

## ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ВИБРАТОРОВ

В последнее время при решении задач электромагнитной совместимости (ЭМС) радиосистем к характеристикам используемых антенн предъявляются все более жесткие требования. Особое внимание уделяется вопросам снижения уровня паразитного излучения, в том числе на волнах кроссполяризации. Это, в свою очередь, вызывает необходимость развития и совершенствования методов анализа и оптимизации поляризационных характеристик антенн, ориентированных на широкое использование современной вычислительной техники. Один из таких методов предложен в работе [1]. Он позволяет эффективно выполнять расчеты поляризационных потерь антенн и антенных решеток в различных ортогональных базисах – линейном, круговом и эллиптическом. Метод базируется на импедансном подходе, при котором мощностям, излученным антенной на волнах основной и паразитной поляризации, ставятся в соответствие свои сопротивления излучения (так называемые поляризационные сопротивления излучения). Определение этих сопротивлений дано в [1], и там же приведены соотношения для расчета поляризационных сопротивлений излучения элементарных электрических излучателей (диполей Герца). Следующий шаг в данном направлении делается в настоящей работе, где предлагается методика приближенного расчета поляризационных сопротивлений излучения вибраторов с синусоидальным распределением силы тока. Решение такой задачи представляется важным, поскольку вибраторные антенны и решетки широко и успешно применяются на практике. Кроме того, знание этих сопротивлений полезно при анализе сложных проволочных антенн с помощью хорошо зарекомендовавшего себя обобщенного метода наведенных ЭДС [2, 3], основанного на представлении излучающей структуры совокупностью независимых вибраторов с синусоидальным распределением силы тока.

Взаимное сопротивление двух любых излучателей (например,  $m$ -го и  $n$ -го) складывается, в общем случае, из сопротивления потерь и сопротивления излучения:  $R_{mn} = R_{dmm} + R_{\Sigma mn}$  [4]. Последнее из них определяется как мера неортогональности диаграмм направленности (ДН) этих излучателей и может быть выражено в следующем виде:

$$R_{\Sigma mn} = \frac{Z_0}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \bar{f}_m^*(\theta, \varphi) \bar{f}_n(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi, \quad (1)$$

где  $\vec{f}_{m,n}(\theta, \varphi) = \frac{l_{дm,n}}{\lambda} \vec{F}_{m,n}(\theta, \varphi)$ ;  $\vec{F}_{m,n}(\theta, \varphi)$  – нормированные (относительно главного максимума) векторные диаграммы направленности  $m$ -го и  $n$ -го излучателей,  $l_{дm,n}$  – их действующие длины;  $Z_0 = 120\pi$  – характеристическое сопротивление свободного пространства, Ом;  $\lambda$  – длина волны в свободном пространстве,  $\tau$  – предел интегрирования, причем  $\tau = \pi$ , если излучатели находятся в свободном пространстве, и  $\tau = \pi/2$ , если излучатели расположены в верхнем полупространстве над бесконечным плоским экраном. В [1] показано, что при известном разложении векторных ДН излучателей по ортам ортогональной системы координат

$$\vec{f}_n(\theta, \varphi) = \vec{\theta}^0 f_{n\theta}(\theta, \varphi) + \vec{\varphi}^0 f_{n\varphi}(\theta, \varphi) \quad (2)$$

взаимное сопротивление (1) может быть представлено в виде суммы

$$R_{\Sigma mn} = R_{mn}^{\theta\theta} + R_{mn}^{\varphi\varphi}, \quad (3)$$

где слагаемыми служат поляризационные сопротивления излучения

$$R_{mn}^{\theta\theta} = \frac{Z_0}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^{\tau} f_{m\theta}^*(\theta, \varphi) f_{n\theta}(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi; \quad (4)$$

$$R_{mn}^{\varphi\varphi} = \frac{Z_0}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^{\tau} f_{m\varphi}^*(\theta, \varphi) f_{n\varphi}(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi. \quad (5)$$

Соотношение между этими слагаемыми определяет соотношение между мощностями, излучаемыми антенной на волнах вертикальной ( $\theta$ -й) и горизонтальной ( $\varphi$ -й) поляризаций. По аналогии с (4)–(5) записывается и выражение для расчета перекрестного поляризационного сопротивления

$$R_{mn}^{\theta\varphi} = \frac{Z_0}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^{\tau} f_{m\varphi}^*(\theta, \varphi) f_{n\theta}(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi, \quad (6)$$

которое необходимо знать при переходе от одного поляризационного базиса к другому.

