

ВОЗБУЖДЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОЙ БИКОНИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ МАГНИТНЫМ РАДИАЛЬНЫМ ДИПОЛЕМ

Исследование задач рассеяния электромагнитных волн на биконусах представляет большой интерес не только для теории, но также и для практических приложений в радиолокации, связи, антенной технике и телеметрии [1, 2]. Это связано с тем, что биконические структуры являются широкополосными или сверхширокополосными в зависимости от их геометрических размеров [2-4]. В ряде работ [2, 3, 5-7] приведены результаты исследования граничных электродинамических задач для сплошных идеально проводящих биконусов, представляющих собой модели широкополосных биконических передающих и приемных антенн с произвольными нагрузками. Однако использование вместо сплошных структур незамкнутых (например, многоэлементных или щелевых) позволяет еще больше расширить рабочий диапазон и создавать широкополосные антенны с управляемой поляризацией излучения [1, 8, 9].

Традиционными методами решения граничных электродинамических задач для конусов и биконусов является метод разделения переменных и связанный с ним метод собственных функций [2, 3, 5, 10]. Полученные в результате использования этих методов представления для решения в виде рядов оказались малоприспособленными для изучения поля в дальней зоне из-за медленной сходимости последних. Применяя основную теорему о вычетах, удалось преобразовать ряды в контурные интегралы и найти интегральные представления для решения, наиболее удобные для определения поля в дальней зоне [5, 11]. Введенные Конторовичем М.И. и Лебедевым Н.Н. интегральные преобразования [12] явились одним из эффективных средств для решения граничных задач с конической и биконической геометрией [1, 10, 13, 14]. Применение этих преобразований упрощает алгоритм решения задач и позволяет получить его представление в виде интеграла и ряда. В работе [1] приведены результаты исследования задачи возбуждения биконической линии с границами из радиальных проводников и идеально проводящих поверхностей. Поверхность, состоящая из радиальных проводников и проводящая в строго радиальном направлении, является моделью анизотропно проводящей поверхности, в которой не учитывается число проводников и их размеры. Изменением числа проводников (щелей) и их размерами можно управлять такими характеристиками как диаграммы направленности и поляризация излучения. Модельная задача возбуждения точечным источником конической щелевой антенны рассмотрена в [14], где учитываются число и угловые размеры щелей, и изучено их влияние на структуру поля.

В данной работе приведены результаты исследования задачи возбуждения магнитным радиальным диполем неограниченной биконической поверхности, состоящей из идеально проводящего сплошного конуса и конуса с периодически прорезанными вдоль образующих щелями. Получены представления для потенциала Дебая граничной задачи Неймана, изучены ее спектр, структура рассеянного поля и его поведение вблизи вершины конусов.

1. Постановка задачи и метод решения

Неограниченная биконическая поверхность Σ , состоящая из кругового идеально проводящего сплошного конуса Σ_1 и конуса с периодически продольными N щелями Σ_2 ($\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$), возбуждается магнитным радиальным диполем (рис. 1). Поле диполя меняется гармонически по закону $e^{-i\omega t}$ (ω – круговая частота). Конусы соосны и имеют общую вершину. Введем сферическую систему координат (r, ϑ, φ) с началом в вершине конусов, в которой сплошной конус Σ_1 задается уравнением $\vartheta = \gamma_1$, а поверхность $\Sigma_2: \vartheta = \gamma_2$ ($\gamma_1 < \gamma_2$). Щели, прорезанные вдоль образующих конуса Σ_2 с периодом $l = 2\pi/N$, имеют ширину d (d и l – величины двугранных углов, которые образованы пересечением плоскостей, проведенных через ось конусов и ребра соседних кони-

