

ВЕРОЯТНОЕ ЧИСЛО КОРОТКОЗАМКНУТЫХ ВИТКОВ В МНОГОСЛОЙНОЙ ОБМОТКЕ

О. В. Хомицкий

Харьков

Появление в обмотках элементов автоматики короткозамкнутых (к. з.) витков и увеличение со временем их числа является одной из причин отказов обмоток.

В многослойной обмотке витковые замыкания возможны как внутри слоев, так и между ними.

При замыкании внутри слоя появляется один к. з. виток. При одном межслойном замыкании может закорачиваться от одного витка до двух слоев. Поэтому число к. з. витков в многослойной обмотке

$$W_{\text{к. з. } \Sigma} = W_{\text{к. з. с}} + W_{\text{к. з. р}},$$

где $W_{\text{к. з. с}}$ — число к. з. витков в слоях;

$W_{\text{к. з. р}}$ — число к. з. витков, возникших в результате межслойных замыканий.

При межслойных замыканиях может охватываться некоторое число ранее закороченных в слоях витков. Поэтому $W_{\text{к. з. с}}$ следует рассматривать как число к. з. витков в слоях, не охваченных последующими межслойными замыканиями.

Для определения вероятности появления числа к. з. витков больше предельно допустимого необходимо знать закон распределения $W_{\text{к. з. } \Sigma}$, который можно получить по законам распределения $W_{\text{к. з. с}}$ и $W_{\text{к. з. р}}$. Однако из-за сложности последних и их взаимной связи, которую определить однозначно не представляется возможным, в большинстве случаев сделать это трудно. Такой путь оправдан, если законы распределения $W_{\text{к. з. с}}$ и $W_{\text{к. з. р}}$ независимы, просты и можно пренебречь вероятностью нескольких замыканий между двумя слоями по сравнению с вероятностью одного замыкания.

Появление к. з. витков и их число в первую очередь определяются вероятностью замыкания двух соприкасающихся проводников. Интенсивность замыкания проводников зависит от их места в многослойной обмотке. Это объясняется тем, что межвитковое напряжение U_v , температура, влажность, механические напряжения обусловлены местом проводника в обмотке, а интенсивность отказов — уже имеющимся числом и местом к. з. витков в обмотке.

Вероятность замыкания между витками соседних слоев зависит от положения витка в слое, так как оно определяет межвитковое напряжение.

Если к обмотке приложено напряжение U_c , то напряжение, приходящееся на один виток,

$$U_o = \frac{U_c}{W_o},$$

где W_o — число витков в обмотке.

Напряжение между витками двух соседних слоев приближенно является линейной функцией номера витка в слое, если считать первым виток, с которого начинается намотка вышележащего слоя, т. е.

$$U_v \approx U_0 2n,$$

где n — номер витка в слое.

Величина U_v может лежать в пределах от долей милливольт до десятков вольт.

Учесть зависимость вероятности замыкания проводников от места их расположения при расчете вероятности появления некоторого числа к. з. витков в обмотке трудно, это требует неоправданно громоздких вычислений. Поэтому имеет смысл при расчетах пользоваться некоторыми средними по сечению обмотки значениями вероятности замыкания проводников.

Многослойные обмотки можно разделить на две группы:

а) у которых появление даже одного к. з. витка ведет к отказу;

б) у которых рост числа витков до определенного предела только ухудшает характеристики изделия.

К первым можно отнести, например, многие обмотки электромагнитных устройств переменного тока, ко вторым — большинство обмоток постоянного тока. Обмотки группы а) чаще всего выполняются с межслоевыми прокладками. В обмотках группы б) прокладки обычно отсутствуют.

Используем при расчетах вероятности замыкания проводников:

q_{cnt} — вероятность замыкания проводников слоя через t часов работы;
 q_{pnt} — вероятность межслоевого замыкания проводников через t часов работы.

