

ВИБІР МЕТОДІВ ФОРМУВАННЯ МІНІМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ

Каряка Н.В.

e-mail: nadiia.kariaka@nure.ua

Науковий керівник – к.т.н., доц. Васильцова Н.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ІУС
м. Харків, Україна

The paper considers issues of formalized description of digital device construction based on the use of logical functions. Optimization of hardware implementation of digital devices is associated with processes of simplification (minimization) of the structure of these functions. A basic approach to the development of modern computing systems is considered, where the priority is to reduce the number of logical elements without losing functionality. The research has made it possible to identify criteria (number of variables, clarity, complexity, input data restrictions) that can be used to reasonably select a method for the effective formation of the minimum structure of a logical function.

У теперішній час, який пов'язаний зі стрімкою цифровізацією усіх видів діяльності, питанням ефективної розробки цифрових пристроїв та систем за економічними, технічними та часовими показниками приділяється велика увага. На практиці такі цифрові пристрої, особливо в галузі розробки мобільних технологій, застосовують логічні схеми, синтез яких відбувається на основі логічних (булевих, перемикальних) функцій. Оптимізація апаратної реалізації цифрових пристроїв, які базуються на використанні логічних функцій, пов'язана з процесами спрощення (мінімізації) структури цих функцій [1].

Процес мінімізації полягає у пошуку еквівалентної форми функції, яка містить мінімальну кількість операцій та змінних, що безпосередньо впливає на економію ресурсів при проектуванні логічних схем. Такий підхід є базовим для розробки сучасних обчислювальних систем, де пріоритетом є зменшення кількості логічних елементів без втрат функціональності [2]. Дослідження різних підходів до мінімізації дозволяє фахівцю обрати найбільш ефективний інструментарій залежно від складності задачі та кількості вхідних даних.

У теорії цифрових систем розглядають кілька основних груп методів мінімізації логічних функцій: алгебраїчні, геометричні, графічні, методи прямого перебору, табличні методи [1–3].

Дослідження, проведені в роботі, дозволили виділити критерії, за якими можна обґрунтовано вибрати метод ефективного формування мінімальної структури логічної функції (див. рис. 1).

Метод	Кількість змінних	Наочність	Складність	Обмеження вхідних даних
Алгебраїчний метод	6+	Низька	Середня	Довільно
Метод мінімізуючих карт (карти Карно, діаграми Вейча)	До 5	Висока	Низька	Таблиці істинності істинності, досконалі диз'юнктивні нормальні форми функцій (ДДНФ)
Кубічний метод	3	Висока	Низька	Таблиці істинності істинності
Метод Квайна-Мак-Класкі	10+	Середня	Висока	Мінтерми ДДНФ
Метод прямого перебору	5	Низька	Середня	Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми функцій (ДНФ, КНФ)
Метод Петріка	10	Низька	Висока	Таблиці простих імплікант

Рисунок 1 – Порівняльна характеристика методів формування мінімальної структури логічної функції

Одним з універсальних методів мінімізації логічних функцій є алгебраїчний метод (метод елементарних перетворень). Він ґрунтується на послідовному застосуванні аксіом та основних законів алгебри логіки, зокрема законів дистрибутивності, асоціативності, комутативності, ідемпотентності, поглинання та інших тотожностей, що дозволяє спростити логічний вираз без зміни його функціонального значення. Зазначений метод доцільно застосовувати у випадках, коли булева функція містить відносно невелику кількість змінних (близько 5-6 змінних). Із зростанням їх кількості зменшується наочність перетворень і значно підвищується складність виконання обчислень. У зв'язку з цим алгебраїчний метод стає менш ефективним для мінімізації великої кількості змінних, поступаючись табличним методам.

Найбільш поширеним і наочним підходом у навчальній та інженерній практиці є графічний метод, що реалізується за допомогою карт Карно або діаграм Вейча. Ідея методу полягає у поданні таблиці істинності у вигляді спеціальної матриці, у якій сусідні клітинки відрізняються значенням лише на одну змінну. Така структура дозволяє візуально об'єднувати клітинки та формувати групи, що відповідають спрощеним логічним термам. Метод карт Карно є особливо ефективним для функції з невеликою кількістю змінних (зазвичай до 4–5). Він забезпечує високу наочність і відносну простоту отримання мінімальної форми. Водночас із збільшенням кількості змінних застосування цього методу ускладнюється через зростання розмірності та зменшення наочності карт.

Для функції з невеликою кількістю змінних може використовуватися кубічний метод. Його сенс полягає у представленні наборів значень

булевих функцій у вигляді вершин геометричного куба, що дозволяє наочно аналізувати суміжність наборів змінних та використовувати спрощення логічного виразу. Даний метод є найбільш ефективним для функцій з трьома змінними, забезпечуючи достатній рівень наочності при відносно невеликій складності розрахунків.

Якщо кількість змінних дещо більша (близько 5), можна застосувати метод прямого перебору за заданим критерієм, який передбачає аналіз можливих варіантів спрощення логічного виразу, поданого у вигляді диз'юнктивної або кон'юнктивної нормальної форми. Цей підхід має меншу наочність і трудомісткість порівняно з графічним та кубічним методами. Він дозволяє отримати мінімальні форми для невеликих за кількістю змінних функцій у тих випадках, у яких інші методи можуть бути складнішими або непридатними.

Для мінімізації булевих функцій з великою кількістю змінних застосовуються табличні методи, серед яких один із найбільш відомих є метод Квайна-Мак-Класкі. Даний метод базується на послідовному порівнянні мінтермів досконалої диз'юнктивної нормальної форми з метою виявлення простих імплікант функції. Використання табличного підходу дозволяє впорядкувати процес мінімізації та робить його придатним для автоматизації за допомогою обчислювальної техніки. Метод Квайна-Мак-Класкі характеризується значною трудомісткістю, але він забезпечує знаходження повної множини простих імплікант, що є основою для подальшого синтезу мінімальної логічної функції.

Для остаточного вибору мінімального покриття серед отриманих імплікант часто використовують метод Петріка. Цей метод орієнтований на побудову спеціальної логічної функції, що визначає всі можливі варіанти покриття. Цей метод є досить трудомістким, але незамінним при роботі з функціями великої розмірності.

Аналіз практичних задач показав, що для різних логічних задач ефективними можуть бути різні методи мінімізації булевих функцій. Використання методів залежно від складності функції підвищує надійність і точність проєктованих цифрових систем. Реалізація алгоритмів у спеціалізованих програмних середовищах забезпечує швидку обробку великих обсягів логічних даних і математичну обґрунтованість рішень.

Список використаних джерел:

1. Дискретна математика : підручник / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. Львів : ПП «Магнолія 2006»; ЛНУ ім. Івана Франка, 2024. 432 с.
2. Комп'ютерна логіка / С. А. Лупенко, В. В. Пасічник, Є. В. Тиш. Львів: Видавництво «Магнолія 2006», 2024. 354 с.
3. Дискретна математика: навч. посібник / В.В. Слесарев, І.В. Новицький, С.А. Ус. Дніпро : НТУ «ДП», 2023. 183 с.