

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ, МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

ISSN 1563-0064

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ИНФОРМАТИКА

Научно-технический журнал

Основан в 1997 г.

№ 3(58), июль – сентябрь 2012

Выходит 4 раза в год

© Харьковский национальный
университет радиоэлектроники, 2012

Свидетельство о государственной регистрации КВ № 12097-968 ПР 14.12.2006

РИ, 2012, № 3

СОДЕРЖАНИЕ

РАДИОТЕХНИКА

САХНЕНКО Н.К. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТОТЫ В ФОТОННЫХ МОЛЕКУЛАХ С МЕНЯЮЩИМСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ.....	3
--	---

ЭЛЕКТРОНИКА

АЛЕКСЕЕВ В.Ф., ПИСКУН Г.А. ВЛИЯНИЕ РАЗРЯДОВ СТАТИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСТВА НА ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, ИНСТАЛЛИРОВАННОЕ ВО ВСТРОЕННУЮ FLASH-ПАМЯТЬ МИКРОКОНТРОЛЛЕРОВ.....	8
---	---

СИСТЕМЫ И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

КОЛОСОВА С.В., ЛАМТЮГОВА С.Н., СИДОРОВ М.В. ПРИМЕНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ К РЕШЕНИЮ ВНЕШНИХ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ.....	13
БЛИШУН А.П. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ФИЛЬТРАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ ПОД ФЛЮТБЕТОМ ПРИ НАЛИЧИИ ЛИНЗ.....	18
АРТЮХ А.В., ЯЛОВЕГА И.Г. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ЗАДАЧ ВЯЗКОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ.....	22
ГИБКИНА Н.В., РОГОВОЙ Н.С., СИДОРОВ М.В., СТАДНИКОВА А.В. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ МЕТОДОМ R-ФУНКЦИЙ.....	28

КОМПЬЮТЕРНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА

ВАСИЛЕВИЧ Л.Ф., МИХАЙЛЮК А.Ю., МИХАЙЛЮК О.С., ОГНІВЧУК Л.М., ТАРАСЕНКО В.П. ФУНКЦІОНАЛЬНО-ОРИЄНТОВАНЕ ПРОЄКТУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИХ СИСТЕМ. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ПРІОРИТЕТНОСТІ ЧАСТКОВИХ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ.....	35
ХАХАНОВ В.И., ГЕРАСИМЕНКО К.Е. МЕТОД ПРИРАЩЕНИЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТЕСТОПРИГОДНОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ УПРАВЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ.....	45
КАМЕНЕВА И.В., АФАНАСЬЕВ А.С. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ СЛОВОИЗМЕНЕНИЯ ИМЕН ПРИЛАГАТЕЛЬНЫХ РУССКОГО ЯЗЫКА.....	52
ЛИСИЦКАЯ И.В., НАСТЕНКО А.А., ЛИСИЦКИЙ К.Е. О КРИПТОГРАФИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ СХЕМ РАЗВОРАЧИВАНИЯ КЛЮЧЕЙ В ОБЕСПЕЧЕНИИ СТОЙКОСТИ БЛОЧНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ ШИФРОВ К АТАКАМ ЛИНЕЙНОГО И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО КРИПТОАНАЛИЗА.....	56
ХАХАНОВ В.И., ЧУМАЧЕНКО С.В., MURAD ALI ABBAS, ГОРОБЕЦ А.А., СКОРОБОГАТЫЙ М.В., БЕЛОУС В.В. МОДЕЛИ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР.....	66

КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

ГЛОБА Л.С. , ЛИСЕНКО Д.С. , АЛЕКСЕЕВ М.О. МЕТОД АНАЛІЗУ ТА ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БАЗОВИХ СТАНЦІЙ СТАНДАРТУ LTE.....	72
---	----

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

НИКОНОВ О.Я., ШУЛЯКОВ В.М. ВПЛИВ ФУНКЦІЇ НАЛЕЖНОСТІ НА ЯКІСТЬ НЕЧІТКИХ РЕГУЛЯТОРІВ ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНИХ СЛІДКУЮЧИХ ПРИВОДІВ АВТОМОБІЛІВ.....	79
ГРИЦУНОВ А.В., СТЕПАНОВ В.П., НЕСТЕРЕНКО Л.В. ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДОВ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ СОЦИОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ПЛАНИРОВАНИЯ.....	83
БОНДАРЕНКО М.А. РОЗРОБКА ОЦІНКИ ЯКОСТІ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «РОБОТА З ФОРМУЛАМИ В РЕДАКТОРІ ЕЛЕКТРОННИХ ТАБЛИЦЬ ПАКЕТА OPENOFFICE».....	90
РЕФЕРАТИ.....	93
ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ ДЛЯ АВТОРОВ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ЖУРНАЛА.....	97

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТОТЫ В ФОТОННЫХ МОЛЕКУЛАХ С МЕНЯЮЩИМСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

САХНЕНКО Н.К.

Теоретически исследуется нестационарный отклик моды шепчущей галереи фотонной молекулы на скачкообразное изменение во времени показателя преломления. Показывается, что это изменение ведет к сдвигу частоты моды, причем его величина зависит как от величины изменения показателя преломления, так и от симметрии моды. Находятся классы мод фотонных молекул, для которых величина смещения частоты превосходит аналогичную величину для уединенного резонатора.

1. Введение

Преобразование частоты – это одна из важных проблем оптоэлектроники [1,2]. Изменение во времени показателя преломления может быть использовано для быстрого сдвига частоты в микрорезонаторе [3,4]. Этот сдвиг не зависит от интенсивности падающего поля и пропорционален относительному изменению показателя преломления.

На протяжении последних десяти – пятнадцати лет оптические микрорезонаторы различной формы (микродиски, микрокольца, микросферы), способные поддерживать колебания типа шепчущей галереи (ШГ), привлекают к себе большое внимание с точки зрения как исследования их физических свойств, так и применения для создания микролазеров с очень низким порогом генерации [5], миниатюрных узкополосных оптических фильтров [6] и сенсоров [7].

Использование колебаний ШГ, при которых волна многократно отражается от границы из-за эффекта почти полного внутреннего отражения и не покидает резонатор, позволяет достичь чрезвычайно высокой добротности в оптическом диапазоне при размерах резонатора, сравнимых с длиной волны.

Другим важным направлением является изучение оптических систем, состоящих из кластеров таких резонаторов (фотонные молекулы (ФМ) [8], оптические волноводы из связанных резонаторов [9]).

Однако большинство работ посвящено исследованию частотных характеристик таких резонаторов, хотя моделирование во временной области чрезвычай-

но важно для приложений в области активных резонаторов и элементов оптической памяти. Также в динамических фотонных системах с модулируемой проницаемостью наблюдаются такие новые физические явления как остановка света [10], изменение цвета светового пучка [11], обратный доплеровский сдвиг [12].

В данной работе исследуется нестационарный отклик моды ШГ ФМ на скачкообразное изменение диэлектрической проницаемости во всей структуре. Для анализа используется строгий математический метод, позволяющий получить аналитическое решение задачи в частотной области. Исследуется и анализируется смещение частоты для разных типов мод.

2. Моды ШГ в ФМ

Рассмотрим структуру, состоящую из двух идентичных круговых дисковых резонаторов (рис. 1,а) или четырех резонаторов, расположенных в вершинах квадрата (рис. 1,б). Такие структуры называют ФМ.

Для тонких дисков трехмерная задача может быть заменена ее двумерным аналогом с помощью метода эффективного показателя преломления [13]. Будем рассматривать перпендикулярно поляризованные поля, так как именно такие поля являются доминирующими в тонких дисках

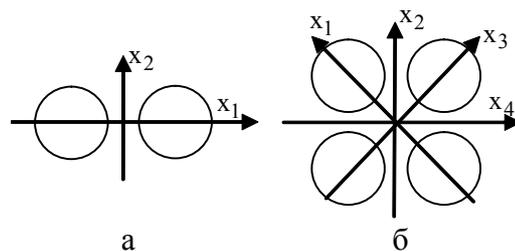


Рис. 1. Схематическая диаграмма рассматриваемых структур

Для описания полей вводится набор цилиндрических систем координат (ρ_i, φ_i, z) , связанных с каждым диском. Ось z направлена перпендикулярно к плоскости дисков. Для пары идентичных дисков z -координата перпендикулярно поляризованной моды может быть представлена в виде:

$$h_0(\rho_1, \varphi_1) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} a_s J_s(k_1 \rho_1) e^{is\varphi_1}, \quad (1)$$

$$h_0(\rho_2, \varphi_2) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} b_s J_s(k_1 \rho_2) e^{is\varphi_2}, \quad (2)$$

$$h_0(\rho, \varphi) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{a}_s H_s^{(2)}(k\rho_1) e^{is\varphi_1} + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{b}_s H_s^{(2)}(k\rho_2) e^{is\varphi_2}. \quad (3)$$

Здесь зависимость от времени $e^{i\omega_0(t-t^*)}\Theta(t-t^*)$, где $t^* < 0$ (момент возбуждения моды ШГ), $k_0 = \omega_0/c$, $k_1 = n_1 \omega_0/c$, ω_0 – собственная частота

моды, c – скорость света в вакууме, n_1 – эффективный показатель преломления резонаторов. Поле внутри резонаторов представлено формулами (1) - (2), поле во внешнем пространстве – формулой (3). Все материалы предполагаются линейными и немагнитными. Неизвестные коэффициенты разложений находятся из граничных условий, которые состоят в непрерывности тангенциальных составляющих поля на границе.