Вероятности незамыкания проводников:

$$p_{cnt} = 1 - q_{cnt}; \quad p_{pnt} = 1 - q_{pnt}.$$

Соответственно при $t = 0$ обозначим вероятности:

$$q_{спо}, q_{рпо}, p_{спо}, p_{рпо}.$$

Можно указать следующие типичные постановки задачи расчета надежности обмотки, определяемой к. з. витками.

1. Определить вероятность отсутствия к. з. витков в обмотке при выпуске

$$R_{W_0} (W_{к. з. \Sigma} = 0, t = 0).$$

2. Найти вероятность получения в обмотке при выпуске числа к. з. витков

$$W_{к. з. \Sigma} \leq W_d$$

$$R_{W_0} (W_{к. з. \Sigma} \leq W_d, t = 0).$$

3. Определить вероятность отсутствия к. з. витков в обмотке после t_1 часов работы при заданных воздействиях

$$R_{W_0} (W_{к. з. \Sigma} = 0, t = t_1).$$

4. Вычислить вероятность получения в обмотке после t_1 часов работы числа к. з. витков $W_{к. з. \Sigma} \leq W_d$

$$R_{W_0} (W_{к. з. \Sigma} \leq W_d, t = t_1).$$

5. Определить средний срок службы обмотки, если задано предельно допустимое число к. з. витков $W_{к. з. \Sigma} \leq W_d$

$$T_{cp} (W_d).$$

Предполагая, что один виток может дать только одно межслоевое замыкание и одно внутрислоеое, получим

$$R_{W_0}(W_{к.з.} = 0, t = 0) = R_c(W_{ск.з.} = 0, t = 0) R_p(W_{рк.з.} = 0, t = 0) = \\ = p_{спо}^{\xi_c} p_{рпо}^{\xi_p},$$

где R_c — вероятность отсутствия замыканий в слоях обмотки при выпуске;

R_p — вероятность отсутствия замыканий между слоями обмотки при выпуске;

$\xi_c \approx W_0$ — максимально возможное число замыканий в слоях;

$\xi_p \approx (a - 1) W_c$ — максимально возможное число замыканий между слоями;

W_c — число витков в слое;

$a = \frac{W_0}{W_c}$ — число слоев.

Аналогично

$$R_{W_0}(W_{к.з.} = 0, t = t_1) = R_c(W_{ск.з.} = 0, t = t_1) R_p(W_{рк.з.} = 0, t = t_1) = \\ = p_{спт}^{\xi_c} p_{рпт}^{\xi_p}.$$

Одно замыкание проводников вызывает появление одного к. з. витка, если оно произошло в слое, либо появление группы к. з. витков, если оно произошло между слоями, т. е.

$$W_{к.з.} = W_{к.з.1} + W_{к.з.2} + \dots + W_{к.з.j} + \dots + W_{к.з.n},$$

где $W_{к.з.j}$ — число замкнутых витков при j -ом замыкании.

При этом и $W_{к.з.j}$ и число замыканий n — величины случайные.

Для обмоток без прокладок, определяя $R_{W_0}(W_{к.з.} \leq W_d, t = 0)$, считаем следующее:

1. Вероятностью возникновения к. з. витков в слоях можно пренебречь, т. е. к. з. витки в обмотке возникают только из-за межслоевых замыканий.

2. Вероятность возникновения числа к. з. витков $W_{к.з.}$ равна вероятности появления числа замыканий n , которое определяется по формуле

$$n = \frac{W_{к.з.}}{\bar{W}_{к.з.}}, \quad (1)$$

где $\bar{W}_{к.з.}$ — математическое ожидание (м. о.) числа к. з. витков при одном межслоевом замыкании.

Последнее предположение наиболее реально при некотором среднем числе замыканий, когда можно считать приближенно справедливым для рассматриваемого случая положение закона больших чисел, но вместе с тем можно предполагать постоянство $\bar{W}_{к.з.}$, т. е. отсутствие повторных замыканий между одними и теми же слоями или замыканий между слоями, смежными с уже закороченными.

