

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 124 Системний аналіз

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Системний аналіз і управління

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ _____
(підпис)

“ _____ ” _____ 2021 р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Губській Анні Дмитрівні

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Комп'ютерне моделювання нестационарних режимів по ділянці
трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса

затверджена наказом по університету від 05 листопада 2021 р. № 1642 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 10 грудня 2021 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель нестационарного режиму по
ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Аналіз проблеми моделювання нестационарних режимів по ділянці

трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса та
постановка задач дослідження

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (слайдів) _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Аналіз предметної області _____

4. Математична модель, що використовується _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	8 – 14 листопада 2021 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	15 – 21 листопада 2021 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	22 – 28 листопада 2021 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	29 листопада – 5 грудня 2021 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	6 – 9 грудня 2021 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	10 грудня 2021 р.	виконано

Дата видачі завдання 8 листопада 2021 р.

Студент _____
(підпис)

Керівник роботи _____ проф. Гусарова І.Г.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 83 с., 22 табл., 27 рис., 1 дод., 18 джерел.

ГАЗОТРАНСПОРТНА СИСТЕМА, ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ В ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ, ЕФЕКТ ДЖОУЛЯ-ТОМСОНА, МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, НЕСТАЦІОНАРНИЙ РЕЖИМ, ПОПРАВКА КОРІОЛІСА, РІВНОМІРНА СКІНЧЕННО-РІЗНИЦЕВА СХЕМА.

Об'єкт дослідження – нестационарний неізотермічний режим течії газу (НН РТГ) по ділянці трубопроводу (ДТ) великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса.

Мета роботи – дослідження впливу нерівномірного розподілу швидкостей в перетині трубопроводу великого діаметру на параметри газового потоку при НН РТГ, для цього необхідно обрати математичну модель (ММ) НН РТГ по ДТ з урахуванням ефекту Джоуля-Томсона та поправки Коріоліса, зробити вибір методу розв'язання відповідної крайової задачі, проаналізувати результати порівняння поведінки системи за різних значень коефіцієнта Коріоліса.

Методи дослідження – аналітичний та чисельний апарат теорії диференціальних рівнянь, чисельний аналіз, сучасні методи комп'ютерного моделювання та сучасні комп'ютерні технології.

В ході виконання кваліфікаційної роботи проведено аналіз існуючих ММ РТГ; наведено ММ, яка враховує особливості температурного режиму і нерівномірність розподілу швидкостей газу в перетині ДТ; створено програмний продукт (ПП) для порівняння параметрів газового потоку при різних значеннях коефіцієнта Коріоліса у НН РТГ.

Побудований програмний продукт і отримані результати про підбір оптимального значення коефіцієнта Коріоліса допоможуть в подальшому використовувати адекватну ММ, яка буде мати практичне застосування в реальних ГТС, зокрема, в позаштатних ситуаціях.

ABSTRACT

Introductory note: 83 pages, 22 tables, 27 figures, 1 appendix, 18 sources.

CORIOLIS CORRECTION, GAS TRANSPORT SYSTEM, JOULE-THOMSON EFFECT, MATHEMATICAL MODEL, PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION, NON-STATIONARY REGIME, UNIFORMLY CONVERGENT FINITE DIFFERENCE SCHEME.

Object of research – non-stationary non-isothermal regime of gas flow (NN RGF) through a large diameter pipeline section considering of the Coriolis correction.

Purpose of work – research of influence of uneven distribution of speeds in section of the pipeline of big diameter on parameters of a gas stream at NN RGF. For this purpose it is necessary to choose a mathematical model (MM) of NN RGF through a PS taking with considering of the Joule-Thomson effect and the Coriolis correction, to choose a method for solving the corresponding boundary value problem, to analyze the results of comparing the system behavior at different values of Coriolis coefficient.

Methods of research – analytical and numerical apparatus of the theory of differential equations, numerical analysis, modern computer modeling methods and modern computer technologies.

In the course of the qualification work, the analysis of the existing MM RGF was performed. MM is given, which takes into account the peculiarities of the temperature regime and the uneven distribution of gas velocities in the pipeline cross-section. A software product was created to compare the gas flow parameters at different values of the Coriolis coefficient in NN RGF.

The constructed software product and the obtained results on the selection of the optimal value of the Coriolis coefficient will help in the future to use adequate MM, which will have practical application in real GTS, in particular, in emergency situations.

ЗМІСТ

	С.
Перелік скорочень	7
Вступ	8
1 Аналіз предметної області та постановка задач дослідження	10
1.1 Огляд математичних моделей нестационарних режимів транспорту газу	10
1.2 Змістовна постановка задачі	18
1.3 Формальна постановка задачі	18
1.4 Постановка задач дослідження	20
2 Математична модель нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу з урахуванням поправки Коріоліса	21
2.1 ММ ННРТГ по ДТ з урахуванням поправки Коріоліса	21
2.2 Фізичний зміст коефіцієнта Коріоліса	24
3 Огляд методу та алгоритму розв'язання системи рівнянь математичної моделі ННРТГ по ДТ	27
3.1 Метод розв'язання системи рівнянь ММ ННРТГ по ДТ	27
3.2 Алгоритм розв'язання системи рівнянь ММ ННРТГ по ДТ	38
4 Програмна реалізація	39
4.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica	39
4.2 Опис програми	40
5 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз.....	41
Висновки	66
Перелік джерел посилання	67
Додаток А Лістинг програми	69

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

РСРС – рівномірна скінченно-різницева сітка;

НН – нестационарний неізотермічний;

РТГ – режим течії газу;

ДТ – ділянка трубопроводу;

ММ – математична модель;

ГТС – газотранспортна система;

ЛД – лінійна ділянка;

ПП – програмний продукт;

ВС – великий споживач.

ВСТУП

Актуальність теми. В даний час ГТС України є однією з найпотужніших і найскладніших систем на Європейському континенті, бо вона перебуває на перетині торгових шляхів, які зв'язують джерела та споживачів газу в Євразії. Окрім експорту російського природного газу на ринки Європи, Україна забезпечує подачу газу власним споживачам.

З розвитком ГТС України, актуальними залишаються питання удосконалення експлуатації та управління трубопровідними системами, де найважливішим завданням є проектування нових, реконструкція існуючих інженерних мереж. Для стабільної та безпечної роботи ГТС на етапах планування та експлуатації необхідно передбачати такі фактори, як зміна параметрів при відкриванні чи закритті кранів, планових ремонтах та аварійних ситуаціях, що супроводжуються різкою зміною параметрів газового потоку або розривом газогіну.

У зв'язку з цим розробка математичних моделей, обчислювальних алгоритмів та дослідження комп'ютерних моделей у цьому напрямі є актуальною проблемою подальшого розвитку автоматизації, наукових досліджень для різних предметних галузей, зокрема трубопровідних систем, які є складними системами. З іншого боку актуальність досліджень проблем щодо аналізу стану та функціонування трубопровідних систем за різних умов та у забезпеченні потреби споживачів у цільовому продукті в даний час дуже висока.

Досліджуваний у цій роботі коефіцієнт Коріоліса використовується не тільки в задачах транспорту газу, а й в задачах потоку рідини в цілому, зокрема в дослідженнях течії кисню або інших речовин в крові, які мають дати практичне уявлення про планування серцево-судинних операцій [1].

Актуальність кваліфікаційної роботи полягає у дослідженні впливу нерівномірного розподілу швидкостей в перетині трубопроводу та вибору таких значень коефіцієнта Коріоліса, щоб обрана ММ була адекватною та мала практичне застосування в реальних ГТС.

Мета і завдання кваліфікаційної роботи. Метою кваліфікаційної роботи є дослідження впливу нерівномірного розподілу швидкостей в перетині трубопроводу великого діаметру на параметри газового потоку. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- провести огляд і аналіз сучасного стану задачі «математичного моделювання НН РТГ по ДТ великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса»;
- обрати метод розв’язання системи рівнянь ММ;
- реалізувати розрахунки параметрів газового потоку та провести експерименти з різними вхідними значеннями коефіцієнта Коріоліса;
- проаналізувати результати обчислювального експерименту.

Об’єктом дослідження є НН РТГ по ДТ великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса.

Предметом дослідження є ММ і чисельний метод розрахунку НН РТГ по ДТ з урахуванням ефекту Джоуля-Гомсона та поправки Коріоліса.

Методи дослідження. У кваліфікаційній роботі використовуються метод скінченних різниць з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки та метод Ньютона.

Публікації. Результати, отримані у кваліфікаційній роботі, було представлено на Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології та системи» (м. Харків, 8-9 квітня 2021 р.) [2] та на II-ій Міжнародної наукової конференції «Здобутки та досягнення прикладних та фундаментальних наук XXI століття» (м. Рівне, 5 листопада, 2021 р.) [3].

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Огляд математичних моделей нестационарних режимів транспорту газу

Задача поточкорозподілення в газопровідних мережах є центральним завданням проектування і управління системи газопостачання. Удосконалення методів розв'язання цієї задачі присвячено безліч робіт, наприклад праці Н. Н. Новицького, А. П. Меренкова, М. В. Лур'є, В. А. Юфіна, В. Є. Селезньова та інших.

Для вирішення задач газотранспортних систем слід обґрунтувати вибір адекватних моделей, математичних методів, обчислювальних алгоритмів і відповідних програмних засобів, що дозволяють аналізувати складні динамічні процеси, що відбуваються в трубопровідних системах.

Досить важливим є забезпечення можливості здійснювати розрахунок режиму роботи магістрального газопроводу з достатнім ступенем точності. При цьому використовувана ММ повинна з одного боку бути досить спрощена, щоб ідеалізувати модельований об'єкт, а з іншого – передбачати облік всіх значимих чинників, що впливають на роботу ГТС. Тому результат моделювання пов'язаний з правильним вибором ММ і її характеристик [4].

В основі розрахунку складних газопроводів лежать способи розрахунку простих газопроводів.

В залежності від складності поставленого завдання, ММ можна розділити на два підкласу: статичні і динамічні.

Статичне моделювання служить для опису стаціонарних режимів транспорту газу і зазвичай задається системами алгебраїчних рівнянь з нелінійної залежністю. Такі моделі забезпечують досить високу точність, але не підходять для аналізу аварійних режимів.

Динамічне моделювання відображає нестационарну поведінку ГТС і за-

звичай задається у вигляді систем диференціальних рівнянь в частинних похідних або інтегральними рівняннями, причому з нелінійної функцією залежності. Таким чином описується поведінка вихідних змінних при постійній зміні вхідних [5].

Крім очевидного розподілу задач гідравлічного розрахунку моделей складних газопроводів на стаціонарні та нестаціонарні режими транспорту газу, розглянемо дві основні групи завдань, що розрізняються за структурою досліджуваних об'єктів.

Перша група – це окремі моделі для вирішення нечисленного ряду варіантів складних газопроводів, таких як: газопроводи з колійними відборами і підкачки, багатониткові газопроводи, газопроводи з лупінгами, газопроводи, що складаються з послідовно з'єднаних газопроводів різного діаметру, газопроводи з місцевими опорами, закільцьовані газопроводи.

Друга група – це універсальні моделі, що дають можливість знаходження рішень стосовно газотранспортної системи будь-якої топології.

Всім універсальним моделям, як з'ясовується при розгляді існуючих робіт, незважаючи на їх різноманітність, притаманні загальні принципи формування.

На першому етапі розробляються моделі для кожного типу елементарних об'єктів, що входять до складу газотранспортної системи. Отримані види розв'язків всіх цих моделей повинні забезпечувати їх взаємну сумісність при складанні з них моделі складної трубопровідної системи і можливість подальшого їх спільного розв'язання, існуючими на даний момент, математичними методами.

На другому етапі з застосуванням того чи іншого апарату формалізації складається модель складної трубопровідної системи, як структури, що формується з окремих блоків – моделей елементарних об'єктів [6].

Далі розглянемо деякі приклади нестаціонарних моделей.

Модель 1. Дана одномірна модель описує нестаціонарний ізотермічний турбулентний режим течії газу по морським газопроводами постійного діамет-

ру, де щільність суміші ρ , швидкість течії газової суміші u , витрата $y = \rho u$ [7].

Рівняння збереження маси

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial z} = 0.$$

Рівняння руху

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{y^2}{\rho} + m_1 p \right) = -m_2 \frac{y^2}{\rho}.$$

Рівняння стану Редліха-Квонга

$$p = m_3 \frac{\rho}{(1 - \delta^* \rho)} - m_4 \frac{\rho^2}{(1 + \delta^* \rho)}.$$

Тут $\frac{\partial}{\partial t}$ – похідна за часом, $\frac{\partial}{\partial z}$ – похідна вздовж осі трубопроводу, p – тиск, δ^* – безрозмірний параметр рівняння стану.

Безрозмірні комплекси m_1, \dots, m_4 виражаються через фізичні параметри завдання і характерні величини.

На границі газопроводу $z=0$ в усі моменти часу щільність вважається незмінною $\rho(0,t)=1 \forall t \in [0,T]$. На границі газопроводу $z=L$ задана зміна витрати у вигляді функції $y = 1 + \beta \sin(\omega t)$.

Модель 2. Розглянемо одновимірну нестационарну модель процесів в газі, що транспортується по морському газопроводу [8].

Рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0.$$

Рівняння руху

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (p + \rho u^2) = -\lambda \rho \frac{u|u|}{4R} + \rho g \cos \alpha(z).$$

Рівняння енергії

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho u + \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right) = -\omega + \rho u g \cos \alpha(z),$$

де $e = \varepsilon + \frac{u^2}{2}$ – повна енергія;

ε – внутрішня енергія.

Калоричне рівняння

$$\varepsilon = \tilde{c}_v T - \frac{3}{2} \frac{c}{\delta \sqrt{T}} \ln(1 + \delta \rho).$$

Рівняння стану Редліха-Квонга

$$p = \frac{h \rho T}{1 - \delta \rho} - \frac{c \rho^2}{(1 + \delta \rho) \sqrt{T}},$$

де $h = \frac{R_g}{M}$, $M = \sum_{i=1}^f \eta_i m_i$, $\sum_{i=1}^f \eta_i = 1$;

$$\delta = \frac{b}{M}, b = \frac{\Omega_b R_g T_c}{p_c};$$

$$c = \frac{a}{M^2}, a = \frac{\Omega_a R_g^2 T_c^{2,5}}{p_c};$$

h, c, δ – розмірні сталі;

R_g – універсальна газова постійна;

m_i, η_i – молекулярна вага при i -й складовій газової суміші;

f – кількість компонент газової суміші;

\tilde{c}_v – питомий коефіцієнт теплоємності суміші одного складу в стані ідеального газу;

Ω_a, Ω_b – табличні значення, що визначаються для заданого хімічного складу газової суміші по критичним значенням температури T_c і тиску p_c .

Дана система рівнянь доповнюється початковими і граничними умовами, що відповідають досліджуваному випадку. В ММ незалежними термодинамічними змінними є щільність і температура газу, через які виражаються внутрішня і повна енергії. Тому в якості рівняння стану використовується рівняння Редліха-Квонга – одне з найбільш точних двопараметричних рівнянь стану в широкому діапазоні змін щільності, тиску і температури.

Модель 3. Дана нестационарна ізотермічна математична модель потоку газу, де змінними задачі є тиск і масова витрата газу [9].

Рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{Z_g R_g T}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = 0.$$

Рівняння кількості руху

$$\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{Z_g R_g T}{A^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\dot{m}^2}{p} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{g}{Z R_g T_g} \sin \theta + \frac{Z_g R_g T}{2A^2 D} \lambda \frac{\dot{m} |\dot{m}|}{p} = 0.$$

Рівняння обчислення коефіцієнта тертя

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,715 D} \frac{\varepsilon}{D} \right).$$

Тут λ – коефіцієнт тертя, ε – відносна шорсткість, Re (Reynolds Number) – число Рейнольдса.

Рівняння нерозривності демонструє, що в трубопроводі під час перехідного процесу масова витрата на вході не дорівнює масовій витраті на виході, тому що деяка кількість газу залишається в трубопроводі. Вид рівняння кількості руху враховує умови конвективної інерції і сили тяжіння. Число Рейнольдса, що використовується при обчисленні коефіцієнта тертя, характеризує зміну режимів течії від ламінарного до турбулентного і відображає ставлення сил інерції до сил в'язкого тертя.

Наступними рівняннями описуються стискаємість газу і відхилення від ідеального газу

$$Z_g R_g T = \frac{p}{\rho}, \quad R_g = \frac{R_u}{M_g},$$

$$Z_g = 1 - 3,52 p_r e^{-2,260 T_r} + 0,274 p_r^2 e^{-1,878 T_r},$$

де R_u – універсальна газова постійна;

M_g – молярна маса газу

Z_g – коефіцієнт стисливості газу.

