05.20 – 14.05.20	
9	Рецензування атестаційної роботи	15.05.20 – 17.05.20	
10	Подання атестаційної роботи до ЕК	18.05.20	

Дата видачі завдання 30 березня 2020 р.

Студент ____________________
(підпис)

Керівник роботи ____________________ ст. викладач Носик А.М.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка атестаційної роботи: 78 с., 16 рис., 0 табл., 1 додаток, 16 джерел.

АПРОКСИМАЦІЯ, ГРАНИЦЯ ОБ'ЄКТА, ЛІНІЙНА МОДЕЛЬ АПРОКСИМАЦІЇ, ПОЛІГОНАЛЬНА АПРОКСИМАЦІЯ, ЕЛЕКТРОННА КАРТА ГІС, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ЕФЕКТИВНІСТЬ

Метою атестаційної роботи є створення моделі й інформаційної системи полігональної апроксимації границь об'єктів (водойм) на електронних картах ГІС.

У ході виконання атестаційної роботи було проаналізовано існуючі моделі й алгоритми апроксимації, розроблено та реалізовано систему для сегментації, трасування й полігональної апроксимації границь об'єктів на мові C#, вивчено і використано в системі алгоритми оцінювання похибки апроксимації.

Проведений порівняльний аналіз роботи запроподованого алгоритму полігональної апроксимації з аналогами показав суттєві переваги запроподованого алгоритму, які були обумовлені більш швидкою роботою за рахунок гнучкого вибору й настроювання параметрів критерію оцінювання похибки апроксимації.

ABSTRACT

Master’s thesis: 78 pages, 16 figures, 0 tables, 1 appendices, 16 sources.

APPROXIMATION, OBJECT BORDER, LINEAR MODEL OF APPOXIMATION, POLYGONAL APROXIMATION, GIS ELECTRONIC MAP, COMPUTATIONAL EFFICIENCY

The purpose of attestation work is to create a model and information system of polygonal approximation of boundaries of objects (reservoirs) on electronic GIS maps.

In the course of performance of attestation work, existing models and algorithms of approximation were analyzed, the system for segmentation, tracing and polygonal approximation of objects boundaries in the C # language was developed and implemented, and studied and used in the system of estimation algorithms for the approximation error.

The comparative analysis of the proposed algorithm of polygonal approximation with analogues has shown the significant advantages of the proposed algorithm, which were due to faster work due to flexible selection and adjustment of the parameters of the estimation criterion for the approximation error.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

АЦП – аналогово-цифровий перетворювач

ГНМ – глибокі нейронні мережі

КА – контурна апроксимація

СКО – середньоквадратичне відхилення

ВСТУП

При зниженні вартості і зростанні продуктивності сучасної електронної обчислювальної техніки системи технічного зору стають доступними для вирішення все більш широкого класу задач, причому пов’язаних уже не тільки з сегментацією зображень земної поверхні або біологічних об’єктів, а й з аналізом їх геометричних особливостей. При наявності відповідних моделей і методів обробки зображень застосування подібних систем дозволяє звільнити кваліфікованих фахівців від виконання рутинних завдань, забезпечити необхідний рівень оперативності і повноти аналізу [1-4].

При цьому на відміну від розпізнавання об’єктів по стандартам, при аналізі цифрових зображень виникає широкий спектр завдань ідентифікації геометричних параметрів і перетворення об’єктів нерегулярного вигляду – неопуклих і неодносвязних областей [5-7]. З огляду на, що подібні об’єкти можуть бути однозначно описані своїми границями, такі завдання можна охарактеризувати як завдання контурної апроксимації об’єктів нерегулярного вигляду [8, 9].

Завдання цього типу виникають при аналізі наслідків надзвичайних ситуацій (пожеж, повеней та ін.) і проведенні аварійно-рятувальних робіт, при моніторингу земної поверхні з використанням даних дистанційного зондування [10, 11] і наземних датчиків з метою аналізу екологічної обстановки та прогнозування стану водойм [12-14], в охоронних системах – при формуванні границь об’єктів з метою масштабування, побудови зон відповідальності і зон видимості; в біології та медицині – при комп’ютерному аналізі гістологічних препаратів, райдужки ока і інших об’єктів.

З математичної точки зору ці завдання зводяться до пошуку ламаної або еліпса, яка із заданою точністю (по Чебишеву, в середньому і ін.) апроксимує границю об’єкта і забезпечує мінімізацію деякого критерію при заданих обмеженнях. Вибір ламаних визначається використанням векторного уявлення ліній в геоінформаційних системах (ГІС), а еліпсів – використанням типових моделей для опису ряду біологічних об'єктів і зон поширення аерозолів і інших забруднень на місцевості.

В даний час моделі полігональної апроксимації досить добре вивчені [5-7]. Разом з тим, наявність моделей і методів вирішення лише окремих завдань контурної апроксимації стримує розвиток систем обробки і відображення даних, які передбачають, що рішення має бути отримано для області нерегулярного вигляду, причому для різних комбінацій критеріїв точності та обмежень і в близькому до реального масштабі часу, тобто за проміжок часу, який при роботі в діалоговому режимі вважається допустимим [15, 16].

Тому розробка універсальної моделі полігональної апроксимації на множені ламаних і еліпсів, що забезпечують апроксимацію границь неопуклих множин в неодносвязних областях із заданою точністю, яка визначається критеріями і обмеженнями, які адаптуються на особливості конкретних додатків, і з високою обчислювальної ефективністю представляє актуальну задачу. При цьому актуальним є розробка відповідного комплексу програм контурної апроксимації з метою постановки експерименту, підтвердження отриманих теоретичних результатів і оцінювання трудомісткості вирішення практичних завдань.

1 ЗАВДАННЯ КОНТУРНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ В СИСТЕМАХ ТЕХНІЧНОГО ЗОРУ

У системах технічного зору, призначених для ідентифікації або розрахунку параметрів об’єктів різного типу за їхніми зображеннями, можна виділити три якісно різних етапи обробки даних. Перший з них пов’язаний з отриманням вихідного зображення (у видимому або іншому спектрі частот) і його первинною обробкою, яка передбачає сегментацію розташованих на ньому об’єктів і векторизацію їх границь. На другому етапі границі виділених об’єктів із заданою точністю перетворюються до деякого стандартного подання з метою усунення надмірності і перешкод в описах границь виділених об’єктів, оцінювання їх геометричних параметрів і нормалізації. Подібна предобработка дозволяє, на третьому етапі, істотно підвищити ефективність візуалізації та ідентифікації виділених об’єктів, рішення наступних розрахункових завдань і стиснення даних на основі універсальних методів обчислювальної геометрії та геометричного проектування [14-16].

Оскільки завдання, що розглядаються на другому етапі, пов’язані не зі способом отримання (по фотографії, або з електронної карти) вихідних векторизованних границь, а з апроксимацією отриманих об’єктів типовими моделями мінімальної складності в межах заданої точності, сфера застосування цих завдань ширше, ніж систем технічного зору в вузькому сенсі, і охоплює ті системи, які можна назвати СТЗ в широкому сенсі, де, при тих же цілях, вихідні дані стосовно контурів отримують не за зображеннями, а з електронної карти за результатами зондування або рішення допоміжних завдань моделювання обстановки.

Тому при вирішенні задач контурної апроксимації (КА), що виникають як під час моніторингу земної поверхні, так і при аналізі біологічних об’єктів, використовуються подібні математичні моделі.

1.1 Контурна апроксимація в системах моніторингу

В даний час зберігає актуальність ряд проблем, пов’язаних з автоматизацією і оптимізацією вирішення завдань прогнозування і оцінки обстановки, які пов’язані з аналізом і відображенням даних про регіони на картах ГІС, які аналізують. Загальним для цих завдань є необхідність підвищення ефективності використання електронних карт місцевості – як для вирішення завдань прогнозування, так і для відображення даних. Це пов’язано з тим, що, незважаючи на наявність ефективних геоінформаційних систем (ГІС) загального призначення, залишається невирішеним низка завдань, пов’язаних з моделюванням областей нерегулярного вигляду, що визначають зону або рівні впливу шкідливого середовища, в тому числі – для вирішення окремих завдань: евакуації населення, прогнозування рівнів забруднення, поширення пожеж та ін. Мається на увазі, що відповідна система моделей повинна відповідати існуючим стандартам на подання інформації в ГІС, а також мати кваліфікацію за широтою охоплення особливостей прикладних задач з метою отримання рішення з необхідною точністю і оперативністю, прийнятною для роботи в діалоговому режимі.

При вирішенні завдань апріорної оцінки наслідків надзвичайних ситуацій оцінюються можливі наслідки і визначаються ресурси, які можуть знадобитися для їх усунення. Серед подій, які служать причиною надзвичайних ситуацій та мають значний просторове поширення, виділяють техногенні, природні та екологічні НС. Надзвичайні ситуації розрізняють за масштабом їх поширення і за інтенсивністю протікання і ступеню небезпеки. Тому з огляду на надзвичайно великого обсягу розглянутих даних і високих вимог по оперативності підготовки рішень значна увага приділяється поєднанню засобів моніторингу НС та підготовки рішень з метою мінімізації наслідків надзвичайної ситуації на всіх фазах її розвитку на основі застосування сучасних засобів зв’язку і обробки даних. З цією метою створюється єдина система попередження і ліквідації НС (ЕСПЛНС).

Основні завдання, покладені на цю систему, включають виконання планових і оперативних спостережень за джерелами НС, включаючи: збір, обробку і поширення фактичної і прогностичної інформації про НС. На функціональному і структурному рівні вона об’єднує три підсистеми.

Система моніторингу джерел НС природного і техногенного характеру. Центральним моментом при її проектуванні є оптимізація системи в частині раціонального просторового розподілу пунктів спостереження і контролю. При цьому передбачається широке використання аерокосмічних засобів дистанційного контролю, що забезпечують відстеження динаміки розвитку НС з урахуванням точності апаратури і географічної прив’язки даних, швидкості передачі і обсягу даних.

Система збору, обробки фактичної інформації і прогнозування НС природного і техногенного характеру. Вимоги до цієї системи полягають у забезпеченні безперервного і надійного збору фактичної інформації від засобів системи моніторингу НС, якісного і своєчасного аналізу інформації, що надходить і доведення фактичної і прогностичної інформації споживачам, включаючи варіанти рішень по ліквідації наслідків НС. Специфіка завдань, що стоять перед цією системою, визначає ряд вимог до її програмного забезпечення; важливе місце серед них займають наступні:

- багаторівневість обробки даних, різнорідність баз даних;
- багатоваріантність рішень, обумовлює використання різних моделей відповідно необхідної точності і повноти вихідних даних;
- мінімізація відгуку системи, що вимагає високої обчислювальної ефективності використовуваних моделей і методів розв’язання окремих завдань;
- розподілена обробка: передбачає, що базові дані можуть використовуватися в різних підсистемах в рамках різних моделей;
- гнучкість: вимагає використання універсальних моделей даних;
- інтерактивний режим використання системи;
- відображення інформації – є ключовим моментом взаємодії людини з

комп’ютерним комплексом і передбачає велику різноманітність форм представлення даних (таблиці, карти та ін.).

Застосування методики оцінки збитку від наслідків надзвичайних ситуацій також передбачає використання адекватних геоінформаційних та ефективних математичних моделей, що визначають область і рівень поширення шкідливих впливів.

З аналізу вимог до ЕСПЛНС слідує, що вона представляє складну систему, кожна з підсистем якої використовує ГІС і розподілену мережу ЕОМ з цифровими каналами для збору фактичних даних, підвищення оперативності вирішення завдань прогнозування і відображення обстановки і варіантів дій відповідно точному географічному положенню регіону НС.

Сказане означає, що геометрична складова систем моніторингу, що відображає розвиток НС на цифровій карті місцевості і співвідноситься з економічними та іншими даними про даному регіоні, представляє одну з основних компонент ЕСПЛНС. В цьому відношенні актуальним є завдання контурної апроксимації (КА) для систем моніторингу НС, під якою розуміється оцінка границі області Ω поширення небезпечних речовин або дії іншого чинника за фактичними даними з метою її відображення і / або прогнозування зони її поширення для вирішення окремих завдань з урахуванням вимог по гнучкості, універсальності і компактності представлення даних. У цих умовах параметри, що визначають область Ω, можуть бути отримані:

- в результаті обробки аерокосмічних знімків – сегментацією зображень і контурною апроксимацією їх границь;
- в реальному масштабі часу від датчиків. В цьому випадку виникає проміжна задача апроксимації поля, заданого на нерегулярній сітці;
- з використанням інших ГІС в рамках міжгалузевого обміну. В цьому випадку різниця моделей також породжує завдання контурної апроксимації.

При вирішенні завдань оцінки обстановки і прогнозування розвитку НС виникає необхідність застосування різних математичних моделей і методів, які забезпечують вирішення різноманітних завдань в діапазоні від контурної сегментації і нормалізації до ідентифікації об'єктів за їх границями, в яких широко використовуються методи обчислювальної геометрії та геометричного проектування.

З топологічної точки зору Ω – це неоднозв'язна область, яка описує зону впливу небезпечних речовин, границя якої задається сукупністю незв'язних контурів, що мають топологічний тип окружності.

З точки зору використання ГІС як бази для прив'язки модельованих областей до місцевості приходимо до важливого обмеження на вибір моделі області Ω. Так, якщо при використанні окремих математичних методів застосовуються сіткові, аналітичні та інші моделі місцевості, в якості вихідних даних і результатів рішення слід використовувати полігональні моделі границь. Це пов'язано з використанням в ГІС границь, які описуються ламаними. Тому векторизація, що розуміється як уявлення границь областей у вигляді ламаних, визначає одне з найважливіших обмежень системного характеру, яке слід враховувати при розробці моделей і методів вирішення завдань моніторингу, щоб вони були ефективні з точки зору точності і оперативності. Полігональні моделі областей також узгоджені з лінійними моделями доріг, що важливо для вирішення завдань пошуку оптимальних маршрутів в умовах дії агресивного середовища.

Хоча використання гладких кривих дозволяє підвищити точність рішення ряду окремих завдань, їх застосування в системах загального призначення призводить до надзвичайного ускладнення алгоритмів обробки даних і, в підсумку, – до невиправданого зниження оперативності. Крім того, використання нелінійних моделей не завжди виправдано з урахуванням невисокої точності вихідних даних (дані моніторингу можуть мати похибку до 30% і вище), а затримка між фазами збору даних і прийняттям рішення, а також відображення результатів на карті позбавляють сенсу проведення аналізу із завищеною точністю.

Таким чином, не виключаючи використання сіткових і аналітичних моделей для вирішення окремих завдань, при вирішенні завдань прогнозування важливе значення має полігональна апроксимація границь областей, отриманих при обробці даних і вирішенні завдань визначення зон поширення небезпечних речовин. З урахуванням особливої значущості еліпсів для моделювання і опису областей впливу шкідливих речовин, для ряду практичних завдань доцільно розгляд областей і з границями подібного виду.

Разом з тим, хоча завдання полігональної апроксимації в більшості випадків ставиться евристичним чином (пошук ламаної в ε-полосі й ін.), або як апроксимація в середньому, критерії та обмеження, які необхідно враховувати в задачах моніторингу, призводять до появи складних оптимізаційних задач в неопуклої області, для вирішення яких (наприклад, в разі апроксимації за Чебишевим) не можна використовувати відомі методи обчислювальної геометрії та нелінійного програмування.

У зв’язку з високою складністю завдань цього класу слід добиватися, щоб методи їх вирішення характеризувалися можливо меншою трудомісткістю, щоб їх використання забезпечувало, відповідно необхідної точності, заданий рівень оперативності вирішення всього комплексу завдань моніторингу.

Таким чином, завдання контурної апроксимації об’єктів нерегулярного вигляду для задач моніторингу в загальній постановці можна розглядати як задачу полігональної апроксимації границі неопуклої області Ω за заданим критерієм R при обмеженнях C. В якості критерію R може розглядатися число зламів ламаної, точність наближення та ін. Точність апроксимації може виступати і в якості обмеження, і критерію. Аналогічне завдання виникає при відображенні області Ω в необхідному масштабі.

1.2 Базові завдання контурної апроксимації для систем моніторингу

Топологічної моделлю замкнутої неоднозв'язної області Ω на площині є диск з n дірками. З використанням однозв'язних областей Ω_i, $i = 0, 1, ..., n$, з границями $L_i = Fr\,\Omega_i$, які мають гомотопічний тип окружності, вона може бути представлена наступним чином:

$$\Omega = Cl\,\Omega_0 \setminus \bigcup_{i=1}^{n} \Omega_i \;; \tag{1.1}$$

$$Cl\,\Omega_i \cap Cl\,\Omega_j = \varnothing \quad \text{при } i \neq j; \quad i, j = 1, 2, ..., n\,; \tag{1.2}$$

$$L_i = Cl\,\Omega_i \setminus \Omega_i \,. \tag{1.3}$$

Умова (1.2) визначає, що замикання областей Ω_i не мають спільних точок. З (1.2) і (1.3) випливає, що криві L_i, L_j, що утворюють границі цих областей, також не мають спільних точок; вважаємо, що вони представляються кривими, що спрямляються. При апроксимації одного контуру маємо $n = 0$, тобто однозв'язний диск $\Omega = \Omega_0$ з границею $L = L_0$, гомеоморфною окружності.

Геометрично, границя L може здаватися з використанням різних класів ліній. Хоча в кінцевому рахунку область Ω задається границею L в полігональному поданні, при вирішенні окремих завдань оцінки обстановки і прогнозування ця область може здаватися на сітці (наприклад, – на мережі датчиків), з використанням гладких кривих, або ламаної P, отриманої в результаті сегментації границі, яка містить надмірну кількість вершин. Тому, з урахуванням сказаного про актуальність векторного уявлення контурів, будемо вважати, що базовим уявленням границі області Ω є ламана P.

Таким чином, відповідно до вимог прикладних задач на змістовному рівні базові завдання полігональної та еліптичної апроксимації слід розглядати як завдання умовної оптимізації наступного вигляду.