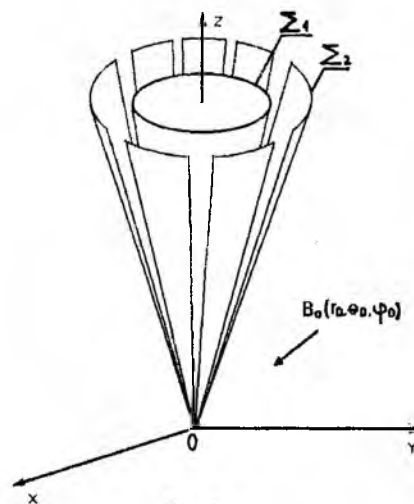


Рис.1

ческих лент). Диполь, расположенный в точке $B_0(r_0, \vartheta_0, \varphi_0)$, имеет момент \vec{e} и направлен на вершину. Электромагнитное поле \vec{E}, \vec{H} в среде с биконусом удовлетворяет системе уравнений Максвелла, граничному условию обращения в нуль тангенциальной составляющей электрического поля на поверхности биконуса Σ , условию на бесконечности и условию ограниченности энергии. Электродинамическая задача в такой постановке имеет единственное решение. Представим \vec{E} и \vec{H} в виде

$$\vec{E} = \vec{E}^{(nad.)} + \vec{E}^{(pac.)}, \quad \vec{H} = \vec{H}^{(nad.)} + \vec{H}^{(pac.)}, \quad (1)$$

где $\vec{E}^{(nad.)}, \vec{H}^{(nad.)}$ – поле источника; $\vec{E}^{(pac.)}, \vec{H}^{(pac.)}$ – поле, обусловленное присутствием биконической поверхности. Для удобства решения граничной задачи введем магнитный потенциал Дебая ν , через который компоненты поля \vec{E} и \vec{H} выражаются по формулам [15]

$$\vec{E} = i\omega\mu \text{rot}(r\nu), \quad \vec{H} = \text{rotrot}(r\nu).$$

В результате исходная задача сводится к решению второй краевой задачи математической физики для уравнения Гельмгольца относительно потенциала ν , который удовлетворяет:

1) граничному условию Неймана на поверхности Σ

$$\frac{\partial \nu}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = 0; \quad (2)$$

2) принципу предельного поглощения;

3) условию

$$\int_{\nu} (\nu^2 + |\text{grad}\nu|^2) \delta\nu < \infty$$

В соответствии со структурой полного поля (1) ν записываем в виде

$$\nu = \nu_0 + \nu_p,$$

где $\nu_0 = \widehat{b} \frac{e^{-q|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}_0|}$ – потенциал Дебая поля диполя, а ν_p – потенциал для рассеянного поля;

$\widehat{b} = -\frac{w|\vec{e}|}{qr_0}$; $q = -ik$, $k = w\sqrt{\varepsilon\mu}$ – волновое число, $I_m k \geq 0$, $w = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ – волновое сопротивление среды с диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями.

Для нахождения ν_p используем интегральные преобразования Конторовича-Лебедева по радиальной координате

$$\widetilde{f}(\tau) = \int_0^{\infty} f(r) \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} dr, \quad (3)$$

$$f(r) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{\infty} \text{tsh}\pi\tau \widetilde{f}(\tau) \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (4)$$

где $K_{\zeta}(z)$ – функция Макдональда. Требования, налагаемые на функции $\widetilde{f}(\tau)$ и $f(r)$, вытекают из условий существования интегралов в (3) и (4), сформулированных в [12, 16]. Учитывая представление для ν_0 [1]

$$\begin{aligned} \nu_0 &= \frac{2}{\pi^2} \int_0^{\infty} \text{tsh}\pi\tau \widetilde{\nu}_0 \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \\ \widetilde{\nu}_0 &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau} F_{m\tau}(\vartheta, \vartheta_0) e^{im\varphi}, \\ a_{m\tau} &= \frac{1}{4} (-1)^m \widehat{b} \frac{e^{-im\varphi_0} \Gamma(1/2 - m + i\tau) K_{i\tau}(qr_0)}{ch\pi\tau \Gamma(1/2 + m + i\tau) \sqrt{r_0}}, \end{aligned}$$

$$F_{m\tau}(\vartheta, \vartheta_0) = \begin{cases} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \vartheta) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \vartheta_0), & \vartheta < \vartheta_0, \\ P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \vartheta) P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \vartheta_0), & \vartheta_0 < \vartheta, \end{cases}$$