Модель 4. Наведемо нестационарну неізотермічну модель газового потоку, де будемо враховувати зміну температури, тиску, масової витрати [10].

Рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho w)}{\partial x}.$$

Рівняння імпульсу

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{f \rho w |w|}{2D} - \rho g \sin \alpha = \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial x}.$$

Рівняння енергії

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A c_v T) dx = - \frac{\partial}{\partial x}(\rho A w c_v T) dx + \frac{f \rho A w^3}{2D} dx + k_l (T - T_s) dx.$$

Рівняння стану

$$\frac{p}{\rho} = ZRT.$$

За допомогою цієї ММ були досліджені перехідні процеси, де параметри теплообміну та стисливості вважаються незмінними.

Модель 5. Система диференціальних рівнянь у частинних похідних описує нестационарний розподіл тиску $p(x, t)$ вздовж прямолінійної ділянки трубопроводу в момент часу t в умовах ізотермічного потоку реального газу [11].

Рівняння нерозривності

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial x} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Рівняння руху

$$\frac{\partial}{\partial x}((1 + \beta) \rho w^2) + \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial x} - \gamma \frac{\partial z}{\partial x} - \lambda \frac{\rho w^2}{2d}.$$

Рівняння неперервності стану

$$\Phi(p, \rho, \Theta) = 0 \Rightarrow \frac{p}{\rho} = zR\Theta,$$

де p, ρ, w, Θ – проміжні тиск, густина, швидкість і температура потоку газу;

β – поправка Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкості.

Тут температура газу вважається незмінною, тобто $\Theta = const$. При спрощенні даної моделі, дослідники вирішили знехтувати першим членом у лівій частині та другим членом у правій частині другого рівняння через середню витрату газу в перерізі, а також хвильовим складником у лівій частині другого рівняння через швидке згасання тиску під дією домінуючих сил тертя.

Розглядаючи існуючі ММ ГТС можна побачити, що їх об'єднує достатня універсальність поряд з необхідним набором характеристик, що враховують як структуру ГТС, так і фізичні процеси. Не завжди виправдано враховувати велику кількість змінних або навпаки спрощувати модель до нестачі важливих параметрів. Тому завдання моделювання РТГ полягає в створенні адекватної ММ з необхідною деталізацією і зручної в обчисленні, без втрати точності результатів.

Узагальнюючи огляд трьох вище представлених ММ можна сказати, що в кожній з них поєднуються достатня повнота опису транспорту зрідженого газу з використанням таких систем рівнянь, розв'язання яких не пов'язане з великими математичними труднощами.

Досліджуючи сферу застосування коефіцієнта Коріоліса, була вивчена стаття про моделювання нестационарної моделі транспорту крові в організмі людини [1]. Ця ММ також, як і наведена в даній роботі ММ НН РТГ по ДТ великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса, отримана з рівнянь Нав'є-Стокса, які зводяться до одновимірної нелінійної гіперболічної системи, яка описує динаміку площі поперечного перерізу судини та швидкість кровотоку, усереднену за поперечним перерізом. Подальші результати розрахунків ММ

кровотоку з використанням коефіцієнта Коріоліса наштотують на доцільність використання цього параметру в задачах транспорту рідини по провідних шляхах.

Огляд вищенаведених ММ показав, що більшість дослідників, спрощуючи свої моделі, не беруть до уваги нерівномірний розподіл швидкості газу в перерізі трубопроводу, тобто нехтують коефіцієнтом Коріоліса. Однак нас цікавить ММ саме з поправкою Коріоліса, тому далі будемо досліджувати поведінку ММ ГТС для труб великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса [12].

1.2 Змістовна постановка задачі

Будемо розглядати ДТ, що має вигляд циліндричної труби заданої довжини з жорсткими стінками та постійним діаметром, на границях якої відбувається різка зміна граничних умов. Вважатимемо початковий розподіл газу заданим та заданими на границях ділянки тиск або витрату газу. Відомо, що швидкості у перетині ДТ розподілені нерівномірно.

Задачею кваліфікаційної роботи є дослідження впливу нерівномірного розподілу швидкостей в перетині трубопроводу великого діаметру на параметри газового потоку.

1.3 Формальна постановка задачі

Розглянемо лінійну ділянку (ЛД) трубопроводу довжини L . Вона надається у вигляді циліндричної труби постійного діаметру із жорсткими стінками, яка схематично наведена на рисунку 1.1.

Будемо вважати, що:

а) РТГ неізотермічні та нестационарні через різку зміну граничних умов на границях ЛД;

б) початковий розподіл газу заданий;

в) на границях ділянки задані вхідна температура газу, тиск або масова витрата газу, залежні від часу.

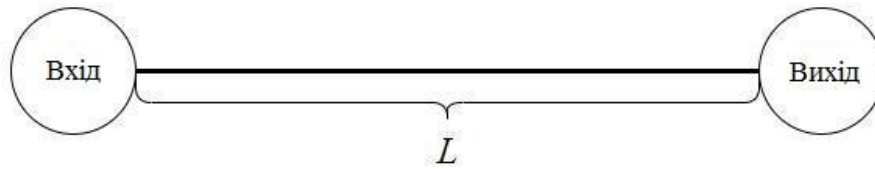


Рисунок 1.1 – ЛД трубопроводу

У вузлах входу і виходу задамо або функцію тиску, або функцію витрати газу, залежні від часу та задамо первісну температуру, обумовлюючи тим, що на вході і виході задані граничні умови або 1-го, або 2-го типу [13]:

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} P(0, t) = P_{ex}(t), \\ T(0, t) = T_{ex}(t), \\ G(0, t) = G_{ex}(t), \\ T(0, t) = T_{ex}(t), \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} P(L, t) = P_{вих}(t), \\ G(L, t) = G_{вих}(t), \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (1.1)$$

де $G_{ex}(t), P_{ex}(t), T_{ex}(t)$ – задані функції витрати, тиску і температури газу на вході;

$G_{вих}(t), P_{вих}(t)$ – задані функції витрати і тиску газу на виході.

Далі надаємо початковий розподіл, який задається наступними параметрами газового потоку:

$$\left\{ \begin{array}{l} W(x, 0) = W_0(x), \\ P(x, 0) = P_0(x), \\ T(x, 0) = T_0(x), \end{array} \right. \quad x \in (0, L), \quad (1.2)$$

де $W_0(x), P_0(x), T_0(x)$ – задані функції питомої маси витрати, тиску і температури

ри газу відповідно.

Для подальших розрахунків ННРТГ по ДТ виявляється можливим в якості початкового розподілу обирати параметри потоку газу зі стаціонарного режиму [14].

1.4 Постановка задач дослідження

Отже, виходячи з поставленої мети, можна сформулювати наступні задачі дослідження:

- обрати ММ з урахуванням нерівномірного розподілу швидкостей в перетині трубопроводу великого діаметру;
- обрати метод розв'язання системи рівнянь ММ НН РТГ по ДТ;
- програмно реалізувати розрахунки параметрів газового потоку при НН РТГ по ДТ;
- провести обчислювальні експерименти з різними вхідними значеннями коефіцієнта Коріоліса;
- отримати та проаналізувати результати обчислювального експерименту.

**2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ
НЕСТАЦІОНАРНОГО НЕІЗОТЕРМІЧНОГО РЕЖИМУ ТЕЧІЇ
ГАЗУ ПО ДІЛЯНЦІ ТРУБОПРОВОДУ
З УРАХУВАННЯМ ПОПРАВКИ КОРІОЛІСА**

2.1 ММ ННРТГ по ДТ з урахуванням поправки Коріоліса

Досліджуючи ММ НН РТГ по ДТ великого діаметру, необхідно, по-перше, враховувати ефект Джоуля-Томсона, який полягає у зміні температури реального газу в результаті протікання його під дією постійного перепаду тиску через дросель і задається як

$$D_j = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta T}{\Delta P} \right)_j = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_j,$$

де $T(x, t)$ – температура газу;

$P(x, t)$ – тиск газу;

t, x – часова і просторова координата,

а по-друге коефіцієнт Коріоліса, який враховує нерівномірний розподіл швидкостей в перетині трубопроводу великого діаметру. Цей коефіцієнт визначає відношення істинної кінетичної енергії до кінетичної енергії потоку, обчисленої за середньою швидкістю і задається як

$$\beta_K = 1 + \beta_0,$$

де β_0 – поправка Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкостей.

Основою для побудови ММ НН РТГ по ДТ великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса є квазілінійна система ДРЧП, яка була отримана із загальних рівнянь Нав'є-Стокса для одновимірного випадку. Така система ви-

користовується для загального випадку НН РТГ, де ділянка трубопроводу має вигляд циліндричної труби з постійним діаметром. У цій ММ не будемо враховувати теплофізичні властивості середовища, масообмін та стаціонарність режимів теплообміну з навколишнім середовищем.

Виконаємо спрощення моделі:

а) в рівнянні руху будемо враховувати поправку Коріоліса, зважаючи на нерівномірності розподілу швидкості в перетині потоку;

б) в рівнянні енергії врахуємо ефект Джоуля-Томсона, оскільки в моделі розглядаються труби великого діаметру, але знехтуємо кінетичною енергією, оскільки вважаємо швидкості течії газу достатньо малими.

Для виведення необхідної нам системи, запишемо деякі доповнення:

а) рівняння стану з урахуванням питомої маси витрати газу, яке підставимо в рівняння руху

$$P = \rho g z R T, \quad W = V \rho,$$

де $\rho(x, t)$ – щільність газу;

g – прискорення вільного падіння;

z – коефіцієнт стисливості газу;

R – газова постійна;

W – питома маса витрати газу;

$V(x, t)$ – швидкість газу;

б) вираз для урахування ефекту Джоуля-Томсона з нульовою кінетичною енергією, яке підставимо в рівняння енергії

$$E = U_{\text{внутр}} + E_{\text{кін}} = T C_P - P C_P D_j - \frac{P}{\rho} \Rightarrow E_{\text{кін}} = 0,$$

де E – повна енергія одиниці маси;

C_p – питома теплоємність газу.

Запишемо отриману ММ НН РТГ по ДТ з урахуванням ефекту Джоуля-Томсона і поправки Коріоліса [2, 3]

$$\left(1 - \alpha\beta_K ST \frac{W^2}{P^2}\right) \frac{\partial P}{\partial x} + 2\alpha\beta_K ST \frac{W}{P} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{Pg}{\alpha ST} \frac{dh}{dx} + \beta ST \frac{W|W|}{P} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \alpha ST \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha\gamma S}{T - \gamma PD_j} \frac{WT^2}{P} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\alpha\gamma SD_j}{T - \gamma PD_j} \frac{WT^2}{P} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\alpha ST^2}{P} \left(1 - \frac{\gamma T}{T - \gamma PD_j}\right) \frac{\partial W}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{g(\gamma - 1)}{T - \gamma PD_j} \frac{WT^2}{P} \frac{dh}{dx} + \frac{(\gamma - 1)4K}{D} \frac{T^2(T - T_{zp})}{P(T - \gamma PD_j)} = 0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

де $\alpha = \frac{zgR}{S}$;

$$\beta = \frac{\lambda\alpha}{2D}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - zgR}$$

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

D – діаметр труби;

K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;

T_{zp} – температура ґрунту;

h – глибина залягання труби;

S – площа поперечного перерізу.

Систему рівнянь (2.1) – (2.3) представимо в матричній формі

$$\frac{\partial f}{\partial t} + B(x, t, f) \frac{\partial f}{\partial x} = F(x, t, f), \quad (2.4)$$

де

$$B(x, t, f) = \begin{bmatrix} 2\alpha\beta_K ST \frac{W}{P} & 1 - \alpha\beta_K ST \frac{W^2}{P^2} & 0 \\ \alpha ST & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha ST^2}{P} \left(1 - \frac{\gamma T}{T - \gamma PD_j}\right) & -\frac{\alpha \gamma S D_j}{T - \gamma PD_j} \frac{WT^2}{P} & \frac{\alpha \gamma S}{T - \gamma PD_j} \frac{WT^2}{P} \end{bmatrix},$$

$$F(x, t, f) = \begin{bmatrix} -\frac{Pg}{\alpha ST} \frac{dh}{dx} - \beta ST \frac{W|W|}{P} \\ 0 \\ -\frac{g(\gamma - 1)}{T - \gamma PD_j} \frac{WT^2}{P} \frac{dh}{dx} - \frac{(\gamma - 1)4K}{D} \frac{T^2(T - T_{cp})}{P(T - \gamma PD_j)} \end{bmatrix},$$

$$f(x, t) = (W(x, t), P(x, t), T(x, t)).$$

Для подальшого використання системи (2.4) доповнимо її відповідними граничними (1.1) і початковими (1.2) умовами.

2.2 Фізичний зміст коефіцієнта Коріоліса

У гідродинаміці вивчають закони руху рідин в трубопроводах, відкритих руслах (каналах), в пористому середовищі тощо. При вивченні законів руху рідин крім величини тиску необхідно знати також швидкості рідини в різних точках простору, які в ряді випадків можуть змінюватися з часом (несталий рух). Якщо швидкості і тиск в різних точках простору, заповненого рідиною, що рухається, не залежать від часу, то рух рідини буде сталим.

Для теоретичного аналізу руху рідини потік рідини розглядають таким, що складається з елементарних цівок. У ряді випадків рідину вважають позбавленою в'язкості (ідеальна рідина) і маючу постійну щільність. Кожна частинка

рідини описує при своєму русі деяку просторову криву, яка називається траєкторією руху частинки [15]. Сукупність частинок, що знаходяться в даний момент на одній траєкторії, утворює лінію струму. Лінії струму відповідають полю швидкостей в даний момент часу. Отже, при сталому русі частинки рідини будуть переміщатися уздовж постійних ліній струму, тобто траєкторія окремої частки і лінія струму в цьому випадку будуть збігатися.

Якщо в рідині виділити площину ΔF і через все її точки, включаючи границю, провести лінії струму, то отримаємо так звану трубку струму. При $\Delta F \rightarrow 0$ трубка струму вироджується в лінію струму. Так як поперечний переріз елементарної цівки ΔF досить малий, в різних точках перетину цівки швидкості приймаються однаковими. Уздовж цівки швидкості, звісно, змінюються, оскільки змінюється величина поперечного перерізу.

Розглянемо рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини. Потік рідини являє собою сукупність елементарних цівок, які рухаються з різними швидкостями. При цьому масова витрата рідини ρQ в будь-якому перетині потоку буде постійним і рівним сумі масових витрат ρQ_i окремих цівок. Для елементарної цівки можна записати

$$\rho Q_i \frac{v_2^2}{2} + \rho Q_i \left(gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \right) + \rho Q_i E_{i-2} = \rho Q_i \frac{v_1^2}{2} + \rho Q_i \left(gz_1 + \frac{p_1}{\rho} \right).$$

Підсумувавши, для всіх цівок отримаємо

$$\frac{\rho}{2} \sum Q_i v_2^2 + \rho \sum Q_i \left(gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \right) + \rho \sum Q_i E_{i-2} = \frac{\rho}{2} \sum Q_i v_1^2 + \rho \sum Q_i \left(gz_1 + \frac{p_1}{\rho} \right). \quad (2.5)$$

Члени рівняння (2.5) виду $\frac{\rho}{2} \sum Q_i v^2$ характеризують кінетичну енергію маси рідини, що протікає через даний перетин в одиницю часу. Видається зручним виразити цю енергію через середню швидкість потоку рідини в даному

перетині v_{cp} . Однак, оскільки

$$\frac{\rho}{2} \sum Q_i v^2 \neq \frac{\rho}{2} Q v_{cp}^2,$$

необхідно при використанні v_{cp} внести поправочний коефіцієнт β_k , званий коефіцієнтом Коріоліса, тобто

$$\frac{\rho}{2} \sum Q_i v^2 = \beta_k \frac{\rho}{2} Q v_{cp}^2$$

або

$$\beta_k = \frac{\sum Q_i v^2}{Q v_{cp}^2}.$$

Робимо висновок, що коефіцієнт Коріоліса характеризує відношення дійсної кінетичної енергії потоку рідини в даному перетині до тієї кінетичної енергії потоку, яку він мав би, якби всі його частки рухалися з однаковою швидкістю, яка дорівнює середньому значенню швидкості потоку. Отже, можна стверджувати, що β_k корегує помилку, що виникає при обчисленні кінетичної енергії при заміні справжнього розподілу швидкостей умовним рівномірним.

Коефіцієнт Коріоліса пов'язаний з законом розподілу швидкостей по перетину потоку і завжди більше одиниці. Крім того, в природі існує два режими течії рідини, які принципово відрізняються: ламінарний – струменевий режим течії рідини при малих швидкостях і турбулентний – режим течії рідини з високими швидкостями, тобто який пульсує і перемішується. При ламінарному режимі течії в трубах $\beta_k = 2$, а при турбулентному $\beta_k = 1,02 \dots 1,05$ [16].