Завдання 1.1. При заданих обмеженнях C апроксимувати границю P ламаної p, яка мінімізує критерій $\eta(p, P)$.

Завдання 1.2. При заданих обмеженнях C апроксимувати границю P еліпсом Θ, який мінімізує критерій $\lambda(\Theta, P)$.

У цих завданнях обмеження, серед іншого, визначають граничну похибку апроксимації, яка, в свою чергу, може здаватися різними виразами. Так, якщо для фільтрації краща апроксимація в середньому, то для збереження локальних особливостей границь – використання метрики Чебишева. Цю ситуацію наочно ілюструє актуальне завдання аналізу виступів "голчатої" форми, що розглядаються в картографії, іридодіагностиці та ін. При використанні критеріїв типу СКО вони зрізаються, а побудова апроксиманту в ε-полосі веде до невиправданого зростання трудомісткості і отримання рішення з більшою точністю там, де це не вимагається. В цьому випадку адекватним є аналіз відхилення по Чебишеву, що дозволяє найкращим чином враховувати локальну форму границь. Однак, через складність завдань полігональної чебишевської апроксимації для неопуклих областей чисельні методи вирішення завдань цього класу не отримали ефективного розвитку.

У загальному випадку критерії та обмеження можуть задаватися в різних комбінаціях; зокрема, критерій оптимальності може бути відсутнім, і тоді завдання 1.1 й 1.2 ставляться як завдання пошуку допустимого наближення.

У типовому випадку для завдання 1.1 в якості критерію розглядається число зламів, хоча можуть виникати й інші – довжина мінімального сегмента, кут повороту і т.п. В якості обмежень – положення апроксиманту із заданого боку від вихідної множини точок й ін. При цьому слід зазначити відсутність математичних методів оптимізації неопуклих контурів в неоднозв’язних областях.

З урахуванням вимог, що пред’являються до обчислювальної ефективності вирішення завдань моніторингу і відображення результатів прогнозування, для кожного запропонованого методу вирішення М потрібно знаходити оцінки ефективності по показникам трудомісткості $\kappa_{М}$, витрат пам'яті $П_{М}$ і точності $\Delta_{М}$. Відзначимо, що величина $П_{М}$ побічно пов'язана і з часом підготовки рішення, оскільки її величина визначає витрати на передачу даних.

Таким чином, з огляду на значне різноманіття критеріїв і обмежень в задачах контурної апроксимації розробка ефективних методів вирішення завдань моніторингу можлива лише в рамках системи моделей і методів, уніфікованих щодо критеріїв, обмежень, моделей границь і типів завдань (відображення і моделювання). Основою для цього служить розгляд базових задач 1.1 й 1.2. Подібний підхід забезпечує відкритість і гнучкість моделювання полігональних областей, відповідає вимогам представлення даних в ГІС і сприяє підвищенню ефективності вирішення задач моніторингу при передачі, обробці та відображенні даних.

1.3 Основні недоліки моделей і методів полігональної апроксимації

Алгоритми апроксимації для задач, що виникають в СТЗ, призначені для вирішення складних оптимізаційних задач геометричного характеру, які, як правило, є досить трудомісткими. У багатьох випадках для їх вирішення використовують точні методи, але засновані на використанні спрощених моделей (опуклих множин, планарних графів) з метою отримання наближеного рішення за прийнятний час.

Однак, застосування подібних спрощень і евристик в даний час вже недостатньо, так як ставить суттєві перешкоди для підвищення точності і оперативності вирішення завдань апроксимації, нормалізації і масштабування (усунення надмірності вершин контуру при зміні масштабу відображуваного об'єкта), що і вимагає використання континуальних моделей неопуклих множин і незамкнутих ламаних в неоднозв'язних областях, що допускають використання різних мір точності і обмежень. У цьому відношенні особливий інтерес представляють зіркові області, оскільки більшість зустрічаються на практиці неопуклих областей є такими, або представимо сукупністю зіркових множин. Тому завдання контурної апроксимації зоряної області можна розглядати як базове для неопуклих областей загального вигляду.

Також ставиться питання про розробку методів, стійких до зашумлення контурів в околицях екстремумів. Так, з метою розвитку завадостійких процедур полігонального наближення запропонований ряд моделей і методів сегментації і контурної апроксимації, заснованих на використанні нечітких множин, що виявилося ефективним для слабо контрастних зображень.

Однак, розгляд при цьому середньоквадратичного наближення істотно обмежує їх сферу застосування, оскільки серед критеріїв точності апроксимації в багатьох випадках потрібно розглядати ухилення за Чебишевим. Наприклад, якщо вихідний контур має «голчастий» виступ, то його «зрізання» при апроксимації берегової лінії значно спотворить область видимості; тому в даному випадку ліпше використовувати чебишевську апроксимацію. Та ж ситуація має місце при апроксимації автономного кільця – «зрізання» подібного виступу спричинить помилку в діагностиці при його накладення на схему ПЗ. Однак, якщо мова йде про апроксимації області поширення агресивного середовища, кореня райдужки та інших об’єктів, границі яких по своїй фізичній природі є досить гладкими, має сенс використовувати апроксимацію в середньому.

Таким чином, рішення задач 1.1 й 1.2 вимагає створення єдиної уніфікованої системи геометричних моделей, що включає опис як окремих елементів, так і їх взаємного положення, і допускає використання типових критеріїв і обмежень, а також відповідного їм спектра методів апроксимації, стійких до зашумлення контурів в околицях локальних екстремумів, з метою отримання рішення при різних вимогах по точності, обчислювальної трудомісткості і за витратами пам’яті.

1.4 Узагальнена задача контурної апроксимації для СТЗ

Таким чином, основні класи задач контурної апроксимації, що виникають в СТЗ, можуть бути сформульовані в рамках загальної математичної моделі, основу якої становить функціональний клас ліній F (ламаних, еліпсів) в неоднозв'язній області Ω виду (1.1), на якому шукається рішення.

З використанням цієї моделі повинні бути поставлені і вирішені основні класи завдань апроксимації (завдання 1.1, 1.2). При цьому з огляду на загальний характер завдань, що виникають при апроксимації елементів райдужки і її нормалізації, спільне завдання цього типу можна розглядати як модельне для широкого класу прикладних завдань апроксимації і нормалізації в сучасних СТЗ.

В рамках цієї моделі всякий вихідний контур (наприклад, границя області Ω) задається послідовністю γ точок на площині з відомою похибкою Δ. Серед обмежень C на клас F (тобто F_C) найважливішим є гранично допустима похибка апроксимації Δ^*, яка визначає ухилення апроксиманту p від множини γ в заданій метриці (в середньому, по Чебишеву, або ін.). Критерій $R(p,\gamma)$ визначає мету апроксимації; для ламаної – це найчастіше число вершин, яке потрібно мінімізувати; для еліпса – точність апроксимації як ламаної, так і радіально орієнтованих елементів, що лежать в області, яка обмежена їм.

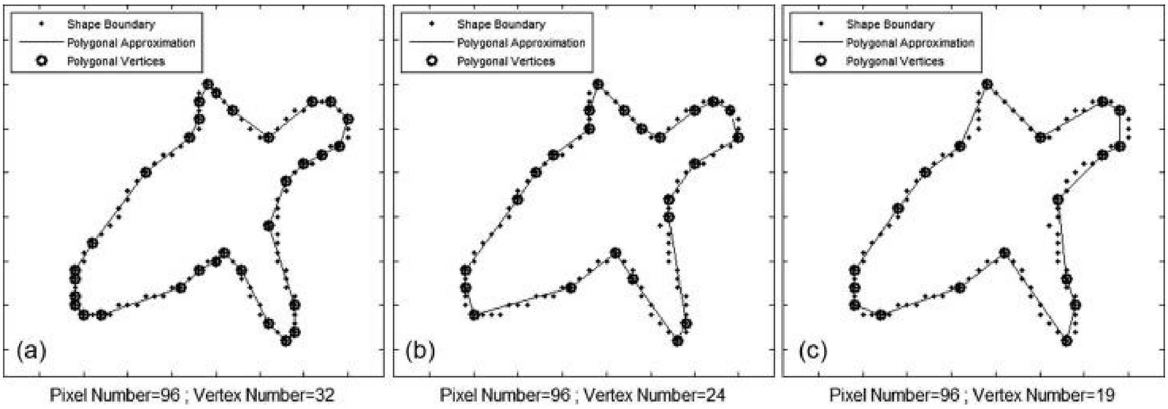
В умовах даної моделі узагальнена задача контурної апроксимації границі об'єкта нерегулярного вигляду набуває вигляду завдання умовної оптимізації:

$$\text{Знайти } p^* = \arg\min_{p \in F_C} R(p, \gamma). \qquad (1.4)$$

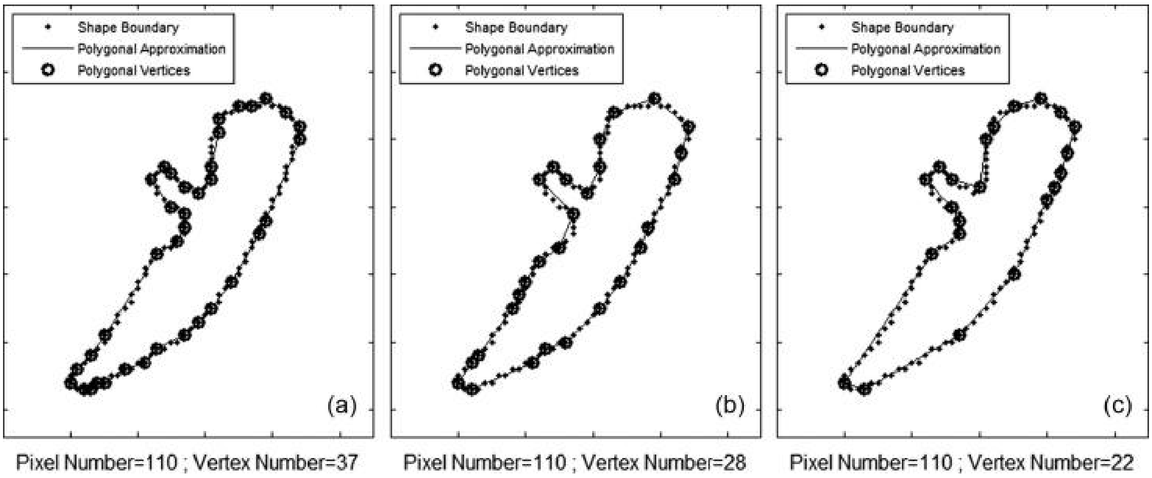
Як і в випадку завдань 1.1 й 1.2, критерій оптимальності може бути відсутнім, і тоді завдання (1.4) ставиться як задача пошуку допустимого наближення.

Зауважимо також, що в зв’язку з використанням в запропонованої моделі традиційних геометричних елементів для знаходження геометричних властивостей апроксимантів з метою вирішення наступних завдань ідентифікації безпосередньо можуть бути застосовані ефективні методи обчислювальної геометрії.

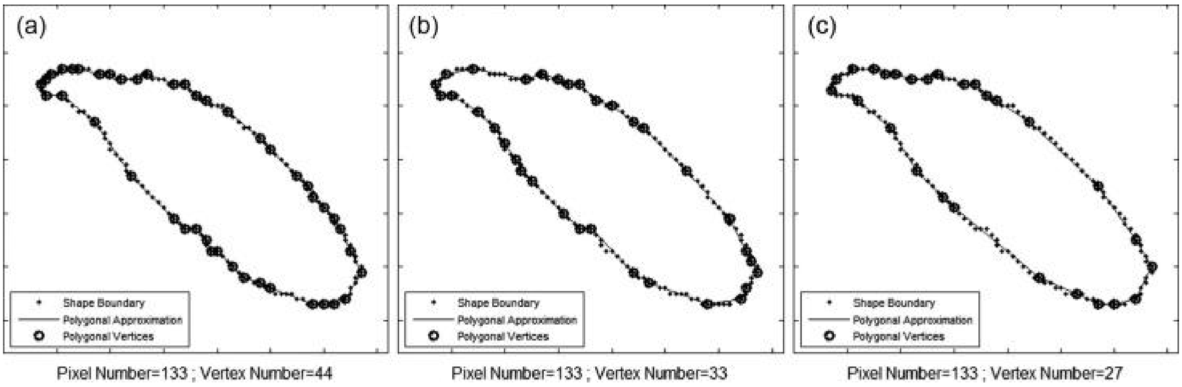
З метою пояснення суті завдання апроксимації наведемо наступний рисунок (рис. 1.1).



а)



б)



в)

Рисунок 1.1 – Апроксимація опуклих і не опуклих об’єктів на електронних картах ГІС [17]

На цьому рисунку показано базовий принцип апроксимації. Який полягає в тому, щоб замінити множину точок полігоном с заданою точністю.

2 МЕТОД ПОЛІГОНАЛЬНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ ГРАНИЦІ ЗІРЧАСТОЇ ОБЛАСТІ

2.1 Визначення ухилень точок від полігону

Область Ω називається зоряною, якщо існує така точка $P \in \Omega$, що для будь-якої точки $Q \in \Omega$ відрізок PQ лежить в Ω. В цьому відношенні поняття зірковості є узагальненням опуклості на випадок неопуклих областей.

Нехай на площині задана послідовність точок $\gamma = \{g_i\}_{i=1,m}$ з координатами (x_i, y_i), що визначають фрагмент границі деякого об'єкту, які можуть бути розташовані таким чином, що в деякій системі координат $\sum\{O, x, y\}$ їх абсциси лежать на інтервалі $(-a, a)$ і визначають γ однозначну функцію, причому $g_1 = (-a, 0)$ і $g_m = (a, 0)$. Тоді полігоном, що апроксимується h_k порядку k назвемо ламану $h_k = H_0 H_1 ... H_k$ з кінцями в точках $H_0(-a, 0)$, $H_k(a, 0)$, яка визначає однозначну функцію $y = h_k(x)$. Далі розглядаємо полігони до порядку $k = 4$ включно.

В якості міри точності апроксимації можуть розглядатися різні похибки: наприклад – середньоквадратична (в середньому) і за Чебишевим:

$$\rho_E(\gamma, h_k) = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_i \rho(g_i, h_k)^2}\,, \tag{2.1}$$

$$\rho_c(\gamma, h_k) = \max_i \rho(g_i, h_k), \tag{2.2}$$

де $\rho(g_i, h_k)$ – евклідова відстань від точки g_i до ламаної h_k.

Оскільки на відміну від функціональної апроксимації в загальному випадку $\rho(g_i, h_k) \neq |\, y_i - h_k(x_i)\,|$, розглянемо, перш за все, метод ефективного (в обчислювальному відношенні) знаходження відстаней $\rho(g_i, h_k)$.

У разі полігону h_1 порядку k = 1, тобто відрізка H_0H_1, обчислення відстаней $\rho(g_i, h_1)$ тривіально, тобто $\rho(g_i, h_1) = |y_i|$.

Нехай H_jH_{j+1} – відрізок h_k-полігону, що визначає пряму l_j з нормованим рівнянням $l_j(x, y)$. Розглянемо вектори $a = \overline{H_j g_i}$ і $b = \overline{H_{j+1} g_i}$ з координатами (a_x, a_y), (b_x, b_y), і вектор, що ними визначається $c = a - b$.

Тоді, якщо проекція точки g_i на пряму l_j належить відрізку H_jH_{j+1}, то відстань $\rho(g_i, H_jH_{j+1})$ від точки g_i до відрізка H_jH_{j+1} дорівнює $\left| l_j(x_i, y_i) \right|$; інакше – відстані $\rho(H_\xi, g_i) = \sqrt{(H_{\xi x} - x_i)^2 + (H_{\xi y} - y_i)^2}$ до найближчого кінця, H_ξ, $(\xi \in \{j, j+1\})$, цього відрізка.

Перша альтернатива має місце, коли скалярні добутки (a, c) і (b, c) мають різні знаки, а інша – коли співпадають. Нехай $z = (a, b)$. Тоді $z = x_a x_b + y_a y_b$ і добуток скалярних добутків (a, c) і (b, c) дорівнює:

$$v = (a, c) \cdot (b, c) = (|a|^2 - z)(z - |b|^2) = (x_a^2 + y_a^2 - z)(z - x_b^2 - y_b^2). \qquad (2.3)$$

Відтак,

якщо $v < 0$, то $\rho(g_i, H_jH_{j+1}) = \left| l_j(x_i, y_i) \right|$;

інакше $\rho(g_i, H_jH_{j+1}) = \min\limits_{\xi} \{ \rho(g_i, H_\xi)\}$, $\xi \in \{j, j+1\}$.

При цьому трудомісткість (по числу арифметичних операцій) обчислення значення ν по (2.3) і аналізу його знака складе $\kappa_v = 16$ (оп).

Без урахування знака нормоване рівняння прямої l_j, що проходить через точки H_j, H_{j+1}, має вигляд

$$\begin{cases} l_j(x,y) = \left|\alpha_j x - \beta_j y + \varepsilon_j\right|; \\ \alpha_j = \dfrac{a_j}{c_j},\ \beta_j = \dfrac{b_j}{c_j},\ \varepsilon_j = \dfrac{(H_{iy}b_j - H_{jx}a_j)}{c_j}, \\ c_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2},\ a_j = H_{j+1,y} - H_{jy},\ b_j = H_{j+1,x} - H_{jx}. \end{cases} \qquad (2.4)$$

Тому при відомих параметрах прямої l_j трудомісткість розрахунку її коефіцієнтів в (2.4) становить κ_p= 12 (оп), а трудомісткість обчислення відстані $l_j(x,y)$ для однієї точки g_i становить 4 (оп).

Таким чином, якщо $\nu > 0$, розрахунок відстаней $\rho(g_i, H_\xi)\}$ потребує 2 $\times$4 = 8 (операцій), що з урахуванням κ_v дає κ_e = 24 (оп).

У випадку $\nu < 0$ розрахунок ухилення по (2.4), спільно з κ_v дає κ_l = 20 (оп). В середньому, отримуємо оцінку κ_g = 22 (оп).