Данная структура (рис. 1,а) имеет две оси симметрии (x_1 и x_2), что определяет появление четырех классов возбуждаемых мод, которые являются четными и нечетными комбинациями мод уединенных резонаторов с теми же параметрами. Возможно возбуждение таких связанных мод: мода ШГ, поле которой является четным (симметричным) относительно обеих осей симметрии (ЕЕ мода); ЕО мода, поле которой четно относительно оси x_1 и нечетно относительно оси x_2 ; аналогично, ОЕ мода и ОО мода. Пространственное распределение поля в ближней зоне $H_{8,1}$ ЕЕ моды показано на вставке рис. 5 (обозначение $H_{m,1}$ соответствует моде с числом угловых вариаций m и числом вариаций вдоль радиуса 1). Спектральные характеристики $H_{8,1}$ мод ШГ представлены на рис. 2. Эффективный показатель преломления резонаторов $n_1 = 2,63$. Все собственные частоты ФМ комплексные вида $\omega = \omega' + i\omega''$, где ω' определяет частоту осцилляций, ω'' - затухание. Добротность колебаний определяется формулой $Q = \omega' / 2\omega''$.

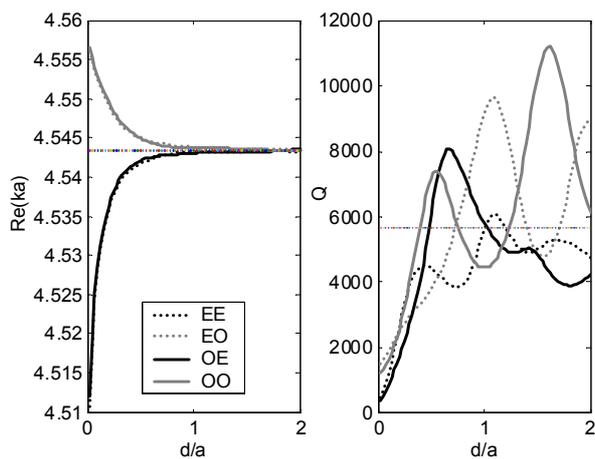


Рис. 2. Зависимость собственных частот и добротностей $H_{8,1}$ мод ШГ от расстояния между резонаторами в паре связанных резонаторов

На левой части рис. 2 представлена зависимость нормированной частоты ($Re(ka)$) от расстояния между резонаторами, нормированного радиусом (здесь d - расстояние между резонаторами, a - радиус), на правой части представлены добротности. Горизон-

тальная штриховая линия соответствует уединенному резонатору с теми же параметрами. Для удаленных резонаторов собственные частоты приближаются к частоте одиночного резонатора, однако могут иметь большую добротность. Для близкорасположенных резонаторов добротность существенно снижается. Подробный анализ мод такой структуры приведен в работе [14].

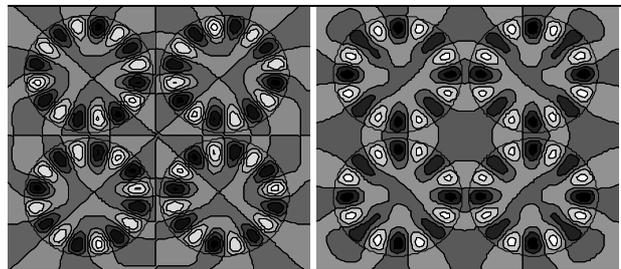


Рис. 3. Распределение полей для EEEE (слева) и OOOO (справа) мод ШГ

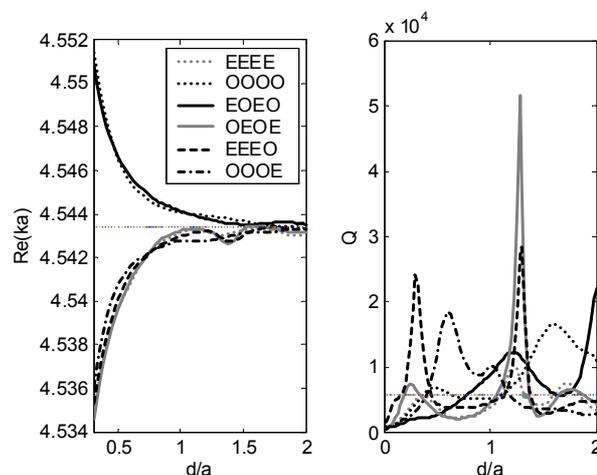


Рис. 4. Зависимость собственных частот и добротностей $H_{8,1}$ мод ШГ от расстояния между резонаторами в ФМ из четырех связанных резонаторов

Аналогично можно выписать выражения для моды ШГ в квадратной ФМ (рис. 1,б). В силу громоздкости выражений они здесь опущены. В этом случае структура имеет четыре оси симметрии (x_1, x_2, x_3 и x_4), которые определяют наличие шести классов возбуждаемых мод с разной симметрией. Их можно классифицировать следующим образом: EEEE моды - четные относительно всех осей, EEOO моды - четные относительно осей x_1, x_2, x_3 и нечетные относительно x_4 , и т.д., EEOO моды, OEEO моды, OOOE и OOOO моды. На рис. 3 представлены распределения полей для четной относительно всех осей (EEEE) моды и нечетной (OOOO) моды.

Собственные частоты и добротности представлены на рис. 4. Параметры резонаторов такие же, как и на рис. 2. Очевиден резкий всплеск добротности для некоторых мод. Задача на собственные значения такой структуры рассмотрена в работе [15].

3. Преобразование моды ШГ в ФМ в результате изменения во времени показателя преломления

Рассмотрим ФМ, изображенную на рис. 1, а или на рис. 1, б, в которой возбуждена одна из мод ШГ. Предположим, что в нулевой момент времени под действием некоторого стороннего источника во всей структуре изменяется эффективный показатель преломления от значения n_1 до значения n_2 . Преобразованное поле должно удовлетворять волновому уравнению внутри каждого резонатора:

$$\Delta h - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[n_2^2 \frac{\partial}{\partial t} h \right] = 0 \quad (4)$$

и снаружи:

$$\Delta h - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} h = 0. \quad (5)$$

Здесь $\Delta = \partial_{\rho\rho}^2 + 1/\rho \partial_\rho + 1/\rho^2 \partial_{\varphi\varphi}^2$. При условии скачкообразного изменения показателя преломления можно построить аналитическое решение задачи. Для этого нужно применить преобразование Лапласа

$$H(p) = \int_0^\infty h(t) e^{-pt} dt \quad (6)$$

к уравнениям (4) и (5), включая начальные условия, которые заключаются в требовании непрерывности векторов электрической и магнитной индукция в нулевой момент времени. В данном случае в каждом нестационарном резонаторе могут быть записаны в виде

$$h(t=0^+) = h_0(t=0^-), \quad (7)$$

$$\partial_t h(t=0^+) = n_1^2 / n_2^2 \partial_t h_0(t=0^-). \quad (8)$$

Для внешнего поля начальные условия имеют вид:

$$h(t=0^+) = h_0(t=0^-), \quad (9)$$

$$\partial_t h(t=0^+) = \partial_t h_0(t=0^-). \quad (10)$$

Запишем решение для ФМ, состоящей из пары резонаторов. Для квадратной ФМ из четырех резонаторов решение может быть построено аналогично, и в данной работе не приводится.

Решение может быть представлено в виде рядов, аналогичных (1-3):

$$L = \frac{1}{c} \frac{n_2^2 q + i n_1^2 k_0}{q^2 n_2^2 + k_0^2 n_1^2} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} a_s J_s(k_1 \rho_1) e^{i s \varphi_1} e^{-i \omega_0 t^*} + \sum_{q=-\infty}^{+\infty} A_q(p) I_q(n_2 q \rho_1) e^{i q \varphi_1}, \quad (11)$$

$$L = \frac{1}{c} \frac{n_2^2 q + i n_1^2 k_0}{q^2 n_2^2 + k_0^2 n_1^2} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} b_s J_s(k_1 \rho_2) e^{i s \varphi_2} e^{-i \omega_0 t^*} + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} B_s I_s(n_2 q \rho_2) e^{i s \varphi_2}, \quad (12)$$

$$L = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{a}_s H_s^{(2)}(k_0 \rho_1) e^{i s \varphi_1} \frac{e^{-i \omega_0 t^*}}{q - i k_0} + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{b}_s H_s^{(2)}(k_0 \rho_2) e^{i s \varphi_2} \frac{e^{-i \omega_0 t^*}}{q - i k_0} + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{A}_s K_s(q \rho_1) e^{i s \varphi_1} + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{B}_s K_s(q \rho_2) e^{i s \varphi_2}. \quad (13)$$

Здесь $q = p/c$. Первые слагаемые в выражениях (11-13) являются решениями начальной задачи и обеспечивают выполнение начальных условий. Неизвестные коэффициенты разложений в ряды находим из граничных условий на каждой цилиндрической границе. Для этого, после применения теоремы сложения для функций Бесселя, приходим к бесконечной системе линейных уравнений, которая после преобразований может быть записана в виде фредгольмовой матрицы второго рода. Это означает, что с ростом порядка усечения матрицы приближенное решение стремится к точному и неизвестные коэффициенты могут быть определены с контролируемой погрешностью. Обозначим

$$x_m = I_m(qa) F_m A_m, \quad (14)$$

$$y_m = I_m(qa) F_m B_m, \quad (15)$$

где $F_m = I'_m(n_2 qa) K_m(qa) / n_2 - I_m(n_2 qa) K'_m(qa)$. (16)