3 ОГЛЯД МЕТОДУ ТА АЛГОРИТМУ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ННРТГ ПО ДТ

3.1 Метод розв'язання системи рівнянь ММ ННРТГ по ДТ

Вирішуючи задачу вибору методу розв'язання даної ММ НН РТГ по ДТ був обраний один з основних методів чисельного розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних – метод скінченних різниць з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки. Крім того доцільно використовувати саме неявну скінченно-різницеву схему. На відміну від явних, неявні різницеві схеми є безумовно стійкими, тобто стійкими при довільному співвідношенні кроків за часом і просторовим змінним [13 – 14].

У методі скінченних різниць область безперервної зміни аргументу замінюється кінцевою (дискретною) множиною вузлів, які називають сіткою. Для отримання чисельного розв'язку системи (2.4) з граничними умовами (1.1) і початковим розподілом (1.2) за допомогою РСРС необхідно поділити відрізок $[0, L]$ на n рівних відрізків довжиною Δx . Після чого отримали рівномірну скінченно-різницеву координатну сітку з $n + 1$ точками розбиття $x_i, i = \overline{0, n}$.

Наочно покажемо двовимірну квадратну сітку з кроком Δx на рисунках 3.1 та 3.2. Похідні замінюються (апроксимуються) відповідними різницевиими відносинами. Для апроксимації похідних на початку та в кінці ділянки використовуємо шаблони, зображені на рисунку 3.1 відповідно.

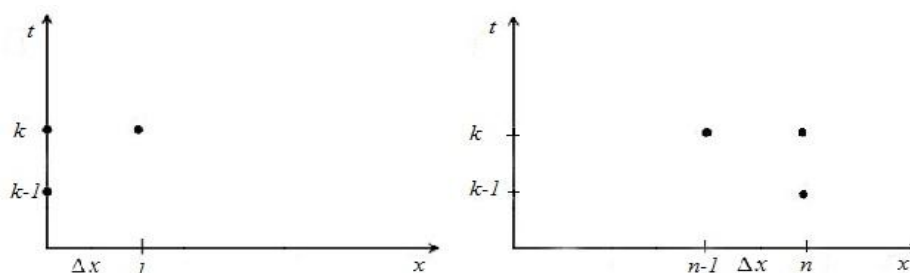


Рисунок 3.1 – Шаблони для апроксимації похідних
на початку та в кінці ділянки

Шаблон для апроксимації похідних в i -й точці розбиття зображений на рисунку 3.2.

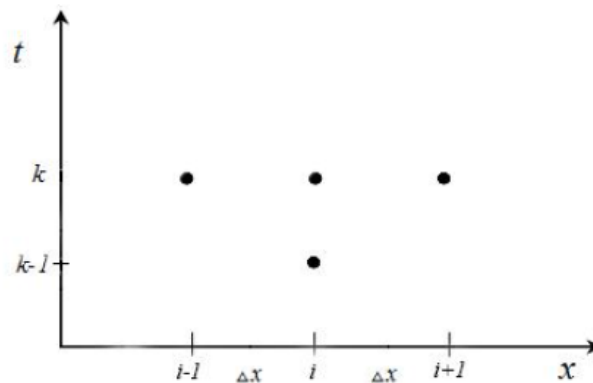


Рисунок 3.2 – Шаблон для апроксимації похідних в i -й точці

Необхідно знайти різницевий аналог похідної функції $f(x)$ у дотичній до кривої в точці. Це можна зробити за допомогою заміни істинної похідної наступними різницевими відносинами:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i^k = \begin{cases} \frac{f_1^k - f_0^k}{\Delta}, & i = 0, \\ \frac{f_n^k - f_{n-1}^k}{\Delta}, & i = n, \\ \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2\Delta}, & i = \overline{1, (n-1)}, \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^k = \frac{f_i^k - f_i^{k-1}}{\tau}, \quad i = \overline{0, n}, \quad (3.2)$$

де k – часовий шар.

Використовуючи (3.1) і (3.2) запишемо різницеві рівняння для системи (2.4)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{f_0^k - f_0^{k-1}}{\tau} + B_0^k \frac{f_1^k - f_0^k}{\Delta} = F_0^k, \quad i=0, \\ \frac{f_n^k - f_n^{k-1}}{\tau} + B_n^k \frac{f_n^k - f_{n-1}^k}{\Delta} = F_n^k, \quad i=n, \\ \frac{f_i^k - f_i^{k-1}}{\tau} + B_i^k \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2\Delta} = F_i^k, \quad i=\overline{1, (n-1)} \end{array} \right.$$

або

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{\Delta} B_0^k f_0^k + \frac{1}{\tau} f_0^k + \frac{1}{\Delta} B_0^k f_1^k = F_0^k + \frac{1}{\tau} f_0^{k-1}, \quad i=0, \\ -\frac{1}{\Delta} B_n^k f_{n-1}^k + \frac{1}{\tau} f_n^k + \frac{1}{\Delta} B_n^k f_n^k = F_n^k + \frac{1}{\tau} f_n^{k-1}, \quad i=n, \\ -\frac{1}{2\Delta} B_i^k f_{i-1}^k + \frac{1}{\tau} f_i^k + \frac{1}{2\Delta} B_i^k f_{i+1}^k = F_i^k + \frac{1}{\tau} f_i^{k-1}, \quad i=\overline{1, (n-1)}. \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Розв'язком системи нелінійних алгебраїчних рівнянь (3.3) буде вектор

$$f^k = (f_0^k, \dots, f_i^k, \dots, f_n^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, \dots, W_i^k, P_i^k, T_i^k, \dots, W_n^k, P_n^k, T_n^k).$$

Для розв'язання системи рівнянь (3.3) будемо використовувати метод Ньютона – один з найбільш ефективних методів вирішення будь-яких нелінійних задач. Розглянемо його як ітераційний метод, який використовує особливу лінеаризацію задачі та дозволяє звести розв'язок даного нелінійного рівняння до розв'язку послідовності лінійних рівнянь [14].

Спочатку запишемо отриману лінійну систему рівнянь

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_0^k}{\partial f_0^k} & \dots & \frac{\partial \psi_0^k}{\partial f_i^k} & \dots & \frac{\partial \psi_0^k}{\partial f_n^k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \psi_i^k}{\partial f_0^k} & \dots & \frac{\partial \psi_i^k}{\partial f_i^k} & \dots & \frac{\partial \psi_i^k}{\partial f_n^k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \psi_n^k}{\partial f_0^k} & \dots & \frac{\partial \psi_n^k}{\partial f_i^k} & \dots & \frac{\partial \psi_n^k}{\partial f_n^k} \end{bmatrix}_{f^{k,s}} \cdot \begin{bmatrix} \delta f_0^{k,s+1} \\ \dots \\ \delta f_i^{k,s+1} \\ \dots \\ \delta f_n^{k,s+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_0^{k,s} \\ \dots \\ \psi_i^{k,s} \\ \dots \\ \psi_n^{k,s} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

або в загальному вигляді

$$\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f^k} \right]_{f^{k,s}} \cdot \delta f^{k,s+1} = \psi^{k,s},$$

де $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f^k} \right]_{f^{k,s}}$ – матриці Якобі;

$f^{k,s+1}$ – вектор розв'язку системи на $s+1$ -й ітерації з $f_i^{k,s+1}$ компонентами;

$\psi^{k,s}$ – вектор нев'язок на s -й ітерації;

$\delta f^{k,s+1}$ – вектор поправок до невідомих на $s+1$ -й ітерації.

Значення компонентів векторів поправок до невідомих знаходимо з системи (3.4), яка має триблочнодіагональну структуру.

Далі запишемо вирази для векторів нев'язок для граничних та внутрішніх точок k -го часового шару на s -й ітерації

$$\psi_0^{k,s} = -\frac{1}{\Delta} B_0^{k,s} f_0^{k,s} + \frac{1}{\tau} f_0^{k,s} + \frac{1}{\Delta} B_0^{k,s} f_1^{k,s} - F_0^{k,s} - \frac{1}{\tau} f_0^{k-1}, \quad (3.5)$$

$$\psi_i^{k,s} = -\frac{1}{2\Delta} B_i^{k,s} f_{i-1}^{k,s} + \frac{1}{\tau} f_i^{k,s} + \frac{1}{2\Delta} B_i^{k,s} f_{i+1}^{k,s} - F_i^{k,s} - \frac{1}{\tau} f_i^{k-1}, \quad (3.6)$$

$$\psi_n^{k,s} = -\frac{1}{\Delta} B_n^{k,s} f_{n-1}^{k,s} + \frac{1}{\tau} f_n^{k,s} + \frac{1}{\Delta} B_n^{k,s} f_n^{k,s} - F_n^{k,s} - \frac{1}{\tau} f_n^{k-1}. \quad (3.7)$$

Враховуючи (3.5) – (3.7), матриця Якобі матиме вигляд

$$\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f^k} \right]_{f^{k,s}} = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_0^k} \right]_{f^{k,s}} & \frac{1}{\Delta} B_0^{k,s} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2\Delta} B_1^{k,s} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_1^k} \right]_{f^{k,s}} & \frac{1}{2\Delta} B_1^{k,s} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & -\frac{1}{2\Delta} B_i^{k,s} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_i^k} \right]_{f^{k,s}} & \frac{1}{2\Delta} B_i^{k,s} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2\Delta} B_{n-1}^{k,s} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_{n-1}^k} \right]_{f^{k,s}} & \frac{1}{2\Delta} B_n^{k,s} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta} B_n^{k,s} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_n^k} \right]_{f^{k,s}} \end{bmatrix},$$

де діагональні елементи знаходяться окремо.

Запишемо вирази для визначення нев'язок у внутрішніх ($i = \overline{1, n-1}$) точках ділянки згідно (3.6) для системи (2.4):

$$\begin{aligned} \psi_{i,1} = & \frac{1}{\tau} (W_i - W_i^{k-1}) + \frac{1}{2\Delta} \left[\left(1 - \alpha \beta_K ST_i \frac{W_i^2}{P_i^2} \right) (P_{i+1} - P_{i-1}) + \right. \\ & \left. + 2\alpha \beta_K ST_i \frac{W_i}{P_i} (W_{i+1} - W_{i-1}) \right] + \beta ST_i \frac{W_i |W_i|}{P_i} + \frac{P_i g}{\alpha ST_i} \frac{dh}{dx}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\psi_{i,2} = \frac{1}{\tau} (P_i - P_i^{k-1}) + \frac{1}{2\Delta} \alpha ST_i (W_{i+1} - W_{i-1}), \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned}
\psi_{i,3} = & \frac{1}{\tau}(T_i - T_i^{k-1}) + \frac{1}{2\Delta} \left[\frac{\alpha\gamma S}{T_i - \gamma P_i D_j} \frac{W_i T_i^2}{P_i} (T_{i+1} - T_{i-1}) - \right. \\
& \left. - \frac{\alpha S T_i^2}{P_i} \left(1 - \frac{\gamma T_i}{T_i - \gamma P_i D_j} \right) (W_{i+1} - W_{i-1}) - \frac{\alpha\gamma S D_j}{T_i - \gamma P_i D_j} \frac{W_i T_i^2}{P_i} (P_{i+1} - P_{i-1}) \right] + \\
& + \frac{(\gamma - 1)4K}{D} \frac{(T_i - T_{zp})T_i^2}{P_i(T_i - \gamma P_i D_j)} + \frac{g(\gamma - 1)}{T_i - \gamma P_i D_j} \frac{W_i T_i^2}{P_i} \frac{dh}{dx}. \quad (3.10)
\end{aligned}$$

Таким же чином отримаємо вирази нев'язок в точці 0 згідно (3.5) для системи (2.4):

$$\begin{aligned}
\psi_{0,1} = & \frac{1}{\tau}(W_0 - W_0^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[\left(1 - \alpha\beta_K S T_0 \frac{W_0^2}{P_0^2} \right) (P_1 - P_0) + \right. \\
& \left. + 2\alpha\beta_K S T_0 \frac{W_0}{P_0} (W_1 - W_0) \right] + \beta S T_0 \frac{W_0 |W_0|}{P_0} + \frac{P_0 g}{\alpha S T_0} \frac{dh}{dx}, \quad (3.11)
\end{aligned}$$

$$\psi_{0,2} = \frac{1}{\tau}(P_0 - P_0^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \alpha S T_0 (W_1 - W_0), \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}
\psi_{0,3} = & \frac{1}{\tau}(T_0 - T_0^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{\alpha\gamma S}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \frac{W_0 T_0^2}{P_0} (T_1 - T_0) - \right. \\
& \left. - \frac{\alpha S T_0^2}{P_0} \left(1 - \frac{\gamma T_0}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \right) (W_1 - W_0) - \frac{\alpha\gamma S D_j}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \frac{W_0 T_0^2}{P_0} (P_1 - P_0) \right] + \\
& + \frac{(\gamma - 1)4K}{D} \frac{(T_0 - T_{zp})T_0^2}{P_0(T_0 - \gamma P_0 D_j)} + \frac{g(\gamma - 1)}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \frac{W_0 T_0^2}{P_0} \frac{dh}{dx}. \quad (3.13)
\end{aligned}$$

Вирази нев'язок в точці n згідно (3.5) для системи (2.4) виглядатимуть наступним чином:

$$\begin{aligned} \psi_{n,1} = & \frac{1}{\tau} (W_n - W_n^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[\left(1 - \alpha\beta_K ST_n \frac{W_n^2}{P_n^2} \right) (P_n - P_{n-1}) + \right. \\ & \left. + 2\alpha\beta_K ST_n \frac{W_n}{P_n} (W_n - W_{n-1}) \right] + \beta ST_n \frac{W_n |W_n|}{P_n} + \frac{P_n g}{\alpha ST_n} \frac{dh}{dx}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\psi_{n,2} = \frac{1}{\tau} (P_n - P_n^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \alpha ST_n (W_n - W_{n-1}), \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \psi_{n,3} = & \frac{1}{\tau} (T_n - T_n^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{\alpha\gamma S}{T_n - \gamma P_n D_j} \frac{W_n T_n^2}{P_n} (T_n - T_{n-1}) - \right. \\ & \left. - \frac{\alpha ST_n^2}{P_n} \left(1 - \frac{\gamma T_n}{T_n - \gamma P_n D_j} \right) (W_n - W_{n-1}) - \frac{\alpha\gamma S D_j}{T_n - \gamma P_n D_j} \frac{W_n T_n^2}{P_n} (P_n - P_{n-1}) \right] + \\ & + \frac{(\gamma - 1) 4K}{D} \frac{(T_n - T_{ep}) T_n^2}{P_n (T_n - \gamma P_n D_j)} + \frac{g(\gamma - 1)}{T_n - \gamma P_n D_j} \frac{W_n T_n^2}{P_n} \frac{dh}{dx}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Далі будемо знаходити елементи матриці Якобі для всіх точок ділянки.

