

КОМПЛЕКСНИЙ ПІДХІД ДО ОЦІНЮВАННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Кіріченко Л.О.¹, Радівілова Т.А.²

¹Кафедра прикладної математики, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна, E-mail: lyudmyla.kirichenko@nure.ua

²Кафедра телекомунікаційних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна, E-mail: tamara.radivilova@nure.ua

Анотація. – У роботі розглянуто узагальнений комплексний підхід до аналізу часових рядів, що мають самоподібні властивості. Запропоновано послідовність етапів проведення фрактального аналізу. Показано практичне застосування фрактального аналізу в області телекомунікацій, фінансових ринків, біомедичних сигналів, деяких природних явищ та ін.

Ключові слова: самоподібні та мультифрактальні часові ряди, показник Херста, фрактальний аналіз, мультифрактальний аналіз.

I. Вступ

Задачі сучасної нелінійної фізики, радіоелектроніки, теорії управління та інших галузей науки і техніки вимагають розробки та застосування нових математичних методів і алгоритмічного забезпечення аналізу даних. Одним із сучасних інструментів дослідження динаміки та структури часових рядів є фрактальний аналіз.

Експериментальні та чисельні дослідження, проведені в останні десятиліття, переконливо свідчать, що багато інформаційних, біологічних, фізичних, технологічних процесів мають складну фрактальну структуру. Методи аналізу фрактальної структури випадкових процесів можуть бути застосовані для моніторингу, діагностики і прогнозування критичних явищ для часових рядів різної природи. Прикладами таких часових рядів є медичні і біологічні сигнали, фінансові ряди, геофізичні та геохімічні сигнали, а також інформаційні трафіки.

Мета роботи – представити комплексне використання методів фрактального аналізу для дослідження часових рядів невеликої довжини та показати на чисельних прикладах практичне використання фрактального аналізу часових рядів.

II. Самоподібні та мультифрактальні стохастичні процеси

Процеси, що володіють фрактальними властивостями, можна розділити на дві групи: самоподібні (монофрактальні) та мультифрактальні. Самоподібність випадкових процесів полягає в збереженні статистичних характеристик при зміні масштабу часу.

Стохастичний процес $X(t)$ є самоподібним з параметром H , якщо процес $a^{-H}X(at)$ описується тими ж законами скінченновимірних розподілів, що і $X(t)$:

$$\text{Law}\{a^{-H}X(at)\} = \text{Law}\{X(t)\}, \forall a > 0. \quad (1)$$

Параметр H , $0 < H < 1$, званий показником Херста, являє собою ступінь самоподібності процесу. Поряд з цією властивістю показник $H > 0.5$ характеризує міру довгострокової залежності стохастичного процесу. Це означає, що якщо часовий ряд протягом якогось часу зростав (убував), то з імовірністю, близькою до показника Херста, ряд збереже цю тенденцію протягом аналогічного проміжку часу [1]. Початкові моменти самоподібного випадкового процесу можна виразити як $M[X(t)^q] = C(q) \cdot t^{qH}$, де

величина $C(q) = M[X(1)^q]$. Монофрактальні процеси є однорідними в тому сенсі, що володіють одним параметром скейлінгу – показником Херста, який залишається незмінним на будь-якому діапазоні масштабів.

У порівнянні із самоподібними процесами (1) мультифрактальні процеси проявляють більш складну скейлінгову поведінку:

$$\text{Law}\{X(at)\} = \text{Law}\{M(a) \cdot X(t)\}, \forall a > 0, \quad (2)$$

де $M(a)$ – випадкова функція, незалежна від $X(t)$. У разі самоподібності процесу $M(a) = a^H$.

Для моментів мультифрактальних процесів виконується відношення $M[X(t)^q] = c(q) \cdot t^{qh(q)}$, де $c(q)$ – деяка детермінована функція; $h(q)$ – узагальнений показник Херста, який є в загальному випадку нелінійною функцією. Значення $h(q)$ при $q = 2$ співпадає зі значенням ступеня самоподібності H . Для монофрактальних процесів узагальнений показник Херста не залежить від параметра q : $h(q) = H$ [2].

Мультифрактальні об'єкти є статистично неоднорідними самоподібними об'єктами. Для мультифрактального часового ряду статистична неоднорідність об'єкта виражається в неоднорідності розподілу даних ряду, тобто наявності важких хвостів функції щільності розподілу ймовірностей.

III. Методи аналізу і основні результати досліджень

В роботі запропоновано узагальнений комплексний підхід до аналізу самоподібних і мультифрактальних властивостей часових рядів. Наведено послідовність етапів проведення фрактального аналізу. Цими етапами є: попередній аналіз, що включає видалення короткострокової залежності і виявлення істинної довгострокової залежності; перевірка гіпотези про наявність властивості самоподібності; незміщене інтервальне оцінювання показника Херста у випадках нестаціонарних часових рядів декількома методами; уточнення отриманої оцінки показника Херста [3].

