МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МНОГОФАЗНЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Горбенко И. Д., Киянчук Р. И., Замула А. А.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина 14,
каф. Безопасности информационных технологий, тел. (057) 702-14-25
ruslan.kiyanchuk@gmail.com, alexz_@bk.ru

Spread spectrum signals are essential for building effective and widely used radio communication systems. The system quality heavily depends on chosen discrete signals set and their correlation properties. Therefore techniques for generating such high quality signals are needed. Our paper introduces efficient methods for binary and polyphase discrete signals generation. The signals are formed by computing n-th character of Galois field, where n is the number of signal phases. Binary signals generation may be optimized using decimation method which is also described in the paper.

В большинстве случаев среда, в которой работает приёмо-передающая система не способствует надёжному её функционированию. Принятый системой сигнал является результатом наложения шумов и многих копий исходного сигнала с искажёнными параметрами, что усложняет извлечение полученных данных. Для эффективного разрешения сигналов необходимо, чтобы их кодовые последовательности обладали достаточно низкой корреляцией [3]. Чем меньше подобие сигналов, тем проще системе безошибочно их принять даже со значительными искажениями. В условиях сильных шумов (фоновых или созданных намеренно) при ограничении на пиковую мощность передатчика разрешение сигналов становится практически невозможным. Решить данную проблему при частотно-временных измерениях позволяет технология распределённого спектра сигналов.

Одним из методов формирования кодовых последовательностей с соответствующими корреляционными характеристиками является алгоритм построения многопозиционных характеристических дискретных сигналов [2]. Метод основан на вычислении характера конечного поля Галуа --- отображения поля на некоторую абелеву группу. Как будет показано далее, частный случай этого алгоритма (порядок характера простого поля равен 2) позволяет также получить двоичные дискретные сигналы [1].

Функция вычисления $k-$значного характера поля имеет вид:

$$\psi(a_i) = \exp(j\frac{2\pi}{k}) \cdot v_i, \qquad (1)$$

где $\begin{cases} p^n - 1 \equiv 0 \bmod k, \\ 2 \le k \le p^n - 1; \end{cases}$

v_i -- индексы элементов поля $GF(p^n)$, упорядоченных в порядке возрастания;

n -- степень расширения поля;

k -- порядок характера конечного поля.

Длина кодовой последовательности равна $p^n - 1$. Метод формирования многопозиционных характеристических дискретных сигналов может быть представлен следующими шагами (операция индексации массива при описании алгоритма показана нижним индексом или квадратными скобками "[...]").

1. Формируется массив индексов $v_i = [0, p^n - 1)$ и массив элементов расширенного поля $GF(p^n)$ путём умножения мультипликативного генератора поля на самого себя до получения всех элементов:

$$a_i = \theta^i(x) \bmod (f(x), p), \qquad (2)$$

где $f(x)$ -- неприводимый над полем полином.

Например, поле $GF(3^2)$ состоит из элементов $\{1,3,4,7,2,6,8,5\}$.

2. Формируется массив C инкрементированных элементов поля $GF(p^n)$ по правилу:

$$\begin{aligned} C_i &= 1 && \text{при } \theta^i \equiv 0 \bmod (f(x), p), \\ C_i &= a_i + 1 && \text{иначе,} \end{aligned} \tag{3}$$

где $i = [0, p^n - 1)$.

Например, для поля $GF(3^2)$ массив C выглядит так: $\{2,4,5,8,1,7,6,3\}$.

3. Формируется массив K по правилу:

$$K[a_i - 1] = i + 1, \tag{4}$$

где $i = [0, p^n - 1)$.

Пример массива K для поля $GF(3^2)$ выглядит так: $\{1,5,2,3,8,6,4,7\}$.