Опуская промежуточные вычисления, запишем систему для определения x_m и y_m :

$$x_m - I_m(qa) \sum_{s=-\infty}^{+\infty} y_s \frac{(-1)^s V_s K_{s-m}(ql)}{F_s I_s(qa)} = L \cdot a_m I_m(qa) \cdot Q_m e^{-i \omega_0 t^*} + L \cdot I_m(qa) \sum_{s=-\infty}^{+\infty} (-1)^s K_{s-m}(ql) b_s W_s e^{-i \omega_0 t^*}; \quad (17)$$

$$y_m - (-1)^m I_m(qa) \sum_{s=-\infty}^{+\infty} x_s \frac{V_s K_{s-m}(ql)}{I_s(qa) F_s} = L \cdot b_m I_m(qa) \cdot Q_m e^{-i \omega_0 t^*} + L \cdot (-1)^m I_m(qa) \sum_{s=-\infty}^{+\infty} a_s W_s K_{s-m}(ql) e^{-i \omega_0 t^*}. \quad (18)$$

Здесь $l = a + d$,

$$Q_m = K'_m(qa) J_m(k_1 a) + K_m(qa) J'_m(k_1 a) q / k_1, \quad (19)$$

$$V_m = I_m(n_2 qa) I'_m(qa) - I'_m(n_2 qa) I_m(qa) / n_2, \quad (20)$$

$$W_m = J_m(k_1 a) I'_m(qa) + q/k_1 J'_m(k_1 a) I_m(qa), \quad (21)$$

$$L = \frac{ik_0 q}{(q - ik_0)} \frac{n_1^2 - n_2^2}{q^2 n_2^2 + w_0^2 n_1^2} \cdot \frac{1}{c}. \quad (22)$$

Коэффициенты для внешнего поля могут быть найдены через коэффициенты внутреннего поля с помощью формул:

$$\bar{A}_{-m} = qL(-1)^m a_{-m} W_m e^{-i\omega_0 t^*} + qA_{-m} V_m, \quad (23)$$

$$\bar{B}_{-m} = qL(-1)^m b_{-m} W_m e^{-i\omega_0 t^*} + qB_{-m} V_m. \quad (24)$$

Нули определителя системы (17)–(18) соответствуют возбуждаемым модам структуры, вычет в каждой особой точке системы определяет амплитуду возбуждаемой моды. В результате скачка показателя преломления возбуждаются все моды структуры как с частотами вида $\omega = \omega' + i\omega''$ (прошедшие во времени), так и с частотами вида $\omega = -\omega' + i\omega''$ (отраженные во времени). Но их амплитуды чрезвычайно малы по сравнению с амплитудой прошедшей во времени волны ШГ с тем же пространственным распределением, что и первичная мода.

4. Результаты и обсуждение

На рис. 5 представлена спектральная плотность преобразованного поля в паре связанных резонаторов, в качестве первичного поля рассматривалась $H_{8,1}$ ЕЕ мода ШГ. Показатель преломления меняется от значения $n_1 = 2,63$ до значения $n_2 = n_1 + \Delta n$. Частота первичной моды соответствует случаю $\Delta n = 0$. При скачке показателя преломления возбуждается целый спектр собственных колебаний различных типов, но того же класса симметрии, что и исходное поле. Однако амплитуды этих возбуждаемых мод чрезвычайно малы по сравнению с амплитудой волны ШГ того же типа, что исходная мода. Поэтому приближенно можно считать, что мода ШГ переходит в моду ШГ того же типа, но при этом наблюдается смещение частоты. Очевидно, что уменьшение показателя преломления ведет к увеличению частоты, и наоборот.

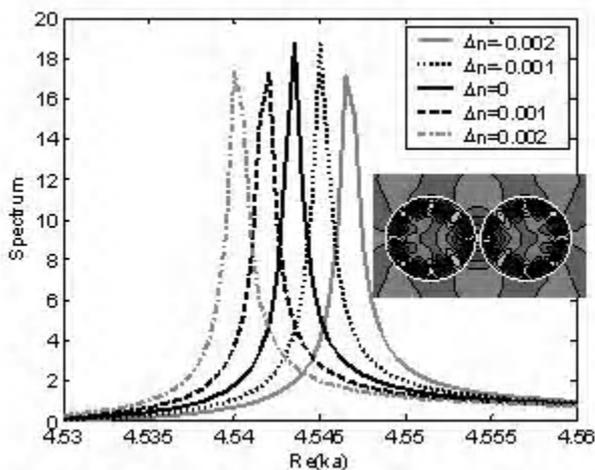


Рис. 5. Смещение частоты в паре связанных резонаторов для ЕЕ моды при изменении показателя преломления от значения $n_1 = 2,63$ до значения $n_2 = n_1 + \Delta n$

На рис. 6 представлено смещение частоты для $H_{8,1}$ мод различных типов при изменении показателя преломления от значения $n_1 = 2,63$ до значения $n_2 = 2,631$. Обозначим частоту первичной моды $\omega_0 = \omega'_0 + i\omega''_0$, а частоту преобразованной моды ШГ $\omega_1 = \omega'_1 + i\omega''_1$. Величина смещения частоты определяется формулой $\Delta\omega = \omega'_1 - \omega'_0$. Будем рассматривать ее нормированное значение $\Delta w = \Delta\omega a/c$. Очевидно, что для удаленных резонаторов сдвиг частоты одинаков для все типов моды совпадает с величиной смещения частоты в уединенном нестационарном резонаторе (горизонтальная пунктирная линия). Однако для близкорасположенных резонаторов величина смещения частоты резко увеличивается для ОО и ЕО мод.

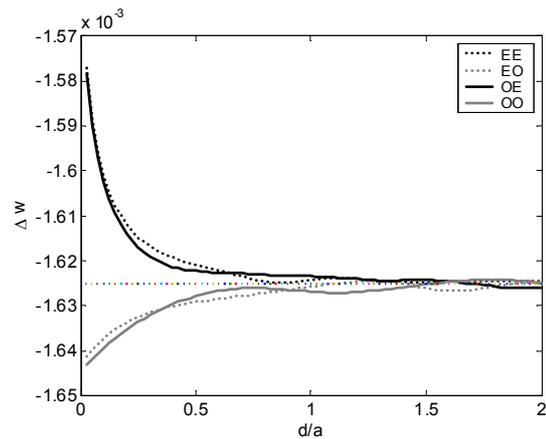


Рис. 6. Смещение частоты в паре связанных резонаторов для различных классов мод ШГ при изменении показателя преломления от значения $n_1 = 2,63$ до значения $n_2 = 2,631$

На рис. 7 представлены данные аналогичного исследования для квадратной ФМ, состоящей из четырех резонаторов. Рассмотрены те же значения параметров. Увеличение значения смещения частоты наблюдается для ОООО и ЕОЕО мод в случае близкорасположенных резонаторов. Объяснить это можно тем, что нечетные моды сильнее локализованы внутри резонаторов, а значит степень перекрытия нестационарной области и моды выше.

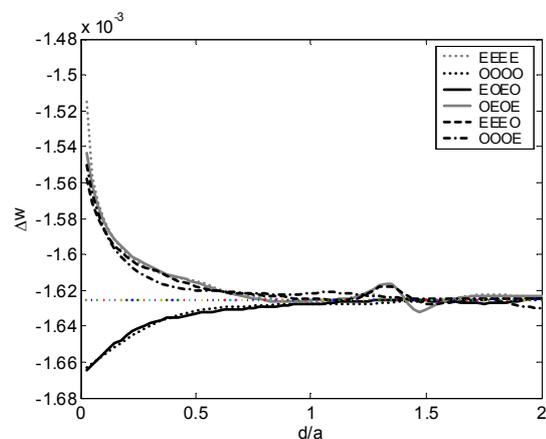


Рис. 7. Смещение частоты в ФМ, состоящей из четырех связанных резонаторов для различных классов мод ШГ при изменении показателя преломления от значения $n_1 = 2,63$ до значения $n_2 = 2,631$

Сравнение абсолютной величины сдвига частоты для ФМ из двух и из четырех резонаторов для мод нечетных относительно всех осей симметрии (ОО для двух резонаторов и ОООО для четырех) приведено на рис. 8. Очевидно, что с увеличением числа резонаторов в молекуле для данного типа колебаний сдвиг частоты растет.