Якщо розглядається k відрізків полігону h_k, то обчислення параметрів визначенних ними рівнянь виду (2.4) потребує $\kappa_h = k\,\kappa_p$ (оп), а обчислення відстаней $\rho(g_i, H_j H_{j+1})$ для всіх точок з γ – порядку

$$\kappa_{gh} = k \cdot m \cdot \kappa_g (\text{оп}). \qquad (2.5)$$

Разом з тим, при досить точної апроксимації границі точками з γ має місце нерівність $m >> k$. Тому величиною κ_h знехтувати в порівнянні з κ_{gh}, а останню, в свою чергу, можна зменшити в k раз, якщо розподілити точки з γ на підмножини Π_j, відповідні відрізкам $H_j H_{j+1}$.

Це можна зробити, виходячи з таких геометричних міркувань, де, для кратності, розглядається випадок полігону h_2.

Нехай H_0, H_1, H_2 – вершини заданого полігону h і $x_i \in [H_{0x}, H_{2x}]$, де $H_0' H_1$, $H_2' H_1$ – перпендикуляри до відповідних відрізках (рис. 2.1), а H_1B -

бісектриса кута $\angle H_0H_1H_2$.

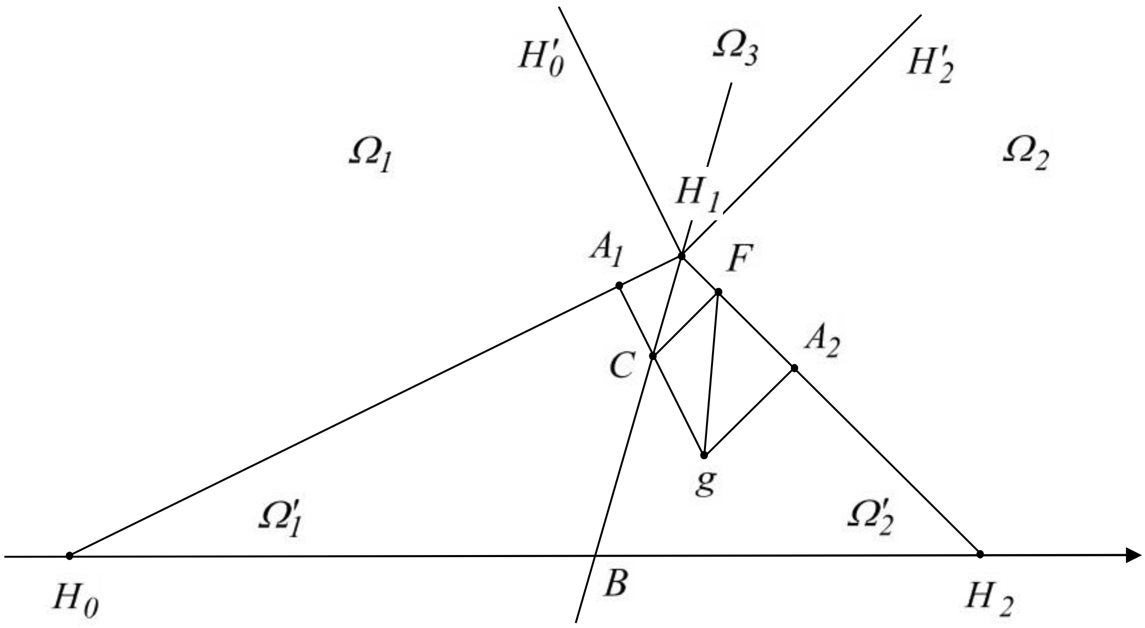


Рисунок 2.1 – До розрахунку ухилень від ламаної

Тоді якщо точка g лежить в області кута $H_0' H_1 H_2'$, то $\rho(g,h) = \rho(g, H_1)$, H_1 – загальна вершина для обох відрізків. Тому точки з Ω_3 можна віднести і до Π_1 і до Π_2.

Також ясно, що точки, що лежать в області $\Omega_1(\Omega_2)$, яка визначається кутом $H_0' H_1 H_0$ ($H_2' H_1 H_2$) слід віднести до Π_1 (відповідно, до Π_2). Покажемо, що точки, що лежать в областях Ω_1' і Ω_2', що визначаються кутами $\angle H_0H_1B$ і $\angle H_2H_1B$ слід віднести до Π_1 і до Π_2, відповідно.

Нехай $g \in \Omega_2'$, і gA_1 і gA_2 - перпендикуляри на H_0H_1 і H_1H_2, а C - точка перетину відрізків H_1B і gA_1. Опустимо з C перпендикуляр CF на H_1H_2. Тоді довжини відрізків CA_1 та CF рівні і з розгляду сторін трикутника CFg випливає, що довжина відрізка gA_1 більше довжини відрізка gF, що є гіпотенузою трикутника gFA_2, а значить і катета gA_2.

Отже, всі точки, що лежать лівіше бісектриси BH_1 можна віднести до множини Π_1, а правіше – до Π_2. Для проведення цієї дискримінації поступимо таким чином.

Вектор $\bar{\tau} = (x_c, y_c)$ бісектриси з урахуванням (2.4) можна задати різницею одиничних векторів $\bar{\tau} = \overline{\tau_1} - \overline{\tau_2}$, де

$$\overline{\tau_1} = \frac{\overline{H_0H_1}}{\left|\overline{H_0H_1}\right|} = (\beta_0, \alpha_0), \quad \overline{\tau_2} = \frac{\overline{H_1H_2}}{\left|\overline{H_1H_2}\right|} = (\beta_1, \alpha_1).$$

Тоді цей вектор має вигляд $\bar{\tau} = (\beta_0 - \beta_1, \alpha_0 - \alpha_1)$, а рівняння прямої CB має вигляд $l_B(x, y) \equiv (\alpha_0 - \alpha_1)(x - H_{1x}) - (\beta_0 - \beta_1)(y - H_{1y}) = 0$ і трудомісткість обчислення $l_B(x, y)$ складає κ_B = 7 (оп).

Нехай $\omega_0 = \operatorname{sign} l_B(H_0)$.

Зробимо дискримінацію точок g_i за правилом

$$\begin{cases} g_i \to \Pi_1, & \text{if} \quad \omega_0 \cdot \operatorname{sign} l(g_i) > 0, \\ g_i \to \Pi_2, & \text{else}. \end{cases} \qquad (2.6)$$

У разі полігону $h_k, k > 2$, розглядаємо Π_1, потім – Π_2, за допомогою бісектрису в точці H_2, а потім Π_3, і точки, що залишилися відносимо до Π_4.

Тому оцінка (2.5) тепер складе величину порядку

$$\kappa_\Pi \sim m\left(\frac{k}{2}\kappa_B + \kappa_g\right).$$

Тоді, розглядаючи відношення оцінок κ_{gh} та κ_Π отримаємо після ряду перетворень отримаємо наступне

$$\varphi_{П} = \frac{k\,m\,\kappa_g}{m\left(\frac{k}{2}\kappa_B + \kappa_g\right)} \approx \frac{k \cdot 22}{4+22} \sim k. \qquad (2.7)$$

Отже, використання методу бісектрис дозволяє в k раз зменшити трудомісткість розрахунку відстаней, що знаходяться $\rho(g_i, h_k)$, $(i = 1,2,...,m)$ і оцінити її величиною порядку

$$\kappa_\rho \sim 20m \text{ (оп)}. \qquad (2.8)$$

2.2 Знаходження проміжних вершин апроксиманту h_k

З метою знаходження першого, але досить точного наближення для проміжних вершин h_k-полігону (k = 2, 3, 4) поступимо таким чином

Для точок $g_i(x_i, y_i)$, (i = 1, 2, …, m), знайдемо рівняння $y(x)$ поліноміальної регресії k-го порядку на інтервалі $A = [-a, a]$, а потім виберемо точки його екстремумів на А в якості проміжних вузлів H_j, (j = 1, 2, …, k-1), для полігону, що знаходиться h_k.

Зауважимо, що в цьому підрозділі, для кратності, в усіх сумах індекс i змінюється від 1 до m, якщо не вказано інше.

У разі полігону h_2 розглядаємо квадратичную параболу, що проходить через точки (-a, 0), (a, 0); в цьому випадку її рівняння має вигляд

$$y(x) = k(x^2 - a^2). \qquad (2.9)$$

МНК-оцінка параметру k, де мінімізується дисперсія виду $D = \frac{1}{m}\sum[y_i - k(x_i^2 - a^2)]^2 \to \min_k$, дає значення

$$k = \frac{\sum y_i (x_i^2 - a^2)}{\sum (x_i^2 - a^2)^2}, \qquad (2.10)$$

з трудомісткістю порядку $\kappa_{h2} = 5m$. Оскільки екстремум параболи (2.9) досягає при x = 0, координати точки H_1 мають вигляд $H_1 = (0, -ka^2)$.

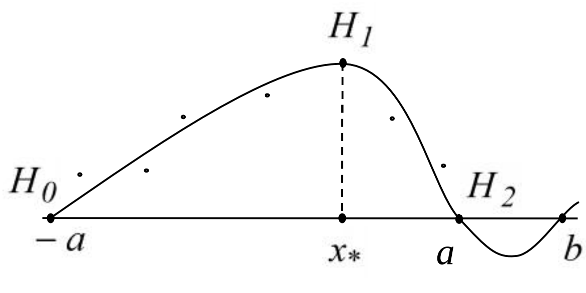
Оскільки розподілу точок з γ по інтервалу A може бути несиметричним щодо точки x = 0, розглянемо кубічну параболу, яка в розглянутих умовах набуває вигляду

$$y(x) = k(x^2 - a^2)(x - b). \qquad (2.11)$$

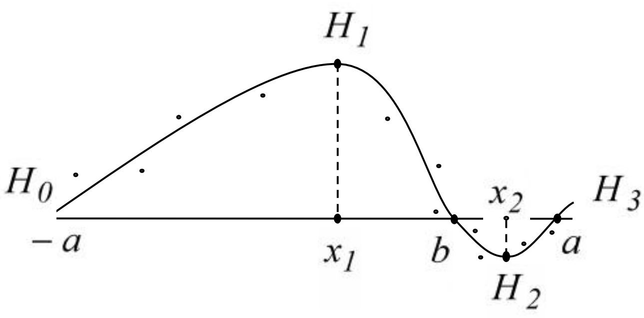
або

$$y(x) = kx^3 - kbx^2 - ka^2x + kba^2,$$

де k, b – невідомі параметри. Відзначимо, що використання кубічної параболи (2.11) дозволяє апроксимувати асиметричні щодо точки x = 0 (рисунок 2.2.а) і хвилеподібні (рис. 2.2.б) розподілу точок з γ. Обидві ситуації показані на наступному рисунку.



а)



б)

Рисунок 2.2 – До вибору вершин полігону, що апроксимується

У першому випадку отримуємо h_2-полігон з вузлами $H_0H_1H_2$, де H_1 відповідає екстремуму функції $y(x)$ на інтервалі (-a, a), а в другому випадку – h_3-полігон $H_0H_1H_2H_3$, де вершини H_1 і H_2 відповідають екстремумів на інтервалах (-a, b) і (b, a). Нехай в канонічному вигляді поліном y(x) має вигляд

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 . \qquad (2.\ 12)$$

Тоді з урахуванням (2.11) маємо

$$a_3 = k,\ a_2 = -kb,\ a_1 = -ka^2,\ a_0 = ka^2b , \qquad (2.\ 13)$$

звідки $a_3 = -a_1 / a^2,\ a_2 = -a_0 / a^2$ і поліном (2.12) приймає вигляд

$$f(x) = \frac{1}{a^2}[(a^2 - x^2)\,xa_1 + (a^2 - x^2)\,a_0] . \qquad (2.14)$$

Використовуя МНК, де $D = \frac{1}{m}\sum\left(y_i - f\left(x_i\right)\right)^2 \to \min\limits_{a_0, a_1}$, отримуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} a_0a_{11} + a_1a_{12} = b_1, \\ a_0a_{21} + a_1a_{22} = b_2, \end{cases} \qquad (2.15)$$

де

$$\begin{cases} b_1 = \sum y_i(a^2 - x_i^2), \quad b_2 = \sum y_i(a^2 - x_i^2)\,x_i; \\ a_{11} = \frac{1}{a^2}\sum(a^2 - x_i^2), \quad a_{12} = \frac{1}{a^2}\sum(a^2 - x_i^2)\,x_i; \\ a_{21} = a_{12}, \quad a_{22} = \frac{1}{a^2}\sum(a^2 - x_i^2)\,x_i^2. \end{cases} \qquad (2.16)$$

Вирішуючи систему (2.15) за правилом Крамера і підставляючи отримані значення a_0, a_1 в (2.13), з трудомісткістю $\kappa_3 = 9m$ (оп) знаходимо параметри, що необхідно

$$\begin{cases} b = \dfrac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{b_1 a_{12} - b_2 a_{11}}, \\ k = \dfrac{b_1 a_{12} - b_2 a_{11}}{a^2 (a_{11} a_{22} - a_{12}^2)}. \end{cases} \tag{2.17}$$

Екстремуми функції (2.11) визначимо, прирівнюючи до нуля її похідну $3x^2 - 2bx - a^2 = 0$. Тоді у випадку $|b| > a$ (рисунок 2.2.а) отримуємо апроксимант типу h_2 з одним екстремумом на інтервалі A, значення якого визначається тим з коренів

$$x_{1,2} = \begin{cases} \dfrac{b - \sqrt{b^2 + 3a^2}}{3}, \\ \dfrac{b + \sqrt{b^2 + 3a^2}}{3}, \end{cases} \tag{2.18}$$

для якого виконується умова $|x_*| < a$. Відповідно, координати вершини H_1 мають вигляд $(x_*, f(x_*))$.

У випадку $|b| < a$ (рисунок 2.2.б) отримаємо аппроксимант типу h_3 з екстремумами в точках x_1, x_2, які визначають вершини $H_1(x_1, f(x_1))$ і $H_2(x_2, f(x_2))$.

У випадку полігона h_4 маємо поліном $f(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, який, за умовами, можна представити у вигляді

$$f(x) = k(x^2 - a^2)(x^2 + bx + c), \tag{2.19}$$

де

$$\begin{cases} a_4 = k, \\ a_3 = kb, \\ a_2 = kc - ka^2, \\ a_1 = -kba^2, \\ a_0 = -ka^2c. \end{cases} \tag{2.20}$$

Оскільки $a_4 = -a_0 / a^4 - a_2 / a^2$, $a_3 = -a_1 / a^2$, то для визначення невідомих коефіцієнтів рівняння (2.19) досить знайти МНК-оцінки для параметрів a_0, a_1 і a_2 вихідного рівняння в наступному вигляді

$$f(x) = \left(-\frac{x^4}{a^2} + x^2 \right) a_2 + \left(-\frac{x^3}{a^2} + x \right) a_1 + \left(-\frac{x^4}{a^4} + 1 \right) a_0 . \tag{2.21}$$

Прирівнюючи до нуля частинні похідні по $a_i \; (i = 1, 2, 3)$ і вважаючи $\alpha_i = x_i^2 + a^2$, $\beta_i = a^2 - x_i^2$, приходимо до лінійної системі

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{a^2} \sum \alpha_i^2 \beta_i^2 \right) a_0 + \left(\sum x_i \alpha_i \beta_i^2 \right) a_1 + \left(\sum x_i^2 \alpha_i \beta_i^2 \right) a_2 = a^2 \sum y_i \alpha_i \beta_i , \\ \left(\frac{1}{a^2} \sum x_i \alpha_i \beta_i^2 \right) a_0 + \left(\sum x_i^2 \beta_i^2 \right) a_1 + \left(\sum x_i^3 \beta_i^2 \right) a_2 = a^2 \sum y_i x_i \beta_i , \\ \left(\frac{1}{a^2} \sum x_i^2 \alpha_i^2 \beta_i^2 \right) a_0 + \left(\sum x_i^3 \alpha_i \beta_i \right) a_1 + \left(\sum x_i^4 \alpha_i \beta_i \right) a_2 = a^2 . \end{cases} \tag{2.22}$$

Вирішуючи її, знайдемо a_0, a_1, a_2, а по ним – на основі (2.20) – параметри що шукаємо

$$\begin{cases} k = -\dfrac{1}{a^4}(a_0 + a^2 a_2), \\ b = -\dfrac{a_3 a^4}{a_0 + a^2 a_2}, \\ c = \dfrac{a_0 a^2}{a_0 + a^2 a_2}. \end{cases} \qquad (2.23)$$

Трудомісткість методу оцінки рівняння регресії при запам'ятовуванні повторюваних значень становить величину порядку $\kappa_4 = 20m$ (оп).

У разі використання прямого підходу для обчислення коефіцієнтів $a_0 - a_4$ необхідно обчислити суми виду $\sum x_i^k$, $\sum y_i x_i^l$, $(k = 1,...,8;\ l = 0,...,4)$, що також вимагає порядку 20m операцій.

Але в цьому випадку необхідно обчислити шість визначників п'ятого порядку, що вимагає порядку $\kappa' \sim 2160$ (оп); при апроксимації однією ланкою h_4-полігону, в середньому, від 5 до 10 вершин ламаної γ, величина m становить від 20 до 40.

У цьому випадку величина κ' еквівалентна значенню від 108m до 54m; взявши середнє, κ'' = 80m, отримаємо, що запропонований підхід має в 5 разів ((20+80)m/20m) меншу трудомісткість апроксимації полігоном 4 ступеня, ніж прямий підхід.

Розглянемо тепер коріння похідної $f'(x)$ поліному (2.19)

$$f'(x) \equiv 4x^3 + 3bx^2 + 2(c - a^2)x - a^2 b = 0. \qquad (2.24)$$

Заміною змінної

$$x = \frac{2\sqrt[3]{2}\,y - b}{4} \qquad (2.25)$$

наводимо рівняння (2.24) до каноничного вигляду $y^3 + py + q = 0$, де

$$p = \frac{2(c - a^2) - 3b^2/4}{\sqrt[3]{4}}, \quad q = \frac{b[3b - 8(c + a^2)]}{16}.$$

Нехай $R = (\operatorname{sign} q)\sqrt{|p|/3}$, $D = (p/3)^3 + (q/2)^2$. Тоді можливі дві ситуації з корінням.

