

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАРЦЕВЫХ АНГАРМОНИЧЕСКИХ КОНТУРОВ

Анализ амплитудночастотной и фазочастотной модуляционных характеристик управляемых кварцевых генераторов включает исследование прохождения гармонических колебаний через последовательные резонансные контуры (ПРК) ангармо-

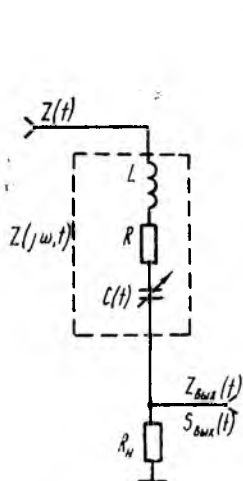


Рис. 1

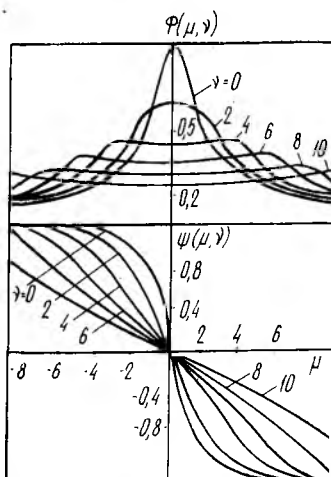


Рис. 2

ник, параметры которых в процессе модуляции изменяются гармонически с частотой  $\omega_0 \gg \Omega \gg 2\delta$ , где  $\omega_0$  и  $2\delta$  — резонансная частота и полоса пропускания ПРК [1]. Общий подход к решению такого рода задач, основанный на разложении амплитудно-фазочастотных характеристик радиотехнических цепей с переменными параметрами в ряд Фурье, известен [2; 3]. Тем не менее теория расчета динамических характеристик ПРК разработана крайне слабо.

В настоящей работе найдены достаточно простые и удобные для расчета на программируемых калькуляторах [4] численно-аналитические функции амплитудночастотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик ПРК с переменной емкостью и активной нагрузкой.

Импеданс ПРК (рис. 1) при модуляции емкости ангармонического контура по закону  $C = C_0(1 + \epsilon_c \cos \Omega t)$ , где  $\epsilon_c \ll 1$  — глубина модуляции емкости  $C$ , запишем в виде

$$z(j\omega, t) = \sqrt{R^2 + (\gamma^2 - 1 + \epsilon_c \cos \Omega t)^2 / \omega^2 C_0^2} e^{j\varphi_k}, \quad (1)$$

где  $\varphi_k = \arctg [(\gamma^2 - 1 + \varepsilon_c \cos \Omega t) / \omega C_0 R]$ ;  $\gamma = \omega / \omega_0$ ;  $\omega_0 = 1 / LC_0$ .  
 Комплексный коэффициент передачи ПРК  $K(j\omega, t) = R_n / [R_n + z(j\omega, t)]$  с учетом (1) представим в виде  $K(j\omega, t) = K(\omega, t) e^{j\varphi(\omega, t)}$ , где

$$K(\omega, t) = K_0 / \sqrt{1 + (\mu - \nu \cos \Omega t)^2}; \quad (2)$$

$$\varphi(\omega, t) = -\arctg(\mu - \nu \cos \Omega t). \quad (3)$$

Здесь  $K_0 = R_n / (R_n + R)$ ;  $\mu = Q(\gamma^2 - 1)$ ;  $Q = \omega_0 / 2\delta$ ;  $\nu = -Q\varepsilon_c$ .

Функции (2), (3), учитывая периодичность их изменения во времени, разложим в ряд Фурье, после чего соотношение для  $K(j\omega, t)$  примет вид

$$K(j\omega, t) = K_0 \left[ \Phi(\mu, \nu) + \sum_{k=1}^n \sqrt{\Phi_{kc}^2 + \Phi_{ks}^2 \cos(k\Omega t + \xi_k)} \right] \times \\
 \times e^{i\psi(\mu, \nu) + \sum_{r=1}^m \sqrt{\psi_{rc}^2 + \psi_{rs}^2} \cos(r\Omega t + \xi_r)}, \quad (4)$$