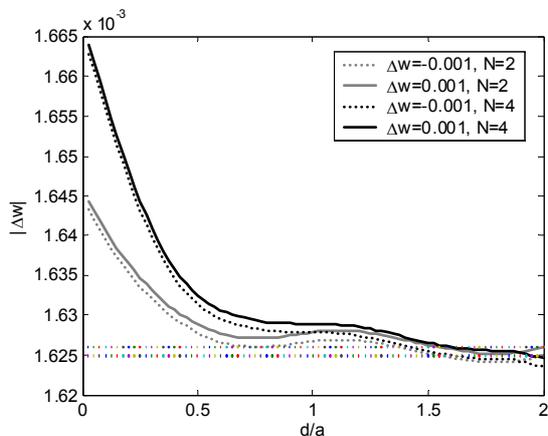


Рис. 8. Сравнение абсолютной величины сдвига частоты в ФМ, состоящей из двух ($N = 2$) и четырех ($N = 4$) связанных резонаторов для полностью нечетных мод при изменении показателя преломления от значения $n_1 = 2,63$ до значения $n_2 = n_1 + \Delta n$

Выводы

На основе аналитического решения задачи исследована эволюция волны ШГ при скачкообразном изменении показателя преломления в ФМ, состоящей из двух близкорасположенных резонаторов и четырех резонаторов, размещенных в вершинах квадрата. Показано, что изменение показателя преломления ведет к сдвигу частоты моды ШГ, причем его величина зависит как от величины изменения показателя преломления, так и от симметрии моды. Найдены классы мод, для которых величина смещения частоты превосходит аналогичную величину для уединенного резонатора. Показано, что для полностью несимметричной моды наблюдается увеличение смещения частоты в ФМ из четырех резонаторов, по сравнению с ФМ, состоящей из пары связанных резонаторов.

Результаты данной работы могут быть использованы для расчетов параметров ФМ с нестационарной средой, а также имеют практическое применение в устройствах преобразования частоты.

Литература: 1. MacDonald K. F., Sömsön Z. L., Stockman M. I., Zheludev N. I. Ultrafast active plasmonics // Nature Photonics. 2009. V. 3. P. 55 - 58. 2. Ilchenko V. S., Savchenko A., Matsko A., Maleki L. Whispering – gallery - mode electro-optic modulator and photonic microwave receiver // Journal of Optical Society of America B. 2003. V. 20. P. 333-342. 3. Notomi M., Mitsugi. S. Wavelength conversion via dynamic refractive index tuning of a cavity // Physical Review A. 2006. V. 73. 051803(R). 4. Sakhnenko N. K., Benson T., Sewell P., Nerukh A. Transient transformation of Whispering Gallery resonator modes due to time variations in dielectric permittivity, Optical and Quantum Electronics. 2006. V. 38. P. 71-81. 5. Fujita M., Sakai A., Baba T. Ultra-small and ultra-low threshold microdisk injection laser: Design, fabrication, lasing characteristics, and spontaneous emission factor // IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. 1999. V. 5, N. 3, P. 637-681. 6. Little B. E., Chu S. T., Haus H.A, Foresi J., Laine J-P. Microring resonator channel dropping filters // J. Lightwave Tech. 1997. V. 15. P. 998-1005. 7. Cagliani A., Davis Z. Ultrasensitive bulk disk microresonator-based sensor for distributed mass sensing // J. of Micromechanics and Microengineering. 2011. V. 21. N. 4. 045016. 8. Schmidt C., Chipouline A., Kasebier T., Kley E.- B., Tunnermann A., Shuvayev V., Deych L. I., Pertsch T. Observation of optical coupling in microdisk resonators // Phys. Rev. A. 2009. V. 80. 043841. 9. Yariv A, Xu Y., Lee R., Scherer A. Coupled-resonator optical waveguide: a proposal and analysis // Optics Letters. 1999. V. 24. N. 11. P. 711-713. 10. Yanic M., Fan S. Time reversal of Light with Linear Optics and Modulators // Physical Review Letters. 2004. V. 93. N. 17. 173903. 11. Reed E., Soljacic M., Joannopoulos J. Color of Shock Waves in Photonic Crystals // Physical Review Letters. 2003. V. 90. N. 20. 203904. 12. Reed. E., Soljacic M., Joannopoulos J. Reversed Doppler Effect in Photonic Crystals // Physical Review Letters. 2003. V. 91. N. 13. 133901. 13. Smotrova E. I., Nosich A. I., Benson T. M., Sewell P. Cold-cavity thresholds of microdisks with uniform and non-uniform gain: quasi-3D modeling with accurate 2D analysis // IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. 2005. V. 11. P. 1135-1142. 14. Smotrova E. I., Nosich A. I., Benson T. M., Sewell P. Optical coupling of whispering gallery modes of two identical microdisks and its effect on the lasing spectra and thresholds // IEEE J. Selected Topics Quant. Electron. 2006. V. 12. N. 1. P. 78-85. 15. Boriskina S.V. Symmetry, degeneracy and optical confinement of modes in coupled microdisk resonators and photonic crystal cavities // IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics. 2006. V. 12. N. 6. P. 1175-1182.

Поступила в редколлегию 11.09.2012

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Носич А.И.

Сахненко Наталия Константиновна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики ХНУРЭ. Научные интересы: нестационарная электродинамика, моделирование оптоэлектронных устройств. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.



ВЛИЯНИЕ РАЗРЯДОВ СТАТИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСТВА НА ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, ИНСТАЛЛИРОВАННОЕ ВО ВСТРОЕННУЮ *flash*-ПАМЯТЬ МИКРОКОНТРОЛЛЕРОВ

АЛЕКСЕЕВ В.Ф., ПИСКУН Г.А.

Рассматривается задача оценки влияния электростатических разрядов (ЭСР) на программное обеспечение (ПО), инсталлированное во встроенную *flash*-память микроконтроллеров (МК). Предлагается методика проведения испытания *flash*-памяти МК на чувствительность к ЭСР, в котором учитываются ухудшения функциональных свойств МК при определенных значениях напряжения разряда. Проводятся эксперименты, подтверждающие адекватность разработанной методики.

1. Введение

Обширная номенклатура и богатые функциональные возможности современных МК создают разработчикам радиоэлектронных средств (РЭС) хорошие условия для проектирования конкурентоспособной аппаратуры различного назначения. Однако осуществить эффективную защиту МК от внешних воздействий, особенно от такого дестабилизирующего воздействия как ЭСР, достаточно сложно. Это обусловлено высокой степенью микроминиатюризации компонентов, входящих в состав полупроводникового кристалла МК, что в свою очередь влечет за собой повышение чувствительности к действию разрядов статического электричества. В связи с этим особое значение приобретает проблема обеспечения устойчивости функциональных характеристик МК к воздействию ЭСР.

Наиболее перспективными исследованиями, направленными на решение данной проблемы, являются изыскания в области определения критических (пороговых) значений напряжений воздействующих разрядов статического электричества. Но все же в применяемых методах недостаточное внимание уделяется процессам отказов, протекающим в таком наиболее значимом функциональном блоке МК, как *flash*-память. В свою очередь, это значительно осложняет проведение технической диагностики функционально-сложной аппаратуры, построенной на базе МК, так как отказы могут происходить не только в части повреждений полупроводникового кристалла, но и в части программного обеспечения, инсталлированного во встроенную *flash*-память МК [1 – 5].

Актуальность и необходимость проведения исследований в данной области определяется отсутствием

адекватных моделей технической диагностики и алгоритмов оценки МК на устойчивость к воздействию ЭСР, а также требованиями потребителей и разработчиков РЭС на базе МК к их высокому качеству [6, 7].

Целью данного исследования является разработка методики проведения испытания МК с инсталлированным во встроенную *flash*-память программным обеспечением к воздействию ЭСР. Она позволит выявить значения напряжений, при которых начинают происходить изменения в ПО.

2. Влияние окружающей обстановки на формирование электростатического заряда

Статическая электризация охватывает все процессы, ведущие к образованию и разделению положительных и отрицательных электрических зарядов в результате механической деформации, которая имеет место при столкновении или контакте поверхностей двух твердых тел, поверхностей твердого тела и жидкости, а также при разрыве или отделении поверхностей твердых тел или жидкости газами или каким-либо другим агентом, в частности, ионизированными газами [8]. Сюда следует отнести такие процессы, как контактная электризация, явления трибоэлектричества, электризация при разбрызгивании, электризация порошков и во время грозы.

Авторами [9, 10] было установлено, что около 70 % повреждений электронных компонентов, на всех этапах работы (рис. 1) с ними, происходит по вине оператора.

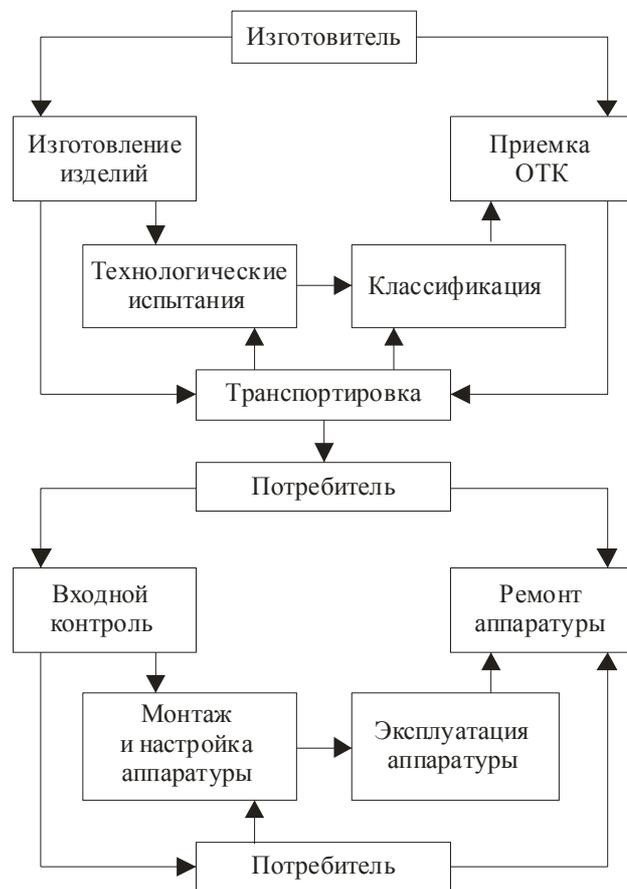


Рис. 1. Схема этапов, где возможно воздействие ЭСР на МК

При выполнении оператором тех или иных операций на его теле может накапливаться статическое электричество до нескольких киловольт [11], генерируемое следующими механизмами [8, 12]:

а) *Трибоэлектрическим*. При соприкосновении и разделении двух объектов один всегда заряжается положительно, другой – отрицательно, например: контакт обуви с полом при ходьбе приводит к образованию статического потенциала на идущем работнике [13].