4. Формируется массив U по правилу:

$$U_i = K[C_i - 1] (\bmod p). \tag{5}$$

Пример массива U над полем $GF(3^2)$: $\{5,0,4,6,1,3,2,7\}$

5. В соответствии с (1) для всех элементов массива U вычисляют $k-$значный характер поля

$$\psi(a_i) = \psi(U_i). \tag{6}$$

В частности,

$$\begin{aligned} \psi(U_i) &= 1 && \text{если } U_i \equiv 0 (\bmod k), \\ \psi(U_i) &= \exp(j\frac{2\pi}{k}) \cdot 1 && \text{если } U_i \equiv 1 (\bmod k), \\ &\vdots \\ \psi(U_i) &= \exp(j\frac{2\pi}{k}) \cdot (k-1) && \text{если } U_i \equiv k-1 (\bmod k). \end{aligned} \tag{7}$$

Формирование множества всех возможных кодов для данного поля возможно путем нахождения всех изоморфных полей.

Как уже сказано ранее, в случае 2-значного характера построение бинарных кодовых последовательностей можно оптимизировать. Нахождение всех неприводимых полиномов и их возведение в степень для построения полей --- ресурсоемкие с точки зрения вычислений операции. Но в случае двоичных последовательностей достаточно построить только базовое поле $GF(p)$, а все изоморфные сигналы возможно получить путем выбора элементов на позициях, номер которых является числом взаимнопростым с $p-1$ [1]. Для заданной кодовой последовательности C нахождение изоморфного сигнала E по децимации D представлено ниже:

$$E_i = C[D * i \bmod (p^n - 1)], \tag{8}$$

где $p^n - 1$ -- период сигнала. Вычислив изоморфные кодовые последовательнсти согласно (8) для всех децимаций, получим множество всех возможных двоичных кодов для данного расширения поля. Мощность этого множества равна функции Ейлера $\phi(p-1)$.

Множество характеристических кодов над простым полем $GF(13)$ для разных характеров представлено в таблице 1.

Таблица 1. Характеристические коды над полем $GF(13)$

Характер	Кодовые последовательности
2	[0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0]
	[0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0]
	[1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0]
	[0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0]
3	[2, 2, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 0, 2, 1]
	[0, 2, 0, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 2]
	[1, 1, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 0, 2, 0, 2]
	[1, 2, 0, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 2, 2]
6	[2, 5, 4, 3, 3, 0, 1, 1, 5, 0, 2, 4]
	[0, 2, 3, 5, 5, 1, 4, 3, 0, 4, 1, 2]
	[1, 4, 0, 3, 4, 1, 5, 5, 3, 2, 0, 2]
	[4, 2, 0, 5, 1, 1, 0, 3, 3, 4, 5, 2]
11	[2, 5, 10, 9, 3, 1, 1, 7, 0, 6, 8, 4]
	[1, 8, 9, 0, 5, 1, 4, 3, 6, 10, 7, 2]
	[7, 10, 6, 3, 4, 1, 5, 0, 9, 8, 1, 2]
	[4, 8, 6, 0, 7, 1, 1, 3, 9, 10, 5, 2]

В работе представлены эффективные методы построения многопозиционных и двоичных дискретных характеристических кодов, применимых в технологиях распределенного спектра. Сложность синтезирования данных кодов меньше известных алгоритмов построения дискретных последовательностей [4], что позволяет использовать их в системах с ограниченными вычислительными ресурсами и при этом сохранять высокую производительность.

Литература:

1. Горбенко, И. Д., Замула, А. А. и Бессарабенко, К. В. Ускоренные алгоритмы формирования систем характеристических дискретных сигналов. *Радиотехника*, 84:69-72, 1988.

2. Горбенко, И. Д., Штанько, И. А. и Пестерев, А. К. Ускоренный алгоритм построения многопозиционных характеристических дискретных сигналов. *Радиотехника*, 101, 1997.

3. Ипатов, Валерий П. *Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения*. Техносфера, 2007.

4. Свердлик, М. Б. *Оптимальные дискретные сигналы*. «Советское радио», Москва, 1975.