

УДК 504.5-047.64

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ У РОЗУМНОМУ МІСТІ

Бржозовська К.А., Жила О.В.

e-mail: olha.kuryzheva@nure.ua,

Харківський національний університет радіоелектроніки
м. Харків, Україна

In modern cities, traffic congestion, pollution, and inefficient resource usage are significant challenges. The concept of "Smart City" addresses these issues by leveraging digital technologies, artificial intelligence, and data analytics to enhance the quality of life, optimize infrastructure, and improve city resource management. This paper discusses a mathematical model for analyzing traffic flows and optimizing traffic lights using Gaussian elimination methods. A system of linear equations is constructed to model the traffic flow at intersections, with a goal of minimizing congestion.

Сучасні міста стикаються з багатьма викликами: перевантаженість доріг, екологічні проблеми, неефективне використання ресурсів. Концепція "Розумного міста" (Smart City) відкриває нові можливості для їх подолання завдяки цифровим технологіям, штучному інтелекту та аналітиці даних і напрямлена на використання цифрових технологій та даних для підвищення якості життя мешканців, оптимізації інфраструктури та покращення ефективності управління міськими ресурсами [1].

В Україні концепцію "розумного міста" активно розвивають у Києві, Львові, Дніпрі, Харкові та інших містах. Наприклад, у Києві впроваджено систему "Kyiv Smart City" для онлайн-сервісів, електронного квитка в транспорті, відеоспостереження. У Львові працює "Lviv Smart City", включаючи систему моніторингу транспорту, відкритих даних та екологічних сенсорів. Харків один із перших масово розповсюдив використання системи отримання медичних послуг онлайн — HELSI.me, а у 2020 році стартував мобільний додаток «CityBus Харків» [2].

Одним із ключових аспектів розвитку Smart City є оптимізація транспортних потоків. Використання математичних моделей, зокрема лінійного програмування та алгоритмів оптимізації, дозволяє мінімізувати затримки на дорогах, зменшувати рівень викидів та покращувати мобільність мешканців. Серед відомих моделей оптимізації транспортних потоків, таких як модель Вардропа, Метод Флойда-Ворелла, симуляційних моделей (SUMO, PTV Vissim), вирізняється математична модель аналізу потоків трафіка в розумному місті з використанням метода Гаусса для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Ця модель використовується для аналізу завантаженості доріг та оптимізації світлофорів з урахуванням зміни інтенсивності руху.

Для побудови моделі розглянемо місто з мережею доріг і перехрестями, на яких трафік регулюється світлофорами. Основною метою є збалансувати потоки машин так, щоб мінімізувати дорожні затори. Для цього складемо систему лінійних рівнянь, які описує баланс транспортних потоків на кожному перехресті. Кожне перехрестя можна представити як вузол, де вхідний потік автомобілів повинен дорівнювати вихідному потоку (з урахуванням автомобілів, які можуть залишатись у цьому вузлі).

Позначимо x_1, x_2, \dots, x_n – інтенсивність потоків на дорогах, що з'єднують перехрестя. Для кожного перехрестя (вузла) складемо рівняння вхідних і вихідних потоків за принципом збереження маси (скільки автомобілів в'їжджає у вузол, стільки ж повинно виїжджати):

$$\sum x_{вх\dot{д}} = \sum x_{вих\dot{д}} \quad (1)$$

Запишемо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) у вигляді:

$$Ax = b \quad (2)$$

де A – матриця коефіцієнтів (описує зв'язки між дорогами), x – вектор інтенсивностей транспортних потоків, b – вектор вхідного транспорту, який дорівнює нулю, оскільки сумарний потік зберігається.

Позначимо змінні x_1, x_2, \dots, x_5 – транспортні потоки на п'яти вулицях. Тоді система рівнянь для трьох перехресть (вузлів) у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Матриця коефіцієнтів при невідомих формується на основі принципу збереження маси: 1 означає, що відповідний потік входить у вузол, -1 означає, що відповідний потік виходить із вузла, 0 означає, що потік не бере участь у рівнянні для даного вузла. Розв'язання системи рівнянь (3) методом Гаусса та імітаційне моделювання даної задачі виконано у програмному пакеті символьних обчислень Maple-2023. Оптимальний час роботи світлофора визначається за формулою [3]:

$$T_i = T_{cycle} \cdot \frac{x_i}{\sum x_i}, \quad (4)$$

де T_{cycle} – загальний цикл світлофора, x_i – транспортний потік на конкретній дорозі, $\sum x_i$ – загальний потік.