будем искать U_p в виде интеграла Контровича-Лебедева (4)

$$U_p = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \tau \operatorname{sh} \pi \tau \tilde{U}_p \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (5)$$

$$\tilde{U}_p = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau} U_{m\tau}(\vartheta, \varphi) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \vartheta_0) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2),$$

$$U_{m\tau} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\beta_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos \vartheta) + \xi_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos \vartheta)] e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_1 < \vartheta < \gamma_2, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \eta_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos \vartheta) e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_2 < \vartheta < \pi, \end{cases}$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция; $P_\nu^m(\cos \vartheta)$ – присоединенная функция Лежандра первого рода; $\beta_{mn}, \xi_{mn}, \eta_{mn}$ – искомые коэффициенты. Источник расположен вне конуса Σ_2 ($\gamma_2 < \vartheta_0$). Для установления связи между коэффициентами и получения функциональных соотношений для их определения воспользуемся условиями сопряжений в щелях и граничными условиями на сплошном конусе Σ_1 и лентах конуса Σ_2 . В результате приходим к следующей системе функциональных уравнений относительно неизвестных коэффициентов $y_n^{(m_0)}$, через которые выражаются искомые коэффициенты:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n^{(m_0)} e^{inN\varphi} = 0, \quad \pi d/l < |N\varphi| \leq \pi, \quad (6)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n) y_n^{(m_0)} e^{inN\varphi} = - \frac{1}{N(m_0 + \nu)} g_\tau^{(m_0)} e^{im_0N\varphi}, \quad |N\varphi| < \pi d/l, \quad (7)$$

$$g_\tau^{(n)} = \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n) (1 - C_\tau^{(n+\nu)N}),$$

$$C_\tau^M = \frac{\frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^M(\cos \gamma_1) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^M(-\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^M(-\cos \gamma_1) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^M(\cos \gamma_2)},$$

$$\beta_{mn} = \frac{y_n^{(m_0)}}{(1 - C_\tau^{(n+\nu)N}) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_2)} + \frac{\delta_n^{m_0}}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_2)}, \quad (8)$$

$$\xi_{mn} = - \frac{y_n^{(m_0)} C_\tau^{(n+\nu)N}}{(1 - C_\tau^{(n+\nu)N}) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_2)}, \quad (9)$$

$$\eta_{mn} = - \frac{y_n^{(m_0)} + \delta_n^{m_0}}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_2)}, \quad \delta_n^{m_0} = 1, n = m_0, \delta_n^{m_0} = 0, n \neq m_0, \quad (10)$$

$$\frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_n) = \frac{(-1)^{(n+\nu)N+1} ch\pi\tau}{\pi \sin^2 \gamma_2} \frac{\Gamma(1/2+i\tau+(n+\nu)N)}{\Gamma(1/2+i\tau-(n+\nu)N)} \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_2)} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_2)} \frac{1}{1-C_\tau^{(n+\nu)N}}, \quad (11)$$

$$\frac{m}{N} = m_0 + \nu, m_0 - \text{ближайшее целое число к } \frac{m}{N}, -1/2 \leq \nu < 1/2.$$

Для коэффициентов ε_n (11) имеет место оценка при $(n+\nu)N \gg 1$

$$\varepsilon_n = O\left(\frac{1}{(n+\nu)N^2}\right). \quad (12)$$

Проведем процедуру регуляризации уравнений (6), (7), разбивая оператор левой части (11) системы на главную и вполне непрерывную части и обращая главную с помощью метода задачи Римана-Гильберта [17, 13, 14]. После замены уравнения (7) уравнением, которое получается из него дифференцированием, и добавления дополнительного условия при $\varphi = 0$ приходим к системе парных функциональных уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n^{(m_0)} e^{in\psi} = 0, \quad \alpha < |\psi| \leq \pi, \quad (13)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} y_n^{(m_0)} e^{in\psi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_n e^{in\psi}, \quad |\psi| < \alpha, \quad (14)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_n) y_n^{(m_0)} = -\frac{1}{N(m_0+\nu)} g_\tau^{(m_0)}, \quad (15)$$

$$\text{где } h_n^{(m_0)} = \frac{|n|}{n} \varepsilon_n y_n^{(m_0)} - g_\tau^{(n)} \delta_n^{m_0}; \quad \alpha = \pi d/l.$$

Используя метод задачи Римана-Гильберта [17, 13, 14], сведем (13-15) к системе линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа (СЛАУ-2) относительно коэффициентов $y_n^{(m_0)}$:

$$y_n^{m_0} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} b_{np} y_p^{(m_0)} - g_\tau^{(m_0)} V_{n-1}^{m_0-1}(u), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (16)$$

$$b_{np} = \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V_{n-1}^{m_0-1}(u) + \delta_p^o P_n(u), u = \cos \alpha,$$

$$V_{n-1}^{m_0-1}(u) = \frac{n}{2(n-p)} [P_{n-1}(u)P_p(u) - P_n(u)P_{p-1}(u)], n \neq p, \quad (17)$$

$$V_{n-1}^{-1}(u) = \frac{1}{2} [P_{n-1}(u) - P_n(u)]. \quad (18)$$

Матричные коэффициенты СЛАУ-2 не зависят от волнового числа k , что удобно для построения диаграмм направленности и определения поля вблизи вершины биконической поверхности.