Для определения взаимных поляризационных сопротивлений  $R_{mn}^{\theta\theta}$ ,  $R_{mn}^{\varphi\varphi}$  и  $R_{mn}^{\theta\varphi}$  вибраторов с синусоидальным распределением сил токов требуется найти соответствующие составляющие их ДН. Для этого рассмотрим излучатель в виде отрезка  $l = \xi_2 - \xi_1$  прямолинейного провода (рис. 1) с пренебрежимо малыми поперечными размерами, вдоль оси которого течет ток силой



$$\bar{\Phi}(\psi) = \bar{\theta}^o \Phi_{\theta}(\psi) + \bar{\varphi}^o \Phi_{\varphi}(\psi) = \bar{p}^o(\psi) j \frac{l_{\pi}}{\lambda} \sin \psi e^{j\beta l_0 \cos \psi}; \quad (10)$$

$$\Phi_{\theta}(\theta, \varphi) = j \frac{l_{\pi}}{\lambda} \left[ \cos \theta_n \sin \theta - \sin \theta_n \cos \theta \cos(\varphi - \varphi_n) \right] e^{j\beta l_0 \cos \psi};$$

$$\Phi_{\varphi}(\theta, \varphi) = j \frac{l_{\pi}}{\lambda} \sin \theta_n \sin(\varphi - \varphi_n) e^{j\beta l_0 \cos \psi},$$

$\Delta(\psi)$ ,  $\delta(\psi)$  – функции, указывающие на отличия его амплитудной и фазовой ДН от аналогичных для диполя Герца. Если излучатель имеет малую длину ( $\beta l \ll 1$ ), то формулы для  $l_{\pi}$  и  $l_0$  заметно упрощаются:

$$l_{\pi} = l \sin \beta(L - \bar{l}) / \sin \beta L; \quad l_0 = \bar{l} - \beta l^2 / 12 \operatorname{tg} \beta(L - \bar{l}).$$

Теперь для нахождения  $R_{mn}^{\theta\theta}$ ,  $R_{mn}^{\varphi\varphi}$  и  $R_{mn}^{\theta\varphi}$  необходимо подставить выражения для составляющих ДН из (7)–(10) в формулы (4)–(6) и выполнить интегрирование. Однако получаемые интегралы трудно взять аналитически, особенно в случае, когда плечи вибраторов расположены под углом друг к другу. Поэтому нами избран приближенный метод решения задачи, основанный на сходстве свойств взаимных сопротивлений полуволновых вибраторов и диполей Герца [5]. Для реализации метода сперва проанализируем поведение функций  $\Delta(\psi)$  и  $\delta(\psi)$ , а затем оценим их влияние на значения взаимных сопротивлений.

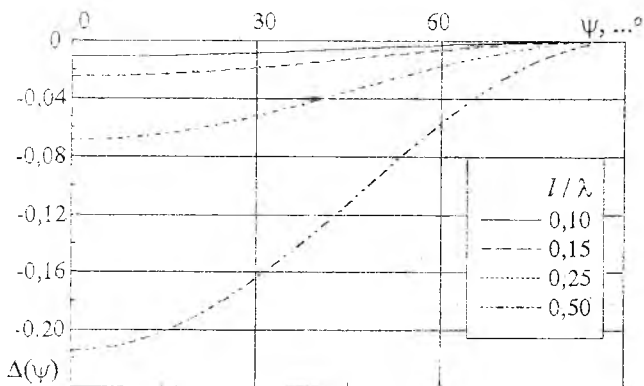
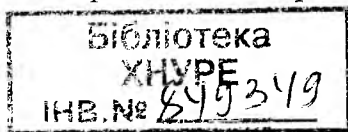


Рис. 2

На рис. 2 представлены графики функции  $\Delta(\psi)$  для излучателей с размерами  $l = L = (0,1; 0,15; 0,25; 0,5) \lambda$ . Из расположения кривых