Елементи $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_0^k} \right]_{f^{k,s}}$ згідно (3.11) – (3.13) записуються наступним чином

$$\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial W_0} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} \left[-2\alpha\beta_K ST_0 \frac{W_0}{P_0^2} (P_1 - P_0) + 2\alpha\beta_K ST_0 \frac{(W_1 - 2W_0)}{P_0} \right] + 2\beta ST_0 \frac{|W_0|}{P_0},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial P_0} = & \frac{1}{\Delta} \left[\left(\frac{\alpha\beta_K ST_0 W_0^2}{P_0^3} (2P_1 - P_2) - 1 \right) - 2\alpha\beta_K ST_0 \frac{W_0}{P_0^2} (W_1 - W_0) \right] - \\ & - \beta T_0 S \frac{W_0 |W_0|}{P_0^2} + \frac{g}{\alpha ST_0} \frac{dh}{dx}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial T_0} = \frac{1}{\Delta} \left[-\alpha\beta_K S \frac{W_0^2}{P_0^2} (P_1 - P_0) + 2\alpha\beta_K S \frac{W_0}{P_0} (W_1 - W_0) \right] + \beta S \frac{W_0 |W_0|}{P_0} - \frac{g}{\alpha S} \frac{P_0}{T_0^2} \frac{dh}{dx}.$$

$$\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial W_0} = -\frac{1}{\Delta} \alpha ST_0,$$

$$\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial P_0} = \frac{1}{\tau},$$

$$\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial T_0} = \frac{1}{\Delta} \alpha S (W_1 - W_0).$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial W_0} = \frac{1}{\Delta} & \left[\frac{\alpha \gamma S}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \frac{T_0^2}{P_0} (T_1 - T_0) + \frac{\alpha S T_0^2}{P_0} \left(1 - \frac{\gamma T_0}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{\alpha \gamma S D_j}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \frac{T_0^2}{P_0} (P_1 - P_0) \right] + \frac{g(\gamma - 1)}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \frac{T_0^2}{P_0} \frac{dh}{dx}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial P_0} = \frac{1}{\Delta} & \left[-\alpha \gamma S T_0^2 W_0 \frac{T_0 - 2\gamma P_0 D_0}{P_0^2 (T_0 - \gamma P_0 D_j)^2} (T_1 - T_0) + \frac{\alpha S T_0^2}{P_0^2} \left(1 - \frac{\gamma T_0}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \right) (W_1 - W_0) + \right. \\ & \left. + \frac{\alpha \gamma S D_j (T_0 - 2\gamma P_0 D_j) W_0 T_0^2}{(T_0 - \gamma P_0 D_j)^2 P_0^2} (P_1 - P_0) \right] - \frac{4KT_0^2}{(\gamma - 1)D} \frac{(T_0 - T_{zp})(T_0 - 2\gamma P_0 D_j)}{P_0^2 (T_0 - P_0 D_j \gamma)^2} - \\ & - \frac{T_0^2 W_0 (\gamma - 1) g (T_0 - 2\gamma P_0 D_j)}{P_0^2 (T_0 - P_0 D_j \gamma)^2} \frac{dh}{dx}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial T_0} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} & \left[\frac{\alpha \gamma S (T_0 - 2\gamma D_j P_0) T_0 W_0}{(T_0 - \gamma P_0 D_j)^2 P_0} (T_1 - T_0) - \frac{2\alpha S T_0}{P_0} \left(1 - \frac{\gamma T_0}{T_0 - \gamma P_0 D_j} \right) (W_1 - W_0) - \right. \\ & \left. - \frac{\alpha \gamma S D_j}{(T_0 - \gamma D_j P_0)^2} \frac{T_0 W_0}{P_0} (T_0 - 2\gamma D_j P_0) (P_1 - P_0) \right] + \frac{4K}{D(\gamma - 1)} \times \\ & \times \frac{T_0 [2T_0^2 + 2\gamma D_j P_0 T_{zp} - T_0 (T_{zp} + 3\gamma D_j P_0)]}{P_0 (T_0 - \gamma P_0 D_j)^2} + \frac{g(\gamma - 1) (T_0 - 2\gamma D_j P_0) T_0 W_0}{P_0 (T_0 - \gamma P_0 D_j)^2} \frac{dh}{dx}. \end{aligned}$$

Тепер запишемо елементи $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_i^k} \right]_{f^{k,s}}$ згідно (3.8) – (3.10) для системи

(2.4):

$$\frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial W_i} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{2\Delta} \left[-2\alpha\beta_K ST_i \frac{W_i}{P_i^2} (P_{i+1} - P_{i-1}) + 2\frac{\alpha\beta_K ST_i}{P_i} (W_{i+1} - W_{i-1}) \right] + 2\beta T_i S \frac{|W_i|}{P_i},$$

$$\frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial P_i} = \frac{1}{2\Delta} \left[2\alpha\beta_K ST_i \frac{W_i^2}{P_i^3} (P_{i+1} - P_{i-1}) - 2\alpha\beta_K ST_i \frac{W_i}{P_i^2} (W_{i+1} - W_{i-1}) \right] - \beta ST_i \frac{W_i |W_i|}{P_i^2} + \frac{g}{\alpha ST_i} \frac{dh}{dx},$$

$$\frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial T_i} = \frac{1}{2\Delta} \left[-\alpha\beta_K S \frac{W_i^2}{P_i^2} (P_{i+1} - P_{i-1}) + 2\alpha\beta_K S \frac{W_i}{P_i} (W_{i+1} - W_{i-1}) \right] + \beta S \frac{W_i |W_i|}{P_i} - \frac{P_i g}{\alpha ST_i^2} \frac{dh}{dx}.$$

$$\frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial W_i} = 0,$$

$$\frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial P_i} = \frac{1}{\tau},$$

$$\frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial T_i} = \frac{1}{2\Delta} \alpha S (W_{i+1} - W_{i-1}).$$

$$\frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial W_i} = \frac{1}{2\Delta} \left[\frac{\alpha\gamma S}{T_i - \gamma P_i D_j} \frac{T_i^2}{P_i} (T_{i+1} - T_{i-1}) - \frac{\alpha\gamma S D_j}{T_i - \gamma P_i D_j} \frac{T_i^2}{P_i} (P_{i+1} - P_{i-1}) \right] + \frac{g(\gamma - 1)}{T_i - \gamma P_i D_j} \frac{T_i^2}{P_i} \frac{dh}{dx},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial P_i} = & \frac{1}{2\Delta} \left[-\alpha\gamma ST_i^2 W_i \frac{T_i - 2\gamma P_i D_j}{(T_i P_i - \gamma P_i^2 D_j)^2} (T_{i+1} - T_{i-1}) + \frac{\alpha ST_i^2}{P_i^2} (W_{i+1} - W_{i-1}) \right] \times \\ & \times \frac{\gamma^2 P_i^2 D_j^2 + 2\gamma P_i D_j T_i (\gamma - 1) - T_i^2 (\gamma - 1)}{(T_i - \gamma P_i D_j)^2} - \frac{\alpha\gamma S D_j}{(T_i - \gamma P_i D_j)^2} \frac{T_i^2 W_i}{P_i^2} (2\gamma P_i D_j - T_i) \times \\ & \times (P_{i+1} - P_{i-1}) \left] + \frac{4K(\gamma - 1)}{D} \frac{T_i^2 (T_{ep} - T_i)}{P_i^2 (T_i - \gamma P_i D_j)} + \frac{g(\gamma - 1)(2\gamma P_i D_j - T_i)}{(T_i - \gamma P_i D_j)^2} \frac{T_i^2 W_i}{P_i^2} \frac{dh}{dx}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial T_i} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{2\Delta} \left[\frac{\alpha \gamma S (T_i - 2\gamma P_i D_j)}{(T_i - \gamma P_i D_j)^2} \frac{T_i W_i}{P_i} (T_{i+1} - T_{i-1}) + \frac{\alpha S T_i}{P_i} (W_{i+1} - W_{i-1}) \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{T_i \gamma (2T_i - 3\gamma P_i D_j)}{(T_i - \gamma P_i D_j)^2} - 2 \right) - \frac{\alpha \gamma S D_j}{(T_i - \gamma P_i D_j)^2} \frac{T_i W_i}{P_i} (T_i - 2\gamma P_i D_j) (P_{i+1} - P_{i-1}) \right] - \\ &- \frac{4K(\gamma - 1) T_i \left[T_i (T_{ep} - 2T_i) - P_i D_j \gamma (2T_{ep} - 3T_i) \right]}{D P_i (T_i - \gamma P_i D_j)^2} - \frac{g(\gamma - 1) (2\gamma P_i D_j - T_i) T_i W_i}{P_i (T_i - \gamma P_i D_j)^2} \frac{dh}{dx}. \end{aligned}$$

В останню чергу запишемо елементи $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f_n^k} \right]_{f^{k,s}}$ згідно (3.14) – (3.16) для

системи (2.4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial W_n} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} \left[-2\alpha \beta_K S T_n \frac{W_n}{P_n^2} (P_n - P_{n-1}) + 2 \frac{\alpha \beta_K S T_n}{P_n} (2W_n - W_{n-1}) \right] + 2\beta S T_n \frac{|W_n|}{P_n}, \\ \frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial P_n} &= \frac{1}{\Delta} \left[\left(\frac{\alpha \beta_K S T_n W_n^2}{P_n^3} (P_n - 2P_{n-1}) + 1 \right) - 2\alpha \beta_K S T_n \frac{W_n}{P_n^2} (W_n - W_{n-1}) \right] - \\ &- \beta T_n S \frac{W_n |W_n|}{P_n^2} + \frac{g}{\alpha S T_n} \frac{dh}{dx}, \\ \frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial T_n} &= \frac{1}{\Delta} \left[-\alpha \beta_K S \frac{W_n^2}{P_n^2} (P_n - P_{n-1}) + 2\alpha \beta_K S \frac{W_n}{P_n} (W_n - W_{n-1}) \right] + \beta S \frac{W_n |W_n|}{P_n} - \frac{g}{\alpha S T_n^2} \frac{dh}{dx}. \\ \frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial W_n} &= \frac{1}{\Delta} \alpha S T_n, \\ \frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial P_n} &= \frac{1}{\tau}, \\ \frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial T_n} &= \frac{1}{\Delta} \alpha S (W_n - W_{n-1}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial W_n} &= \frac{1}{\Delta} \left[\frac{\alpha \gamma S}{T_n - \gamma P_n D_j} \frac{T_n^2}{P_n} (T_n - T_{n-1}) + \frac{\alpha S T_n^2}{P_n} \left(1 - \frac{\gamma T_n}{T_n - \gamma P_n D_j} \right) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\alpha \gamma S D_j}{T_n - \gamma P_n D_j} \frac{T_n^2}{P_n} (P_n - P_{n-1}) \right] + \frac{g(\gamma - 1)}{T_n - \gamma P_n D_j} \frac{T_n^2}{P_n} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial P_n} &= \frac{1}{\Delta} \left[-\alpha \gamma S T_n^2 W_n \frac{T_n - 2\gamma P_n D_j}{P_n^2 (T_n - \gamma P_n D_j)^2} (T_n - T_{n-1}) + \frac{\alpha S T_n^2}{P_n^2} \left(1 - \frac{\gamma T_n}{T_n - \gamma P_n D_j} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times (W_n - W_{n-1}) + \frac{\alpha \gamma S D_j (T_n - 2\gamma P_n D_j) W_n T_n^2}{(T_n - \gamma P_n D_j)^2 P_n^2} (P_n - P_{n-1}) \right] - \\
&\quad - \frac{4KT_n^2}{(\gamma - 1)D} \frac{(T_n - T_{zp})(T_n - 2\gamma P_n D_j)}{P_n^2 (T_n - P_n D_j \gamma)^2} - \frac{T_n^2 W_n (\gamma - 1) g (T_n - 2\gamma P_n D_j)}{P_n^2 (T_n - P_n D_j \gamma)^2} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial T_n} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{\alpha \gamma S (T_n - 2\gamma D_j P_n) T_n W_n}{(T_n - \gamma P_n D_j)^2 P_n} (T_n - T_{n-1}) - \frac{2\alpha S T_n}{P_n} \left(1 - \frac{\gamma T_n}{T_n - \gamma P_n D_j} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times (W_n - W_{n-1}) - \frac{\alpha \gamma S D_j}{(T_n - \gamma D_j P_n)^2} \frac{T_n W_n}{P_n} (T_n - 2\gamma D_j P_n) (P_n - P_{n-1}) \right] + \frac{4K}{D(\gamma - 1)} \times \\
&\quad \times \frac{T_n \left[2T_n^2 + 2\gamma D_j P_n T_{zp} - T_n (T_{zp} + 3\gamma D_j P_n) \right]}{P_n (T_n - \gamma P_n D_j)^2} + \frac{g(\gamma - 1) (T_n - 2\gamma D_j P_n) T_n W_n}{P_n (T_n - \gamma P_n D_j)^2} \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Варто зазначити, що у формулах знаходження елементів матриці Якобі для спрощення сприйняття були опущені індекси k – часовий шар та s – ітерація.

3.2 Алгоритм розв'язання системи рівнянь ММ ННРТГ по ДТ

Розглянемо алгоритм, за яким будемо розраховувати НН РТГ по ДТ для k -го часового шару [17].

1. Обчислення вектора початкових значень параметрів $f^{k,0}$.
2. Обчислення компонент вектора нев'язок $\psi^{k,s}$ враховуючи розв'язок на s -ій ітерації.

3. Обчислення всіх елементів матриці Якобі $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial f^k} \right]_{f^{k,s}}$.

4. Визначення поправок, отриманих із розв'язання системи (3.4).
5. Розрахунок нових значень невідомих параметрів на s -ій ітерації

$$f_i^{k,s+1} = f_i^{k,s} - \delta f_i^{k,s+1}, \quad i = \overline{0, n}.$$

6. Перевірка збіжності $\|\psi^{k,s+1}\| \leq \varepsilon$, де точність ε задана. Якщо бажана точність не досягнута, то $s = s + 1$ та вертаємось до п. 1, а в іншому випадку – до п. 7.
7. Завершення розрахунку часового шару.

4 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

4.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica

Системами комп'ютерної алгебри або системами символної алгебри називають будь-яке математичне програмне забезпечення з можливістю маніпулювати математичними виразами способом, аналогічним традиційним ручним обчисленням.

Система комп'ютерної алгебри Mathematica є програмним засобом для проведення фундаментальних і прикладних математичних досліджень широкого спектру проблем сучасного природознавства.

Основні можливості систем комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica:

- спрощення алгебраїчних виразів до стандартних форм, у тому числі автоматично;
- часткове і повне диференціювання;
- розв'язок багатьох визначених та невизначених інтегралів, у тому числі багатовимірних;
- розв'язок лінійних і деяких нелінійних рівнянь;
- розв'язок багатьох диференціальних та різницевих рівнянь;
- інтегральні перетворення;
- операції з матрицями;
- статистичні обчислення;
- експорт оптимізованого коду в інші мови програмування.

Враховуючи можливості персонального комп'ютера, на якому проводиться дослідження, і складність поставленої задачі, обрано версію пакету Wolfram Mathematica 10.3 за допомогою цього пакету будуть проведені чисельні розрахунки та комп'ютерне моделювання НН РТГ по ДТ великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса [18].

4.2 Опис програми

Програму для моделювання НН РТГ по ДТ реалізовано у математичному пакеті Wolfram Mathematica 10.3.

Спочатку задамо технічні параметри ділянки трубопроводу та фізичні параметри газового потоку. До технічних параметрів віднесемо довжину і внутрішній діаметр ДТ, товщину стінок труби, еквівалентну шорсткість труб та коефіцієнт ефективності. До фізичних параметрів відносимо коефіцієнт стисливості газу та коефіцієнт теплопередачі газу до ґрунту, відносну щільність газу та питому теплоємність. Крім того будемо враховувати інші параметри газового потоку такі, як початкові температура і тиск газу, температура ґрунту на глибині газопроводу, витрата газу, початкове значення коефіцієнту Джоуля-Томсона, поправка Коріоліса.

Далі на початку та наприкінці ДТ задаємо граничні умови та визначаємось з кількістю точок розбиття ділянки.

Тепер можемо безпосередньо перейти до комп'ютерного моделювання НН РТГ по ДТ з урахуванням ефекту Джоуля-Томсона та поправки Коріоліса. Необхідний алгоритм наведено в підрозділі 3.2.

Результатами програмного моделювання є наочне відображення значень параметрів газового потоку (тиску, масової витрати і температури) при різних значеннях коефіцієнта Коріоліса.

5 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Згідно опису програми з підрозділу 4.2 проведемо обчислення невідомих параметрів газового потоку моделі ННРТГ по ДТ великого діаметру з урахуванням різних значень поправки Коріоліса. Код програмного продукту та результати експерименту наведемо у додатку А.

Задамо наступні характеристики ділянки:

– технічні: внутрішній діаметр трубопроводу $D = 1400$ мм, довжина ділянки $L = 112$ км, товщина стінок труби $\delta = 10$ мм, еквівалентну шорсткість труб $K_{шор} = 0,03$ мм, коефіцієнт ефективності $E = 0,95$;

– фізичні: коефіцієнт стисливості газу $z = 0,9$, коефіцієнт теплопередачі газу до ґрунту $K = 1,4$, відносну щільність газу $\Delta = 0,604707$ та питому теплоємність $C_p = 0,655952$;

– інші: температура ґрунту на глибині газопроводу $T_{gp} = 10^\circ\text{C}$, початкове значення коефіцієнту Джоуля-Томсона $D_j = 3,2 \cdot 10^{-6}$. Для експерименту оберемо три різних значення поправки Коріоліса $\beta_{K1} = 1,00$, $\beta_{K2} = 1,03$ та $\beta_{K3} = 1,05$.

Задамо крок розбиття часу $\tau = 5$ хв (300 с), загальний час $T = 780$ хв (13 годин), точність $\varepsilon = 10^{-6}$.

Запишемо початкові умови, а саме початкову температуру, тиск і витрату газу:

$$P_{поч} = 84,73 \text{ атм},$$

$$T_{поч} = 39,9^\circ\text{C},$$

$$q_{поч} = 100,6 \text{ млн.м}^3 / \text{доб.}$$

Проведемо два типи експериментів, де розглянемо поведінку параметрів

газового потоку при підключенні до газопроводу та відключенні від нього великих споживачів та при різних значеннях коефіцієнта Коріоліса.