Для любых параметров задачи решение СЛАУ-2 может быть получено численно методом усечения. При этом, в силу фредгольмовости системы, ошибка приближения решения усеченной системы к истинному решению (16) тем меньше, чем больше порядок усечения СЛАУ-2. В случае полупрозрачного конуса Σ_2 матричный оператор СЛАУ-2 является сжимающим (его норма меньше единицы), что позволяет найти решение (16) также методом последовательных приближений и построить аналитическое решение исходной электродинамической задачи в этом предельном случае.

2. Аналитическое решение

Воспользовавшись дополнительным условием (15), находим соотношение для $y_n^{m_0}$ вида:

$$M_\nu(-u)y_0^{m_0} = N\nu \sum_{p=-\infty}^{+\infty} h_p^{m_0} V^p(u), \quad (19)$$

$$V^p(u) = \frac{1}{p+\nu} \{P_p(u) + M_\nu(-u)V_{p-1}^{-1}(u)\}, \quad M_\nu(u) = \frac{2P_{\nu-1}(u)}{P_\nu(u) + P_{\nu-1}(u)}.$$

Основой для построения аналитического решения поставленной краевой задачи в случае полупрозрачного конуса является первое приближение, полученное методом последовательных приближений из (16) и (19):

$$y_n^{m_0} = \frac{1}{1 - \frac{|n|}{n} \varepsilon_n V_{n-1}^{-1}(u)} \left\{ g_{ir}^{(m_0)} [V_{n-1}^{m_0-1}(u) + \theta_n^{m_0}(u)] + y_0^{m_0} [P_{n-1}(u) + \varepsilon_0 V_{n-1}^{-1}(u) + \theta_n(u)] \right\}, n \neq 0,$$

$$y_0^{m_0} = \frac{-g_{ir}^{(m_0)} \nu V^{m_0}(u) + -g_{ir}^{(m_0)} \nu \sum_{p \neq 0} R_n(u) [V_{p-1}^{m_0-1}(u) + \theta_p^{m_0}]}{M_\nu(-u) - \varepsilon_0 - \nu \sum_{p \neq 0} R_n(u) [P_p(u) + \varepsilon_0 V_{p-1}^{-1}(u) + \theta_p(u)]},$$

$$\theta_n^{m_0}(u) = \sum_{j \neq 0, j \neq n} \frac{\frac{|j|}{j} \varepsilon_j}{1 - \frac{|j|}{j} \varepsilon_j V_{j-1}^{j-1}(u)} V_{j-1}^{m_0-1}(u) V_{n-1}^{j-1}(u), n \neq 0,$$

$$\theta_n(u) = \sum_{j \neq 0, j \neq n} \frac{\frac{|j|}{j} \varepsilon_j}{1 - \frac{|j|}{j} \varepsilon_j V_{j-1}^{j-1}(u)} [P_j(u) + \varepsilon_0 V_{j-1}^{-1}(u)] V_{n-1}^{j-1}(u), n \neq 0,$$

$$R_p(u) = \frac{\frac{|p|}{p} \varepsilon_p}{1 - \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V_{p-1}^{p-1}(u)}.$$

Рассмотрим биконус, состоящий из сплошного конуса и полупрозрачного конуса Σ_2 , который определяется существованием предела

$$W = \lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ d/l \rightarrow 0}} \left[-\frac{1}{N} \ln \frac{d}{l} \right].$$

В этом случае $m_0 = 0$, $m = N\nu$ и

$$y_n^{(0)} = -\frac{1}{m} \frac{g_{ir}^{(m)}}{\Phi_{ir}^{(m)} + 2W}, \forall n \in Z,$$

$$v_p = -\frac{2}{\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im\varphi} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau a_{m\tau} \frac{K_{ir}(qr) \Phi_{ir}^{(m)} C_{ir}^m + 2W}{\sqrt{r} \Phi_{ir}^{(m)} + 2W} B_{ir}^m P_{-1/2+ir}^m(-\cos \vartheta) d\tau, \gamma_2 < \vartheta < \pi, \quad (20)$$

где $\Phi_{ir}^{(m)} = \frac{1}{m} (1 - \varepsilon_0)$, $B_{ir}^m = \frac{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}^m(\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}^m(-\cos \gamma_2)} P_{-1/2+ir}^m(-\cos \vartheta_0)$.

