

ОЦІНКА ПОКАЗНИКА ХЕРСТА НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ

Павленко К.О.

Науковий керівник – д-р техн. наук, проф. Кіріченко Л. О.
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ,
м. Харків, Україна
тел. +38 (097) 180-70-40, email: kyrylo.pavlenko@nure.ua

This work is devoted to an approach to estimating the Hurst exponent for fractal time realizations, based on the application of machine learning, namely a regression neural network. The construction of the regression model is based on the estimation of the Hurst index using a discrete wavelet transformation. The input data are the values of the wavelet energies obtained from realizations of the fractal Brownian motion. Comparative analysis showed that when using a neural network, the accuracy of the assessment increased several times.

Часовий ряд – це сукупність значень якогось показника за кілька послідовних моментів чи періодів часу. Такі дані легко зібрати, і вони мають високу значущість у визначенні стану системи, тому що можуть бути отримані у реальному часі.

Однією з основних властивостей біологічних, фізичних, технічних та інформаційних систем є властивість самоподібності (фрактальності). Ця властивість притаманна не тільки самим об'єктам і системам, а й сигналам, які вони генерують, і траєкторіям їх руху, які описуються фрактальними часовими реалізаціями [1]. Основною характеристикою фрактальної реалізації є її ступінь самоподібності, яка називається показником Херста. Різним станам досліджуваної системи відповідають різні значення показника Херста, тому кількісна характеристика самоподібності часто приносить важливу додаткову інформацію [2].

Метою представленої роботи є оцінка показника Херста часових рядів на основі вейвлет-енергій дискретного вейвлет-перетворення, що подаються на вхід регресійної нейронної мережі.

Вейвлет-перетворення часової реалізації – це її представлення у вигляді узагальненого ряду або інтеграла на основі базисних функцій:

$$\Psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

отриманих з материнської вейвлет-функції $\psi(t)$, через операції зсуву часу b і масштабування a .

Дискретне вейвлет-перетворення (ДВП) будується за допомогою багатомасштабного аналізу, який полягає в розбитті реалізації $X(t)$ на дві складові: наближення (низькі частоти) і деталізацію (високі частоти). Далі процедура рекурсивно повторюється шляхом розщеплення компонент наближення до заданого рівня розкладання N . У результаті реалізація $X(t)$ пред-

ставляється як сума компонент апроксимації та набору компонент деталей на різних рівнях. На кожному рівні декомпозиції компонент деталі $X(t)$ має відповідний набір деталізуючих вейвлет-коефіцієнтів:

$$\det \det(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi_{jk}(t) dt, \quad k = 1, N_j.$$

Значення вейвлет-енергії на заданому рівні вейвлет-розкладання j з кількістю деталізуючих вейвлет-коефіцієнтів N_j визначається як:

$$E_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} (j, k).$$

Далі ми пропонуємо використовувати регресійну нейронну мережу [3], вхідними даними для яких будуть значення вейвлет-енергій.

На рисунку 1 показано оцінки показника Херста H , отримані для 500 реалізацій з показником $H = 0,7$. Ліворуч показані гістограми оцінок, отриманих статистичним розрахунком [2], а праворуч – за допомогою нейронної мережі. Гістограми, показані вгорі, отримані з реалізацій довжиною 200 значень, унизу – 2000 значень.

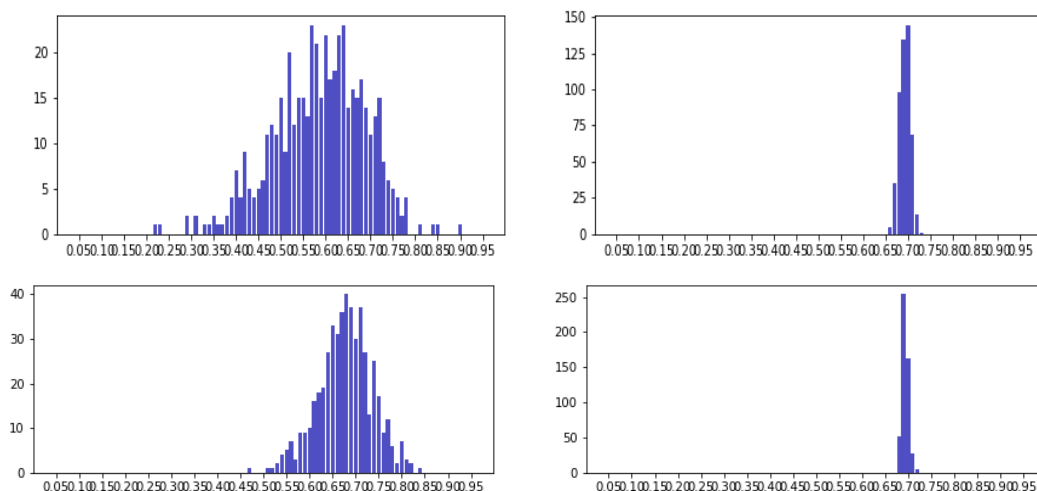


Рисунок 1 – Гістограми для оцінок $H = 0,7$, статистичний розрахунок (ліворуч), нейронна мережа (праворуч); довжина реалізації 200 значень угорі, 2000 унизу

Список використаних джерел:

1. Abry, P., Goncalves, P., Vehe, J. L. (2009). *Scaling, Fractals and Wavelets*. John Wiley & Sons, London.
2. Balcerek, M., Burnecki, K., Thapa, S., Wyloma'nska, A., & Chechkin, A.V. (2022). *Fractional Brownian motion with random Hurst exponent: accelerating diffusion and persistence transitions*.
3. Géron, A. (2020). *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems* (2nd ed.). O'Reilly Media.