где 
$$\Phi(\mu, \nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{\sqrt{1 + (\mu - \nu \cos \beta)^2}} d\beta; \quad (5)$$

$$\psi(\mu, \nu) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \arctg(\mu - \nu \cos \beta) d\beta; \quad (6)$$

$$\Phi_{kc, ks}(\mu, \nu) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos k\beta, \sin k\beta}{\sqrt{1 + (\mu - \nu \cos \beta)^2}} d\beta; \quad (7)$$

$$\psi_{rc, rs}(\mu, \nu) = -\frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos r\beta}{\sin r\beta} \right\} \arctg(\mu - \nu \cos \beta) d\beta; \quad (8)$$

$$\xi_k = \arctg(\Phi_{ks} / \Phi_{kc}); \quad \xi_r = \arctg(\psi_{rs} / \psi_{rc}).$$

Анализ подинтегральных функций в (5)–(8) показывает, что четными из них являются синусные зависимости в (7), (8), что позволяет записать  $\Phi_{ks}(\mu, \nu) = 0$ ;  $\psi_{rs}(\mu, \nu) = 0$  и привести (4) к более простому виду, опуская индекс  $s$  в (7), (8) и учитывая, что уравнение (4) имеет смысл только при  $k=r$ . В итоге получим

$$K(j\omega, t) = K_0 \left[ \Phi(\mu, \nu) + \sum_{k=1}^n \Phi_{kc} \cos k\Omega t \right] \left\{ \exp^{i\psi(\mu, \nu)} + \sum_{k=1}^n \psi_k \cos k\Omega t \right\}. \quad (9)$$

Поскольку неравномерности  $K(j\omega, t)$  наблюдаются в окрестностях особых точек  $\omega_0$  и  $\omega_0 \pm k\Omega$ , рассмотрим каждую из них в отдельности.

В окрестности частоты  $\omega_0$  можно считать, что  $\Phi_k=0$  и  $\Psi_k=0$ , тогда

$$K_0(j\omega, t) = K_0\Phi(\mu, \nu) e^{j\psi(\mu, \nu)}. \quad (10)$$

В окрестности частот  $\omega_0 + k\Omega$  функции  $\Phi(\mu, \nu) = 0$ ,  $\psi(\mu, \nu) = -\pi/2$  и можно записать

$$K_k^+(j\omega, t) = K_0\Phi_k \cos k\Omega t e^{-j\pi/2} e^{j\psi_k \cos k\Omega t}. \quad (11)$$

Аналогично для  $\omega_0 - k\Omega$  имеем

$$K_k^-(j\omega, t) = K_0\Phi_k \cos k\Omega t e^{j\pi/2} e^{j\psi_k \cos k\Omega t}. \quad (12)$$

Из (11), (12) следует, что функции  $R_k^+$ ,  $R_k^-$  необходимо рассматривать относительно начальных фазовых сдвигов  $\pm \frac{\pi}{2}$ , обусловленных изменением  $K_0(j\omega, t)$ . С учетом последнего обстоятельства суперпозиция функций (10)–(12) дает окончательную форму записи коэффициента передачи ПРК:

$$K(j\omega, t) = K_0 \left[ \Phi e^{j\psi} + \sum_{k=1}^n \Phi_k e^{j\psi_k \cos k\Omega t} e^{j\psi_m} \cos k\Omega t \right]^*, \quad (13)$$

где  $\psi_m = \frac{\pi}{2} \Big|_{\omega=\omega_0-k\Omega}$ ;  $\psi_m = -\frac{\pi}{2} \Big|_{\omega_0+k\Omega}$ .

Из (13) следует, что рассматриваемую параметрическую цепь (рис. 1), аналогично [2], можно представить в виде ряда четырехполюсников, входные цепи которых включены параллельно, а выходные — последовательно. Причем АЧХ и ФЧХ  $k$  четырехполюсников изменяются во времени гармонически с частотой  $k\Omega t$ .

Функции  $\Phi(\mu, \nu)$  и  $\Psi(\mu, \nu)$  приведены на рис. 2, откуда видно, что возможен случай ( $\nu \sim 3$ ), при котором ФЧХ ПРК практически линейна, а АЧХ — равномерна. Видно также заметное уменьшение коэффициента передачи с ростом  $\nu$ .