Аналогичное представление имеет место и для $\gamma_1 < \vartheta < \gamma_2$. Формальный переход в правой части (20) к пределу при $\gamma_1 \rightarrow 0$ (исчезновение сплошного конуса) приводит к представлению для U_p в случае возбуждения одиночного конуса Σ_2 с продольными щелями [18]. При $W \rightarrow 0$ (исчезновение полупрозрачного конуса Σ_2) в результате предельного перехода из (20) получаем выражение для U_p в случае возбуждения сплошного конуса Σ_1 [19].

Рассмотрим случай, когда источник находится вне и на оси конуса Σ_2 ($\varphi_0 = 0, \vartheta_0 = \pi, \nu = 0$). Тогда выражение для U_p (20) преобразуется к виду

$$U_p = -\frac{1}{2\pi^3} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau a_{m\tau} \frac{K_{i\tau}(qr) K_{i\tau}(qr_0) \Phi_{i\tau}^{(m)} C_{i\tau}^m + 2W}{\sqrt{r} \sqrt{r_0} \Phi_{i\tau}^{(m)} + 2W} B_{i\tau}^m P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \vartheta) d\tau,$$

$$U_p = -\frac{1}{2\pi^3} \frac{\widehat{b}}{\sin^2 \gamma_2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau \frac{K_{i\tau}(qr) K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r} \sqrt{r_0}} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma_1) T_{i\tau} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \vartheta) d\tau -$$

$$-\frac{\widehat{b}W}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau \frac{K_{i\tau}(qr) K_{i\tau}(qr_0) \Delta_{i\tau}}{\sqrt{r} \sqrt{r_0} T_{i\tau}} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma_2) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \vartheta) d\tau, \quad \gamma_2 < \vartheta < \pi, \quad (21)$$

где

$$\Delta_{i\tau} = \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma_1) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}(-\cos \gamma_2) - \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}(-\cos \gamma_1) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma_2);$$

$$T_{i\tau} = \frac{ch\pi\tau}{\pi \sin^2 \gamma_2} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}(-\cos \gamma_1) + 2W \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}(-\cos \gamma_2) \Delta_{i\tau}.$$

После введения новой переменной интегрирования $\zeta = i\tau$ в интегралах (21) (переход к интегрированию по мнимой оси) и использования основной теоремы о вычетах можно получить представления для U_p в виде ряда по полюсам подынтегральной функции [20]. Этот ряд быстро сходится в случаях, когда или точка наблюдения ($qr \ll 1$) или источник ($qr_0 \ll 1$) находятся вблизи общей вершины конусов (начала координат). Для нахождения поля в дальней зоне ($qr \gg 1$) целесообразно воспользоваться интегральным представлением (21) из-за медленной сходимости ряда в этой области.

Исследуем спектр граничной задачи, который определяется корнями уравнения $T_\zeta = 0$, в зависимости от параметра заполнения W в следующих случаях:

- 1) $W \ll 1$,
- 2) $W \sin^2 \gamma_2 \gg 1$.

1) В этом случае спектр определяется корнями уравнения с малой правой частью

$$\frac{1}{\pi \sin^2 \gamma_2} \frac{P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_1)}{P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \frac{\cos \pi \zeta}{(\zeta^2 - 1/4)^2 \widehat{\nabla}_\zeta} = 2W, \quad (22)$$

где $\widehat{\nabla}_\zeta = P_{-1/2+\zeta}^{-1}(\cos \gamma_1) P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_2) - P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\zeta}^{-1}(\cos \gamma_2)$.