При $t = 0$ и отсутствии тока в обмотке $q_{спо}$ и $q_{рпо}$ не зависят от места витка в слое и от числа замкнутых витков.

При использовании соотношения (1) вероятность получения любого числа к. з. витков из диапазона $(n - 1) \bar{W}_{к.з.} < W_{к.з.} < n \bar{W}_{к.з.}$ будет одной и той же.

Число возможных замыканий между слоями, как было показано, приближенно равно $\xi_p \approx (a - 1) W_c$. Для упрощения дальнейших расчетов примем $\xi_p \approx W_0$, что достаточно справедливо при большом числе слоев.

Поскольку при определении $R_{W_0}(W_{к.з.} \leq W_d, t=0)$ считаем, что каждое замыкание дает $\overline{W}_{к.з.}$ число к. з. витков, то приближенно максимально возможное число замыканий

$$n_{\max} = \frac{W_0}{\overline{W}_{к.з.}}.$$

Следовательно, вероятность k замыканий из $n_{\max}$

$$P_{k, n_{\max}} = C_{n_{\max}}^k q_{\text{рпо}}^k p_{\text{рпо}}^{(n_{\max}-k)} \overline{W}_{к.з.}.$$

В формуле $(n_{\max} - k) \overline{W}_{к.з.}$ есть число не связанных замыканиями витков. Поэтому

$$R_{W_0}(W_{к.з.} \leq W_d, t=0) = \sum_{j=0}^{\frac{W_d}{\overline{W}_{к.з.}}} C_{n_{\max}}^j q_{\text{рпо}}^j p_{\text{рпо}}^{(n_{\max}-j)} \overline{W}_{к.з.}.$$

При расчетах величину $\frac{W_d}{\overline{W}_{к.з.}}$ целесообразно округлять до ближайшего меньшего целого числа, так как это даст значение минимальной надежности обмотки.

Математическое ожидание числа к. з. витков $\overline{W}_{к.з.}$ можно определить, если известен закон распределения числа к. з. витков при одном замыкании. Для момента $t=0$ при отсутствии тока в обмотке считаем, что приближенно равновероятно получение к. з. витков от 0 до $2W_c$ при одном замыкании, т. е.

$$f(W_{к.з.}) = \frac{1}{2W_c},$$

где $f(W_{к.з.})$ — плотность распределения числа к. з. витков при одном замыкании.

Следовательно, $\overline{W}_{к.з.} = W_c$. При этом предполагается, что число замыканий сравнительно мало, два последовательных замыкания между слоями, а также замыкание в слое, смежном с замкнутым, маловероятны.

При протекании тока по обмотке надо учитывать увеличение вероятности большего числа к. з. витков при одном замыкании вследствие большего межвиткового напряжения в конце ряда. В процессе работы возникают новые замыкания между слоями, уже имевшими замыкание, а также замыкания с прилежащими слоями.

Из сказанного следует, что с ростом числа к. з. витков сокращается диапазон возможного значения числа к. з. витков при одном замыкании.

Для упрощения расчетов целесообразно сохранять равновероятный закон распределения числа к. з. витков при одном замыкании, но учесть сокращение диапазона и изменение м. о. закона распределения. Учет изменения межвиткового напряжения целесообразно производить усреднением вероятности замыкания при минимальном и максимальном напряжениях. Сокращение диапазона изменения выполним равномерным сокращением числа витков в слое, т. е. приближенно

$$f(W_{к.з.}) = \frac{1}{2\left(W_c - \frac{W_{к.з.}}{a}\right)} = \frac{1}{2\left(W_c - \frac{n\overline{W}_{к.з.}}{a}\right)}.$$