следует, что наибольшее отклонение  $|\Delta(\psi)|$  от нуля наблюдается в направлении вдоль оси излучателя; оно быстро уменьшается с укорочением последнего. Так, для четвертьволнового излучателя значение  $|\Delta(0)|$  составляет лишь около 0,06, а для излучателя с  $l \leq 0,15\lambda$  – около 0,03. Еще менее заметны различия фазовых ДН сравниваемых излучателей. Зависимость  $\delta(\psi)$  имеет примерно такой же вид, как и  $\Delta(\psi)$ , причем наибольшее отклонение кривой от нуля  $\delta(0) \approx -0,22^\circ$  наблюдается у четвертьволнового излучателя. С удлинением и укорочением последнего  $\delta(\psi)$  все более приближается к нулю, принимая это значение при  $l = 0$  и  $l = 0,5\lambda$ . Если еще учесть, что максимум функции  $\delta(\psi)$  совпадает с нулем ДН диполя Герца, то влиянием функции  $\delta(\psi)$  на результирующую ДН (9) можно пренебречь. Теперь оценим влияние функции  $\Delta(\psi)$  на собственное сопротивление излучения  $R_{\Sigma nn}$  отрезка провода, исследовав разность  $\Delta R = R_{\Sigma nn}^H - R_{\Sigma nn}$ , где  $R_{\Sigma nn}^H$  – сопротивление излучения диполя Герца

$$R_{\Sigma nn}^H = 20(\beta l)^2. \quad (11)$$

Чтобы упростить расчеты, аппроксимируем функцию  $\Delta(\psi)$  усеченным гармоническим рядом:

$$\Delta(\psi) \approx \tilde{\Delta}(\psi) = b_0 + b_2 \cos 2\psi + b_4 \cos 4\psi, \quad (12)$$

где  $b_0 = 0,25\Delta(0) + 0,5\Delta(\pi/4)$ ;  $b_2 = 0,5\Delta(0)$ ;  $b_4 = 0,25\Delta(\theta) - 0,5\Delta(\pi/4)$ . Отметим, что при  $l \leq 0,5\lambda$  погрешность такой аппроксимации не превышает 0,004 %. Для излучателя, расположенного вдоль оси  $z$  ( $\theta_n = \varphi_n = 0$ ), выражение (9) с учетом (12) приобретает следующий вид:

$$f(\theta) \approx \tilde{f}(\theta) = j \frac{l}{\lambda} \sin \theta \left[ 1 + 2(b_2 - 4b_4) \cos^2 \theta + 8b_4 \cos^4 \theta \right] e^{j\beta l_0 \cos \theta}. \quad (13)$$

Теперь, подставив (13) в (1), выполнив интегрирование и отбросив пренебрежимо малые слагаемые, получим:

$$R_{\Sigma nn} = 20(\beta l)^2 + \Delta R, \quad \text{где } \Delta R \approx 16b_2(\beta l)^2. \quad (14)$$

Точность расчета по формуле (14) собственного сопротивления излучателя длиной  $l \leq 0,5\lambda$  достаточно высока и примерно совпадает с точностью аппроксимации  $\Delta(\psi)$  гармоническим рядом (12). На рис. 3 представлена зависимость величины  $\delta R = \Delta R/R_{\Sigma mn}$  от длины излучателя  $l/\lambda$ . Анализ показывает, что погрешность расчета собственных сопротивлений коротких излучателей с синусоидальным распределением силы тока по формуле (11), предназначенной для вычисления  $R_{\Sigma mn}$  диполей Герца, не очень велика:  $\delta R < 2,7\%$  при  $l/\lambda \leq 0,25$ ,  $\delta R < 1\%$  при  $l/\lambda \leq 0,15$  и  $\delta R < 0,11\%$  при  $l/\lambda \leq 0,05$ .