1. При $p < 0, D \le 0$ маємо три дійсних кореня

$$y_i = -2R\cos\left(\frac{\varphi + 2\pi(i-1)}{3}\right); \quad \varphi = \arccos\frac{q}{2R^3}; \quad (i = 1, 2, 3)$$

образи (2.25) яких позначимо x_1, x_2, x_3.

2. При $p < 0, D > 0$ отримуємо один дійсний корінь $y_4 = -2R\operatorname{ch}(\varphi/3)$, $\varphi = \operatorname{arcch}(q/2R^3)$.

3. При $p > 0$ також маємо один корінь $y_4 = -2R\operatorname{sh}(\varphi/3)$, $\varphi = \operatorname{arcsh}(q/2R^3)$. Образ (2.25) коріня y_4 позначимо x_*.

У першому випадку можливі чотири ситуації: жодного, один (x'), два ($x' < x''$) і всі три ($x' < x'' < x'''$) кореня лежать в інтервалі A. Відповідно до цих ситуацій вершини апроксимуючих полігонів мають вигляд

$$h_1 : H_0(-a, 0), H_2(a, 0) \tag{2.26}$$

$$h_2 : H_0(-a, 0), H_1(x', f(x')), H_2(a, 0); \tag{2.27}$$

$$h_3 : H_0(-a, 0), H_1(x', f(x')), H_2(x'', f(x'')), H_3(a, 0); \tag{2.28}$$

$$h_4 : H_0(-a, 0), H_1(x', f(x')), H_2(x'', f(x'')), H_3(x''', f(x''')), H_4(a, 0). \tag{2.29}$$

У другому випадку вершини апроксимуючих полігонів мають вигляд

$$h_1 : H_0(-a, 0), H_2(a, 0), \text{ якщо } x_* \notin A,$$

$$h_2 : H_0(-a, 0), H_1(x_*, f(x_*)), H_2(a, 0), \text{ якщо } x_* \in A.$$

Отримані значення дозволяють обчислити відстані $\rho(g_i, h_k)$ і похибка апроксимації (2.1) або (2.2).

2.3 Апроксимація границь зірчастої області

2.3.1 Полярна модель зірчастої області

Нехай на площині задана однозв'язна область Ω з границею Γ, представлена спрямляючою кривою Γ.

Де Ω є зоряної областю, якщо існує така полярна система координат $\Xi = \{O, X, \rho, \varphi\}, O \in \Omega$, що всякому кутку $\varphi \in [O, 2\pi]$ взаимно однозначно соответствует некоторая то взаємно однозначно відповідає деяка точка $\rho_\gamma(\varphi)$ границі Γ (рис. 2.3). Точку O назвемо полюсом області Ω.

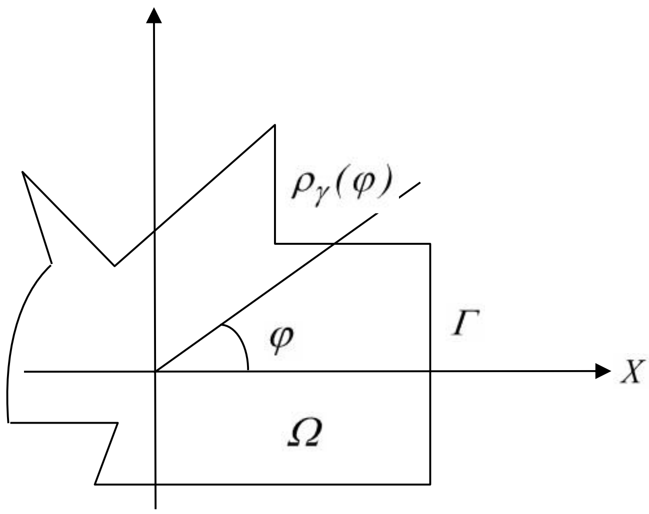


Рисунок 2.3 – Приклад зірчастої області

З математичної точки зору зірковість зручна тим, що, крім представлення можливості однозначної параметризації границь для широкого класу неопуклих об'єктів, вона є інваріантом при афінних перетвореннях. При цьому знаходження полюса для иридознаков і границь зон райдужки, як правило, не становить труднощів: з достатньою точністю може бути з'ясувати центром тяжіння або, наприклад центром райдужної оболонки.

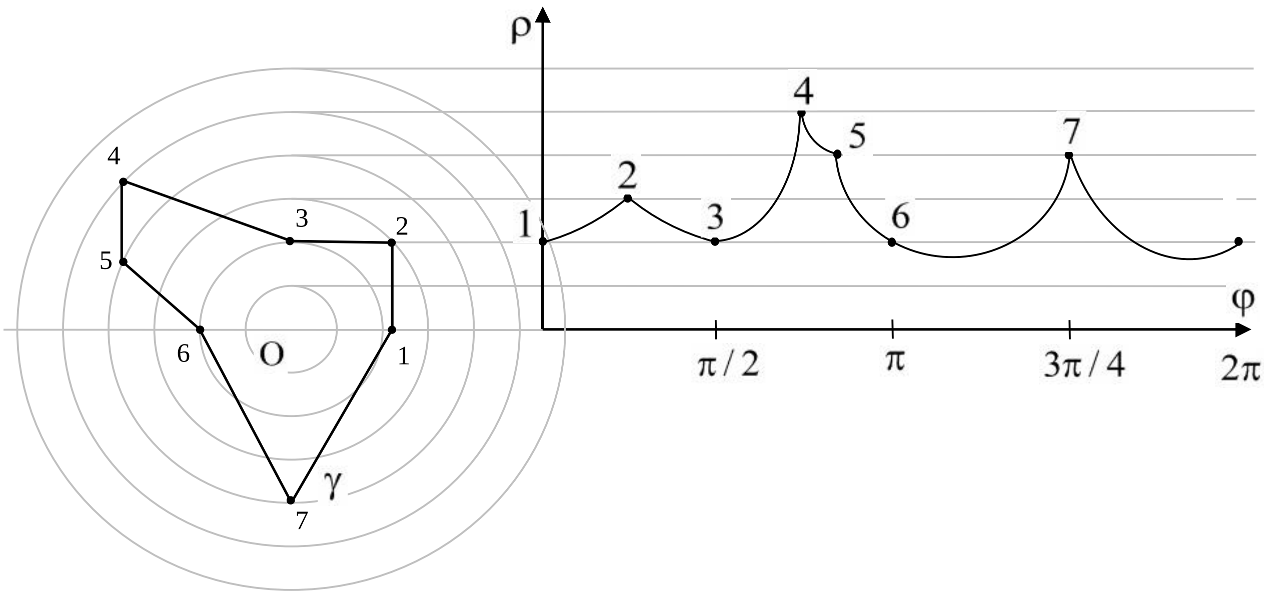
Для більшості прикладних задач уявлення границі зоряної області гладкими кривими недоцільно через високу трудомісткості їх побудови і використання, зумовленої необхідністю розгляду нелінійних рівнянь високого порядку.

Разом з тим, побудова полігонального апроксимант для границі Γ також не є тривіальним. Загальне завдання в цьому випадку полягає в наступному. Є полігональне уявлення $\gamma = \{g_1, g_2, ..., g_m\}$ границі Γ, отримане, наприклад, в результаті сегментації, про який відомо, що ухилення точок $\{g_i\}_i$ від «істинної» границі Γ в середньому (або за Чебишевим) не перевищує Δ; як правило, передбачається, що відстані між точками g_i, g_{i+1} також близькі до Δ. Полігональне наближення, що шукається $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ для γ повинно мінімізувати число вершин n при обмеженні на величину відхилення Δ^* (максимального чи в середньому) вершин ламаної γ від полігону Λ

$$\rho_K(\gamma, \Lambda) \le \Delta_*; K \in \{E, C\}, \Delta_* > \Delta, \tag{2.30}$$

де ухилення u_i в функції втрат ρ_K визначаються евклідовою відстанню $\rho(g_i, \Lambda)$ від точки g_i до ламаної Λ. При цьому потрібно, щоб апроксимант Λ із заданою точністю $\Delta_{**} > \Delta_*$ зберігав локальні особливості границі γ – екстремуми на ділянках випуклості та ввігнутості; в цьому відношенні екстремальні (по полярному радіусу) вершини ламаної γ можна розглядати як вузли інтерполяції для Λ.

Найважливішим об’єктом, при аналізі якого ця задача виявляється у всій повноті можливих ситуацій, є автономне кільце (АК). При апроксимації його границі γ, отриманої при сегментації, потрібно відфільтрувати не значимі екстремуми («шорсткості»), зберігши незмінними для подальшого аналізу найбільш значущі максимуми (піки) і мінімуми (каньйони) відхилень щодо центру ока. Не втрачаючи спільності, вважаємо що полюс О объекта Ω співпадає з центром декартової системи координат $\sum\{O, x, y\}$, а $\Xi\{O, Ox, \rho, \varphi\}$ - відповідна їй полярна система (рисунок 2.4.а). Тоді розгорткою границі γ назвемо її представлення $\rho_\gamma(\varphi)$ в декартовій системі $\Pi(O, \rho, \varphi)$ (рис. 2.4.б). При цьомц вважається, що вершини ламаної γ пронумеровані в позитивному напрямку (при обході γ області залишається зліва).



а) б)

Рисунок 2.4 – Полігональна зоряна область (а) і її розгортка (б)

Зауважимо, що пряма l в системі Σ переходить в криву вигляду

$\rho = p/\cos(\varphi - \alpha)$ в системі Π, де $p = \rho(O,l)$, а φ – кут до нормалі. Зворотно, пряма $\rho = k\varphi + c$ в системі Π має вигляд спіралі в системі Σ. При цьому строгі максимуми функції $\rho_\gamma(\varphi)$ досягаються в вершинах ламаної γ, а мінімум може досягатися у внутрішній точці ребра, що з'єднує деяку пару вершин $g_i g_{i+1}$ (наприклад, вершини 6 і 7 на рисунок 2.2.б). Оскільки відстань між вершинами по порядку величини близько до Δ і досить мало по відношенню до радіуса $\rho(g_i)$, з необхідною точністю будемо вважати, що мінімум функції $\rho_\gamma(\varphi)$ також досягається в вершинах ламаної γ.

Нехай $\gamma' = \{g_i\}_{i\in I}$, $I = (i, i+1, ..., i+k)$, $k \ge 2$ - фрагмент границі γ, а $\rho(g_i)$ і $\varphi(g_i)$ – полярні координати вершини g_i. Назвемо ламану γ' випуклої (ввігнутої), якщо кут повороту в вершинах $(g_j)_{j\in J}, J = \{i+1, \ i+1, ..., i+k-1\}$, позитивний (негативний).

Вершину g_j, $j \in J$, назвемо екстремальною (за випуклостю) на γ', якщо

$$\rho(g_j) \ge \rho(g_i), i \in I \tag{2.31}$$

і виконується хоча б одне з двох нерівностей

$$\rho(g_j) > \rho(g_{j-1}) \quad \text{и / или} \quad \rho(g_j) > \rho(g_{j+1}). \tag{2.32}$$

Відповідно визначимо екстремальність по ввігнутості

$$\rho(g_j) \le \rho(g_i),\ i \in I; \tag{2.33}$$

$$\rho(g_j) < \rho(g_{j-1}) \quad \text{и / или} \quad \rho(g_j) < \rho(g_{j+1}) \tag{2.34}$$

У разі виконання обох нерівностей (2.32) будемо говорити про максимум (відповідно, мінімумі) в точці g_j.

Введення умови (2.32) визначається необхідністю виділення дійсно "крайніх" точок в умовах можливого розподілу вершин з γ уздовж дуги кола. Крім того, з огляду на відхилень вершин з γ від Γ, що породжують малозначущі за розміром екстремуми, число екстремальних вершин може істотно зростати, не несучи корисної інформації. Тому в розгляд вводиться поріг фільтрації екстремальних відхилень – величина Δ_{**}, в околиці якої екстремуми вважаємо незначними за винятком одного, який і приймаємо за екстремальну вершину в цій околиці. Не втрачаючи спільності, припустимо, що всі вершини ламаної γ не лежать на одному колі. Тоді з очевидних геометричних міркувань слід, що необхідна умова екстремальності (2.31), (2.32) є і достатнім, причому для виявлення екстремальної вершини g_j досить розглядати ланцюжки типу $\gamma''_i = (g_i, g_{i+1}, g_{i+2})$.

Однак, необхідна умова екстремуму (2.33), (2.34) на ділянці угнутості не є достатнім (наприклад, вершина 1 на рисунку 2.4.б), але стає таким, якщо для кута повороту θ_j в вершині g_j виконується умова $\theta_j < 0$. Оскільки знак відповідної компоненти векторного множення $\bar{\nu}_j = [\overline{g_{j-1}g_j} \times \overline{g_j g_{j+1}}]$ визначається величиною $\sin\theta_j$, то умова $\theta_j < 0$ еквівалентно

$$\nu_j = (x_j - x_{j-1})(y_{j+1} - y_j) - (x_{j+1} - x_j)(y_j - y_{j-1}) < 0, \qquad (2.35)$$

для перевірки якого необхідно $x_s = 6$ операцій.

Таким чином, послідовний аналіз ланцюжків типу $\gamma''_i, i \in I$, на відповідність розглянутим умов дозволяє виділити всі екстремальні вершини на ділянках опуклості і угнутості, які, з огляду на дуже малу ймовірність розподілу вершин з γ по дузі одному колі, будуть представлені максимумами і мінімумами на відповідних їм ділянках випуклості, увігнутості.

Наприклад, для випадку ламаної, представленої на рисунку 2.4.а, отримаємо 5 екстремальних вершин – три максимуми (вершини 2, 4, 7) і два мінімуму (вершини 3 і 6), причому випукла вершина 5 в силу порушення (2.31) не відноситься до екстремальних, а вершина 1 – при виконанні (2.33) не є екстремальною (по ввігнутості) з огляду на невиконання (2.35).

2.3.2 Апроксимація фрагментів границі зірчастої області

Нехай Δ_* - похибка апроксимації в сенсі (2.30). Щоб основне завдання мала сенс, ця величина, як правило, повинна на порядок (не менше ніж в 5 – 10 разів) перевищувати похибка Δ вихідної апроксимації для γ. Якщо границя γ значимо (в сенсі Δ_*) відрізняється від кола, найбільш суттєві для додатків особливості її форми визначаються, в першу чергу, екстремальними точками (точніше строгими максимумами і мінімумами) G_k, $k = 1, 2, ..., N$, і відповідними їм випуклими і ввігнутими фрагментами границі. Тому при апроксимації контуру γ зміна цих точок, що визначають кардинальні особливості границі, небажано, і в задачі наближення (2.30) ці вершини можна розглядати як вузли інтерполяції контура в цілому.

Таким чином весь контур розбивається на N фрагментів γ_k границі з кінцями в вершинах G_k, G_{k+1}, для кожного з яких повинна бути вирішена задача апроксимації в умовах, коли γ_k представляється однозначною функцією на деякому інтервалі А в системі координат Σ', отриманої з Σ зрушенням точки О і поворотом осей як описано вище.

Відповідно до цього підходу для вирішення завдання (2.30) пропонується метод, який полягає в застосуванні процедур пошуку вузлів інтерполяції $\{P_k\},_{k=1,...,N}$ і побудові апроксимантів на інтервалах $P_k P_{k+1}$.

Процедура 2.1. Вибір вузлів інтерполяції.

Крок 1. Послідовним переглядом вершин з γ виділяємо все екстремальні вершини V відповідно до умов (2.31) – (2.35).

Крок 2. Виконуємо над V наступну операцію виділення полюсів, поки ця множина не стане порожньою: знаходимо в V вершину v з найбільшим значенням радіусу $\rho(\nu)$, відносимо її до множини $\tilde{P}$ і видаляємо з V всі вершини, що потрапили в Δ_{**} – околиця вершини v.

Крок 3. Упорядковуємо вершини з $\tilde{P}=\{P_i\}_{i=1,N}$ (вузли інтерполяції) по полярному куту $\varphi(P_i)$. У разі, якщо полярний кут $\Delta\varphi_i = \left|\ \varphi(P_i)-\varphi(P_{i+1})\ \right|$ для деякої пари вершин з $\tilde{P}$ перевищує π, вводимо в $\tilde{P}$ додатковий полюс (з числа екстремальних, або середньої між ними вершини).

На кроці 2, в залежності від обмежень, можна розглядати і мінімальний радіус, або чергувати вибір вершин з локально мінімальним і максимальним радіусом. Наприклад, в разі АК вибір мінімального радіуса дозволяє "не упустити" невелике накладення фрагмента АК на край схеми ПЗ.

Після застосування цієї процедури вирішуємо N незалежних завдань апроксимації фрагментів границі γ, що лежать між фіксованими вузлами $\{P_i, P_{i+1}\}_{i=1,N}$, застосовуючи процедуру 2.2, де, для стислості, γ позначать ланцюжок вершин, що лежать між полюсами $P=P_i$ і $Q=P_{i+1}$.

Процедура 2.2. Апроксимація границь γ між полюсами P, Q.

Для ланцюжка γ вирішуємо завдання полігональної апроксимації, збільшуючи порядок s апроксиманта h_s від 1 до 4, поки не буде досягнута необхідна точність Δ_*. Якщо це завдання не має рішення, розбиваємо ланцюжок γ на два γ', γ'' (наприклад, за кількістю точок) і аналогічним чином шукаємо для кожної з них апроксимант мінімального порядку (ступеня не вище 4) Λ', Λ'' і т.д. В результаті отримуємо послідовність ланцюжків $\gamma_1, \gamma_2, \dots \gamma_n$ з попарно загальними кінцями і відповідне їм наближення $\Lambda = \bigcup_{i=1,n} \Lambda_i$.