б) *Индукционным*. При перемещении заряженных объектов вблизи незаряженного в последнем генерируется статический заряд с противоположным знаком и, как следствие, возникает индукционный ток. Ярким примером индукционного механизма электризации является случай, когда прикосновение рукой, несущей высокий заряд, к корпусу чувствительной микросхемы вызывает разряд. Стоит отметить, что для повреждения кристалла индукционными токами не обязательно даже прикасаться рукой непосредственно к выводам корпуса микросхемы.

в) *Емкостным*. Заряд есть произведение напряжения на емкость, поэтому при постоянной величине заряда уменьшение емкости влечет рост потенциалов разъединяемых поверхностей. Данный механизм имеет место при размотке рулона полиэтилена на упаковочном столе [14].

3. Методика проведения эксперимента

Авторами были проведены испытания *flash*-памяти МК на чувствительность к ЭСР по «модели человеческого тела» [15], которые учитывали результаты, высказанные в [3, 16 – 18], а также требования [15 – 18] климатических условий (испытания проводились при нормальных климатических условиях) и электромагнитной обстановки (электромагнитная обстановка не влияла на результаты испытаний).

Проведение испытания по определению допустимых значений напряжения ЭСР для *flash*-памяти МК типа AT89C51RC [19] строилось на основании реализации следующих задач.

а) *Формирование партий МК по три штуки в каждой.*

Для проведения испытания *flash*-памяти МК на чувствительность к ЭСР был использован МК фирмы Atmel типа AT89C51RC. Данный выбор обусловлен тем, что набор аппаратных средств и совокупность реализуемых функций (табл. 1) делают данный МК эффективным средством сбора, обработки информации и управления объектами [20] и широко используется разработчиками современных РЭС.

Выбор количества МК в партии обусловлен финансовой стороной.

б) *Анализ программного обеспечения МК до воздействия ЭСР.*

Для анализа ПО, инсталлированного во *flash*-память МК, использовался персональный компьютер с подключенным к нему универсальным профессиональ-

ным программатором-тестером ChipStar-Turbo [21], предназначенный для программирования широкого спектра современных микросхем. Данное оборудование работает через «Программу управления программатором», поставляемую производителем в комплекте.

Таблица 1

Номер контактного вывода МК	Назначение контактного вывода МК
Port 0 (P0.0 – P0.7)	Двухнаправленный программируемый 8-разрядный параллельный порт ввода/вывода с возможностью установки в высокоимпедансное состояние
Port 1 (P1.0 – P1.7)	Двухнаправленный 8-разрядный параллельный порт ввода/вывода
Port 2 (P2.0 – P2.7)	
Port 3 (P3.0 – P3.7)	

Для обеспечения эффективной работы ПО, инсталлированного во *flash*-память МК, первоначально необходимо осуществить стирание МК с помощью «Программы управления программатором» (рис. 2, а), чтобы избежать каких-либо накладок ПО. Данная операция осуществляется в среднем за 3 – 4 с.

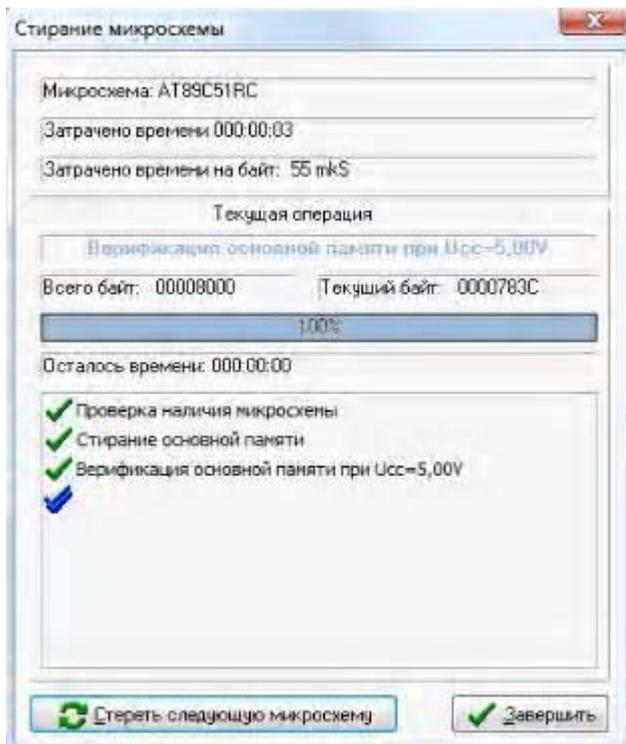
После стирания *flash*-памяти МК записываем эталонное ПО, предоставленное разработчиком (рис. 2, б). В случае если МК работоспособен, данная операция происходит на протяжении 1 мин 50 с.

Для подтверждения правильности проделанных ранее операций (стирания МК и инсталляция ПО) производится сверка инсталлированного ПО с эталонным.

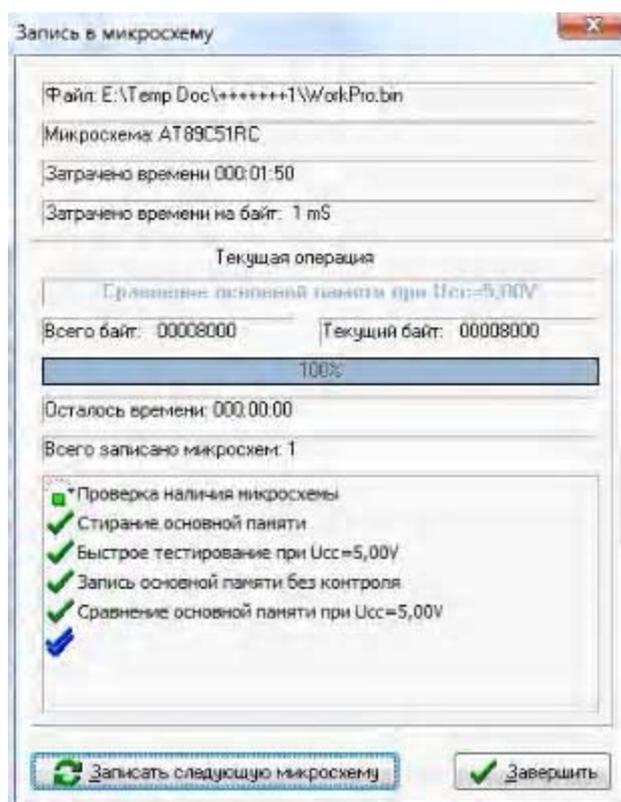
Таким образом, на основании рис. 2, а, б, убеждаемся в том, что *flash*-память испытуемых МК не содержит повреждений. Следует отметить, что данные операции были проделаны со всеми МК выборки, на которые в дальнейшем было произведено воздействие ЭСР.

в) *Осуществление контактных разрядов на выводы МК с расположением разрядного наконечника генератора ЭСР перпендикулярно к поверхности контактных выводов, что позволит улучшить повторяемость результатов испытаний* [16].

Для генерации ЭСР был использован симулятор ЭСР – ESD 3000 [22], так как данное оборудование обладает возможностью генерации импульсов необходимых напряжений, полярностей, соответствующих эпюре разрядного тока, которые полностью отвечают требованиям [15 – 18].



а



б

Рис. 2. Стирание *flash*-памяти МК перед осуществлением записи (а); установка ПО во *flash*-память МК (б)

На каждый контактный вывод МК (табл. 1) производилось попеременно по 10 одиночных разрядов разной полярности с интервалом, между последовательными одиночными разрядами, равным 1 с. Длительность импульса составляет 0,7 – 1 нс [16].

10

Первоначальное значение напряжения ЭСР (250 В) выбрано в соответствии с методом 502-1.1а «испытание микросхем по определению допустимых значений статического электричества по модели человеческого тела» [15]. Последующие значения напряжений воздействующих ЭСР составляли: 500 В, 1 кВ, 2 кВ и 4 кВ. При данных значениях никаких изменений не было выявлено.

Дальнейшее напряжение воздействующего ЭСР было взято 6,0 кВ, что обусловлено данными по критическому значению напряжения, приведенному в [19]. Постепенное увеличение на 0,1 кВ вызвано необходимостью получения более точных данных по отказам.

г) Анализ ПО, установленного во *flash*-память МК, после воздействия ЭСР.

4. Экспериментальные результаты и их обсуждение

В соответствии с методикой, приведенной выше, было произведено тестирование исследуемых МК на наличие ошибок до воздействия ЭСР. Полученные результаты приведены на рис. 1.