В случаях, когда вибраторы нельзя считать короткими или замена их диполями Герца не дает требуемой точности расчетов, имеет смысл поступить следующим образом. Разобьем  $m$ -й и  $n$ -й вибраторы на  $N_m$  и  $N_n$  отрезков соответственно. Длина последних должна быть такой, чтобы

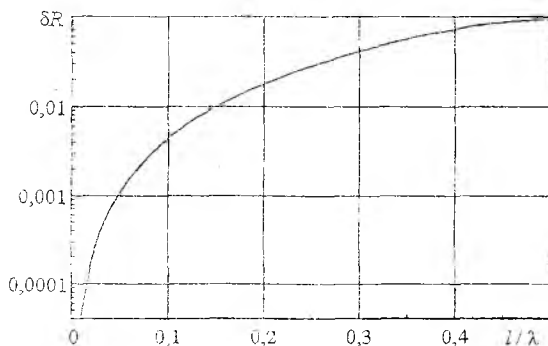


Рис. 3

точность расчетов их собственных сопротивлений  $R_{\Sigma mn}$  по формуле (11) согласно рис. 3 удовлетворяла поставленным требованиям. Приведем действующие длины всех отрезков ко входным клеммам своих вибраторов и запишем излучаемую мощность двумя способами:

а) через сопротивления излучения вибраторов  $R_{\Sigma mn}$ :

$$P_{\Sigma} = I_m^* I_m R_{\Sigma mm} + I_n^* I_n R_{\Sigma nn} + I_m^* I_n R_{\Sigma mn} + I_n^* I_m R_{\Sigma nm}; \quad (15)$$

б) через сопротивления излучения отрезков  $\hat{R}_{\Sigma ik}$ :

$$P_{\Sigma} = I_m^* I_m \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{k=1}^{N_m} \hat{R}_{\Sigma ik} + I_n^* I_n \sum_{i=1}^{N_n} \sum_{k=1}^{N_n} \hat{R}_{\Sigma i+N_m, k+N_m} + I_m^* I_n \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{k=1}^{N_n} \hat{R}_{\Sigma i, k+N_m} + I_n^* I_m \sum_{i=1}^{N_n} \sum_{k=1}^{N_m} \hat{R}_{\Sigma i+N_m, k}. \quad (16)$$

Приравнивая в равенствах (15) и (16) коэффициенты при одинаковых комбинациях сил токов, приходим к соотношениям

$$R_{\Sigma mm} = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{k=1}^{N_m} \hat{R}_{\Sigma ik}; \quad R_{\Sigma nm} = \sum_{i=1}^{N_n} \sum_{k=1}^{N_m} \hat{R}_{\Sigma i+N_m, k+N_m}; \quad (17)$$

$$R_{\Sigma mn} = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{k=1}^{N_n} \hat{R}_{\Sigma i, k+N_m}; \quad R_{\Sigma nm} = \sum_{i=1}^{N_n} \sum_{k=1}^{N_m} \hat{R}_{\Sigma i+N_m, k}.$$

Эти равенства определяют собственные и взаимные сопротивления двух взаимодействующих вибраторов через сопротивления излучения отрезков, на которые вибраторы разбиты. Если размеры отрезков выбраны правильно, то их сопротивления излучения, в том числе поляризационные, можно с заданной точностью определять по формулам, полученным для диполей Герца. Такие формулы даны в работе [1], однако, к сожалению, при их публикации допущены опечатки, что в определенной мере затрудняет их использование. Поэтому приведем их здесь в исправленном виде.

Нормированное взаимное сопротивление  $z_{mn} = r_{\Sigma mn} + jx_{mn}$  между двумя диполями Герца выражается формулой

$$z_{mn} = \frac{Z_{mn}}{\sqrt{R_{\Sigma mm} R_{\Sigma nn}}} = \frac{3}{2} A (\sin \alpha_{mn} \sin \alpha_{nm} - \sin \gamma_{mn} \sin \gamma_{nm}) + \frac{3}{2} B \cos \beta_{mn} \cos \beta_{nm}, \quad (18)$$

$$\text{где } A = -\left(1 + \frac{1}{ju} - \frac{1}{u^2}\right) \frac{\exp\{-ju\}}{ju}; \quad B = 2\left(1 + \frac{1}{ju}\right) \frac{\exp\{-ju\}}{u^2};$$

$$\sin \alpha_{mn} = \sin \theta_{nm} \cos \theta_m - \cos \theta_{mn} \sin \theta_m \cos \varphi'_m;$$