Зауважимо, що рівень величин Δ_*, Δ_{**} щодо Δ визначає ступінь «згладжування» границі γ в сенсі зменшення числа піків і каньйонів, а також «шорсткостей» при збереженні положення кардинальних точок - полюсів інтерполяції. При цьому Δ_{**} визначає поріг значимості піків і каньйонів по частоті їх появи, а Δ_{*} – за ступенем шорсткості. Оскільки додаткові полюси, на відміну від основних, можуть не визначати екстремуми, зміна їх стану може підвищити точність апроксимації. Для цього скористаємося методом локальних варіацій в наступній модифікації. Нехай $\Lambda_{\varsigma} = \{H_j\}_{j=0,k+1}$ – послідовність вершин h_s-полігонів між основними полюсами $P = H_0$ і $Q = H_{k+1}$ фрагменту $\gamma_{\varsigma} \subset \gamma$. Для кожної вершини $H_i(x_i, y_i)$, $i \in I = \{1, 2, ..., k\}$, визначемо множину альтернатив

$$H_{i1} = (x_i + \Delta_0, y_i), H_{i2} = (x_i, y_i + \Delta_0); H_{i3} = (x_i - \Delta_0, y_i), H_{i4} = (x_i, y_i - \Delta_0), \quad (2.36)$$

де Δ_0 – параметр варіювання, за порядком величини співпадає з Δ_*.

Тоді множина варіацій $\Lambda_{\Xi} = \{\Lambda_{\varsigma\xi}\}_{\xi}$ апроксиманта Λ_{ς} утворено ланцюжками виду $\Lambda_{\varsigma\xi} = H_0 H_{1i_1} H_{2i_2} ... H_{ki_k} H_{k+1}$, $i_{\eta} \in \{1, 2, 3, 4\}$. Ясно, що загальне число V_{ς} таких варіацій дорівнює $V_{\varsigma} = 4^k$, а трудомісткість оцінки якості одного апроксимант визначається витратами на розрахунок відхилень $u_{\varsigma\xi} = \rho(\gamma_{\varsigma}, \Lambda_{\varsigma\xi})$, але лише для зміненого фрагмента, тобто для m/k точок з γ. Відповідно до отриманих вище оцінками це вимагає порядку $\kappa'_C \sim 20m/k$ (оп). Тоді трудомісткість повного перебору всіх V_{ς} варіацій складе

$$\kappa_C \sim 20 \cdot \frac{m}{k} \cdot 4^k = \kappa_{\rho} \frac{4^k}{k} \text{ (оп).} \quad (2.\,37)$$

Оцінка (2.37) показує неефективність повного перебору локальних варіацій щодо ланцюжків досить великої довжини. Однак, в цьому випадку його можна перевірити не для всіх вершин $H_i, i \in I$, а лише для додаткових полюсів. Перший випадок назвемо корекцією полігону Λ_{ς} по (k) вершинам, а другий – по (p) полюсам. У загальному випадку можна варіювати величину Δ_0 і розглядати варіації на основі методів випадкового пошуку. Разом з тим, слід враховувати, що в реальних умовах число k не менше, ніж на порядок менше числа апроксимованих точок (пікселів), отриманих при сегментації границі. Так, в разі автономного кільця вже при $k = 7$, що відповідає об'єднанню двох h_4-полігонів (8 відрізків), на екрані розміром 50 см (2000 пікселів) ланцюжок Λ матиме довжину близько

$$8 \times 10 \times \frac{50}{2000} = 2 \text{ (см)},$$

що не менше ніж на порядок перевищує середню відстань між основними полюсами. Це означає, що входження до складу ланцюжка Λ h_s-полігона порядку вище 4 практично виключено, що і означає недоцільність використання -полігон більш високого порядку і можливість повного перебору альтернатив (2.36) для всіх вузлів інтерполяції. Якщо між основними вузлами інтерполяції використовується, в середньому, полігон h_s порядку 2 – 3, то для корекції (2.36) необхідно порядку 4 – 16, або, в середньому, $V_\Lambda = 10$ варіацій, що збільшує трудомісткість приблизно в 5 разів. Тому корекція апроксиманту Λ (між основними полюсами) по всіх вершин збільшує трудомісткість (2.8) розрахунку параметрів початкового наближення Λ не більше ніж на порядок. Так, при довжині АК у 2 – 2.5 см число пікселів m становить від 80 до 120, що в середньому дає $\kappa_\rho \sim 20 \cdot 100$ (оп) та, з урахуванням всіх варіацій внутрішніх вузлів, потрібно близько $\kappa_{Pol} \approx V_\Lambda \cdot \kappa_\rho \sim 20\,000$ (оп).

У разі, коли корекції підлягають лише додаткові полюси, трудомісткість κ_{Pol} корекції (2.36) становить величину, на порядок меншу ніж κ_{Pol}, так як середнє їх число для однієї задачі апроксимації не перевищує декількох одиниць. В цьому випадку отримуємо також можливість оптимізації апроксимант і за рахунок варіювання Δ_0.

Таким чином, порівняно малий зростання обсягу обчислень, необхідних для аналізу апроксимант при варіюванні положення вершин (2.36), також робить можливим, якщо того вимагає досягнення високої точності, застосування відомих методів випадкового пошуку.

3 МОДЕЛІ І МЕТОДИ ПОЛІГОНАЛЬНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ У НЕОДНОЗВ’ЯЗНІЙ ОБЛАСТІ

3.1 Полігональна апроксимація в випуклих областях

Під сегментною аппроксимацією розуміють методи кусочної апроксимації, засновані на розбитті вихідного проміжку завдання функції на ряд подінтервалів. Основним серед них є проста сегментна апроксимація, де вихідний проміжок [a, b] розбивається на ряд підінтервалів, які не перетинаються.

На кожному з них задана функція f(x) наближається ламаної, многочленом, або іншою функцією, що містить малу кількість параметрів і операцій. В окремих випадках завдання наближення ламаної із заданою абсолютною помилкою може бути вирішена в аналітичному вигляді. Однак, це передбачає наявність аналітичного представлення функції f(x) щодо осі абсцис і оптимального правила розбиття контуру на сегменти.

Тому застосування аналітичних методів для вирішення задач контурної апроксимації (в тому числі - для заходів ухилення по Чебишеву) в більшості випадків неможливо.

Для ряду задач полігональної апроксимації достатнім є пошук рішення на відповідному планарном графі, в ε-полосі або в опуклому безлічі. В цьому випадку є досить ефективні алгоритми покриття вершин границі.

Так, в якості однієї з базових є завдання полігональної ланцюгової апроксимації. Вона полягає в мінімізації числа вершин ламаної C_0, C_1, …, C_N в випуклої області при обмеженні на чебишовські ухилення вершин C_{i+1}, C_{i+2}, …, C_{i+k-1} від відрізка $C_i C_{i+k}$, який замінює вихідну послідовність вершин. Для вирішення цього завдання вперше був запропонований алгоритм Ірі-Імаі з трудомісткістю $O(n^3)$. Більш ефективний алгоритм запропонований Мелькманом і Рурке з трудомісткістю $O(n^2 \log n)$.

Пізніше було запропоновано узагальнення методу послідовного відбору вершин (ПОВ) і методу ітераційної корекції (МІК) для полігональної ланцюгової апроксимації, який допускає введення окремих проміжних вершин.

Метод ПОВ вибирає вершини послідовно. Він переглядає вершини контуру, починаючи з першої, і перевіряє, що чебишовських ухилення d проміжних точок контуру до відрізка, кінці якого утворюють початкова і поточна точки контуру, не перевищує критичний D_{max}; якщо перевищує, попередня точка приймається за вершину полігону і процес триває, починаючи з цієї точки.

Використання МІК засноване на введенні проміжних точок для полігону, в якості початкової моделі якого вибирається відрізок, що з’єднує найбільш віддалені точки.

Ітерація складається в поповненні полігону вершиною, що має максимальне ухилення від наявного контуру. Цей підхід дозволяє зменшити СКО, але веде до зростання числа вершин апроксимант і не застосуємо до замкнутим контурам.

Однак, в цих методу область передбачається опуклою: тільки в цьому випадку можна застосувати методи теорії графів і прості геометричні моделі, які передбачають що внутрішня метрика області Ω збігається з відстанню на площині.

Якщо ж область Ω неоднозв’язна, довжина l найкоротшого шляху між точками A, B може перевищувати відстань d між ними (рис. 3.1).

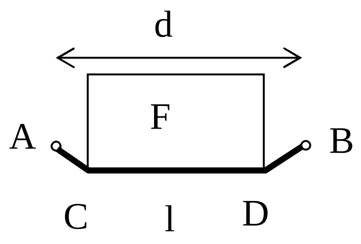


Рисунок 3.1 – Відмінність внутрішньої метрики l від відстані на площині d

Оскільки інформація про форму апроксимант, як і висока точність наближення важливі для багатьох додатків, типові моделі ланцюгової апроксимації в разі неопуклих областей стають неадекватними.

Для вирішення цієї проблеми пропонуються приватні методи, які засновані на евристичних міркуваннях.

Так, один з поширених підходів до полігональної апроксимації неопуклих об’єктів запропонований в роботі. Для вирішення завдань контурної апроксимації і подальшої ідентифікації об’єктів пропонується виділяти «особливі» точки – «максимуми» і «мінімуми» контуру, де об’єкт «вигинається».

При апроксимації ці точки зберігаються. Контур порівнюється з шаблонами за допомогою пошуку такого з них, для якого досягається мінімум енергії деформації.

Для ряду задач цей метод показав високу ефективність. Однак, зважаючи на необхідність наявності шаблонів і поганий формализуемости поняття особливої точки, їх вибір стає найбільш критичним для ідентифікації.

При цьому повний перебір точкових відповідностей для всіх шаблонів знижує його оперативність.

Таким чином, розробка моделей і методів полігонального наближення з фіксованим і вільним розташуванням вершин апроксимант в неодносвязной області, причому для різних критеріїв точності, являє актуальну задачу.

3.2 Завдання полігональної апроксимації в неопуклій області

Нехай вихідна ламана (не обов’язково замкнута) в області Ω виду (1.1) задана послідовністю точок $\gamma = \{g_j\}_{j=1,m}$ з координатами (x_j, y_j). Вважаємо, що границі Γ_i областей Ω_i з (1.1) – (1.3) також задані полігонами.

Критерій $R(L, \gamma)$ визначає число вершин ламаної $L \in F$, де F –

множина ламаних в Ω. У цих умовах полігональний апроксимант $L=\{l_\iota\}_{\iota=1,m}$, повинен задовольняти трьом основним обмеженням

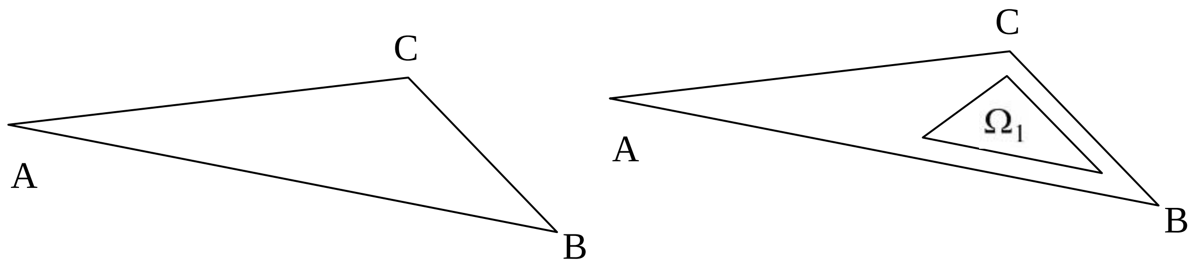
$$\begin{cases} C_1: L \in F, \\ C_2: L \leftrightarrow \gamma, \\ C_3:\ \rho_\alpha(\gamma, L) < \Delta_*. \end{cases} \qquad (3.1)$$

Умова C_1 означає, що апроксимант не може мати спільних точок з областями Ω_i, $(i=1, 2, \dots, n)$, хоча може торкатися їх границь.

Друга умова визначає, що лінії L і γ, як шляху, мають один і той же гомотопічний тип, тобто апроксимант може бути отриманий безперервної деформацією в області Ω шляху γ.

Актуальність цього обмеження визначається тим, що топологічні властивості об'єктів в області Ω не повинні змінюватися.

Наприклад, якщо відрізок AB (рис. 3.2.а) в опуклій області як апроксимант L для ламаної $\gamma = ACB$ припустимо (по точності), то в неоднозв'язній області (с виколотим трикутником Ω_1, рис. 3.2.б) при тій же точності відрізок AB як апроксимант неприпустимий, оскільки він має інший гомотопічний тип (петля ABCA не стягувати в точку).



а) б)

Рисунок 3.2 – Гомотопічні властивості апроксиманта

Умова C_3 визначає необхідну точність апроксимації відповідно до типу заходи (в середньому, по Чебишеву і ін.).

У цих умовах завдання (1.4) може бути сформульована таким чином

$$\begin{cases} \text{Знайти} \quad L^* = \arg\min\limits_{L \in F_C} R\,(L, \gamma) \\ \text{при обмеженнях} \quad C = \{C_1, C_2, C_3\}\,. \end{cases} \tag{3.2}$$

3.3 Модель полігональної ланцюгової апроксимації в неопуклій області

Відповідно до розділу 2 вважаємо вершину v контуру Ω_i, (i = 1, 2, … , n), опуклою, якщо кут при ній з боку цієї області менше π (і більше π для області Ω_0). Множину цих вершин позначимо V.

Тоді з теореми Гаусса-Бонні слід, що якщо відрізок AB лежить в області Ω, то його внутрішні точки не містять неопуклих вершин границі цієї області.

Нехай відрізки AC і CB лежать в області Ω з границею Γ. Тоді необхідна і достатня умова того, що відрізок AB задовольняє обмеженням C_1, C_2 щодо ламаної γ = ACB, полягає в тому, що жодна з опуклих вершин множини V не належить внутрішній частині трикутника $\triangle$ACB:

$$v \notin \triangle ACB, \quad \forall v \in V\,. \tag{3.3}$$

Необхідність умови випливає з того, що якщо деяка опукла вершина *v* лежить в трикутнику $\triangle$ACB, то контур ACB не може бути стягнутий в точку, наприклад – в точку A.

Достатність. Нехай умова (3.3) виконана. Розглянемо безперервну деформацію $\psi : ACB \to AB$ ламаної ACB в відрізок AB, що складається в зміщенні точки C в точку B по відрізку CB.

В цьому випадку в силу (3.3) і слідства з теореми Гаусса-Бонні отримуємо, що ніякої проміжний відрізок AC' не перетне границю Γ, а значить і результат відображення ψ задовольняє обмеженням C_1, C_2.

Нехай γ' – зв'язана підцепочка з γ з кінцями A, B. Позначимо $S_h(\gamma')$ логічний оператор зі значеннями 1 і 0; а саме, S_h (γ') =1, якщо обмеження C_1, C_2 для γ' і відрізку AB виконані, та 0 в протилежному віипадку.

Відповідно, оператор $S_\alpha(\gamma')$ приймає значення 1, якщо C_3 виконано (тобто $\rho_\alpha(\gamma', AB) < \Delta^*$), та 0 в протилежному випадку.

Розглянемо тепер алгоритм, що описує прямий підхід до вирішення завдання полігональної ланцюгової апроксимації, в якому оператор S_h виконується, а якщо йдеться про неопуклого область.

Він мінімізує число вершин ламаної γ шляхом заміни максимально можливого числа сегментів відрізком.

Для зручності викладу розглянемо спочатку випадок, коли ця ламана є замкнутою.

Для зручності індексації вважаємо, що вершини ламаної γ задані циклічно, $\gamma = (g_1, g_2, \dots, g_m, g_{m+1}, \dots, g_{m+m})$, де при $k > m$ полагаємо $g_k = g_{k-m}$.

В цьому випадку для будь-якої початкової вершини i_B, $B \le m$, контур задається послідовністю вершин з номерами J = {i_B, i_B+1, … , i_B + m-1}.

Робота алгоритму починається із заданою вершини i_B.

Алгоритм 3.1. Полігональної ланцюгової апроксимації в неопуклій області.

Крок 1. Вважаємо $i_w = i_B$; $\xi = 1$, $j_\xi = i_w$.

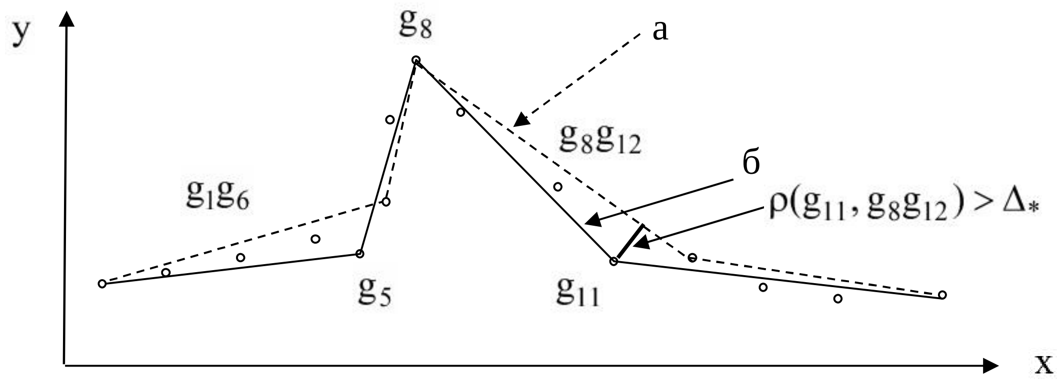
Крок 2. Збільшуємо k від 1 до тих пір, поки $i_w + k \le i_B + m$ і для ланцюга $\gamma' = \{g_j\}_{j \in J'}$, J'=$\{i_w, \dots, i_w + k\}$, виконується умова

$$\{S_h(\gamma') = 1 \ \& \ S_\alpha(\gamma') = 1 \ \& \ i_w + k \le i_B + m\} \qquad (3.4)$$

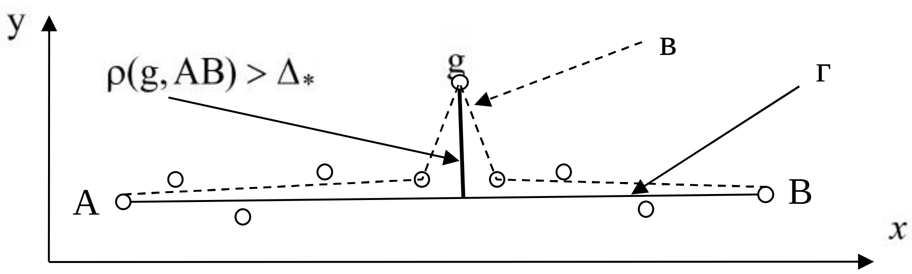
Крок 3. Вважаємо $\xi := \xi + 1$, $j_\xi = i_w + k$. Якщо $i_w + k < i_B + m - 1$, вважаємо $i_w := i_w + k$ і переходимо до кроку 2; інакше – переходимо до наступного кроку 4.