Комбинация контактных выводов МК при подаче ЭСР является постоянной для всех МК партий.

Сгенерированный первый ЭСР напряжениями от 6,0 по 6,2 кВ никаким образом не повлиял на МК и ПО, установленное во *flash*-память.

При ЭСР напряжением 6,3 кВ в ПО, установленном во *flash*-память МК, нарушений выявлено не было, однако при попытке осуществить перезапись ПО была выявлена ошибка, подтверждающая возникновение скрытого дефекта (рис. 3) [23].

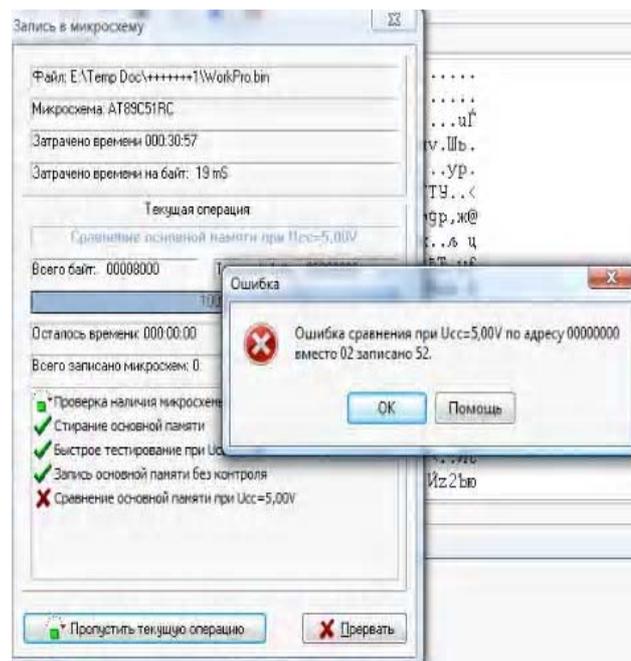


Рис. 3. Ошибка, выявленная при установке ПО во *flash*-память МК, после воздействия ЭСР напряжением 6,3 кВ

На рис. 3 можно увидеть, что время инсталляции ПО во *flash*-память МК увеличилось с 1 мин 50 с до 30 мин 57 с. При сравнении ПО при проверочном напряжении ($U_{ср} = 5,00$ В) выявлено несоответствие записей.

Последующее повышение напряжения ЭСР до 6,4 кВ привело к тому, что ПО, инсталлированное во *flash*-память МК, претерпело ряд существенных изменений. Это было выявлено при сверке инсталлированного ПО с эталонным (рис. 4).

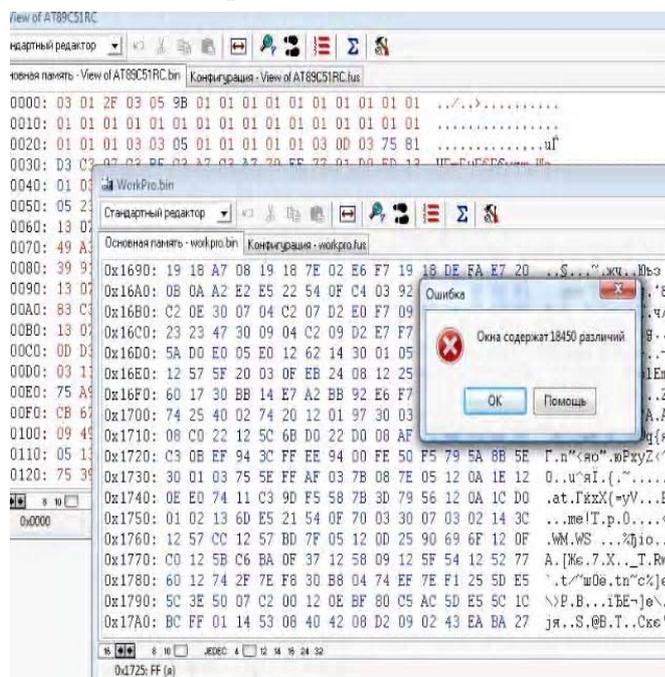


Рис. 4. Ошибка, выявленная при сравнении эталонного ПО с ПО, инсталлированным во *flash*-память МК, после воздействия ЭСР напряжением 6,4 кВ

При выявлении причин отказов при испытании МК на чувствительность к ЭСР учитывалась возможность разрушения разрядным импульсом отдельных элементов их конструкции.

Анализ полученных данных показывает, что ЭСР разноименных полярностей воздействуют на МК одного типа по-разному. На основании методики проведения расчета вероятности возникновения отказа в выборке [24] было установлено, что последовательная подача импульсов накопленного заряда статического электричества разноименных полярностей, эквивалентного 6,4 кВ, приведет к возникновению повреждения в ПО, инсталлированном во *flash*-память МК.

Можно предложить следующую последовательность операций при проведении испытаний (таблица 2).

Заключение

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что впервые установлено, что при напряжении воздействующего ЭСР, эквивалентном 6,3 кВ (меньше критического на 3,08 %), в инсталлированном во встроенную *flash*-память ПО ошибки возникают у 7,69 % МК, а при напряжении 6,4 кВ (меньше критического на 1,56 %) 95,44 % МК не выполняют своих запрограммированных функций.

РИ, 2012, № 3

№ операции	Описание операции
1	Выбор типа МК. Выбор количества партий МК и штук в партии
2	Стирание ПО, инсталлированного во <i>flash</i> -память МК. Если в партии обнаружен МК, не соответствующий требованиям ТУ, то необходимо его исключить из партии и перевыполнить операцию 1. В случае, если МК соответствуют требованиям ТУ, продолжить выполнение дальнейших операций
3	Осуществление контактного разряда на выводы МК в соответствии с требованиями ТУ
4	Сверка ПО, инсталлированного во <i>flash</i> -память МК, с эталонным. При отсутствии МК, не соответствующих требованиям ТУ, необходимо осуществить дальнейшее постепенное увеличение напряжения ЭСР по п.5. Если в партии обнаружен хотя бы один МК, не соответствующий требованиям ТУ, то необходимо прекратить дальнейшее исследование с обозначением полученного напряжения как критического для исследуемого типа МК
5	Постепенное увеличение напряжения ЭСР

В результате проведенных экспериментальных исследований установлено:

- а) в соответствии с рассмотренной методикой экспериментально проверено воздействие ЭСР на *flash*-память МК типа AT89C51RC [25, 26];
- б) накопленный заряд статического электричества, равный 6,4 кВ, приведет к повреждению 94 % информации, хранящейся во *flash*-памяти микроконтроллеров;
- в) предложенная методика проведения испытаний *flash*-памяти МК на чувствительность к ЭСР позволяет упростить процедуру существующих испытаний и сократить материальные затраты на проведение эксперимента.

Литература: 1. Князев А.Д., Кечиев Л.Н. Конструирование радиоэлектронной и электронно-вычислительной аппаратуры с учетом требований ЭМС. М.: Радио и связь, 1989. 222 с. 2. Волин М.Л. Паразитные процессы в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Радио и связь, 1981. 296 с. 3. Горлов М.И. Электростатические заряды в электронике / М.И. Горлов, А.В. Емельянов, В.И. Плебанович. Мн.: Бел. наука, 2006. 295 с. 4. Горлов М.И., Строгонов А.В., Адамян А.Г. Воздействие электростатических разрядов на полупроводниковые изделия. Часть 1 // ChipNews. 2001. № 1. 5. Кириллов В.Ю. Электростатические разряды и излучаемые электромагнитные помехи // Технологии ЭМС. 2004. №1. С. 43 – 46. 6. Хабигер Э. Электромагнитная совместимость. Основы ее обеспечения в технике: Пер. с нем. И.П.

Кужекина; под ред. Б.К. Максимова. М.: Энергоатомиздат, 1995. 295 с. **7.** *ГОСТ 27.310-95* Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения. **8.** *Лёб Л.* Статическая электризация: Пер. с англ. М.: Л., Госэнергоиздат, 1963, 408 с. **9.** *Кравченко В.И.* Грозозащита радиоэлектронных средств: Справочник. М.: Радио и связь, 1991. 264 с. **10.** *Джоветт Ч.Е.* Статическое электричество в электронике: Пер. с англ. М.: Энергия, 1980. 136 с. **11.** *Пискун Г.А.* Численный анализ воздействия электростатического разряда на интегральные схемы // Сучасні проблеми радіотехніки та телекомунікацій «РТ - 2011»: Матеріали 7-ї міжнар. молодіжної наук.-техн. конф., Севастополь 11 – 15 квітня 2011 р. / М.: Севастополь: СевНТУ, 2011. 479 арк. **12.** *Казанжи К.К.* Статическое электричество. Знание. 1965. 32 с. **13.** *Geri G., De Leo R., Mariani Primiani V.* Theoretical and experimental evaluation of electromagnetic fields radiated by ESD // Proceedings of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility. Montreal, 2001. P. 93-97 **14.** *Huang J., Deng Q., Liu F.* The study of transient fields generated by typical ESD models // Proceedings of the 4-th International Conferences Application Electrostatic. 2001. P.585-588 **15.** *ОСТ 11 073.013 – 2008.* Микросхемы интегральные. Методы испытаний. Методы электрических испытаний. Часть 7. **16.** *СТБ МЭК 61000-4-2-2006* Электромагнитная совместимость. Часть 4-2. Методы испытаний и измерений. Испытания на устойчивость к электростатическим разрядам. **17.** *IEC 61000-4-2:2008.* Electromagnetic compatibility (EMC). Part 4-2: Testing and measurement techniques. Electrostatic discharge immunity test. **18.** *IEC 61340-3-1:2002.* Электростатика. Часть 3-1. Методы моделирования электростатических воздействий. Модель человеческого тела (НВМ). Испытания компонентов. **19.** *Datasheet AT89C51RC* [Электронный ресурс]. 2009. Режим доступа: <http://datasheet.su>. **20.** *Бродин В.Б., Калинин А.В.* Системы на микроконтроллерах и БИС программируемой логики. М.: Издательство ЭКОМ, 2002.