Спершу розглянемо підключення до ДТ великих споживачів та розрахуємо параметри перехідного режиму для різних кількостей точок розбиття n ($n=10$ та $n=20$) і порівняємо їх на кількох часових шарах. Зазначимо, що підключення відбудеться на 200 хвилині, тобто на 40-у часовому шарі.

Маємо граничні умови:

$$\begin{cases} P(0, t) = 84,73 \text{ атм}, \\ T(0, t) = 39,9 \text{ }^\circ\text{C}. \end{cases} \quad G(L, t) = \begin{cases} 100,6 \text{ млн.м}^3 / \text{доб}, t < 200 \text{ хв}, \\ 115,6 \text{ млн.м}^3 / \text{доб}, t \geq 200 \text{ хв}. \end{cases}$$

Отримані для $n=10$ результати порівняння параметрів газового потоку при різних значеннях коефіцієнта Коріоліса розміщені у таблицях 5.1 – 5.15.

Таблиця 5.1 – Параметри потоку газу при $\beta_{K1} = 1,00$ на 1-у часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	102,329722	84,730000	39,900000	102,187333	84,730000	39,900000
11,2	102,149449	82,730187	38,274382	102,164791	82,719426	38,263148
22,4	102,204636	80,669841	36,662925	102,143806	80,669879	36,662412
33,6	102,128275	78,583078	35,109357	102,123271	78,578198	35,103648
44,8	102,124030	76,440667	33,585998	102,099257	76,4408149	33,585966
56,0	102,083440	74,257193	32,112402	102,063776	74,253868	32,108216
67,2	102,006768	72,012728	30,668800	102,002338	72,013390	30,669810
78,4	101,936172	69,719976	29,277236	101,889461	69,715639	29,271326
89,6	101,669928	67,354670	27,911453	101,680536	67,357791	27,915575
100,8	101,428232	64,946365	26,616900	101,297102	64,939258	26,610007
112,0	100,600000	62,450273	25,368408	100,600000	62,464293	25,374832

Таблиця 5.2 – Параметри потоку газу при $\beta_{K2} = 1,03$ на 1-у часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	102,328862	84,730000	39,900000	102,186430	84,730000	39,900000
11,2	102,148556	82,730192	38,274385	102,163877	82,719428	38,263148
22,4	102,203723	80,669844	36,662927	102,142875	80,669882	36,662412
33,6	102,127345	78,583082	35,109359	102,122324	78,578201	35,103649
44,8	102,123081	76,440669	33,585998	102,098298	76,440815	33,585965
56,0	102,082495	74,257190	32,112398	102,062821	74,253866	32,108212
67,2	102,005850	72,012719	30,668797	102,001414	72,013380	30,669799
78,4	101,935319	69,719955	29,277212	101,888613	69,715620	29,271303
89,6	101,669234	67,354636	27,911415	101,679838	67,357754	27,915533
100,8	101,427745	64,946301	26,616826	101,296667	64,939197	26,609937
112,0	100,600000	62,450183	25,368300	100,600000	62,464195	25,374717

Таблиця 5.3 – Параметри потоку газу при $\beta_{K3} = 1,05$ на 1-у часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	102,328288	84,730000	39,900000	102,185828	84,730000	39,900000
11,2	101,147960	82,730195	38,274387	102,163267	82,719429	38,263147
22,4	102,203115	80,669847	36,662928	102,142254	80,669884	36,662413
33,6	102,126725	78,583084	35,109360	102,121692	78,578203	35,103649
44,8	102,122449	76,440669	33,585998	102,097659	76,440816	33,585965
56,0	102,081865	74,257188	32,112394	102,062184	74,253864	32,108209
67,2	102,005239	72,012713	30,668790	102,000798	72,013374	30,669791
78,4	101,934751	69,719941	29,277196	101,888048	69,715606	29,271288
89,6	101,668771	67,354613	27,911390	101,679372	67,357730	27,915506
100,8	101,427421	64,9462575	26,616776	101,296377	64,939156	26,609891
112,0	100,600000	62,450122	25,368228	100,600000	62,464130	25,374640

Таблиця 5.4 – Параметри потоку газу при $\beta_{K1} = 1,00$ на 39 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	100,653257	84,730000	39,900000	100,651308	84,730000	39,900000
11,2	100,654370	82,798543	38,274439	100,650821	82,781409	38,288641
22,4	100,651272	80,797326	36,728162	100,649316	80,796113	36,721504
33,6	100,650000	78,788614	35,188642	100,646759	78,771087	35,196409
44,8	100,644872	76,705580	33,719951	100,643136	76,702946	33,711065
56,0	100,641165	74,606060	32,258121	100,638448	74,587875	32,263283
67,2	100,634051	72,425971	30,861796	100,632710	72,421537	30,850984
78,4	100,627942	70,218229	29,467943	100,625952	70,198968	29,472168
89,6	100,619010	67,921275	28,139813	100,618214	67,914437	28,124853
100,8	100,610556	65,582215	26,806351	100,609542	65,561258	26,806527
112,0	100,600000	63,141686	25,533947	100,600000	63,131563	25,513548

Таблиця 5.5 – Параметри потоку газу при $\beta_{K2} = 1,03$ на 39 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	100,653223	84,730000	39,900000	100,651274	84,730000	39,900000
11,2	100,654335	82,798511	38,274433	100,650788	82,781376	38,288630
22,4	100,651240	80,797257	36,728139	100,649284	80,796044	36,721481
33,6	100,649968	78,788506	35,188608	100,646728	78,770978	35,196373
44,8	100,644843	76,705428	33,719900	100,643107	76,702794	33,711014
56,0	100,641138	74,605862	32,258053	100,638422	74,587675	32,263215
67,2	100,634029	72,425718	30,861708	100,632688	72,421283	30,850896
78,4	100,627924	70,217918	29,467833	100,625935	70,198656	29,472058
89,6	100,618997	67,920897	28,139675	100,618201	67,914057	28,124716
100,8	100,610549	65,581763	26,806182	100,609535	65,560804	26,806358
112,0	100,600000	63,141148	25,533740	100,600000	63,131023	25,513343

Таблиця 5.6 – Параметри потоку газу при $\beta_{K3} = 1,05$ на 39 часовому шарі

$\Delta x,$ км	$n = 10$			$n = 20$		
	$q,$ млн.м ³ /доб	$P,$ атм	$T,$ °C	$q,$ млн.м ³ /доб	$P,$ атм	$T,$ °C
0,0	100,653201	84,730000	39,900000	100,651252	84,730000	39,900000
11,2	100,654312	82,798490	38,274429	100,650766	82,781354	38,288623
22,4	100,651218	80,797211	36,728123	100,649262	80,795997	36,721466
33,6	100,649947	78,788435	35,188585	100,646708	78,770905	35,196349
44,8	100,644824	76,705327	33,719865	100,643088	76,702693	33,710980
56,0	100,641120	74,605729	32,258008	100,638405	74,587541	32,263169
67,2	100,634014	72,425550	30,861649	100,632674	72,421114	30,850837
78,4	100,627911	70,217711	29,467760	100,625923	70,198447	29,471984
89,6	100,618989	67,920645	28,139584	100,618193	67,913805	28,124624
100,8	100,610545	65,581461	26,806069	100,609531	65,560501	26,806246
112,0	100,600000	63,140789	25,5336035	100,600000	63,130662	25,513207

Таблиця 5.7 – Параметри потоку газу при $\beta_{K1} = 1,00$ на 40 часовому шарі

$\Delta x,$ км	$n = 10$			$n = 20$		
	$q,$ млн.м ³ /доб	$P,$ атм	$T,$ °C	$q,$ млн.м ³ /доб	$P,$ атм	$T,$ °C
0,0	100,910999	84,730000	39,900000	100,868586	84,730000	39,900000
11,2	100,892827	82,788104	38,264153	100,891244	82,772627	38,281162
22,4	101,018729	80,777166	36,707936	100,966431	80,776228	36,701942
33,6	101,101907	78,746309	35,143762	101,113785	78,735083	35,159474
44,8	101,459701	76,644584	33,657253	101,371194	76,641673	33,647087
56,0	101,740779	74,489088	32,130994	101,805818	74,485399	32,155187
67,2	102,690999	72,259870	30,688734	102,534074	72,250379	30,669008
78,4	103,497528	69,901408	29,117754	103,757877	69,911441	29,164169
89,6	106,059240	67,462351	27,651533	105,831485	67,426539	27,598000
100,8	108,400312	64,694566	25,828756	109,388999	64,721534	25,889121
112,0	115,600000	61,810242	23,990153	115,600000	61,657133	23,854942

Таблиця 5.8 – Параметри потоку газу при $\beta_{K2} = 1,03$ на 40 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	100,910822	84,730000	39,900000	100,868391	84,730000	39,900000
11,2	100,892584	82,788078	38,264152	100,891033	82,772600	38,281157
22,4	101,018490	80,777110	36,707927	100,966172	80,776171	36,701933
33,6	101,101523	78,746218	35,143744	101,113447	78,734994	35,159460
44,8	101,459288	76,644462	33,657235	101,370741	76,641549	33,647067
56,0	101,740089	74,488918	32,130957	101,805208	74,485236	32,155160
67,2	102,690291	72,259663	30,688702	102,533269	72,250170	30,668972
78,4	103,496357	69,901123	29,117676	103,756861	69,911171	29,164113
89,6	106,058262	67,461998	27,651439	105,830325	67,426177	27,597896
100,8	108,398881	64,694024	25,828514	109,387986	64,721006	25,888897
112,0	115,600000	61,809442	23,989667	115,600000	61,656260	23,854403

Таблиця 5.9 – Параметри потоку газу при $\beta_{K3} = 1,05$ на 40 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	100,910704	84,730000	39,900000	100,868261	84,730000	39,900000
11,2	100,892422	82,788060	38,264151	100,890892	82,772582	38,281154
22,4	101,018330	80,777073	36,707921	100,966000	80,776133	36,701926
33,6	101,101267	78,746157	35,143733	101,113222	78,734935	35,159450
44,8	101,459014	76,644380	33,657223	101,370439	76,641466	33,647053
56,0	101,739629	74,488804	32,130932	101,804801	74,485127	32,155142
67,2	102,689818	72,259525	30,688680	102,532732	72,250030	30,668948
78,4	103,495577	69,900933	29,117623	103,756183	69,910991	29,164075
89,6	106,05761	67,461762	27,651377	105,829552	67,425936	27,597827
100,8	108,397928	64,693662	25,828353	109,387310	64,720654	25,888748
112,0	115,600000	61,808908	23,989343	115,600000	61,655677	23,854043

Таблиця 5.10 – Параметри потоку при $\beta_{K1} = 1,00$ на 60 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	112,569639	84,730000	39,900000	112,547497	84,730000	39,900000
11,2	112,507926	82,313327	38,197489	112,575111	82,286502	38,219049
22,4	112,679562	79,786798	36,526352	112,660873	79,779228	36,527177
33,6	112,743627	77,225180	34,828160	112,807320	77,199338	34,811546
44,8	113,030138	74,552417	33,033139	113,016478	74,536662	33,057228
56,0	113,234178	71,806940	31,266795	113,289839	71,779379	31,252782
67,2	113,636339	68,938836	29,373049	113,628090	68,913452	29,396996
78,4	113,986372	65,954329	27,487584	114,030749	65,921847	27,498796
89,6	114,499920	62,821409	25,577754	114,495991	62,783563	25,570140
100,8	114,989027	59,514208	23,615353	115,020602	59,472275	23,617068
112,0	115,600000	56,009275	21,663179	115,600000	55,954226	21,638507

Таблиця 5.11 – Параметри потоку при $\beta_{K2} = 1,03$ на 60 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	112,569414	84,730000	39,900000	112,547272	84,730000	39,900000
11,2	112,507701	82,313286	38,197474	112,574889	82,286456	38,219031
22,4	112,679349	79,786700	36,526305	112,660660	79,779129	36,527134
33,6	112,743425	77,225023	34,828093	112,807122	77,199175	34,811471
44,8	113,029960	74,552182	33,033018	113,016300	74,536424	33,057114
56,0	113,234021	71,806618	31,266643	113,289685	71,779051	31,252622
67,2	113,636213	68,938405	29,372844	113,627963	68,913017	29,396788
78,4	113,986274	65,953771	27,487330	114,030653	65,921281	27,498536
89,6	114,499856	62,820693	25,577445	114,495927	62,782838	25,569824
100,8	114,988995	59,513298	23,614980	115,020570	59,471355	23,616687
112,0	115,600000	56,008123	21,662730	115,600000	55,953060	21,638049

Таблиця 5.12 – Параметри потоку при $\beta_{K3} = 1,05$ на 60 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	112,569263	84,730000	39,900000	112,547122	84,730000	39,900000
11,2	112,50755	82,313259	38,197464	112,574742	82,286426	38,219018
22,4	112,679207	79,786634	36,526274	112,660519	79,779063	36,527105
33,6	112,743291	77,224918	34,828048	112,806990	77,199067	34,811421
44,8	113,029841	74,552025	33,032937	113,016181	74,536265	33,057037
56,0	113,233917	71,806404	31,266542	113,289582	71,778833	31,252516
67,2	113,636128	68,938118	29,372707	113,627878	68,912726	29,396649
78,4	113,986209	65,953399	27,487160	114,030589	65,920904	27,498363
89,6	114,499814	62,820215	25,577240	114,495884	62,782355	25,569613
100,8	114,988973	59,512692	23,614732	115,020549	59,470741	23,616433
112,0	115,600000	56,007355	21,662431	115,600000	55,952283	21,637743

Таблиця 5.13 – Параметри потоку при $\beta_{K1} = 1,00$ на 156 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	115,598016	84,730000	39,900000	115,597935	84,730000	39,900000
11,2	115,597990	82,181928	38,210494	115,597953	82,149971	38,220023
22,4	115,598088	79,503981	36,569875	115,598011	79,500600	36,568158
33,6	115,598144	76,808066	34,932137	115,598109	76,774459	34,941273
44,8	115,598319	73,970598	33,339631	115,598249	73,962828	33,335927
56,0	115,598462	71,091731	31,739789	115,598433	71,055357	31,748277
67,2	115,598717	68,053369	30,180084	115,598660	68,039584	30,173942
78,4	115,598948	64,941360	28,600410	115,598931	64,900278	28,607810
89,6	115,599279	61,641135	27,053078	115,599245	61,618481	27,043769
100,8	115,599599	58,219551	25,468820	115,599602	58,170073	25,474291
112,0	115,600000	54,560684	23,903739	115,600000	54,523552	23,889785

Таблиця 5.14 – Параметри потоку при $\beta_{K2} = 1,03$ на 156 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	115,598016	84,730000	39,900000	115,597934	84,730000	39,900000
11,2	115,597990	82,181870	38,210475	115,597953	82,149910	38,220004
22,4	115,598087	79,503852	36,569836	115,598010	79,500471	36,568119
33,6	115,598143	76,807863	34,932075	115,598108	76,774252	34,941210
44,8	115,598319	73,970305	33,339544	115,598249	73,962534	33,335839
56,0	115,598462	71,091340	31,739673	115,598432	71,054962	31,748161
67,2	115,598716	68,052860	30,179936	115,598660	68,039072	30,173793
78,4	115,598948	64,940716	28,600224	115,598931	64,899629	28,607623
89,6	115,599279	61,640327	27,052847	115,599245	61,617668	27,043537
100,8	115,599599	58,218547	25,468534	115,599602	58,169060	25,474004
112,0	115,600000	54,559435	23,903387	115,600000	54,522292	23,889429

Таблиця 5.15 – Параметри потоку при $\beta_{K3} = 1,05$ на 156 часовому шарі

Δx , км	$n = 10$			$n = 20$		
	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
0,0	115,598015	84,730000	39,900000	115,597934	84,730000	39,900000
11,2	115,597989	82,181832	38,210462	115,597953	82,1498701	38,219992
22,4	115,598087	79,503767	36,569810	115,598010	79,500385	36,568093
33,6	115,598143	76,807727	34,932034	115,598108	76,774114	34,941169
44,8	115,598319	73,970110	33,339486	115,598249	73,962338	33,335781
56,0	115,598462	71,091080	31,739596	115,598432	71,054698	31,748084
67,2	115,598716	68,052521	30,179837	115,598660	68,038730	30,173694
78,4	115,598948	64,940287	28,600099	115,598931	64,899196	28,607498
89,6	115,599279	61,639788	27,052693	115,599245	61,617125	27,043382
100,8	115,599598	58,217878	25,468344	115,599602	58,168385	25,473812
112,0	115,600000	54,558602	23,903152	115,600000	54,521451	23,889192

Далі розглянемо графіки параметрів газового потоку при $n=10$, порівнюючи зміну кожного параметру при різних значеннях поправки Коріоліса в двох різних точках розбиття.