Важливим етапом дослідження є визначення, чи має часовий ряд моно- або мультифрактальної властивості. В роботі [4] запропонований метод, що дозволяє приймати або відкидати гіпотезу про наявність монофрактальних властивостей для часового ряду. В основі методу лежать дослідження статистичних характеристик вибірових значень узагальненого показника Херста, які можна використовувати як критерій для прийняття гіпотези про монофрактальність ряду.

При проведенні мультифрактального аналізу розглядаються такі характеристики як узагальнений показник Херста, скейлінговий експонента, функція мультифрактального спектра. В роботі [5] показано, що в якості кількісної міри

мультифрактальності доцільно використовувати узагальнений показник Херста.

В роботі на численних прикладах представлені етапи проведення фрактального аналізу та практичне використання отриманих результатів в різних областях досліджень.

Телекомунікаційний трафік в мультисервісних мережах володіє фрактальними властивостями, тобто має особливу структуру, що зберігається на багатьох масштабах: в реалізаціях завжди присутня деяка кількість дуже великих викидів при відносно невеликому середньому рівні трафіку. Це викликає значні затримки і втрати пакетів, навіть коли сумарна потреба всіх потоків далека від максимально допустимих значень. Моделі телекомунікаційного трафіку, запропоновані в роботі, дозволили провести імітаційне моделювання функціонування мережі, досліджувати завантаженість каналів і, на основі проведеного аналізу черг і втрат системи, розробити алгоритм попередження перевантаження мережі.

Сучасні *фінансові ринки* є мультифрактальними стохастичними структурами, для яких характерний ефект пам'яті. Ринки залишаються стабільними, поки він не прив'язаний до фіксованого масштабу часу, тобто поки він зберігає свою фрактальну структуру. Проведений в роботі аналіз показав, що в стабільні періоди більшість рядів фінансових показників мають явно виражені мультифрактальні властивостями, які значно слабшають в передкризовий період. Застосування віконних методів аналізу дозволяє виявити зміну фрактальних характеристик, що є індикаторами кризового стану фінансового ринку.

Багато *біологічних електросигналів* мають фрактальні властивості. Показано, що фрактальні властивості електроенцефалограм, відповідні до різних фаз сну і неспання, істотно відрізняються, що дозволяє визначати фізіологічний стан в режимі реального часу. Досліджено мультифрактальні властивості електрокардіограм. Показано, що значення узагальненого показника Херста для здорових людей і пацієнтів, що мають різні кардіозахворювання, істотно відрізняються. Таким чином, фрактальний аналіз електросигналів може бути використаний для визначення функціональних змін в діяльності організму.

Були проведені чисельні дослідження, які показали, що *сейсмічні хвилі* мають мультифрактальні властивості і різні стадії їх розвитку мають різні функції узагальненого показника Херста. Аналізуючи динаміку виникнення ділянок сейсмічного ряду з різною мультифрактальною структурою, можна діагностувати і прогнозувати виникнення сейсмічних подій.

В роботі проведені дослідження властивостей деяких сигналів, які відповідають природним явищам, і встановлено їх фрактальна структура. Зокрема було проведено мультифрактальний аналіз ехограм акустичного зондування для сигналів, відбитих на різній висоті зондіруемого шару, який показав, що зі збільшенням висоти відбиваючого шару атмосфери, змінюється фрактальна структура процесів.

IV. Висновки

В роботі запропоновано комплексний підхід до аналізу фрактальних властивостей часових рядів. Запропонований метод передбачає попереднє дослідження структури часового ряду, незміщене інтервальне оцінювання параметра самоподібності і спільне використання декількох методів фрактального аналізу, що дозволяє підвищити достовірність отриманих оцінок. Запропонований метод, що дозволяє приймати або відкидати гіпотезу про наявність монофрактальних властивостей для часового ряду.

Результати дослідження свідчать, що зміни стану процесу, що супроводжуються зміною його кореляційної та спек-

тральної структури, найчастіше на незначному рівні, тягнуть за собою істотні зміни кількісних і якісних фрактальних характеристик. Таким чином, запропоновані в роботі методи аналізу фрактальної структури часових рядів можуть бути застосовані для моніторингу, діагностики і прогнозування часових рядів різної природи, що мають властивості самоподібності.