Крок 4. Завершення: апроксимуюча ламана $L(i_B)$ складається з послідовності вершин з номерами $J(i_B) = \{ j_1, j_2, \ldots, j_\xi \}$.

У разі випуклої області застосування цього алгоритму до фрагменту ламаної γ, вершини якої позначені точками, наведено на рис. 3.3.



а)



б)

Рисунок 3.3 – Результат застосування алгоритму 3.1 при оцінці відхилень по Чебишеву (а, в) і в середньому (б, г). У другому прикладі розгляд відхилення в середньому призводить до отримання відрізка AB, а використання відхилення по Чебишеву зберігає у апроксимант «голчастий» виступ у вершини g

У разі, коли ламана γ не замкнута, циклічне уявлення її вершин в алгоритмі 3.1 не використовується, але після досягнення вершини g_m цей же алгоритм застосовується до вершин i_B, i_{B-1}, … , i_1, починаючи з спрямляющего відрізка з номерами j_1, j_2.

3.4 Обчислення значень операторів S_α і S_h

Етап 1. Перевірка обмеження C_3. На кроці 2 алгоритму 3.1 для оператора $S_\alpha(\gamma')$ потрібно обчислювати відстань від вершин g_j, $j \in J'' = J' \setminus \{i_w, i_w + k\}$, до прямої l_ξ, яка визначається відрізком $h_\xi = g_{i_w} g_{i_w+k}$.

Нехай $g_{i_w} = (x_1, y_1)$, $g_{i_w+k} = (x_2, y_2)$ і рівняння прямої, що проходить через ці точки, має вигляд $Ax + By + C = 0$, де $A = y_2 - y_1$, $B = x_1 - x_2$, $C = -y_1 B - x_1 A$.

Тоді відстань від точки (x, y) до прямої l_ξ дорівнює

$$\rho[(x,y), l_\xi] = \left| d(x,y) \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \left(Ax + By + C\right) \right| \qquad (3.5)$$

і міри ухилення апроксиманту h_ξ від ланцюга γ' (по Чебышеву тощо) для основних розглянутих критеріїв точності будуть мати вигляд

$$\rho_C(h_\xi, \gamma') = \max_{j \in J''} \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \left| Ax_j + By_j + C \right|, \qquad (3.6)$$

$$\rho_D(h_\xi, \gamma') = \frac{1}{k-2} \sum_{j \in J''} \left(\frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \left| Ax_j + By_j + C \right| \right)^2, \qquad (3.7)$$

$$\rho_S(h_\xi, \gamma') = \sqrt{\rho_D(h_\xi, \gamma')}, \qquad (3.8)$$

$$\rho_M(h_\xi,\gamma') = \tfrac{1}{k-1}\sum\nolimits_{j\in J''} \frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}} \left| Ax_j + By_j + C \right|. \qquad (3.9)$$

Як видно з (3.6) – (3.9), розрахунок значень розглянутих заходів точності заснований на обчисленні відстаней (3.5).

Це розширює сферу застосування розглянутих алгоритмів і знижує трудомісткість апроксимації при розгляді декількох заходів.

При цьому якщо обмеження C_3 виконується для кожної підцепочки $\gamma' \subset \gamma$, то в загальному випадку воно виконується і для всього ланцюжка γ.

Етап 2. Перевірка обмежень C_1, C_2. Як показано вище, для перевірки обмежень C_1, C_2 досить встановити виконання умови (3.3). Для цього скористаємося теоремою Жордана.

Так, нехай $v \in V$ і Ov = $\{ y = y_v,\ x \ge x_v \}$ – промінь, що відповідає цій вершині. Для кожного відрізку $g_j\, g_{j+1}$, $j \in J$, задамо індекс i_j, який дорівнює 1, якщо він перетинається з променем Ov, та 0 в протилежному випадку; для спрямляющего відрізка $h_\xi = g_{i_w} g_{i_w+k}$ аналогічний індекс позначимо i_ξ.

В даному випадку неважливо, чи є γ замкнутою лінією чи ні, а також лежить точка v всередині контуру чи ні.

Для того, щоб для ланцюжка J' виконувалася умова (3.3) необхідно, щоб сума індексів $I_\xi = \sum_{j\in J^*} i_j + i_\xi$, $J^* = J' \setminus \{i_w + k\}$, при розгляді чергової вершини $i_w + k$ була парною (або нульовою).

Нехай:

$$h_\xi = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}.$$

Тоді значення індексу i_ξ дорівнює

$$\begin{cases} i_\xi = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad \{y_1 \le y_v \le y_2\} \,\&\, \{x_0 \ge x_v\}; \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \\ x_0 = x_2 - \dfrac{y_2 - y_v}{y_2 - y_1}(x_2 - x_1) \end{cases} \qquad (3.10)$$

При цьому значення x_0 обчислюється лише при виконанні умови $\{y_1 \le y_v \le y_2\}$.

Нехай n_v – кількість вершин з V. Оскільки індекси типу i_j для ламаної γ досить обчислити один раз (також по (3.10)), на етапі попередньої обробки для кожної вершини $v \in V$ слід знайти m індексів типу i_j.

Однак, не потрібно кожного разу обчислювати значення x_0, оскільки промінь Ov може перетинати лише кілька відрізків ламаної γ.

Це означає, що обчислення $N_\gamma = n_v m$ індексів типу i_j вимагає виконання порядку $\kappa_\gamma \sim 3N_\gamma$ порівнянь $\{y_1 \le y_v \le y_2\}$ і $\{x_0 < x_v\}$, і стільки ж (по порядку величини) порівнянь потрібно для обчислення індексів i_ξ в алгоритмі 3.1.

Таким чином, оскільки обчислення похибки апроксимації (3.6) - (3.9) вимагає більш ніж на порядок більшого числа арифметичних операцій ніж обчислення індексів i_j, i_ξ та добутку I_ξ, то використання оператору S_h в алгоритмі 3.1 практично не збільшує трудомісткість його застосування до неодносвязним областям по відношенню до випадку опуклою області. При цьому незалежне використання оператора S_h дозволяє застосовувати його в інших методах полігональної ланцюгової апроксимації.

3.5 Метод ланцюгової апроксимації в неоднозв’язній області

На відміну від традиційного підходу до апроксимації функції f(x) на відрізку $x \in [a, b]$, який передбачає однозначність образів, в завданню (3.2) виникає властива сегментной апроксимації проблема оптимізації розбиття ламаної γ на фрагменти, до яких застосовні існуючі підходи до апроксимації.

Важливий аспект цієї проблеми полягає в тому, що результат апроксимації (точніше – значення функції $R(L)$) може залежати від вибору початкового наближення (наприклад, вершини $i_в$ в алгоритмі 3.1).

Тому для вирішення завдання (3.2) в разі ланцюгової апроксимації пропонується метод, який полягає в застосуванні двох процедур – алгоритму пошукової мінімізації критерію $R(L)$ за допомогою варіювання параметра $i_в$ та алгоритму 3.1, що забезпечує побудову апроксимант для фіксованої початкової вершини.

З іншого боку, один і той же мінімальне значення критерію $R(L)$ може бути отримано при різних значеннях початкової точки $i_в$, що впливають на форму апроксимант і склад входять до нього вершин. Для ряду прикладних задач ці показники є значущими для оцінки якості рішення, але вони погано піддаються формалізації.

У зв’язку з цим для загального випадку завдання ланцюгової апроксимації пропонуються два варіанти алгоритму мінімізації - за методом повного перебору (алгоритм 3.2) і Монте-Карло (Алгоритм 3.3). Перший з них, як показує проведений обчислювальний експеримент, прийнятний, коли число вихідних вершин становить до кількох тисяч, що відповідає розмірності найбільш широкого класу практичних завдань; в цьому випадку рішення досягається за 15 секунд при $m = 1000$, причому час вирішення лінійно зростає зі збільшенням граничної похибки Δ^*, тобто з ростом середнього числа відрізків, що становлять спрямляются фрагменти вихідної ламаної γ (див. підразділ 3.7). У разі істотного зростання числа m можна застосовувати випадковий пошук.

Алгоритм 3.2. Ланцюговий апроксимації в неоднозв’язній області.

Крок 1. Вважаємо $i_в := 1$, $k^* := m$, $l^* := \gamma$.

Крок 2. За допомогою алгоритму 3.1 знаходимо $L(i_в)$; вважаємо

$k := R(L(i_B))$. Якщо $k < k^*$, вважаємо $l^* := L(i_B)$, $k^* := k$.

Крок 3. Ваажаємо $i_B := i_B + 1$. Якщо $i_B \leq m$, перехід до кроку 2; інакше – до кроку 4.

Крок 4. Закінчення: приймаємо ламану l^* з кількістю вершин k^* за вирішння задачі (3.2).

Нехай t (t^*) – поточний (граничне) час вирішення завдання (3.2), m^* – прийнятне число вершин апроксимант, а $R[0, N]$ – ціле, що задається датчиком рівномірно розподілених чисел в інтервалі від 0 до N.

Алгоритм 3.3. Ланцюгової апроксимації в неоднозв'язній області.

Крок 1. Вважаємо $i_B := 1$, $k^* := m$, $l^* := \gamma$.

Крок 2. За допомогою алгоритму 3.1 знаходимо $L(i_B)$; вважаємо $k := R(L(i_B))$. Якщо $k < k^*$, вважаємо $l^* := L(i_B)$, $k^* := k$.

Крок 3. Вважаємо $i_B := R[1, m]$. Якщо $t > t^*$ (або $k \leq m^*$), перехід до кроку 4; інакше – до кроку 2.

Крок 4. Закінчення: вважаємо ламану l^* з кількістю вершин k^* за вирішення задачі (3.2).

У цьому алгоритмі припинення пошуку на кроці 3 виробляється, відповідно установці ЛПР, за критерієм часу, числа ланок або за обома з них.

3.6 Метод полігональної апроксимації в неоднозв'язній області

У разі, коли задача (1.4) розглядається як задача полігонального наближення в неодносвязной континуальної області Ω при обмеженнях C_1 – C_3, для її вирішення також застосуємо метод, описаний в розділі 2, але з тією відмінністю, що в процедурі 2.2 поряд з перевіркою прийнятності апроксиманта h_s по точності за допомогою оператора S_h перевіряємо виконання обмежень C_1 і C_2 з (3.1).

Якщо ці обмеження для апроксиманта h_s фрагменту γ не виконуються, проводимо, як описано в розділі 2, розбиття γ на дві подцепочкі і застосовуємо до них процедуру 2.2. При цьому зменшення числа ланок початкового ланцюжка γ неможливо лише в тому практично рідкісному випадку, коли при дуже високих вимогах по точності вона огинає опуклу компоненту границі Γ.

Якщо вихідна ламана γ не замкнута, то для знаходження полюсів, що визначають фрагменти, що розглядаються в процедурі 2.2, можна скористатися алгоритмом 3.1, де в (3.4) замість S_α, S_h використовується наступний оператор:

а) $S_f = 1$, якщо щодо відрізка $g_{i_w} g_{i_{w+k}}$, як осі абсцис, ламана γ' є однозначною функцією;

б) 0 – в протилежному випадку.

Тоді послідовність вершин $L(i_B)$ буде визначати точки розбиття (полюса) ламаної γ на шукані фрагменти.

Таким чином, застосування оператора S_h дозволяє застосовувати запропоновані алгоритми полігональної апроксимації в неодносвязних областях, не приводячи до значимого зростання трудомісткості.

3.7 Дослідження методів полігональної апроксимації за допомогою програмної системи LAKE VECTOR

3.7.1 Комплекс прикладних програм LAKE VECTOR для вирішення завдань апроксимації границь зображень водойм

Існуючі більше 30 років, географічні інформаційні системи (ГІС) набувають все більш широке застосування; якщо раніше вони застосовувалися тільки для створення електронних карт, то сьогодні, з їх можливостями щодо збору, візуалізації та аналізу даних з просторовою прив’язкою, стають невід’ємною частиною більшості сучасних АСУ.

Оскільки векторна форма представлення даних в ГІС є основною, звичайне завдання зводиться до знаходження полігонального подання границь об’єктів, що має мінімальну складність при заданих критеріях і обмеженнях по точності апроксимації.

Важливий клас подібних задач пов’язаний з моделюванням границь водойм з аерокосмічних зображень, що актуально для аналізу обстановки як при повенях, так і в посушливі періоди. Суть цих завдань зводиться до наступного.

Нехай в якості об’єкта розгляду зазначений деякий водойму. На оригінальному документі (рис. 3.4.а) розглянутого ділянки земної поверхні виділяється впорядкована послідовність граничних точок γ, яка приймається за границю водойми (рис. 3.4.б) з точністю Δ, яка визначається похибкою отримання вихідних даних.

Однак, для ряду задач така висока точність надлишкова; наприклад, при зміні масштабу об’єктів для їх відображення на засобах візуалізації потрібно описувати ту ж границю, але меншим числом точок (рис. 3.4.в).

В одних випадках для цього потрібно використовувати лише точки з γ, в інших – краща не ланцюгова апроксимація, а використання континуальних моделей, розглянутих у розділі 2.

Оскільки в різних завданнях висуваються різні вимоги щодо критерію точності для одного і того ж об’єкта, розглядаються заходи точності, що зв’язуються з метрикою Чебишева, дисперсією, СКО і абсолютним відхиленням (3.6) – (3.9).

Так, якщо при оцінюванні площі поверхні водойми адекватним заходом якості апроксимації є критерій середньоквадратичного відхилення, то при оцінюванні довжини берегової лінії, або перепаду висот при проектуванні доріг більш адекватним буде використання заходів відхилення по Чебишеву.

а) б) в)

Рисунок 3.4 – Супутниковий знімок водойми, опис його границі після сегментації і її апроксимація ламаної із заданою точністю

Для вирішення подібних завдань апроксимації в середовищі C # розроблена програмна система LAKE VECTOR 1.0.

Вона забезпечує апроксимацію сегментованих границь водойм в реальному масштабі часу на основі використання моделей, методів і алгоритмів, запропонованих в розділах 2 і 3. В якості вихідних даних для сегментації використовувався такий аналог ГІС як World Atlas "Encarta".

Комплекс прикладних програм LAKE VECTOR 1.0 містить три основні блоки, призначених для сегментації зовнішнього границі озера, її трасування, з метою представлення замкнутої впорядкованої послідовністю точок, і інтерактивної апроксимації в реальному масштабі часу відповідно заданому критерію і похибки.

Апроксимація трасованої зовнішньої границі озера проводиться в LAKE VECTOR 1.0 на основі методів ланцюгової і полігональної апроксимації з використанням різних критеріїв точності.

При визначенні відстаней, в тому числі – граничної похибки, мірою довжини служить умовна одиниця, яка через масштаб вихідної карти співвідноситься з кілометрами; для розглянутого прикладу – озера Байкал – одна одиниця відповідає 1.7 кілометрам.

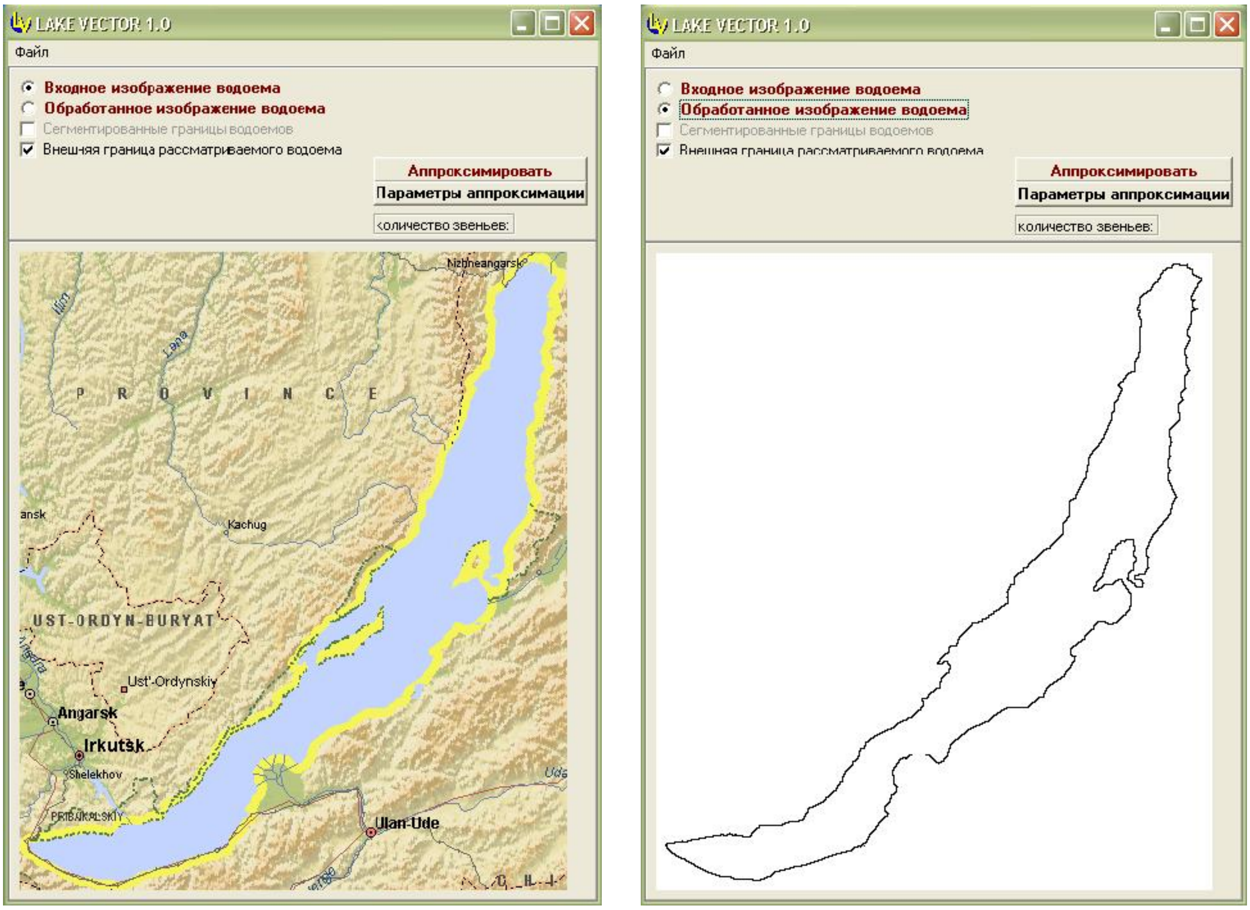
Після активації, використовуючи закладки основного меню Файл/ Відкрити, завантажуємо зображення озера (рисунок 3.5.а); це призводить до сегментації його зовнішньої границі.