Корни уравнения (12) находятся вблизи нулей функции $P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_1)$ и имеют вид

$$\nu_p^* = \beta_p^* + 2\pi W \sin^2 \gamma_2 \left. \frac{(\zeta^2 - 1/4)^2 \widehat{\nabla}_\zeta P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_2)}{\cos \pi \zeta \frac{d}{d\zeta} P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_1)} \right|_{\zeta=\beta_p^*} + O(W^2), \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (23)$$

$$P_{-1/2+\beta_p^*}^{-1}(-\cos \gamma_1) = 0.$$

Формально переходя к пределу в (23) при $W \rightarrow 0$, получаем спектр граничной задачи для сплошного конуса Σ_1 [19].

2) Спектр граничной задачи состоит из значений

$$\mu_p^* = \xi_p^* + \frac{1}{2W \sin^2 \gamma_2} \frac{\cos \pi \zeta}{(\zeta^2 - 1/4)^2} \frac{P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_1)}{d \widehat{\nabla}_\zeta P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \Big|_{\zeta=\xi_p^*} + O(W^{-2}), \quad (24)$$

$$\tilde{\mu}_j = \alpha_j^* + \frac{1}{2W \sin^2 \gamma_2} \frac{\cos \pi \zeta}{(\zeta^2 - 1/4)^2} \widehat{\nabla}_\zeta \frac{P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_1)}{d P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \Big|_{\zeta=\alpha_j^*} + O(W^{-2}), \quad (25)$$

$$\mu_0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{8W \cos^4(\gamma_2/2)} \frac{1}{[tg^2(\gamma_2/2) - tg^2(\gamma_1/2)]} O(W^{-2}), \quad (26)$$

которые являются корнями уравнения с малой правой частью

$$\pi \frac{P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_2)}{P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_1)} \frac{(\zeta^2 - 1/4)^2 \widehat{\nabla}_\zeta}{\cos \pi \zeta} = \frac{1}{2W \sin^2 \gamma_2},$$

где $\frac{\widehat{\nabla}_\zeta}{\cos \pi \zeta} \Big|_{\zeta=\xi_p^*} = 0$, $P_{-1/2+\zeta}^{-1}(-\cos \gamma_2) \Big|_{\zeta=\alpha_j^*} = 0$.

Значения μ_p^* , $\tilde{\mu}_j$, μ_0 представляют возмущенные спектры сплошного биконуса и сплошного одиночного конуса соответственно [1,19]. Из (24-26) следует, что спектр граничной задачи для такого типа биконической поверхности зависит от углов раствора конусов, а также параметра заполнения W . Это одна из отличительных особенностей граничных задач для неограниченных структур с характерными угловыми параметрами [1,18,19]. Представление U_p в виде ряда – это разложение U_p в ряд по вычетам в корнях μ_p^* , $\tilde{\mu}_j$, μ_0 , наименьший из которых (μ_0) соответствует волне наимизшего типа. Аналогичное разложение потенциала Дебая рассеянного поля в ряд по вычетам в корнях ξ_p^* , α_p^* , $1/2$ имеет место и в случае сплошных идеально проводящих конусов и биконусов. Однако слабое, соответствующее значению $\zeta = 1/2$, вклад в поле не вносит (компоненты поля равны нулю) и интереса не представляет. При возбуждении одиночного полупрозрачного конуса Σ_2 или биконуса Σ , одно из плеч которого есть полупрозрачный конус с параметром заполнения $W(W \sin^2 \gamma_2 \gg 1)$, поле волны, отвечающее значению μ_0 , уже вносит ненулевой вклад в рассеянное поверхностью поле [18]. О возможности существования такой волны в структуре поля в случае радиально проводящих конусов и биконусов указывается в [1]. Рассматриваемая полупрозрачная коническая поверхность Σ_2 (в определенном смысле) является проводящей в радиальном направлении и может считаться радиально проводящей. Волна наимизшего типа определяет поведение поля вблизи вершины конуса ($qr \ll 1$). Вблизи вершины сплошного одиночного конуса поле особенности не имеет (убывает по мере приближения к острию). Наличие неоднородностей на поверхности конуса влияет на поведение поля у его вершины. Так вблизи вершины одиночного полупрозрачного конуса $\Sigma_2(W \sin^2 \gamma_2 \gg 1)$ магнитное поле имеет особенность порядка $(qr)^{-3/2+\xi}$ [18], где $\xi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2W \sin^2 \gamma_2} + O(W^{-2})$, а электрическое убывает при приближении к вершине. Значению ξ соответствует волна наимизшего типа в структуре рассеянного поля одиночным полупрозрачным конусом Σ_2 . Присутствие сплошного конического экрана Σ_1 внутри полупрозрачного конуса влияет на спектр и структуру рассеянного поля. Магнитное поле вблизи вершины биконуса Σ имеет особенность порядка $(qr)^{-3/2+\mu_0}$. Сравнивая значения μ_0 и ξ и принимая во внимание неравенство