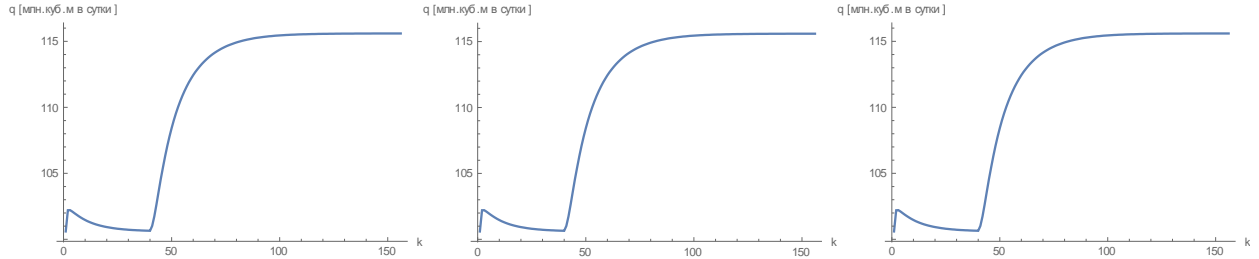


Рисунок 5.1 – Витрата газу в 2-й точці розбиття при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

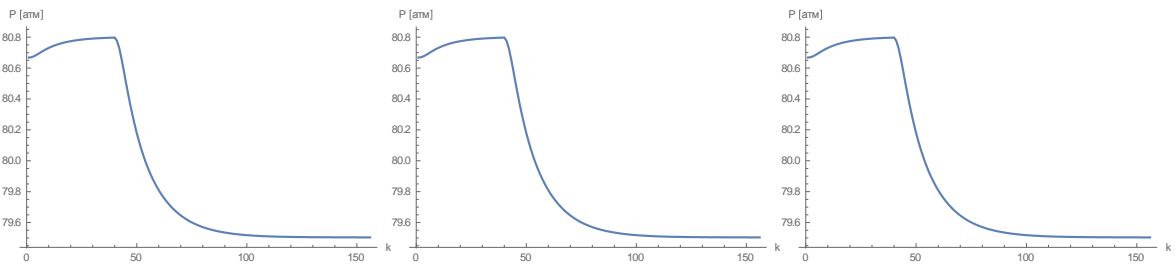


Рисунок 5.2 – Тиск газу в 2-й точці розбиття при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

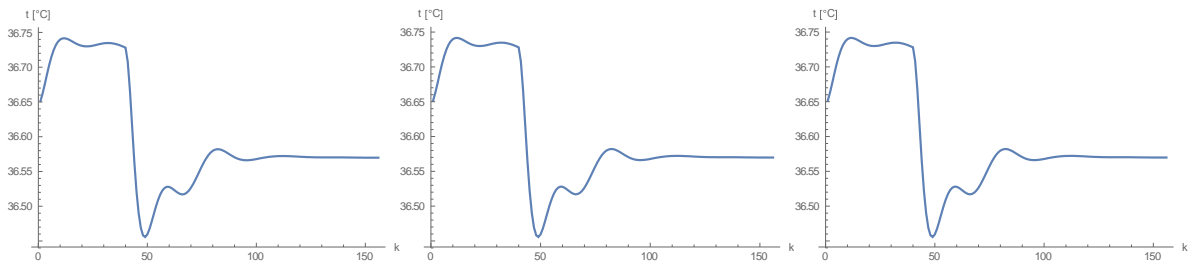


Рисунок 5.3 – Температура газу 2-й точці розбиття
при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

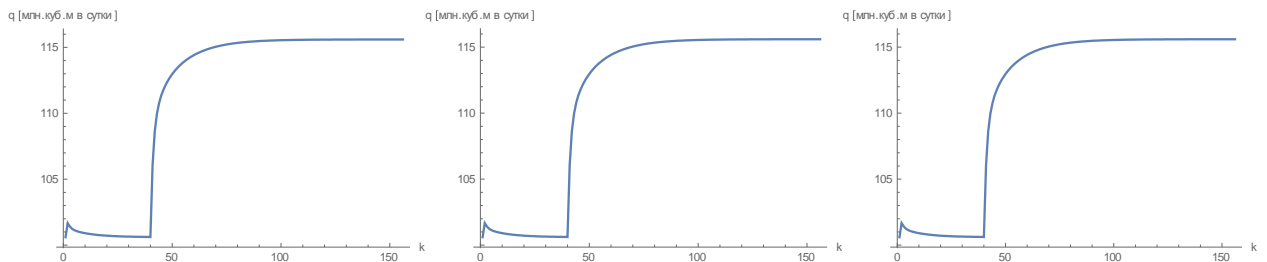


Рисунок 5.4 – Витрата газу в 8-й точці розбиття при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

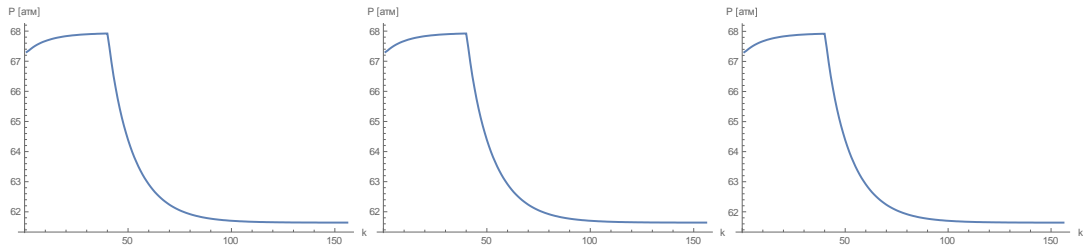


Рисунок 5.5 – Тиск газу в 8-й точці розбиття при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

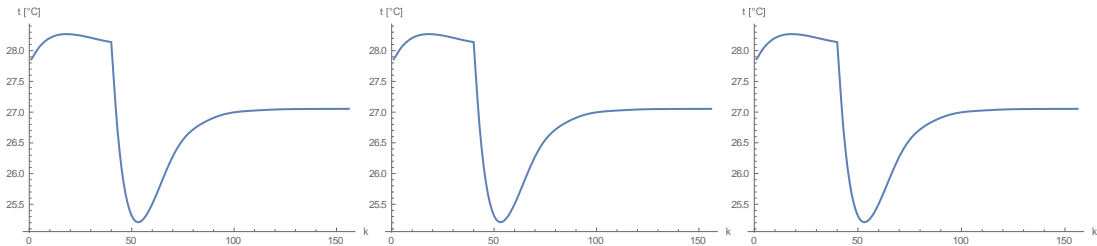


Рисунок 5.6 – Температура газу в 8-й точці розбиття
при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

Аналізуючи подані графіки та таблиці значень параметрів газового потоку для обраних поправок Коріоліса β_K в кожній точці розбиття, бачимо однаковий характер поведінки параметрів потоку газу. Зміни відносно масової витрати, тиску та температури газу розглянемо детальніше на рисунках 5.7 – 5.12 на всіх часових шарах ($k = 1, \dots, 156$) та у відповідних таблицях 5.16 – 5.18 на деяких часових шарах при $n = 10$ точках розбиття, де наведено порівняння максимумів модулів різниць параметрів потоку газу при різних β_K .

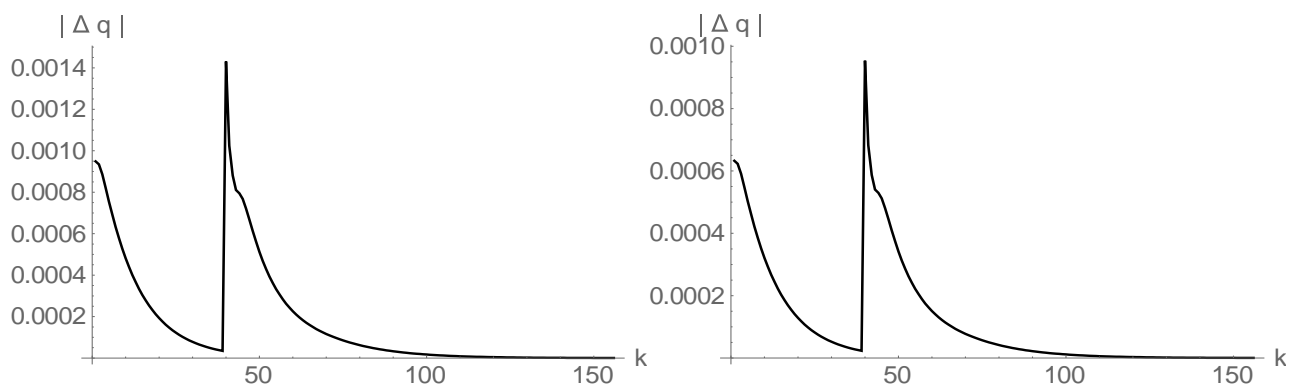


Рисунок 5.7 – Максимуми модулів різниць параметру
витрати газу q , $\text{млн.м}^3 / \text{доб}$ при β_{K1} і β_{K2} та β_{K2} і β_{K3} відповідно

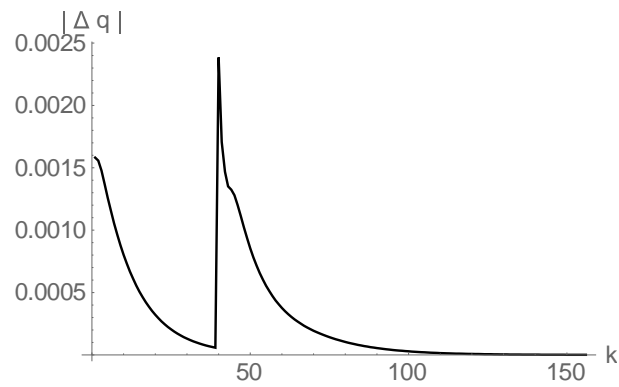


Рисунок 5.8 – Максимум модулів різниць параметру витрати газу q , млн.м³ / доб при β_{K1} і β_{K3}

Таблиця 5.16 – Порівняння максимумів модулів різниць параметру витрати газу q , млн.м³ / доб при різних β_K

	β_{K1} і β_{K2}	β_{K2} і β_{K3}	β_{K1} і β_{K3}
1	0,000949	0,000633	0,001582
39	0,000035	0,000023	0,000058
40	0,001430	0,000954	0,002384
41	0,001024	0,000683	0,001707
42	0,000881	0,000587	0,001468
43	0,000811	0,000540	0,001351
106	0,000011	0,000008	0,000019
110	0,000009	0,000006	0,000015
116	0,000006	0,000004	0,000009
136	0,000002	0,000001	0,000006
142	0,000001	0,000000	0,000002
149	0,000000	0,000000	0,000001
156	0,000000	0,000000	0,000000

У таблиці 5.16 для рисунків 5.7 – 5.8 вписані різниці значень параметру q при різних β_K на тих часових шарах, на яких є різкі зміни максимумів моду-

лів різниць параметру, а саме пік на 40-у часовому шарі та останні зміни значень на 142-у, 136-у та 149-у часових шарах відповідно. Найбільшими значеннями різниці параметру витрати газу при різних $\beta_K \in 0,001430, 0,000954$ і $0,002384$ відповідно (40-й шар) та при сталому режимі ці значення зменшуються до $0,000000$ в усіх трьох випадках.

Таблиця 5.17 – Порівняння максимумів модулів різниць параметру тиску газу P , атм при різних β_K

	β_{K1} і β_{K2}	β_{K2} і β_{K3}	β_{K1} і β_{K3}
1	0,000090	0,000060	0,000151
38	0,000537	0,000358	0,000895
39	0,000538	0,000359	0,000897
40	0,000801	0,000534	0,001334
41	0,000894	0,000596	0,001489
42	0,000937	0,000625	0,001561
43	0,000965	0,000643	0,001608
49	0,001063	0,000709	0,001772
50	0,001075	0,000716	0,001791
51	0,001085	0,000723	0,001808
97	0,001239	0,000826	0,002066
112	0,001245	0,000830	0,002070
118	0,001247	0,000831	0,002078
120	0,001247	0,000831	0,002078
132	0,001248	0,000832	0,002080
136	0,001248	0,000833	0,002080
156	0,001248	0,000833	0,002081

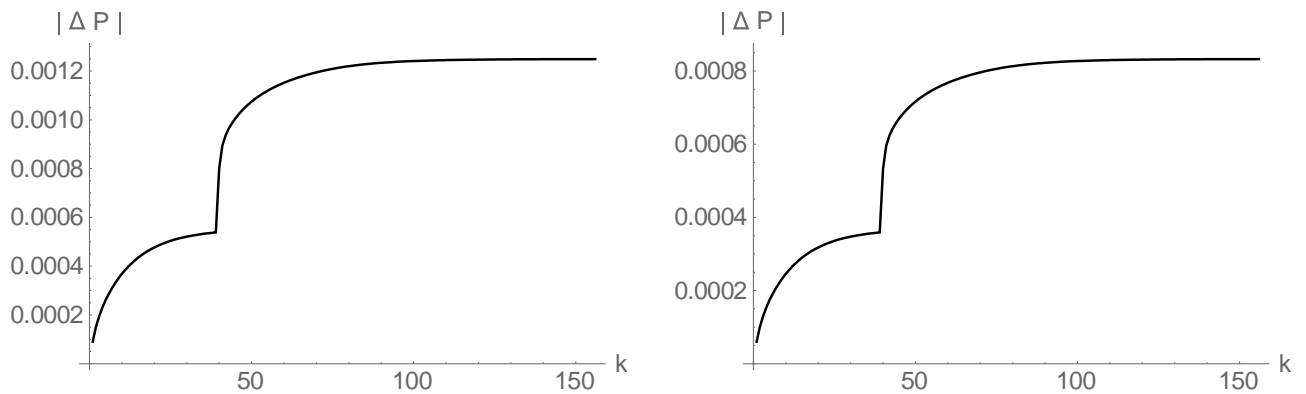


Рисунок 5.9 – Максимуми модулів різниць параметру тиску газу P , *атм*
при β_{K1} і β_{K2} та β_{K2} і β_{K3} відповідно

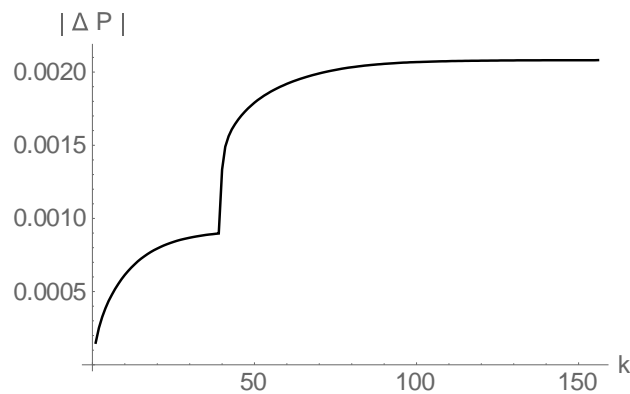


Рисунок 5.10 – Максимум модуля різниць параметру тиску газу P , *атм*
при β_{K1} і β_{K3}

У таблиці 5.17 для рисунків 5.9 – 5.10 вписано різниці значень параметру P при різних β_K на тих часових шарах, на яких є різкі зміни максимумів модулів різниць параметру, а саме різка зміна на 40-у часовому шарі, після якої крива починає зростати, та останні зміни значень на 118-у, 132-у та 136-у часових шарах відповідно. Найбільшими значеннями різниці параметру тиску газу при різних β_K є 0,001248, 0,000833 і 0,002081 відповідно, це відбувається при сталому режимі течії газу.

Таблиця 5.18 – Порівняння максимумів модулів різниць параметру витрати газу T , °C при різних β_K

	β_{K1} і β_{K2}	β_{K2} і β_{K3}	β_{K1} і β_{K3}
1	0,000108	0,000072	0,000181
14	0,000310	0,000207	0,000518
15	0,000311	0,000208	0,000519
16	0,000310	0,000207	0,000518
39	0,000206	0,000137	0,000344
40	0,000486	0,000324	0,000811
41	0,000537	0,000358	0,000895
42	0,000530	0,000353	0,000884
65	0,000444	0,000296	0,000739
66	0,000442	0,000295	0,000736
67	0,000439	0,000293	0,000733
132	0,000353	0,000236	0,000589
134	0,000353	0,000236	0,000589
136	0,000353	0,000235	0,000589
144	0,000353	0,000235	0,000588
156	0,000352	0,000235	0,000587

У таблиці 5.18 для рисунків 5.11 – 5.12 вписано різниці значень параметру T при різних β_K на тих часових шарах, на яких є різкі зміни максимумів модулів різниць параметру, а саме коливання на 15-му часовому шарі, різка зміна на 41-у часовому шарі, після якої крива починає спадати, та останні зміни значень на 144-у, 134-у та 144-у часових шарах відповідно. Найбільшими значеннями різниці параметру тиску газу при різних β_K є 0,000537, 0,000358 і 0,000895 відповідно (41-й шар) та при сталому режимі ці значення зменшуються до 0,000352, 0,000235 і 0,000587 відповідно, та залишаються такими.