$$\cos \beta_{mn} = \cos \theta_{mn} \cos \theta_m + \sin \theta_{mn} \sin \theta_m \cos \varphi'_m;$$

$$\sin \gamma_{mn} = \sin \theta_m \sin \varphi'_m; \quad u = \beta \rho_{mn};$$

$$\varphi'_m = \varphi_m - \varphi_{mn}; \quad \rho_{mn} = \sqrt{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2 + (z_n - z_m)^2};$$

$$\theta_{mn} = \arctg \frac{\sqrt{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2}}{z_n - z_m}; \quad \varphi_{mn} = \arctg \frac{y_n - y_m}{x_n - x_m},$$

где  $x_n, y_n, z_n$  – координаты фазового центра  $n$ -го диполя;  $\theta_n, \varphi_n$  – углы его ориентации (см. рис.1).

Нормированные взаимные поляризационные сопротивления излучения диполей Герца, расположенных в свободном пространстве, можно найти из соотношений

$$r_{mn}^{\varphi\varphi} = \frac{3}{2} \sin \theta_m \sin \theta_n \left( \text{sinc } u \sin \varphi'_m \sin \varphi'_n + \frac{1}{2} \text{sinc } v \text{sinc } w \cos(\varphi'_m + \varphi'_n) \right); \quad (19)$$

$$r_{mn}^{\theta\theta} = \frac{3}{2} \sin \theta_m \{ K \cos \theta_n \sin \varphi'_m + \\ + \sin \theta_n [L \sin \varphi'_m \cos \varphi'_n - M \sin(\varphi'_m + \varphi'_n)] \}; \quad (20)$$

$$r_{mn}^{\theta\theta} = r_{\Sigma mn} - r_{mn}^{\varphi\varphi}; \quad r_{mn}^{\theta\varphi} = r_{mn}^{\varphi\theta}.$$

Здесь  $v = u \cos^2(\theta_{mn}/2)$ ;  $w = u \sin^2(\theta_{mn}/2)$ ;  $\text{sinc } x = \sin x/x$ ;

$K = -jS \sin \theta_{mn}$ ;  $L = jS \cos \theta_{mn}$ ;  $S = (\text{sinc } u - \cos u)/u$ ;

$M = -j \cos \theta_{mn} [\sin u - \sin c(u \cos \theta_{mn})] / (u \sin^2 \theta_{mn})$ .

В случае, когда диполи расположены в верхнем полупространстве над плоским проводящим экраном, установленным в плоскости  $z = 0$ , расчет всех взаимных сопротивлений согласно методу зеркальных изображений следует выполнять по такому общему правилу:

$$r_{mn\Omega} = r_{mn} - r_{m'n}, \quad (21)$$

где первое слагаемое — взаимное сопротивление между  $n$ -м и  $m$ -м диполями в свободном пространстве, а второе — между  $n$ -м реальным диполем и зеркальным изображением  $m$ -го. Оба слагаемых определяются по тем же формулам (10)—(12), что и в случае свободного пространства, только при расчете второго из них надо использовать соотношения

$$\rho_{m'n} = \sqrt{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2 + (z_n + z_m)^2};$$

$$\theta_{m'n} = \text{arctg} \frac{\sqrt{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2}}{z_n + z_m}.$$

Кроме того, при расчете обоих слагаемых (21) сопротивления  $r_{mn\Omega}^{\varphi\theta}$  с использованием формулы (20) коэффициенты  $M$ ,  $N$  и  $L$  следует рассчитывать по формулам

$$K = \int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta \sin(q \cos \theta) J_1(p \sin \theta) d\theta;$$

$$L = \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta \cos(q \cos \theta) J_0(p \sin \theta) d\theta;$$

$$M = \int_0^{\pi/2} \cos \theta \cos(q \cos \theta) J_1(p \sin \theta) d\theta,$$

где  $q = u \cos \theta_{mn}$ ;  $p = u \sin \theta_{mn}$ ;  $J_\nu(x)$  — функция Бесселя 1-го рода  $\nu$ -го порядка.