400 с. **21.** *Универсальный* профессиональный программатор-тестер ChipStar-Turbo [Электронный ресурс]. 2010. Режим доступа: <http://www.chipstar.ru>. **22.** *ESD 3000 System for Contact Discharge up to 30kV* [Электронный ресурс]. 2008. Режим доступа: <http://www.emc-partner.com>. **23.** *ГОСТ 27.002-89.* Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения. **24.** *Боровиков С. М.* Теоретические основы конструирования технологии и надежности. / С.М. Боровиков. Мн.: ДизайнПРО, 1998. **25.** *Алексеев В.Ф.* Методика испытания микроконтроллеров на чувствительность к электростатическим разрядам / В.Ф. Алексеев, Н.И. Силков, Г.А. Пискун, А.Н. Пикулик / Доклады БГУИР. 2011. № 5 (59). С.5-12. **26.** *Алексеев В.Ф.* Методика оценки устойчивости микроконтроллеров к воздействию разрядов статического электричества при ступенчатом повышении напряжения / В.Ф. Алексеев, Г.А. Пискун // Вестник РГРТУ. 2012. № 2 (40). С.34-40.

Поступила в редакцию 02.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук., проф. Безрук В.М.

Алексеев Виктор Федорович, канд.техн.наук, доцент, доцент кафедры радиоэлектронных средств УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники». Научные интересы: температурные эффекты в полупроводниковых приборах при мощных импульсных электрических перегрузках. Адрес: Беларусь, 220013, Минск, ул. П.Бровки, 6, тел. 8-1037517-2932207. E-mail: alexvikt.minsk@gmail.com

Пискун Геннадий Адамович, аспирант, ассистент кафедры радиоэлектронных средств УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники». Научные интересы: устойчивость полупроводниковых приборов к воздействию ЭСР. Адрес: Беларусь, 220013, Минск, ул. П.Бровки, 6, тел. 8-1037517-2932207. E-mail: piskunbsuir@gmail.com.



ПРИМЕНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ К РЕШЕНИЮ ВНЕШНИХ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ

КОЛОСОВА С.В., ЛАМТЮГОВА С.Н.,
СИДОРОВ М.В.

Рассматривается применение методов R-функций, последовательных приближений и метода Галеркина-Петрова к расчету осесимметричных стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости (обтекание конечных тел вращения).

Введение

Актуальность исследования. Многие явления, наблюдаемые в атмосфере и океане, а также проблемы гидроаэродинамики, теплоэнергетики, химической кинетики, биомедицины можно изучать в рамках модели несжимаемой вязкой жидкости. Задачи, представляющие практический интерес, как правило, описываются уравнениями Навье–Стокса [1–3], существенной особенностью которых является нелинейность, а также наличие малого параметра при старшей производной (величина, обратная числу Рейнольдса). Кроме того, задачи для уравнений Навье–Стокса часто приходится решать в областях сложной геометрии, а область может быть и бесконечной (задачи обтекания тел, течения жидкости в трубах и пр.). В большинстве случаев при численном решении задач обтекания условия на бесконечности сносятся на некоторый контур, расположенный достаточно далеко от обтекаемого тела, что приводит к чрезмерным затратам ресурсов ЭВМ.

Существует множество подходов к расчету вязких течений. В основном эти подходы используют метод конечных разностей и метод конечных элементов [4–12]. Эти методы просты в реализации, но не обладают необходимым свойством универсальности – при переходе к новой области (особенно неклассической геометрии) необходимо генерировать новую сетку, а часто и заменять сложные участки границы простыми, составленными, например, из отрезков прямых. Точно учесть геометрию области, а также краевые условия (в том числе и условие на бесконечности) можно, воспользовавшись конструктивным аппаратом теории R-функций акад. НАН Украины В.Л. Рвачева [13]. Метод R-функций в задачах гидродинамики использовался в работах [14–18], но рассматривались задачи расчета течений идеальной жидкости [14] или же вязкой в ограниченных областях [15–17], или при наличии винтовой симметрии [18].

Задачи внешнего обтекания тел вязкой жидкостью с использованием метода R-функций не рассматривались, хотя они составляют важный класс прикладных задач. Поэтому разработка новых, а также совершенствование существующих методов математического моделирования внешних стационарных задач динамики вязкой несжимаемой жидкости методом R-функций является актуальной научной проблемой.

Цели и задачи исследования. Целью данной работы является создание современного и эффективного метода математического моделирования стационарных задач обтекания тел вращения. Здесь не обсуждается степень строгости, условия применимости использованных уравнений движения жидкости, они рассматриваются как математические модели, подлежащие численной алгоритмизации. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: на основании методов теории R-функций построить полную структуру решения краевой задачи для функции тока; заменить исходную нелинейную задачу последовательностью линейных краевых задач; для решения линейных задач на каждом шаге итерационного процесса разработать численный алгоритм на основании метода Галеркина-Петрова.

1. Постановка задачи

Рассмотрим стационарное обтекание тела вращения потоком вязкой несжимаемой жидкости. Будем считать, что в пространстве введена декартова система координат (x, y, z) , а обтекаемое тело образовано вращением вокруг оси Oz фигуры Ω , лежащей в плоскости Oxz (фигура Ω односвязная, конечная и симметричная относительно оси Oz). Кроме того, предположим, что поток жидкости равномерный, его скорость равна U_∞ и он сонаправлен с осью Oz . Такие течения удобно рассматривать в сферической системе координат (r, θ, φ) :

$$x = r \sin \theta \cos \varphi,$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi,$$

$$z = r \cos \theta,$$

$$0 \leq r < +\infty, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Стационарные уравнения Навье–Стокса в сферической системе координат имеют вид [3]:

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{v_\theta^2 + v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \\ + v \left(\Delta v_r - \frac{2v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{2v_\theta \operatorname{ctg} \theta}{r^2} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right), \\ v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{v_\varphi^2 \operatorname{ctg} \theta}{r} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \theta} + v \left(\Delta v_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \right. \end{aligned}$$

$$-\frac{v_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \Big), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} + \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi v_r}{r} + \frac{v_\theta v_\varphi \operatorname{ctg} \theta}{r} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + v \left(\Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} + \right. \\ \left. + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} \right), \\ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (r v_\theta \sin \theta) + \frac{\partial (r v_\varphi)}{\partial \varphi} = 0. \end{aligned}$$

Здесь v_r , v_θ , v_φ – радиальная, угловая и осевая компоненты скорости жидкости соответственно; p – давление; v – кинематический коэффициент вязкости; ρ – плотность жидкости,

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Совокупность уравнений (1) представляет собой систему нелинейных уравнений в частных производных относительно неизвестных функций v_r , v_θ , v_φ , p . Ввиду сложности системы (1) ее прямой численный анализ затруднен.

В сделанных выше предположениях относительно обтекаемого тела осевая компонента скорости v_φ равна нулю, v_r , v_θ и p являются функциями только от r и θ , а уравнение неразрывности (четвертое уравнение в (1)) интегрируется введением функции тока ψ по формулам

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (2)$$

Исключив из оставшихся двух первых уравнений перекрестным дифференцированием давление, для функции тока $\psi = \psi(r, \theta)$ получим нелинейное уравнение четвертого порядка [19]:

$$\begin{aligned} v E^2 \psi = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial E \psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial E \psi}{\partial \theta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) E \psi \quad \text{вне } \bar{\Omega}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $E \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)$, $E^2 \psi = E(E \psi)$.

Уравнение (3) следует дополнить условиями на $\partial \Omega$ и на бесконечности (при $r \rightarrow \infty$).

Если граница обтекаемого тела неподвижна и непроницаема, то из условий прилипания следуют такие краевые условия:

$$\psi|_{\partial \Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial \Omega} = 0, \quad (4)$$

где \mathbf{n} – внешняя к $\partial \Omega$ нормаль.

Условие на бесконечности имеет вид

$$\psi \sim \frac{1}{2} U_\infty r^2 \sin^2 \theta \quad \text{при } r \rightarrow \infty \quad (5)$$

и означает, что при неограниченном удалении от обтекаемого тела поток становится равномерным.

Соответствующая (3) – (5) линейная задача (приближение Стокса) была рассмотрена в [20].

Итак, для расчета течения около рассматриваемого тела вращения нужно решить краевую задачу (3)–(5).

2. Построение структуры решения

Для решения задачи (3) – (5) воспользуемся методом R-функций: с помощью конструктивных средств теории R-функций построим структуру решения краевой задачи (3)–(5), т.е. пучок функций, точно удовлетворяющий краевым условиям на $\partial \Omega$ и условию при $r \rightarrow \infty$.