В свою очередь,

$$\overline{W}_{к.з.} = W_c - \frac{n\overline{W}_{к.з.}}{a},$$

откуда

$$\begin{aligned}\bar{W}_{\text{к. з.}} &= \frac{aW_c}{a+n}; \\ f(W_{\text{к. з.}}) &= \frac{a+n}{2aW_c}.\end{aligned}\quad (2)$$

Предполагается, что м. о. числа к. в. витков уменьшается с ростом числа замыканий. Среднее число замыканий n , которое необходимо для получения W_d числа к. з. витков, можно найти из условия

$$W_d = \bar{W}_{\text{к. з. 1}} + \bar{W}_{\text{к. з. 2}} + \dots + \bar{W}_{\text{к. з. n}} = \sum_{j=1}^n \frac{aW_c}{a+j}.$$

Для $\frac{f}{a} < 0,3$ с погрешностью, не превышающей 10%, производим замену

$$\frac{1}{1+\frac{j}{a}} = 1 - \frac{j}{a}.$$

Тогда

$$\begin{aligned}\frac{W_d}{W_c} &= \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{f}{a}\right) = n - \frac{n(n+1)}{2a}; \\ n &= \frac{2a-1}{2} - \sqrt{\left(\frac{2a-1}{2}\right)^2 - 2a \frac{W_d}{W_c}}.\end{aligned}\quad (3)$$

В нашем случае имеет смысл только отрицательный корень, так как он дает минимальное число замыканий, обеспечивающих заданное число к. з. витков. Вероятность замыкания проводников зависит от ранее замкнутых. Поэтому вероятность точно i замыканий из n

$$\prod_{j=1}^i q_{\text{пнт}j} p_{\text{пнт}(i+1)}^{(n-j)} \bar{W}_{\text{к. з.}}.$$

Число возможных вариантов таких замыканий определяется общим числом витков обмотки и изменяющимся средним значением м. о. числа к. з. витков. Находя число возможных вариантов получения точно i замыканий, используем среднее значение м. о. для числа замыканий от 0 до i

$$\bar{W}_{\text{к. з. ср}} = \frac{\sum_{j=1}^i \frac{aW_c}{a+j}}{i}.\quad (4)$$

Тогда число возможных вариантов i замыканий будет равно $C^i_{\frac{W_o}{\bar{W}_{\text{к. з. ср}}}}$.

Следовательно,

$$R_{W_o}(W_{\text{к. з. 2}} \leq W_d, t = t_1) \approx \sum_{i=0}^n C^i_{\frac{W_o}{\bar{W}_{\text{к. з. ср}}}} \prod_{j=1}^i q_{\text{пнт}j} p_{\text{пнт}(i+1)}^{\left(\frac{W_o}{\bar{W}_{\text{к. з. ср}}} - i\right)} \bar{W}_{\text{к. з. ср}},\quad (5)$$

где n определяется по (3);

$\bar{W}_{\text{к. з. ср}}$ определяется по (4).

При наличии межслоевых прокладок, когда вероятность замыкания внутри слоя значительно больше вероятности межслоевого замыкания, практически получение числа к. з. витков $W_{\text{к. з.}} \leq W_d$ равновозможно вследствие как внутрислоевых, так и межслоевых замыканий.