В заключение покажем эффективность использования данной методики на классическом примере расчета взаимного сопротивления симметричных полуволновых вибраторов с синусоидальным распределением силы тока, расположенных в свободном пространстве параллельно друг другу без осевого смещения.

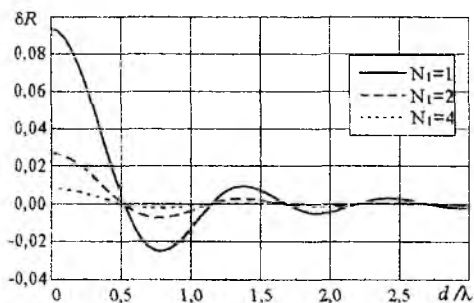


Рис. 4

При этом остановимся не на результатах расчета сопротивлений, значения которых хорошо известны, а на погрешностях, которые возникают при моделировании вибраторов диполями Герца. На рис. 4 показана зависимость погрешности  $\delta R$  расчета взаимного сопротивления полуволновых вибраторов для трех вариантов их моделирования, где каждый из вибраторов заменялся одним ( $N_1 = N_2 = 1$ ), двумя ( $N_1 = N_2 = 2$ ) или четырьмя ( $N_1 = N_2 = 4$ ) диполями Герца. Погрешность рассчитывалась как отношение  $\delta R = (\tilde{R}_{\Sigma 12} - R_{\Sigma 12}) / R_{\Sigma 11}$ , где  $R_{\Sigma 11}$ ,  $R_{\Sigma 12}$  — сопротивления, найденные по точным формулам

[3], а  $\bar{R}_{\Sigma 12}$  – с помощью моделирования. Из графиков следует, что максимальная погрешность расчетов наблюдается при исчезающе малом расстоянии между вибраторами (т.е. при расчете собственного сопротивления излучения); она достаточно быстро убывает при их удалении друг от друга. Так, в примере, когда каждое плечо вибратора заменяется одним диполем Герца, погрешность  $\delta R$  заметно сказывается лишь на собственных сопротивлениях ( $\delta R = 2,68\%$ ), а при расчете взаимных сопротивлений ею можно пренебречь, поскольку она не превосходит 0,75% при  $d > 0,4\lambda$  и 0,3% при  $d > 1,02\lambda$ .

По той же методике с использованием соотношений (19)–(21) можно определять поляризационные сопротивления излучения  $R_{\Sigma mn}^{\varphi\varphi}$ ,  $R_{\Sigma mn}^{\theta\theta}$  и  $R_{\Sigma mn}^{\theta\varphi}$  вибраторов. При этом погрешности их расчета не будут превышать  $R_{\Sigma mn}$ , поскольку функция  $\chi(\psi)$  одинаковым образом входит и в (1), и в (4)–(6), а сами поляризационные сопротивления входят в  $R_{\Sigma mn}$  как аддитивные слагаемые. Это подтверждается многими численными экспериментами, выполненными нами для различных вариантов взаимного расположения линейных и изогнутых вибраторов. Простота предлагаемой методики в сочетании с весьма высокой точностью расчета поляризационных сопротивлений излучения позволяют рекомендовать ее для использования при машинном анализе поляризационных потерь вибраторных антенн.

**Список литературы:** 1. Токарский П.Л. Импедансный подход к анализу поляризационных потерь в антенных решетках // Радиотехника и электрон. 1992. Т. 37, № 8. С. 1388–1395. 2. Вычислительные методы в электродинамике: Пер. с англ. / Под ред. Р. Мигры. М.: Мир, 1973. 485 с. 3. Коротковолновые антенны / Г.З. Айзенберг, С.П. Белоусов, Э.М. Журбенко и др.; Под ред. Г.З. Айзенберга. М.: Радио и связь, 1985. 536 с. 4. Токарский П.Л. Взаимные связи в системе излучателей с джоулевыми потерями // Радиотехника и электрон. 1986. Т. 31, № 9. С. 1717–1723. 5. Сканирующие антенные системы СВЧ: В 3 т. / Пер. с англ. под ред. Г.Т. Маркова, А.Ф. Чаплина. М.: Сов. радио, 1969. Т. 2. 496 с.

*Харьковский государственный технический университет радиозлектроники*

*Поступила в редколлегию 25.02 98*