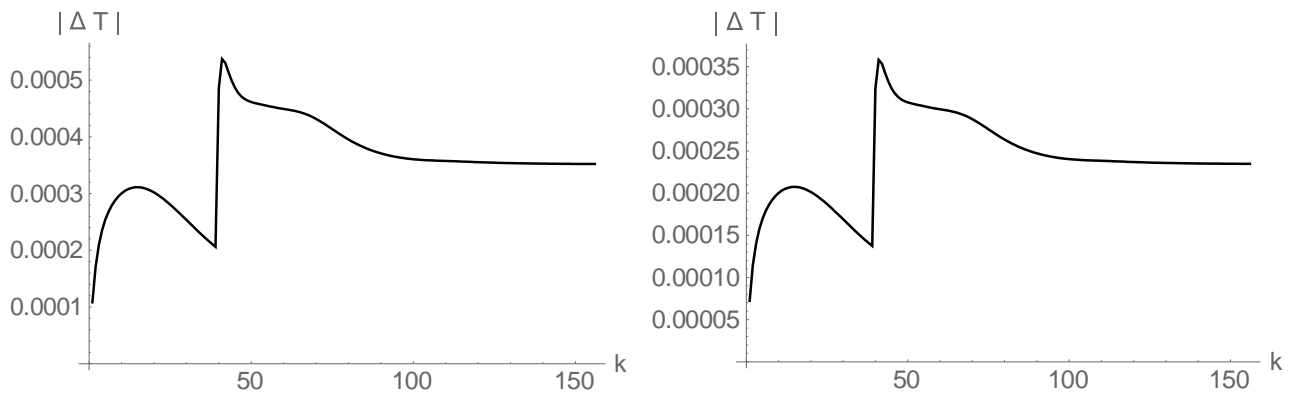


Рисунок 5.11 – Максимуми модулів різниць параметру температури газу $T, ^\circ\text{C}$ при β_{K1} і β_{K2} та β_{K2} і β_{K3} відповідно

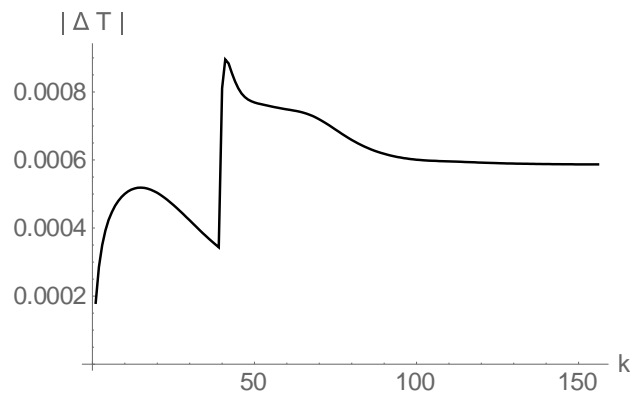


Рисунок 5.12 – Максимум модуля різниць параметру температури газу $T, ^\circ\text{C}$ при β_{K1} і β_{K3}

Бачимо, що графіки порівняння максимумів модулів різниць параметрів газового потоку при різних β_K мають однаковий характер поведінки та найбільша різниця значень з'являється після різкої зміни граничних умов. Також по всім параметрам найбільша різниця по максимуму модулю різності виявилась при порівнянні значень при $\beta_{K1} = 1,00$ та $\beta_{K3} = 1,05$, а саме 0,002384 за витратою, 0,002081 за тиском та 0,000895 за температурою газу.

Тепер розглянемо відключення від ДТ великих споживачів та розрахуємо параметри перехідного режиму лише для $n = 10$, бо проаналізувавши результати експерименту з підключенням великих споживачів бачимо, що нераціонально розраховувати РТГ при $n = 20$ через великий час роботи програми і несуттєві зміни в точності розрахунків. Далі порівняємо параметри перехідного режи-

му на кількох часових шарах. Відключення, як і підключення, відбудеться на 200 хвилині, тобто на 40-у часовому шарі. Маємо граничні умови:

$$\begin{cases} P(0, t) = 84,73 \text{ атм}, \\ T(0, t) = 39,9 \text{ }^\circ\text{C}. \end{cases} \quad G(L, t) = \begin{cases} 100,6 \text{ млн.м}^3 / \text{доб}, t < 200 \text{ хв}, \\ 85,6 \text{ млн.м}^3 / \text{доб}, t \geq 200 \text{ хв}. \end{cases}$$

Розглянемо отримані для $n = 10$ графіки параметрів газового потоку при різних значеннях коефіцієнта Коріоліса (рис. 5.13 – 5.18).

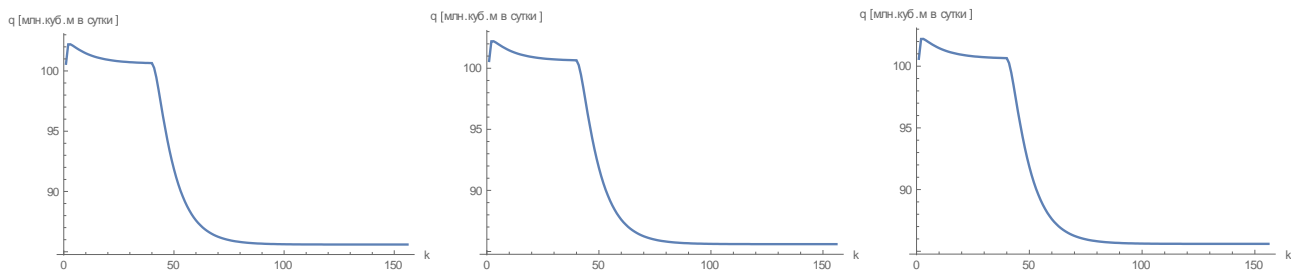


Рисунок 5.13 – Витрата газу в 2-й точці розбиття при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

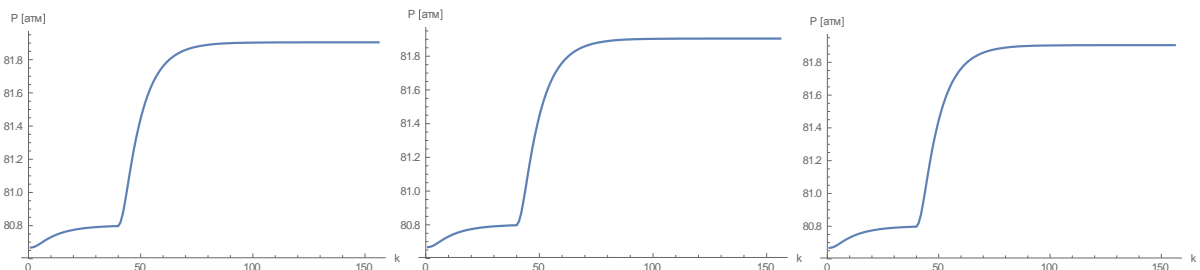


Рисунок 5.14 – Тиск газу в 2-й точці розбиття при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

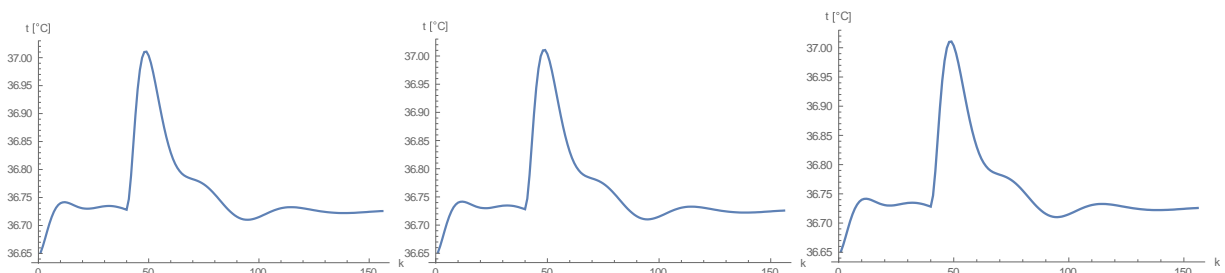


Рисунок 5.15 – Температура газу в 2-й точці розбиття
при $\beta_{K1}, \beta_{K2}, \beta_{K3}$ відповідно

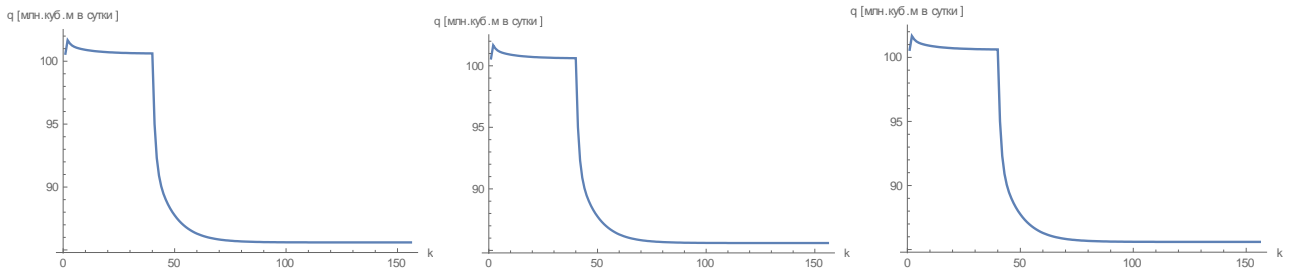


Рисунок 5.16 – Витрата газу в 8-й точці розбиття при β_{K1} , β_{K2} , β_{K3} відповідно

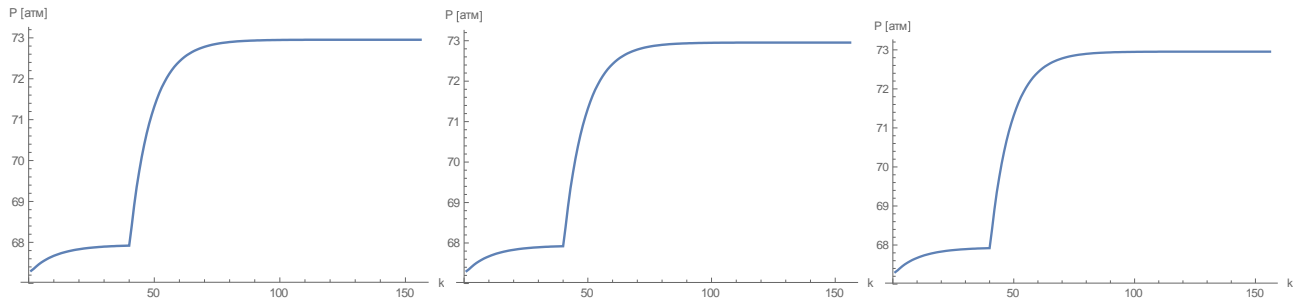


Рисунок 5.17 – Тиск газу в 8-й точці розбиття при β_{K1} , β_{K2} , β_{K3} відповідно

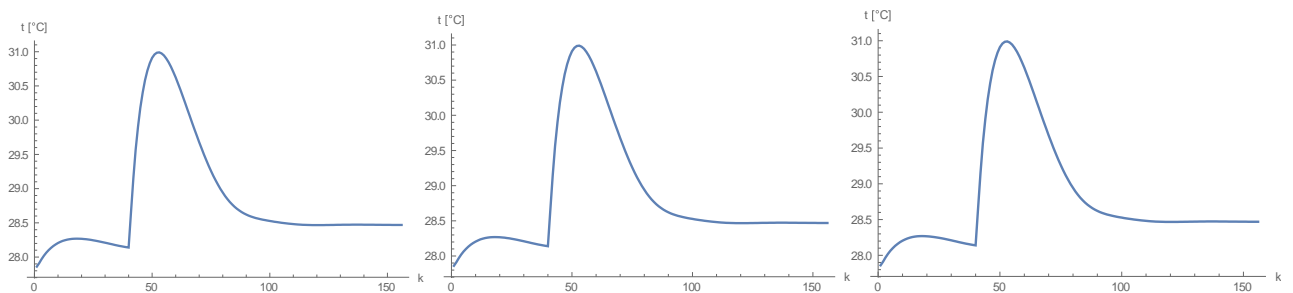


Рисунок 5.18 – Температура газу в 8-й точці розбиття
при β_{K1} , β_{K2} , β_{K3} відповідно

Як бачимо, характер поведінки параметрів газового потоку не змінюється в залежності від β_K .

Порівнюємо отримані результати. Для цього побудуємо графіки (рис. 5.19 – 5.24) та таблиці 5.19 – 5.21 максимумів модулів різниць параметрів газового потоку при β_{K1} і β_{K2} , β_{K2} і β_{K3} , β_{K1} і β_{K3} .

Таблиця 5.19 – Порівняння максимумів модулів різниць параметру витрати газу q , млн.м³ / доб при різних β_K

	β_{K1} і β_{K2}	β_{K2} і β_{K3}	β_{K1} і β_{K3}
1	0,000949	0,000633	0,001582
39	0,000035	0,000023	0,000058
40	0,001235	0,000823	0,002058
41	0,000869	0,000579	0,001448
42	0,000760	0,000507	0,001267
43	0,000713	0,000475	0,001188
106	0,000002	0,000001	0,000003
110	0,000001	0,000000	0,000002
116	0,000000	0,000000	0,000001
136	0,000000	0,000000	0,000000
142	0,000000	0,000000	0,000000
149	0,000000	0,000000	0,000000
156	0,000000	0,000000	0,000000

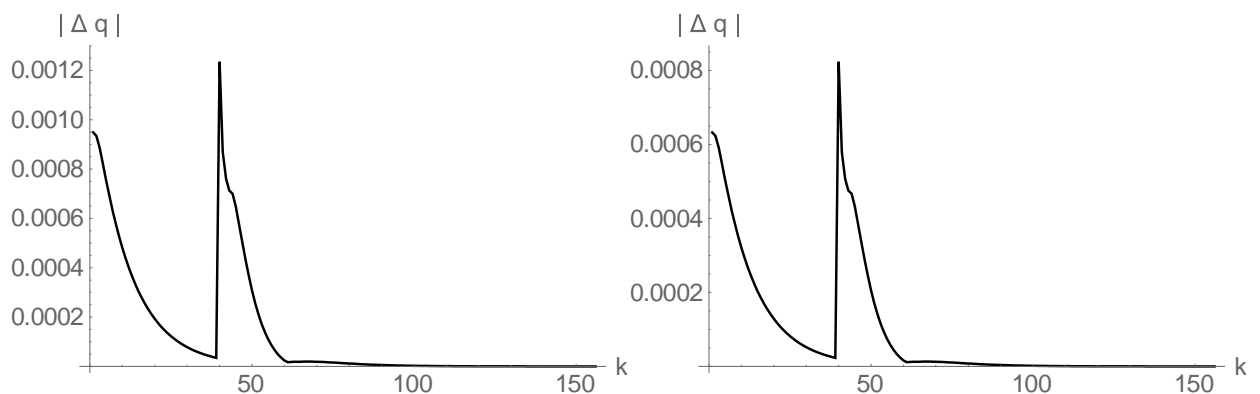


Рисунок 5.19 – Максимуми модулів різниць параметру витрати газу q , млн.м³ / доб при β_{K1} і β_{K2} та β_{K2} і β_{K3} відповідно

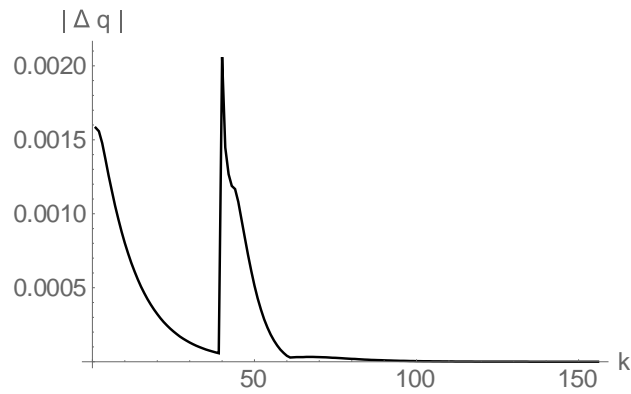


Рисунок 5.20 – Максимум модулів різниць параметру витрати газу q , млн.м³ / доб при β_{K1} і β_{K3}

У таблиці 5.19 для рисунків 5.19 – 5.20 наведено різниці значень параметру q по модулю при різних β_K на тих часових шарах, на яких є різкі зміни характеру поведінки кривої, а саме пік на 40-у часовому шарі та останні зміни значень на 110-у, 106-у та 116-у часових шарах відповідно. Найбільшими значеннями різниці параметру витрати газу при різних β_K є 0,001235, 0,000823 і 0,002058 відповідно (40-й шар) та при сталому режимі ці значення зменшуються до 0,000000 в усіх трьох випадках.