Задача расчета	Расчетная формула
1. Определить вероятность отсутствия к. з. витков в обмотке после t_1 часов работы при заданных воздействиях	$R_{W_0}(W_{к.з.з} = 0, t = t_1) = R_c(W_{к.з.с.} = 0, t = t_1) R_p(W_{к.з.р.} = 0, t = t_1) =$ $= p_{сн}^{\xi_c} p_{пн}^{\xi_p}$
2. Определить вероятность получения в обмотке, не имеющей межслойных прокладок, при выпуске числа к. з. витков $W_{к.з} \leq W_d$	$\frac{W_d}{\bar{W}_{кз}} = \sum_{j=0}^n C_{n_{\max}^j}^j p_{по}^{(n_{\max}^j - j)} \bar{W}_{кз}$
3. Определить вероятность получения в обмотке, не имеющей прокладок, после t_1 часов работы числа к. з. витков $W_{к.з} \leq W_d$	$R_{W_0}(W_{к.з.з} \leq W_d, t = t_1) = \sum_{i=0}^n C_{\bar{W}_{к.з.ср}}^i \prod_{j=1}^i q_{пн} p_{пн}^{W_0 - i} \bar{W}_{кз.ср}$
4. Определить вероятность получения в обмотке, имеющей межслойные прокладки, после t_1 часов работы числа к. з. витков $W_{к.з} \leq W_d$	$R_{W_0}(W_{к.з.з} \leq W_d, t = t_1) = \sum_{i=0}^{\bar{W}_d} \sum_{j=0}^i Q_{с.л.} Q_{п.л.(-j)}, i =$
5. Определить средний срок службы обмотки, если задано предельно допустимое число к. з. витков $W_{к.з} \leq W_d$	$= \sum_{i=0}^{\bar{W}_d} \sum_{j=0}^i C_{W_0 - (i-j)}^j \prod_{k=1}^j q_{сн} p_{пн}^{W_0 - j} C_{\bar{W}_0 - j}^{n_{i-j}} \prod_{l=j+1}^{n_{i-j}} q_{пн} p_{пн}^{W_0 - j - n_{l-j}} \bar{W}_{к.з.ср}$ $T_{ср} = \int_0^{\infty} R_{W_0}(W_d, t) dt = \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^{\bar{W}_d} \sum_{j=0}^i Q_{с.л.} Q_{п.л.(-j)} dt$

При расчете предполагаем, что межслоевые замыкания не захватывают внутрислоевых к. з. витков. Поэтому вероятность получения точно m к. з. витков

$$Q(W_{\text{к. з.}} = m) = Q_{c0, m} Q_{pm, m} + Q_{c1, m} Q_{p(m-1), m} + \dots \\ \dots + Q_{ck, m} Q_{p(m-k), m} + \dots + Q_{cm, m} Q_{p0, m},$$

где $Q_{ck, m}$ — вероятность получения точно k к. з. витков вследствие замыканий внутри слоев;

$Q_{p(m-k), m}$ — вероятность получения точно $(m-k)$ к. з. витков вследствие замыканий между слоями.

Таким образом, вероятность получения в обмотке числа к. з. витков

$$W_{\text{к. з.}} \leq W_d$$

$$R_{W_0}(W_{\text{к. з.}} \leq W_d, t = t_1) = \sum_{i=0}^{W_d} \sum_{j=0}^i Q_{cj, i} Q_{p(i-j), i}.$$

Вероятности $Q_{cj, i}$ и $Q_{p(i-j), i}$, приближенно определенные с помощью приведенных зависимостей, равны:

$$Q_{cj, i} = C_{W_0-(i-j)}^i \prod_{k=1}^i q_{cntk} p_{cnt(j+1)}^{W_0-i};$$

$$Q_{p(i-j), i} = \frac{C_{W_0-j}^{n_{i-j}}}{\bar{W}_{\text{к. з. ср}}} \prod_{L=1}^{n_{i-j}} q_{pntL} p_{pnt(i-j+1)}^{W_0-j-n_{i-j}} \bar{W}_{\text{к. з. ср}},$$

где n определяется по (3) с подстановкой вместо W_d величины $i-j$.

Средний срок службы $T_{\text{ср}}(W_d)$ можно найти по формуле, приведенной в таблице. Из-за большого объема расчетной работы его целесообразно вычислять с помощью ЭЦВМ. Основные результирующие расчетные формулы сведены в таблицу. Возможные задачи исследования обмоток на к. з. витки не ограничиваются приведенными. Но рассмотренные методы обладают достаточной общностью и позволяют решать другие аналогичные задачи.