На рис.1(а) показано результат імітаційного моделювання оптимального часу роботи світлофорів у секундах на п'яти вулицях у вигляді стовпчикової діаграми.

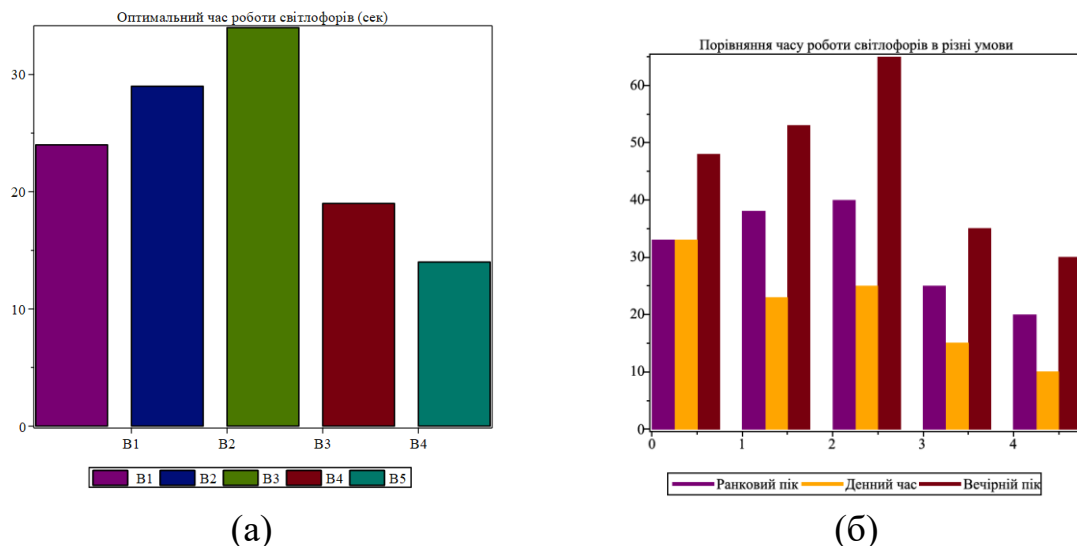


Рис.1 Оптимальний час зеленого сигналу (в секундах) на п'яти вулицях міста у довільний час доби (а) та для різних періодів часу (б).

На рис.2(б) показано порівняльну діаграму, яка описує роботу світлофорів у різні періоди доби (ранковий пік, денний час, вечірній пік) (рис.2б) та їх оптимальні значення згідно формули (3). На основі побудованої моделі можна оптимізувати час зеленого сигналу світлофора в залежності від інтенсивності транспортного потоку. Окрім того, адаптувати та покращити дану модель за допомогою реальних статистичних даних з датчиків трафіку, врахування сезонних змін, другорядних маршрутів тощо.

Таким чином, аналіз транспортних потоків в містах за допомогою сучасних математичних моделей і технологій дозволяє значно зменшити затори і покращити ефективність роботи світлофорів. Інтелектуальні транспортні системи допомагають зменшити екологічні наслідки від забруднення повітря та скоротити час поїздок завдяки адаптивному управлінню світлофорами. Оптимізація роботи світлофорів за допомогою математичних моделей і алгоритмів дозволяє покращити мобільність у великих містах і зменшити викиди шкідливих газів.

Список використаних джерел:

1. Матеріал з Вікіпедії. Розумне місто. [https://uk.wikipedia.org/wiki/Розумне місто](https://uk.wikipedia.org/wiki/Розумне_місто)
2. Офіційний сайт Kharkiv: Development & Investment <https://inkharkiv.com/why-kharkiv/>
3. Homburger, Kell and Perkins, *Fundamentals of Traffic Engineering, 13th Edition*, Institute of Transportation Studies, University of California (Berkeley), 1992.