$$\frac{1}{\sin^2 \gamma_2} < \frac{1}{4 \cos^4(\gamma_2/2) [tg^2(\gamma_2/2) - tg^2(\gamma_1/2)]}, \gamma_1 < \gamma_2 < \pi,$$

зключаем, что наличие сплошного экрана Σ_1 ослабляет особенность у вершины полупрозрачного конуса.

В работе предложен подход для решения задачи возбуждения магнитным радиальным диполем биконической поверхности, состоящей из сплошного конуса и конуса с продольными щелями. В результате использования этого подхода граничная электродинамическая задача свелась к решению СЛАУ-2 относительно коэффициентов Фурье компонент поля. В одном из предельных случаев конуса со щелями (полупрозрачного конуса) получено аналитическое решение граничной задачи и исследованы ее спектр, структура рассеянного поля и его поведение у вершины биконуса.

Список литературы: 1. Гошин Г.Г. Граничные задачи электродинамики в конических областях. Томск: Изд-во Том.ун-та. 1987. 128с. 2. Sammadar S.N., Mokole E.L. biconical antennas with unequal cone angles//IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.46, No.2, 1998. P.181-192. 3. Papas C.H., King R.W.P. Input impedance of wide-angle conical antennas fed by a coaxial line//Proc. IRE, vol.37. 1949. P.1269-1271. 4. Щелкунов., Фриис Г. Антенны: Пер. с англ. М: Сов.радио. 1955. 605с. 5. Фрадин А.З. Антенны сверхвысоких частот, М: Сов.радио, 1957. 647с. 6. Wait J.K. Electromagnetic radiation from conical structures, in Antenna Theory, part 1/Edited by Collin R.E., Zucker F.J. Mc Craw-Hill. New York. 1969. P.483-499. 7. Grime D.M. Biconical receiving antenna//J.Math.Phys., vol.23.1982. P.897-914. 8. Smith C.E., Butler C.M., Umashankar K.R. Characteristics of a wire biconical antenna//Microwave J., vol.22, №9.1979. P.37-40. 9. Antenna assembly. Cheer A.Ph. The plessey Co.plc. Заявка 2170958. Великобритания. МКИ Н01 Q 1/08, НКИ НИQ. 10. Колодій Б.І., Куриляк Д.Б. Осесиметричні задачі дифракції електромагнітних хвиль на конічних поверхнях. Київ: Наук. думка. 1995. 166с. 11. Горяинов А.С. Дифракция плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси конуса// Радиотехника и электроника. Т.6, №1. 1961. С.47-57. 12. Конторович М.И., Лебедев Н.Н. Об одном методе решения некоторых задач теории дифракции родственных ей проблем// ЖЭТФ. Т.8. 1938. Вып.10-11. С.1192-1206. 13. Сологуб В.Г., Харчевникова Т.И. Дифракция сферических волн на конической поверхности специального вида//Радиотехника. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та. 1972. Вып.20. С.52-58. 14. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Рассеяние поля электрического диполя на конической структуре с продольными щелями//Радиотехника и электроника. 2000. Т.45, №7. С.792-798. 15. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г. Математические модели электродинамики. М.:Высш. шк., 1991. 224с. 16. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения М.-Л.:ФИЗМАТГИЗ, 1963. 358с. 17. Шестопалов В.П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространении электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та. 1971. 400с. 18. Дорошенко В.А. Возбуждение магнитным радиальным диполем конуса с продольными щелями//Радиотехника. Харьков: Основа, 1992. Вип.97.С.54-61. 19. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978. Т.2. 558с. 20. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Рассеяние волн незамкнутым круговым конусом с граничным условием Дирихле//Докл. Рос. Акад. наук. 2000. Т.375, №5. С.611.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 5.07.2001