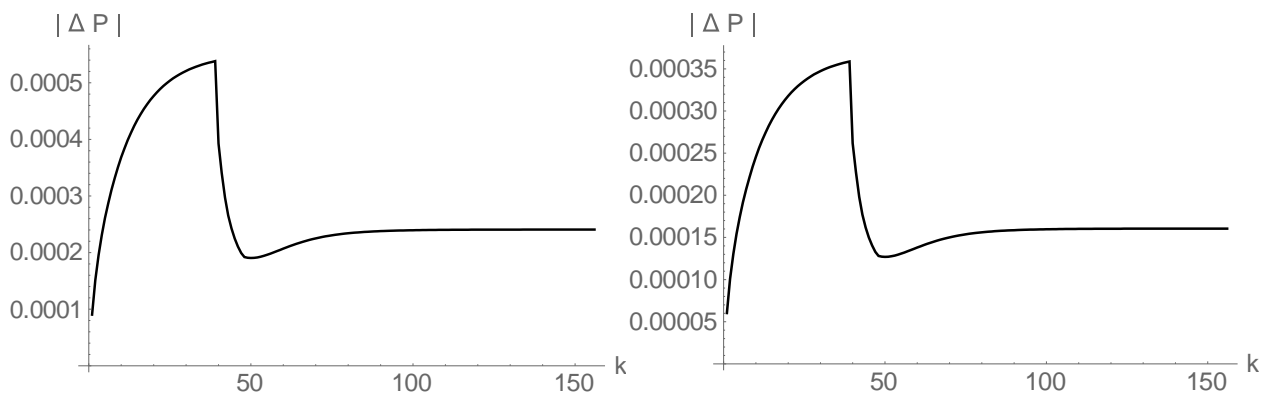


Рисунок 5.21 – Максимуми модулів різниць параметру тиску газу P , атм при β_{K1} і β_{K2} та β_{K2} і β_{K3} відповідно

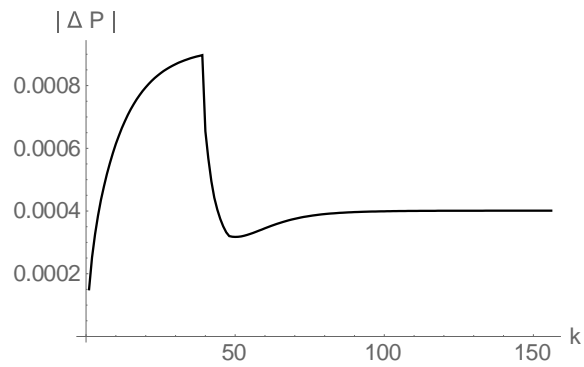


Рисунок 5.22 – Максимум модуля різниць параметру тиску газу P , атм
при β_{K1} і β_{K3}

Таблиця 5.20 – Порівняння максимумів модулів різниць параметру
тиску газу P , атм при різних β_K

	β_{K1} і β_{K2}	β_{K2} і β_{K3}	β_{K1} і β_{K3}
1	0,000090	0,000060	0,000151
38	0,000537	0,000358	0,000894
39	0,000538	0,000359	0,000897
40	0,000393	0,000261	0,000655
41	0,000341	0,000227	0,000569
42	0,000297	0,000198	0,000495
43	0,000266	0,000177	0,000443
49	0,000191	0,000127	0,000318
50	0,000190	0,000126	0,000317
51	0,000191	0,000127	0,000318
97	0,000239	0,000159	0,000399
112	0,000240	0,000160	0,000400
118	0,000240	0,000160	0,000401
120	0,000240	0,000160	0,000401
132	0,000241	0,000160	0,000401
136	0,000241	0,000160	0,000401
156	0,000241	0,000160	0,000401

У таблиці 5.20 для рисунків 5.21 – 5.22 наведено різниці значень параметру P при різних β_K на тих часових шарах, на яких є різкі зміни характеру поведінки кривої, а саме пік на 39-у часовому шарі, після якої крива починає спадати до $k = 50$, а потім вирівнюється до кінця ділянки, та останні зміни значень на 120-у, 97-у та 112-у часових шарах відповідно. Найбільшими значеннями різниці параметру тиску газу при різних $\beta_K \in 0,000538, 0,000359$ і $0,000897$ відповідно (39-й шар) та при сталому режимі ці значення встановлюється на значеннях $0,000241, 0,000160$ і $0,000401$ відповідно.

Таблиця 5.21 – Порівняння максимумів модулів різниць параметру

витрати газу $T, ^\circ C$ при різних β_K

	β_{K1} і β_{K2}	β_{K2} і β_{K3}	β_{K1} і β_{K3}
1	0,000108	0,000072	0,000181
14	0,000310	0,000207	0,000518
15	0,000311	0,000208	0,000519
16	0,000310	0,000207	0,000518
39	0,000206	0,000137	0,000344
40	0,000162	0,000108	0,000269
41	0,000139	0,000093	0,000232
42	0,000119	0,000079	0,000199
65	0,000015	0,000010	0,000026
66	0,000013	0,000009	0,000022
67	0,000015	0,000010	0,000025
132	0,000064	0,000043	0,000106
134	0,000064	0,000042	0,000106
136	0,000063	0,000042	0,000106
144	0,000063	0,000042	0,000105
156	0,000063	0,000042	0,000105

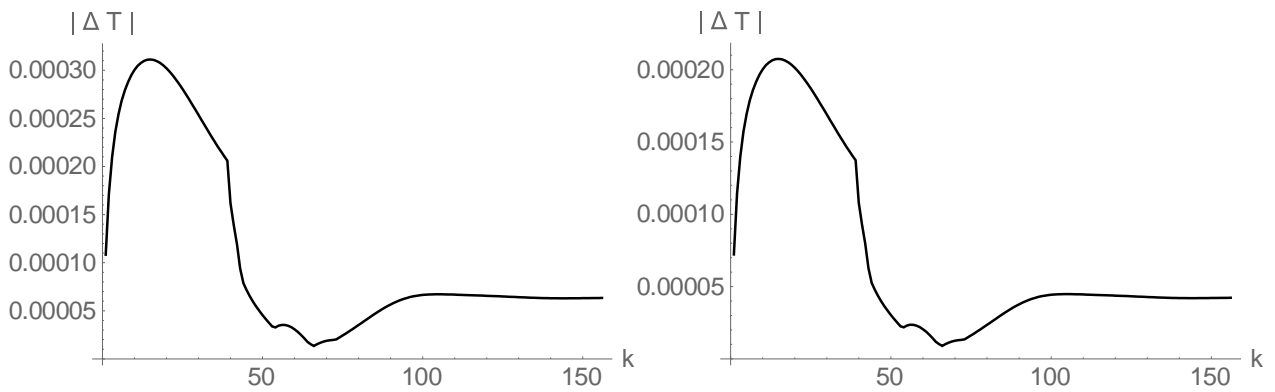


Рисунок 5.23 – Максимуми модулів різниць параметру температури газу $T, ^\circ\text{C}$ при β_{K1} і β_{K2} та β_{K2} і β_{K3} відповідно

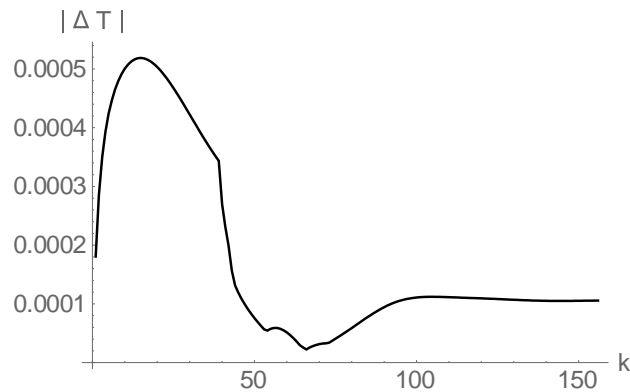


Рисунок 5.24 – Максимум модуля різниць параметру температури газу $T, ^\circ\text{C}$ при β_{K1} і β_{K3}

У таблиці 5.21 для рисунків 5.23 – 5.24 отримано різниці значень параметру T при різних β_K на тих часових шарах, на яких є різкі зміни характеру поведінки кривої, а саме коливання на 15-му часовому шарі, різка зміна на 40-у часовому шарі, після якої крива починає спадати до 66-го шару, а потім вирівнюється до кінця ділянки, та останні зміни значень на 134-у, 132-у та 136-у часових шарах відповідно. Найбільшими значеннями різниці параметру тиску газу при різних β_K є 0,000311, 0,000208 і 0,000519 (15-й шар) відповідно. При сталому режимі після перехідного процесу ці значення зменшуються до 0,000063, 0,000042, 0,000105 відповідно.

Отримали аналогічні випадку підключення великих споживачів результати: найбільша різниця значень з'являється після різкої зміни граничних умов,

крім випадку з температурою, по всім параметрам найбільша різниця по максимуму модулю різності виявилась при порівнянні значень при $\beta_{K1} = 1,00$ та $\beta_{K3} = 1,05$, а саме 0,002058 за витратою, 0,000897 за тиском та 0,000519 за температурою газу.

Як можна бачити, при підключенні та відключенні великих споживачів максимумами модулів різниць параметрів газового потоку поведуться по-різному:

– при підключенні ВС різниці параметру тиску газу та температури збільшуються після перехідного процесу при різних β_K з наступним встановленням на постійному значенні;

– при відключенні ВС різниці параметру тиску газу та температури зменшуються після перехідного процесу при різних β_K та через декілька часових шарів встановлюється на постійному значенні;

– тільки максимумами модулів різниць за масовою витратою ведуть себе однаково як у випадку підключення, так і у випадку відключення ВС – вони зменшуються до перехідного процесу, на початку перехідного процесу відбувається стрибок збільшення, а далі йде поступове зменшення практично до нульових значень.

Для подальшого порівняльного аналізу оберемо найбільші значення максимумів модулів різниць параметрів газового потоку при β_{K1} і β_{K3} при підключенні та відключенні великих споживачів та для наочності запишемо їх у таблицю 5.22.

Таблиця 5.22 – Порівняння найбільших значень максимумів модулів різниць параметрів газового потоку при β_{K1} і β_{K3}

	q , млн.м ³ /доб	P , атм	T , °C
Підключення ВС	0,002384	0,002081	0,000895
Відключення ВС	0,002058	0,000897	0,000519

Порівнюючи дані з таблиці 5.22, бачимо, що максимумами модулів різниць параметрів газового потоку при підключенні та відключенні ВС ведуть себе по-різному. Розглянемо випадок підключення: найбільше значення різниці за витратою та тиском газу досягається на третьому знаку після коми, за температурою – на четвертому. У випадку відключення найбільше значення різниці за витратою газу досягається на третьому знаку після коми, а за тиском та температурою – на четвертому.

Очевидно, що при підключенні споживачів відбувається більш значне збільшення різниць параметрів потоку газу в порівнянні з відключенням. Цей та інші експерименти показали, чим більша витрата газу, якій протікає по трубі, тим більші максимумами модулів різниць параметрів газового потоку, які відповідають різним значенням коефіцієнту Коріоліса β_K , відповідно, при зменшенні витрата газу різниця стає менш суттєвою.

Відповідаючи на запитання про доцільність використання поправки Коріоліса, можемо сказати, що при великих витратах газу, що надходить на ділянку при підключенні великих споживачів, можна враховувати поправку Коріоліса, тому що чим більше витрата газу, тим більше вплив поправки Коріоліса на чисельні результати. В загальному випадку, використання поправки Коріоліса залежить від необхідної точності розрахунків, тобто є сенс використовувати поправку Коріоліса, якщо необхідно враховувати значення параметрів газового потоку з точністю більшою, ніж $\varepsilon = 10^{-3}$.

ВИСНОВКИ

В результаті виконання кваліфікаційної роботи проведено огляд математичних моделей НН РТГ та обрана ММ НН РТГ по ДТ великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса, для якої створено ПП і проаналізована його робота при різних значеннях поправки Коріоліса та оцінені результати моделювання.

Розв'язання рівнянь ММ з відомими граничними і початковими умовами виконані методом скінченних різниць з використанням РСРС, а отримана система нелінійних алгебраїчних рівнянь – методом Ньютона.

Проведено аналіз результатів моделювання ситуацій підключення та відключення ВС. З'ясовано як змінюється характер поведінки параметрів газового потоку та вплив різних значень поправки Коріоліса на зміни параметрів масової витрати, тиску та температури газу відповідно. Створений програмний продукт моделює поведінку параметрів газового потоку при нестационарному неізотермічному режимі, а також розраховує максимуми модулів різниць параметрів потоку газу ММ.

Наведено порівняльний аналіз результатів обчислень для масової витрати, тиску та температури при кожному значенні поправки Коріоліса. Виявлені найбільші максимуми модулів різниць для кожного параметру. Результати аналізу показали як впливає поправка Коріоліса на поведінку параметрів математичної моделі нестационарного неізотермічного РТГ по ДТ великого діаметру. Зроблено висновок про доцільність використання поправки Коріоліса для режиму який розглядається.

Отримані результати кваліфікаційної роботи корисні для подальшого використання поправки Коріоліса у ММ НН РТГ по ділянкам великого діаметру, зменшення ймовірності появи позаштатних ситуацій, можливості проектування ГТС з автоматизованими режимами течії газу.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Masri R., Puelz C., Riviere B. A reduced model for solute transport in compliant blood vessels with arbitrary axial velocity profile // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2021. Vol. 176. P. 1–17.
2. Гусарова І. Г., Губська А. Д. Аналіз математичної моделі нестационарного режиму течії газу по ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса // *Матеріали II Міжнародної наукової конференції «Здобутки та досягнення прикладних та фундаментальних наук XXI століття»* : (м. Рівне, 5 листопада, 2021 р.). Вінниця: Європейська наукова платформа, 2021. Т. 2. С. 49–50.
3. Гусарова І. Г., Губська А. Д. Комп'ютерне моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса // *Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології та системи»* : тези доповідей (м. Харків, 8-9 квітня 2021 р.). Харків : ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2021. С. 14.
4. Сарданашвили С. А. Расчетные методы и алгоритмы (трубопроводный транспорт газа). Москва : Нефть и газ, 2005. 577 с.
5. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Прялов С. Н. Основы численного моделирования магистральных трубопроводов. Москва : МАКС Пресс, 2009. 436 с.
6. Сухарев М. Г., Ставровский Е. Р. Оптимизация систем транспорта газа. Москва : Недра, 1975. 277 с.
7. Курбатова Г. И., Попова Е. А., Флиппов Б. В. Модели морских газопроводов. Санкт-Петербург : Изд-во СПбГУ, 2005. 156 с.
8. Груничева Е. В., Курбатова Г. И., Попова Е. А. Нестационарное неизо-термическое течение смеси газов по морским газопроводам. // *Математическое моделирование*, 2011. Т. 23, № 4. С. 141–153.
9. Adolfo D., Carcasci C. Unsteady Simulation of Natural Gas Networks // *AIP Conference Proceedings*. 2019. Vol. 2191, № 1. P. 33–41.
10. Arthur M., Asiedu N., Bentum E., Abunde F. Transient Modeling and Sim-

ulations with Ansys Flotran of Natural Gas in Pipelines // Preprints. 2018. № 2018070150. (doi: 10.20944/preprints201807.0150.v1).

11. Akhmetzyanov A. V., Salnikov A. M. Mathematical Models of Unsteady Flow Distribution in Gas Transport Systems // International Conference on «Knowledge Based and Intelligent Information and Engineering Systems», KES2017, (6-8 September 2017, Marseille, France). Procedia Computer Science 112, 2017. P. 1160–1167.

12. Гусарова И. Г., Губська А. Д. Моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Коріоліса // Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології та системи» : тези доповідей (м. Харків, 9-10 квітня 2020 р.). Харків : ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2020. С. 4.

13. Гусарова И. Г., Мелиневский Д. В. Численное моделирование переходных режимов течения газа с использованием различных конечно-разностных сеток // Системи обробки інформації. 2017. № 2. С. 29–33.

14. Гусарова И. Г., Соловйов О. М. Застосування методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні перехідних режимів течії газу // Системи обробки інформації. 2019. № 2. С. 33–39.

15. Шлипченко З. С. Насосы, компрессоры и вентиляторы. Киев : Техніка, 1976. 368 с.

16. Молоканов Ю.К. Процессы и аппараты нефтегазо-переработки. Москва : Химия, 1980. 408 с.

17. Гусарова И. Г., Мелиневский Д. В. Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей // Системи обробки інформації. 2016. №4 (141). С. 23–27.

18. Голубева Л. Л., Малевич А. Э., Щеглова Н. Л. Компьютерная математика. Символьный пакет Mathematica : курс лекций, Минск : БГУ, 2005. 103 с.