V. Список літератури

- [1] J. Feder. Fractals. / J. Feder. Plenum, New York, 1988.
- [2] R.H.Riedi. Multifractal processes, in Doukhan P., Oppenheim G., Taqqu M.S. (Eds.), Long Range Dependence: Theory and Applications: Birkhuser. -2002. -P. 625-715
- [3] Кириченко Л. Комплексный подход к исследованию фрактальных временных рядов / Л. Кириченко, Л. Чалая // Information Technologies & Knowledge, International Journal. - 2014. - Vol. 8. - № 1. - P. 22-28.
- [4] Кириченко Л. О. Сравнительный мультифрактальный анализ временных рядов методами детрендированного флуктуационного анализа и максимумов модулей вейвлет-преобразования / Л. О. Кириченко // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. - 2011. - Вып. 157. - С.66-77.
- [5] Alghawli A. Multifractal Properties of Bioelectric Signals under Various Physiological States / A. Alghawli, L. Kirichenko // Information Content & Processing, International Journal. - 2015. - Vol. 2. - № 2. - P. 138-163.

INTEGRATED APPROACH TO THE ESTIMATION OF FRACTAL PROPERTIES OF TIME SERIES

Kirichenko L.O.¹, Radivilova T.A.²

¹Department of Applied Mathematics, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

²Department of Telecommunication systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

The experimental and numerical studies in recent decades, strongly suggests that a lot of information, biological, physical processes have complex fractal structure. One of the modern tools of investigation of the dynamics and structure of the time series is the fractal analysis. Purpose of work is to introduce comprehensive approach of fractal analysis methods for the study of short time series and to show numerous examples of practical use fractal analysis of time series.

In this works we propose an integrated approach to the analysis of self-similar properties of stochastic processes for time series of short length. The sequence of steps of the fractal analysis was given. These steps are preliminary analysis, including the removal of short-term dependence and revealing the true long-term dependency; hypothesis testing of a self-similarity; unbiased interval estimation of the Hurst exponent in cases of stationary and non-stationary time series by several methods; correction of the resulting estimate of the Hurst exponent. The method to accept or reject the hypothesis of the existence monofractal properties for time series is proposed.

In the work stages of fractal analysis and practical application of the results in a variety of areas are presented. The results are the prevention of the overload in the transmission of self-similar traffic data in telecommunications and information systems; the prediction of critical situations in the financial markets by changing the fractal structure of the currency pairs, stock prices and economic indices; specification of the diagnosis and early detection of diseases according to the biomedical signals such as ECG and EEG; detection of seismic events in noisy seismic signals, etc.

Research results indicate that changing the state of a process involving the changing in its spectral and correlation structure, often on minor level, entail significant changes in qualitative and quantitative fractal characteristics. Thus, the proposed methods in the analysis of time series fractal structure can be used for monitoring, diagnosis and prediction of time series of different nature, with properties of self-similarity.

Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

**ФІЗИКО-ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОБЛЕМИ ПЕРЕДАВАННЯ,
ОБРОБКИ ТА ЗБЕРІГАННЯ ІНФОРМАЦІЇ В
ІНФОКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ**

Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції

3–5 листопада 2016 р.

Чернівці
«Місто»
2016

ОРГАНІЗАТОРИ КОНФЕРЕНЦІЇ:

Міністерство освіти і науки України;
Національний університет «Львівська політехніка» (м. Львів);
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича (м. Чернівці);
Державний університет телекомунікацій
Інститут оптоелектроніки (м. Чернівці);
ВАТ «ЦКБ РИТМ» (м. Чернівці).

Ф 503 **Фізико-технологічні проблеми передавання, обробки та зберігання інформації в інфокомунікаційних системах** : Матеріали V-ої міжнародної науково-практичної конференції / [упорядник С.Д. Галюк]. – Чернівці : «Місто», 2016. – 276 с. Іл.

У збірнику опубліковано матеріали конференції, присвяченої теоретичним та практичним проблемам сучасної радіотехніки, засобів телекомунікації, електроніки.

Матеріали подано у авторській редакції

Упорядник

Галюк Сергій Дмитрович

**ФІЗИКО-ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОБЛЕМИ ПЕРЕДАВАННЯ,
ОБРОБКИ ТА ЗБЕРІГАННЯ ІНФОРМАЦІЇ В
ІНФОКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ**

Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції

Відповідальний за випуск

Технічний редактор

Верстка

В.М. Кіндій

В.Й. Петрушко

С.Д. Галюк,

О.В. Круліковський,

Д.А. Вовчук

Підписано до друку 1 листопада 2016 р.

Формат 60х84/8. Гарнітура Times.

Друк офсетний. Папір офсетний.

Умов. друк. арк. 32,10. Обл.-вид. арк. 33,72.

Тираж 300.

Свідоцтво про внесення до державного реєстру
видавців, виготовлювачів та розповсюджувачів
книжкової продукції

серія ДК № 617 від 2.10.2001 року

Видавничо-інформаційний центр «Місто»
Україна, 58022 м. Чернівці, вул. Головна, 173А;
тел. (0372) 58-53-11, 58-53-12

Друк ФОП Глібка С.Й.

Тел. (0372) 58-54-54.