Рассмотрим искажения составляющей спектра ЧМ колебаний в кварцевом автогенераторе при изменении динамических характеристик ангармонического контура.

Пусть на входе ПРК действует комплексный сигнал  $z(t) = Ae^{j\omega t}$ , которому соответствует выходная функция  $z_{\text{вых}}(t) = AK(j\omega, t) e^{j\omega t}$ . С учетом (13) действительный сигнал на выходе ПРК

$$\begin{aligned} s_{\text{вых}}(t) = \text{Re } z_{\text{вых}}(t) = AK_0\Phi \cos(\omega t + \psi) + \\ + AK_0 \sum_{k=1}^n \Phi_k \cos k\Omega t \cos(\omega t + \psi_m + \psi_k \cos k\Omega t). \end{aligned} \quad (14)$$

\* К аналогичному результату приходим, записывая  $K(j\omega, t)$  по формуле Эйлера и раскладывая в ряд Фурье полученные действительную и мнимую части, однако функции  $\Phi$ ,  $\Psi$ ,  $\Phi_k$ ,  $\Psi_k$  в этом случае имеют более сложный вид.

Приведем второе слагаемое в (14) к составляющим с частотами  $\omega + k\Omega$  и  $\omega - k\Omega$ , после чего рассмотрим первые из них. Учитывая, что на частотах  $\omega + k\Omega$  функция  $\Psi_m = -\pi/2$ , запишем

$$0,5AK_0 \sum_{k=1}^n \Phi [\cos(\omega + k\Omega)t \sin(\psi_k \cos k\Omega t) + \sin(\omega + k\Omega)t \cos(\psi_k \cos k\Omega t)]. \quad (15)$$

Раскладывая функцию (15) в гармонический ряд, получим

$$0,5AK_0 \sum_{k=1}^n \Phi_k [J_1(\psi_k) \cos \omega t + J_0(\psi_k) \sin(\omega + k\Omega)t + J_1(\psi_k) \cos(\omega + 2k\Omega)t], \quad (16)$$

где  $J_1(\psi_k)$ ;  $J_0(\psi_k)$  — функции Бесселя первого рода.

Преобразуем (16) с учетом того обстоятельства, что на частотах  $\omega$  и  $2k$  функция  $\Phi_k = 0$ . В результате найдем конечное соотношение. Проведя аналогичные рассуждения для слагаемых с частотами  $\omega - k\Omega$ , в итоге запишем

$$s_{\text{вых}}(t) = AK_0 \{ \Phi \cos \psi \cos \omega t - \Phi \sin \psi \sin \omega t + 0,5 \sum_{k=1}^n \Phi_{kc} J_0(\psi_{kc}) [\sin(\omega + k\Omega)t - \sin(\omega - k\Omega)t] \}, \quad (17)$$

где функции изменения амплитуд при  $\cos \omega t$  и  $\sin \omega t$  определяются соотношениями (7) и (8).

Найденные динамические АЧХ и ФЧХ ПРК с переменной емкостью (13), а также функция действительного сигнала на его выходе (17), удобны для решения многих радиотехнических задач, в частности, отмеченной выше [1]. Особое внимание при этом следует обращать на то обстоятельство, что кроме уменьшения  $\Phi(\mu, \nu)$  с ростом  $\nu$  на частотах  $\omega \pm k\Omega$  наблюдается увеличение неравномерностей динамической АЧХ ПРК, вследствие чего на выходе ПРК появляются спектральные составляющие сигнала, амплитуды и фазы которых рассчитываются по функциям  $\Phi_{kc}(\mu, \nu)$  и  $\Psi_{kc}(\mu, \nu)$ .

**Список литературы:** 1. Шмалый Ю. С., Баржин В. Я. Уменьшение влияния ангармоник кварцевого резонатора на искажения в ЧМ автогенераторах// Радиотехника. 1985. Т. 40, № 1. С. 46—48. 2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1977. 608 с. 3. Тафт В. А. Основы спектральной теории и расчета цепей с переменными параметрами. М., 1964. 208 с. 4. Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Радиотехнические расчеты на микрокалькуляторах. М., 1983. 276 с.

Поступила в редколлегию 13.06.86