Результат сегментації також можна відобразити на екрані (рис. 3.5.б) за допомогою опцій на верхній панелі форми (рис. 3.5, рис. 3.6).

Міра точності і гранична похибка апроксимації задаються в формі (рис. 3.6), яка викликається натисканням кнопки "Параметри апроксимації".

Для проведення самої апроксимації повертаємося до основної форми і натискаємо кнопку «Апроксимувати».

Це тягне мінімізацію числа вершин сегментированної границі, за встановленим критерієм із заданою точністю.



а) б)

Рисунок 3.5 – Основна форма із зображенням водойми (а) і його зовнішньої границі (б), отримані після сегментації і трасування зображення

Результати (рис. 3.7) відображається по опції на верхній панелі основної форми. Візуально все це можна побачити на наступних рисунках.

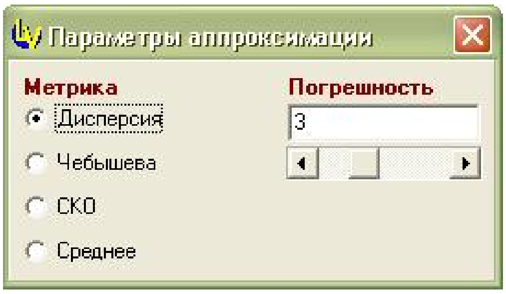
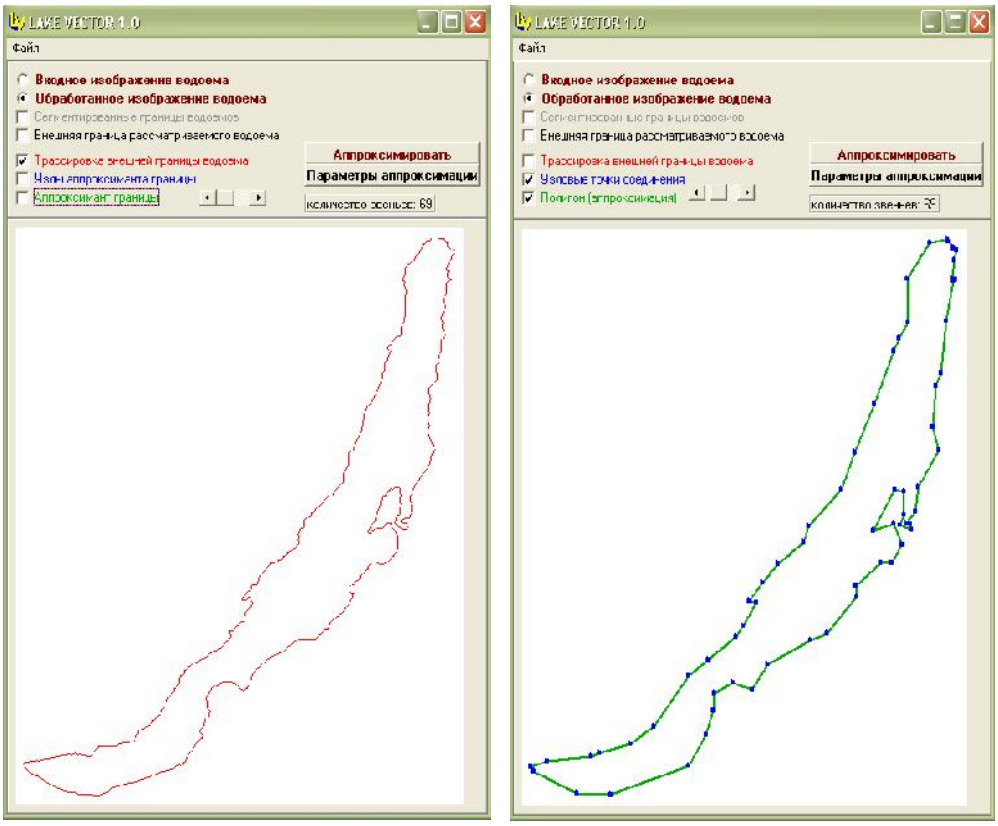


Рисунок 3.6 – Форма завдання параметрів для апроксимації границі водойми



а) б)

Рисунок 3.7 – Трасована границя водойми і її полігональна апроксимація

Для підвищення якості візуалізації можна збільшити товщину апроксимуючої ламаної і розмір її вузлів, використовуючи повзунок поруч з опцією «Апроксимація границі». Отримані результати можна зберегти для подальшого використання, використовуючи закладки основного меню Файл /

Зберегти.

3.7.2 Вплив граничної похибки і критерію точності

Дія цих факторів на результат апроксимації описано на рис. 3.8-3.10.

Результати мінімізації числа ланок апроксимант, показують, що при малій похибки МНК дає менше число ланок в порівнянні з критерієм Чебишева, а з ростом граничної похибки ситуація змінюється на протилежну.

В цілому, ця тенденція відповідає теоретичним положенням. Тобто, результати досліджень і моделювання можна признати адекватними.

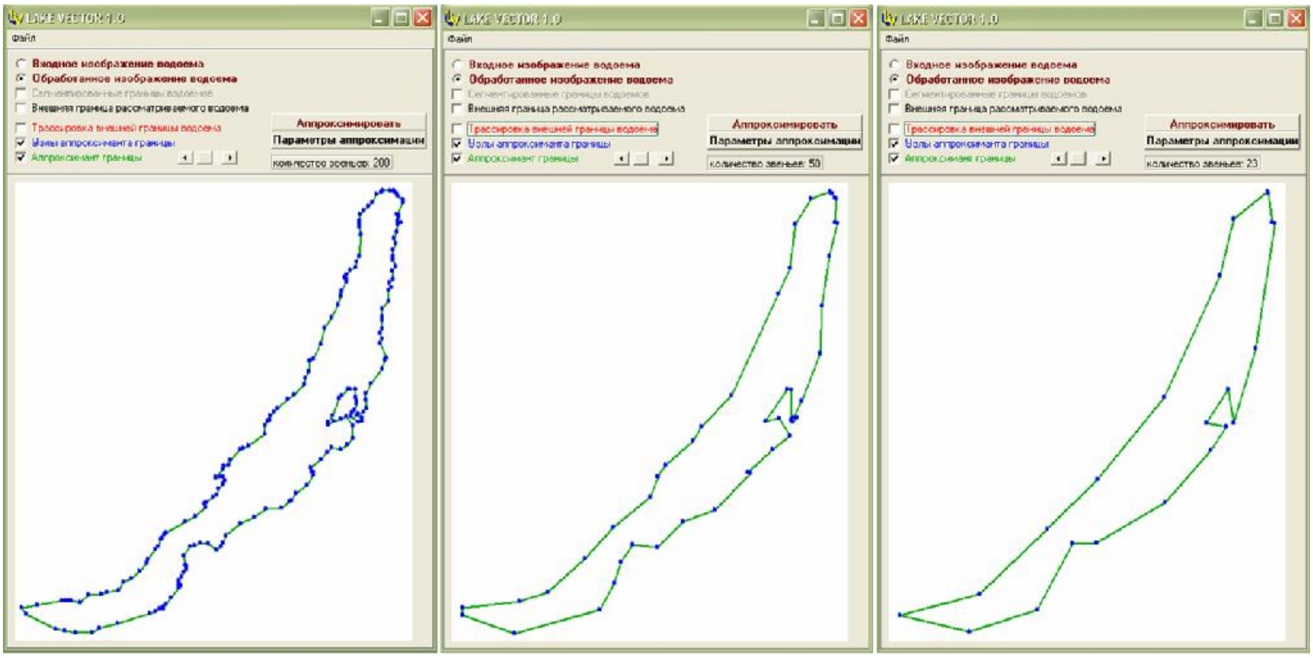


Рисунок 3.8 – Апроксимація границі водойми на основі критерію Чебишева з граничними похибками 1, 5 і 9 одиниць

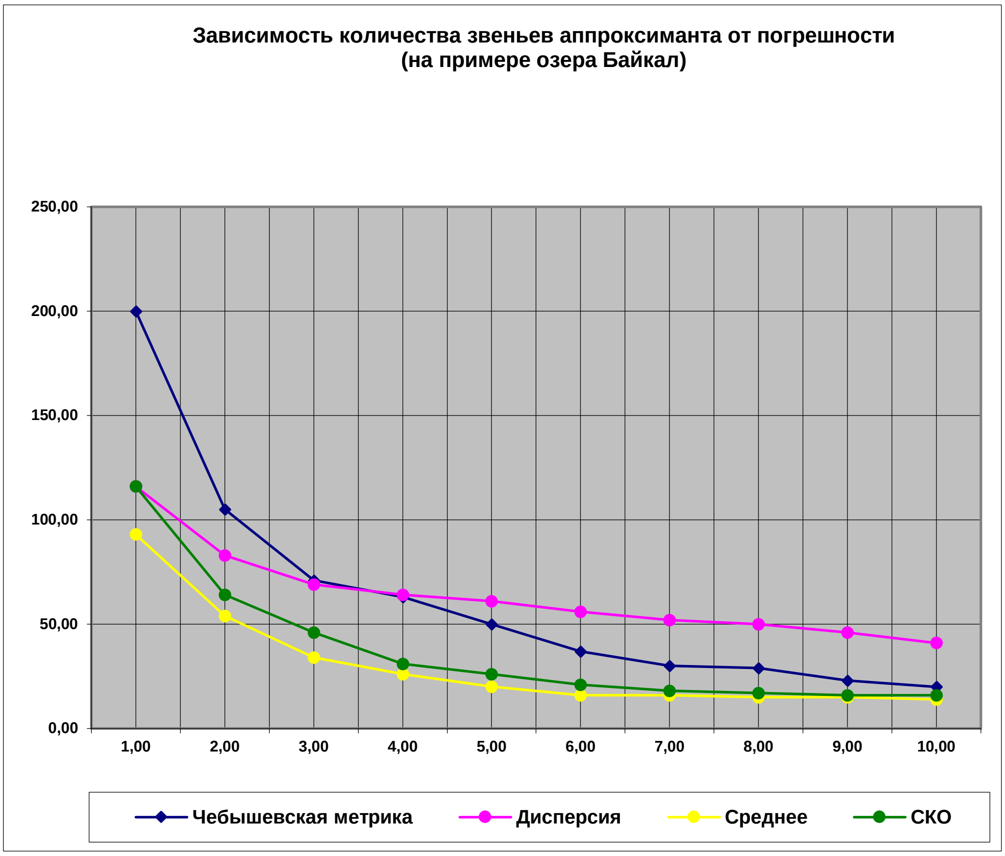


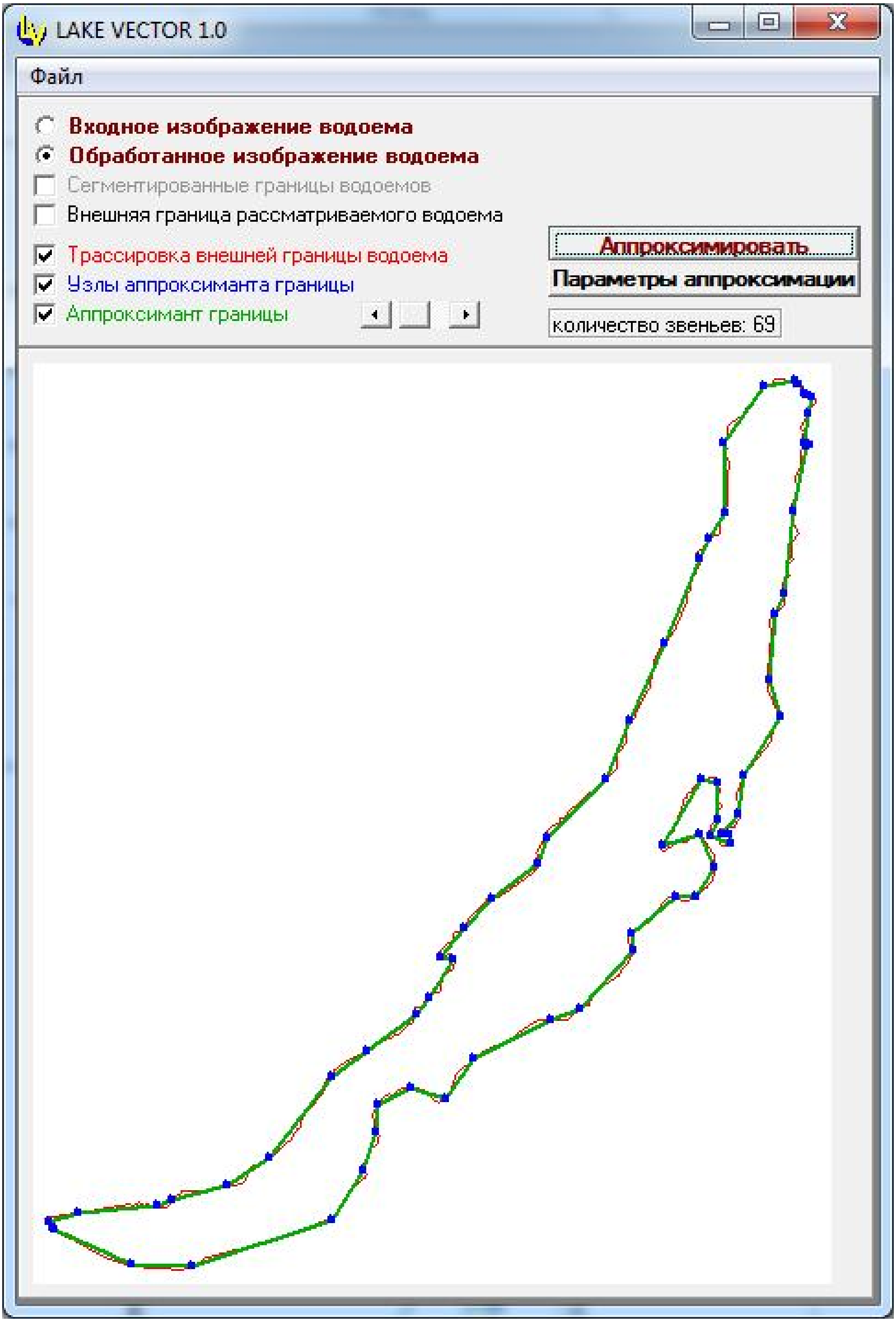
Рисунок 3.9 – Порівняльна оцінка якості апроксимації

3.7.3 Аналіз ефективності апроксимації за часом

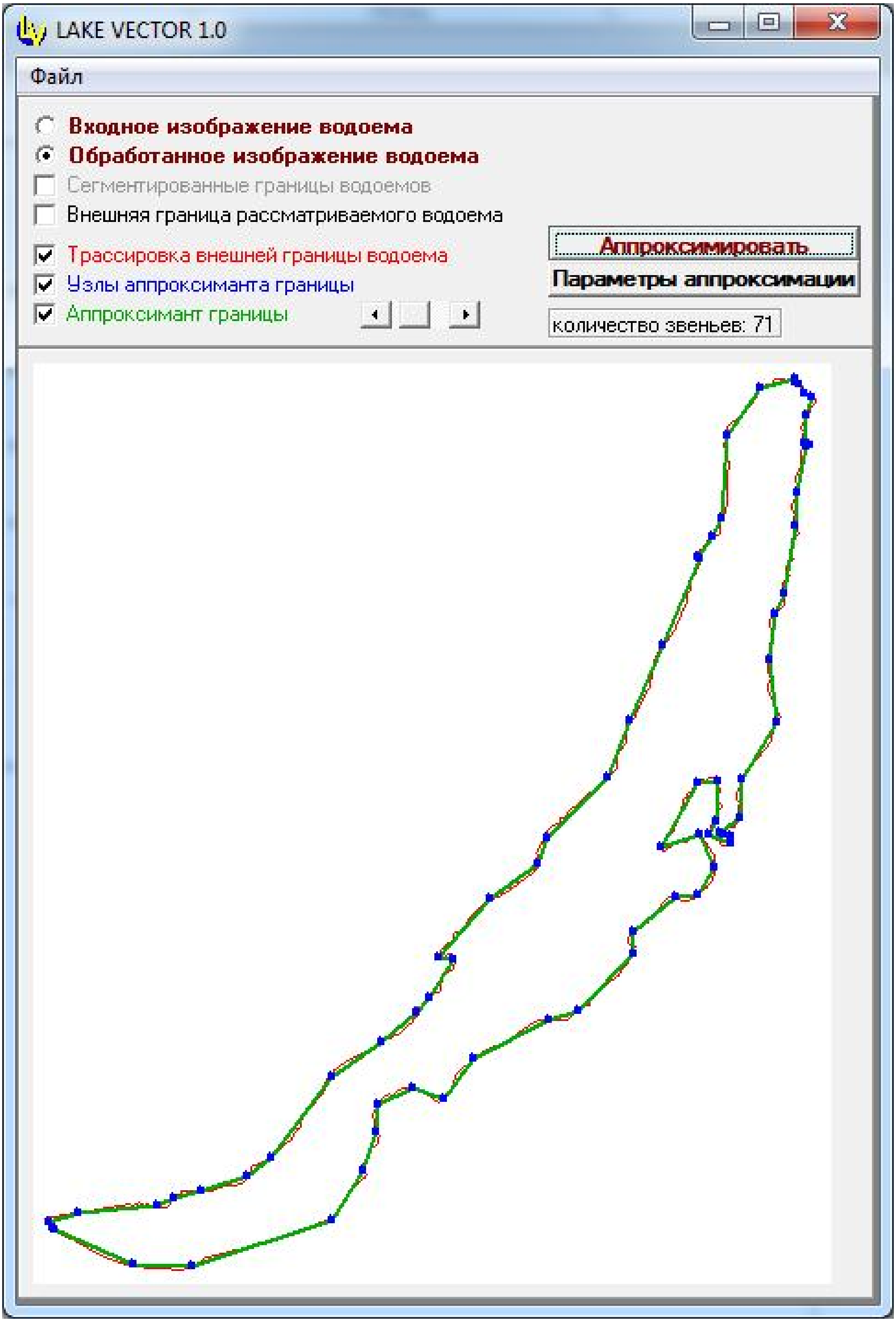
Результати проведення обчислювального експерименту з використанням запропонованого комплексу прикладних програм LAKE VECTOR 1.0 показали, що час апроксимації над ділянкою становить від кількох сот мілісекунд до декількох десятків секунд і лінійно зростає зі збільшенням розмірності контуру і граничної похибки апроксимації, що підтверджує отримані теоретичні оцінки трудомісткості.

Відповідні тенденції представлені на рисунку 3.11. Аналогічні результати отримані для декількох об’єктів (озер), зокрема, для озера Вікторія з 2000 вихідних граничних вузлів.

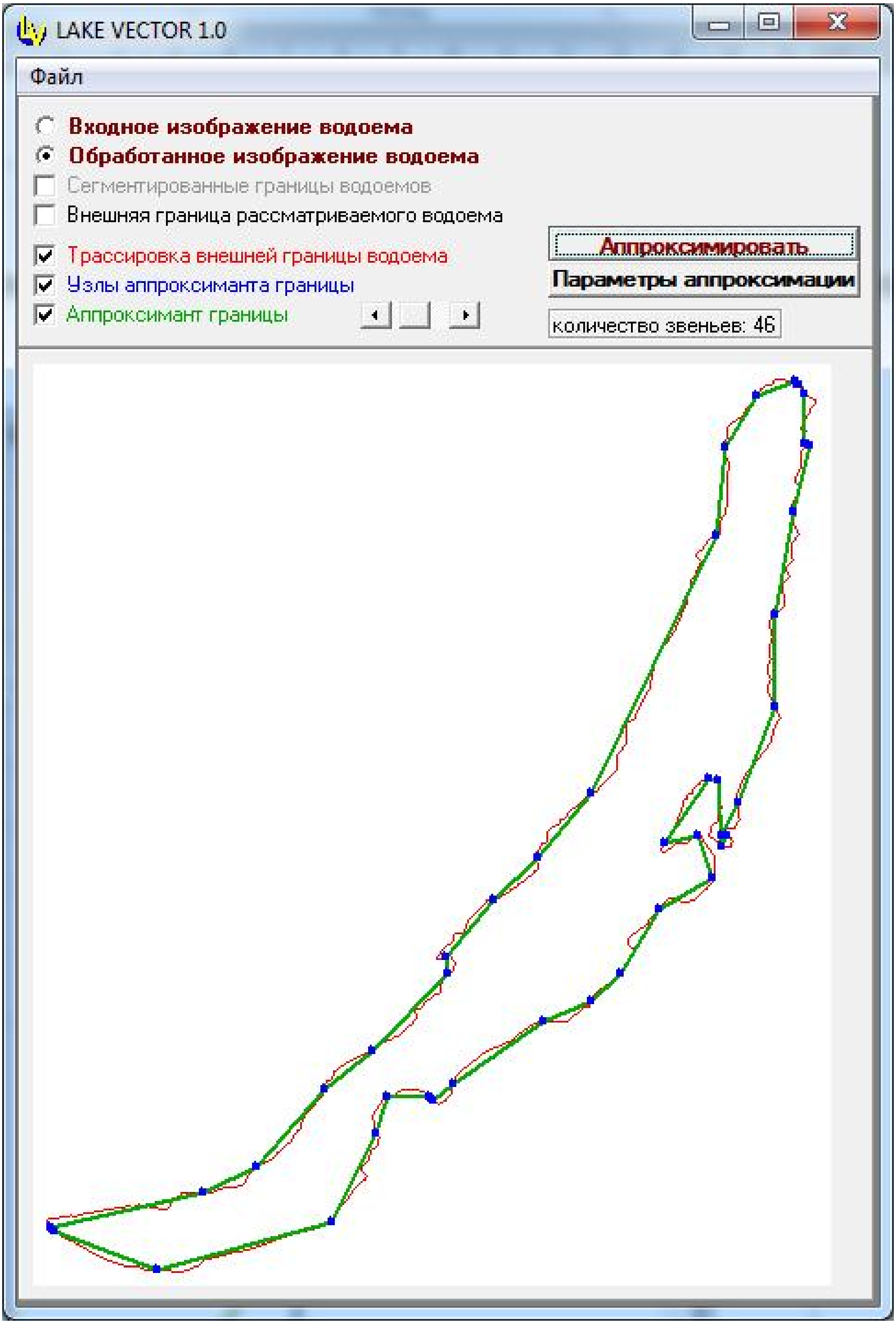
Зважаючи на це можна зробити загальній висновок про обчислювальну ефективність запропонованого алгоритму.


LAKE VECTOR 1.0
Файл
Входное изображение водоема
Обработанное изображение водоема
Сегментированные границы водоемов
Внешняя граница рассматриваемого водоема
Трассировка внешней границы водоема
Узлы аппроксиманта границы
Аппроксимант границы
Аппроксимировать
Параметры аппроксимации
количество звеньев: 69

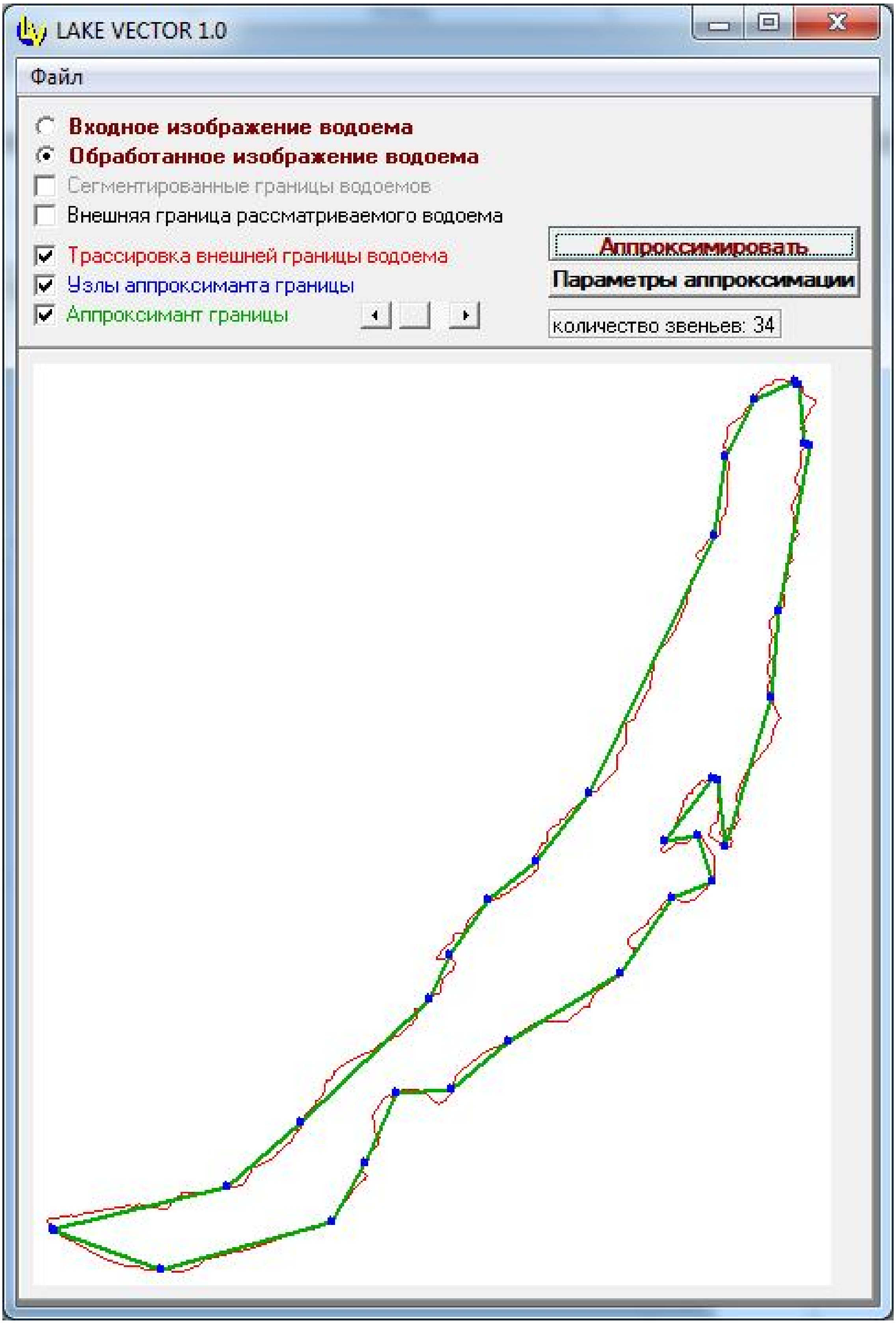
а)


LAKE VECTOR 1.0
Файл
Входное изображение водоема
Обработанное изображение водоема
Сегментированные границы водоемов
Внешняя граница рассматриваемого водоема
Трассировка внешней границы водоема
Узлы аппроксиманта границы
Аппроксимант границы
Аппроксимировать
Параметры аппроксимации
количество звеньев: 71

б)


LAKE VECTOR 1.0
Файл
Входное изображение водоема
Обработанное изображение водоема
Сегментированные границы водоемов
Внешняя граница рассматриваемого водоема
Трассировка внешней границы водоема
Узлы аппроксиманта границы
Аппроксимант границы
Аппроксимировать
Параметры аппроксимации
количество звеньев: 46

в)



г)

Рисунок 3.10 – Апроксимація границі водойми для критеріїв дисперсії, Чебишева, СКО та середнього з граничною похибкою в 3 одиниці

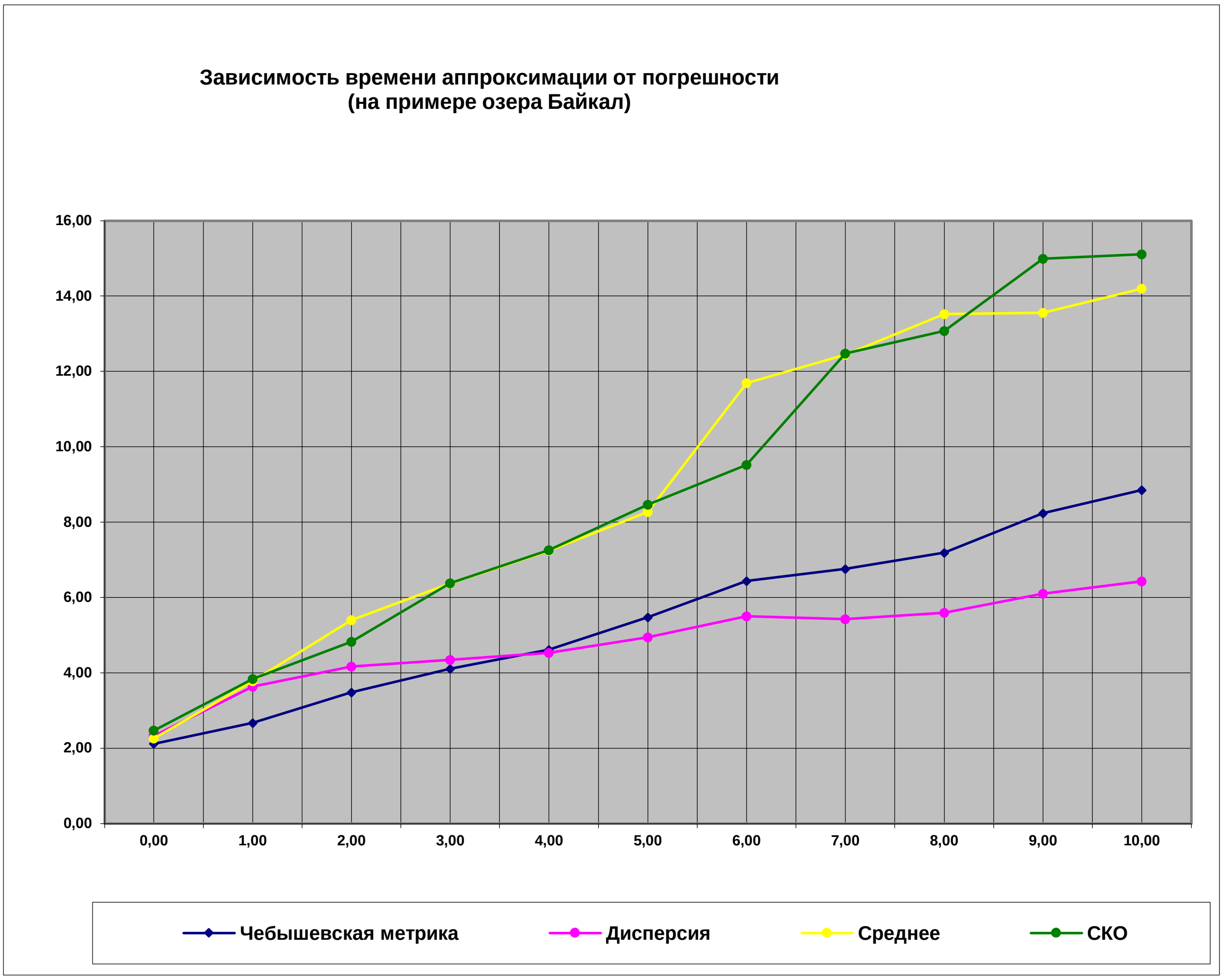


Рисунок 3.11 – Час апроксимації в секундах

ВИСНОВКИ

В результаті виконання атестаційної роботи отримані наступні основні результати.

Відповідно завданню проведено аналіз сучасного стану питання, досліджені існуючі моделі і підходи контурної апроксимації границь об’єктів.

Побудована модель і алгоритм полігональної апроксимації границь неоднозв’язних об’єктів, робота яких заснована на попередньому застосуванні методів контурної сегментації і трасування зовнішньої границі зображення.

Побудовано відповідний комплекс прикладних програм, на основі використання якого проведений експеримент і показана відповідність реальних і теоретичних оцінок запропонованої моделі й алгоритму апроксимації.

Таким чином, можна зробити висновок про те, що мета роботи досягнута, задачі роботи – розв’язані.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods Digital Image Processing, 4th edition Pearson/Prentice Hall, 2018. – 1168p.

2. David A. Forsyth, Jean Ponce Computer Vision: A Modern Approach (2nd ed.). – Pearson Education Limited, 2015. – 792p.

3. Radu Tudor Ionescu, Marius Popescu Knowledge Transfer between Computer Vision and Text Mining. – Springer, 2016. – 250p.

4. Reinhard Klette Concise Computer Vision. – Springer Science & Business Media, 2014. – 429p.

5. Фокс А. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве / А. Фокс, М. Пратт. – М.: Мир, 1982. – 270 с.

6. Препарата Ф. Вычислительная геометрия / Ф. Препарата, М. Шеймос. – М.: Мир, 1989. – 480 с.

7. Стоян Ю. Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю. Г. Стоян, С. В. Яковлев. – К.: Наук. думка, 1986. – 268 с.

8. Richard Szeliski Computer Vision: Algorithms and Applications. – Springer London Ltd., 2011. – 812p.

9. Simon J. D. Prince Computer Vision: Models, Learning, and Inference. – Cambridge University Press, 2012. – 598p.

10. Mark Nixon, Alberto Aguado Feature Extraction and Image Processing for Computer Vision (3rd ed.). – Academic Press is an imprint of Elsevier, 2012. – 632p.

11. Christopher M. Bishop Pattern Recognition and Machine Learning. – Springer-Verlag New York Inc., 2011. – 738p.

12. Литвин О. Н. Методы аппроксимации функций и современные компьютерные технологии / О. Н. Литвин, И. В. Сергиенко // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – №1. – С. 64–74.

13. Есилевский В. С. Проблемы создания картографической информационной системы / В. С. Есилевский, В. Н. Кузнецов, Н. Л. Каменюк // Радиоэлектроника и информатика. – 2004. – № 2. – С. 155–159.

14. Есилевский В. С. Проблемы создания картографической информационной системы / В. С. Есилевский, В. Н. Кузнецов, Н. Л. Каменюк // Радиоэлектроника и информатика. – 2004. – № 2. – С. 155–159.

15. J.R. Parker Algorithms for Image Processing and Computer Vision (2nd Edition). – Wiley Publishing, Inc., 2010. – 504p.

16. Milan Sonka, Vaclav Hlavac, Roger Boyle, Image Processing, Analysis, and Machine Vision (4^{th} ed.). – Cengage Learning, 2014. – 896p.

17. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1047320316302152