Пусть вне $\bar{\Omega}$ известна достаточно гладкая функция $\omega(r, \theta)$, обладающая следующими свойствами:

- 1) $\omega(r, \theta) > 0$ вне $\bar{\Omega}$;
- 2) $\omega(r, \theta) = 0$ на $\partial \Omega$;
- 3) $\frac{\partial \omega(r, \theta)}{\partial \mathbf{n}} = -1$ на $\partial \Omega$,

где \mathbf{n} – вектор внешней нормали к $\partial \Omega$.

Для областей произвольной формы, ограниченных кусочно-гладким контуром, такая функция ω может быть построена в виде единого аналитического выражения благодаря использованию R-функций [13].

Введем в рассмотрение достаточно гладкую функцию $y = f_M(x)$ [21], удовлетворяющую следующим требованиям:

- а) $f_M(0) = 0$;
- б) $f'_M(0) = 1$;
- в) $f'_M(x) \geq 0 \quad \forall x \geq 0$;
- г) $f_M(x) \equiv 1 \quad \forall x \geq M \quad (M = \operatorname{const} > 0)$.

Условиям а) – г) удовлетворяет, например, функция

$$f_M(x) = \begin{cases} 1 - \exp \frac{Mx}{x - M}, & 0 \leq x < M; \\ 1, & x \geq M. \end{cases}$$

Кроме того, очевидно, что такая $f_M(x) \in C^\infty[0, +\infty)$.

Обозначим

$$\omega_M(r, \theta) = f_M[\omega(r, \theta)]. \quad (6)$$

Легко проверить, что функция $\omega_M(r, \theta)$ удовлетворяет условиям 1) – 3). Кроме того,

$$\omega_M(r, \theta) \equiv 1, \text{ если } \omega(r, \theta) \geq M.$$

Заметим, что это условие означает, что если функция $\omega(r, \theta)$ монотонно возрастает при удалении от $\partial\Omega$, то функция $\omega_M(r, \theta)$ вида (6) отлична от единицы лишь в некоторой кольцеобразной области

$$\{0 \leq \omega(r, \theta) < M\},$$

которая содержится во внешности $\bar{\Omega}$ и прилегает к $\partial\Omega$.

Известно [19], что уравнение (3) имеет частное решение вида

$$\psi = \psi(r, \theta) = (c_1 r^2 + c_2 r^{-1}) \sin^2 \theta,$$

где c_1, c_2 – произвольные постоянные, причем такая ψ удовлетворяет и уравнению $E\psi = 0$. Тогда функция

$$\psi_0 = \psi_0(r, \theta) = \omega_M^2(r, \theta) \frac{1}{2} U_\infty r^2 \sin^2 \theta \quad (7)$$

удовлетворяет краевым условиям (4) и условию (5). Кроме того, на функции ψ_0 вида (7) в области $\{\omega(r, \theta) \geq M\}$ уравнение (3) обращается в тождество.

Из сказанного выше следует

Теорема. При любом выборе достаточно гладких функций Φ_1 и Φ_2 ($\Phi_1 \rightarrow 0$ при $r \rightarrow +\infty$) краевым условиям (4) и условию на бесконечности (5) удовлетворяет пучок функций

$$\psi = \psi_0 + \omega_M^2 \Phi_1 + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2, \quad (8)$$

где функция ψ_0 имеет вид (7).

Таким образом, формула (8) задает структуру решения краевой задачи (3) – (5).

3. Построение итерационного процесса

Обозначим нелинейный оператор в правой части уравнения (3) буквой B :

$$B\psi = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial E\psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial E\psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) E\psi.$$

В задаче (3) – (5) сделаем замену $\psi = \psi_0 + u$, где u – новая неизвестная функция, а ψ_0 – функция вида (7).

Тогда для функции u получим краевую задачу с однородными краевыми условиями

$$vE^2 u = B(\psi_0 + u) - vE^2 \psi_0 \text{ вне } \bar{\Omega}, \quad (9)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (10)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} u = 0. \quad (11)$$

Заметим, что в силу свойств функции ψ_0 вида (7) в области $\{\omega(r, \theta) \geq M\}$ имеем

$$E^2 \psi_0 = 0,$$

$$B(\psi_0 + u) = Bu + U_\infty \cos \theta \frac{\partial Eu}{\partial r} - U_\infty \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial Eu}{\partial \theta}.$$

Для решения задачи (9) – (11) воспользуемся методом последовательных приближений. Пусть начальное приближение $u^{(0)}$ задано. Например, можно взять $u^{(0)} = 0$.

Если k -е приближение $u^{(k)}$ построено, то новое $(k+1)$ -е приближение $u^{(k+1)}$ находим как решение линейной задачи

$$vE^2 u^{(k+1)} = B(\psi_0 + u^{(k)}) - vE^2 \psi_0 \text{ вне } \bar{\Omega}, \quad (12)$$

$$u^{(k+1)}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u^{(k+1)}}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (13)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} u^{(k+1)} = 0. \quad (14)$$

В соответствии с теоремой структура решения задачи (12) – (14) имеет вид

$$u^{(k+1)} = \omega_M^2 \Phi_1^{(k+1)} + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2^{(k+1)}.$$

Для аппроксимации неопределенных компонент $\Phi_1^{(k+1)}$, $\Phi_2^{(k+1)}$ воспользуемся методом Галеркина-Петрова.

Известно [22, 23], что общее решение уравнения $E^2 \psi = 0$ при отсутствии в физической постановке сингулярностей может быть записано в виде

$$\psi(r, \theta) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(A_n r^n + B_n r^{1-n} + C_n r^{n+2} + D_n r^{3-n} \right) J_n(\cos \theta), \quad (15)$$

где A_n, B_n, C_n, D_n – произвольные постоянные; $J_n(\zeta)$ – функции Гегенбауэра первого рода. Представлением (15) воспользуемся для выбора координатных последовательностей.

Для аппроксимации неопределенной компоненты $\Phi_1^{(k+1)}$ воспользуемся функциями системы

$$\left\{ r^{-1} J_2(\cos \theta), r^{-1} J_4(\cos \theta), r^{-2} J_3(\cos \theta), r^{-2} J_5(\cos \theta), \dots, \right. \\ \left. r^{-n} J_{n+1}(\cos \theta), r^{-n} J_{n+3}(\cos \theta), \dots \right\}, \quad (16)$$

а для аппроксимации неопределенной компоненты $\Phi_2^{(k+1)}$ воспользуемся функциями системы

$$\left\{ J_3(\cos \theta), r J_2(\cos \theta), r^2 J_2(\cos \theta), r^4 J_2(\cos \theta), r^3 J_3(\cos \theta), \right. \\ \left. r^5 J_3(\cos \theta), \dots, r^n J_n(\cos \theta), r^{n+2} J_n(\cos \theta), \dots \right\}. \quad (17)$$

Итак, функции $\Phi_1^{(k+1)}$ и $\Phi_2^{(k+1)}$ представим в виде

$$\Phi_1^{(k+1)} \approx \Phi_{1,m_1}^{(k+1)} = \sum_{n=1}^{m_1} \alpha_n^{(k+1)} \tau_n, \\ \Phi_2^{(k+1)} \approx \Phi_{2,m_2}^{(k+1)} = \sum_{n=1}^{m_2} \alpha_{n+m_1}^{(k+1)} \tau_{n+m_1},$$

где $\tau_1, \dots, \tau_{m_1}$ – первые m_1 функций системы (16), а $\tau_{m_1+1}, \dots, \tau_{m_1+m_2}$ – первые m_2 функций системы (17).

Тогда

$$u^{(k+1)} \approx u_N^{(k+1)} = \sum_{n=1}^N \alpha_n^{(k+1)} \varphi_n, \quad (18)$$

где $N = m_1 + m_2$,

$$\varphi_1 = \omega_M^2 \tau_1, \dots, \varphi_{m_1} = \omega_M^2 \tau_{m_1}, \\ \varphi_{m_1+1} = \omega_M^2 (1 - \omega_M) \tau_{m_1+1}, \dots, \\ \varphi_N = \omega_M^2 (1 - \omega_M) \tau_{m_1+m_2}.$$

Таким образом, построенные функции φ_n образуют координатную последовательность.

Обозначим

$$F = B(\psi_0 + u^{(k)}) - v E^2 \psi_0. \quad (19)$$

При подстановке $u_N^{(k+1)}$ из (18) в уравнение (12) получим невязку

$$R_N = v E^2 u_N^{(k+1)} - F = v \sum_{n=1}^N \alpha_n^{(k+1)} E^2 \varphi_n - F. \quad (20)$$

Изучим поведение невязки R_N (20) и функции F (19) в области $\{\omega(r, \theta) \geq M\}$. Заметим, что в этой области

$$u^{(k+1)} = \Phi_1^{(k+1)} \approx \sum_{n=1}^{m_1} \alpha_n^{(k+1)} \tau_n, \\ u^{(k)} = \Phi_1^{(k)} \approx \sum_{n=1}^{m_1} \alpha_n^{(k)} \tau_n.$$

Поскольку функции τ_n – частные решения уравнения $E^2 u = 0$, то $E^2 u_N^{(k+1)} = 0$ в области $\{\omega(r, \theta) \geq M\}$. Функция F в этой области имеет вид

$$F = B u^{(k)} + U_\infty \cos \theta \frac{\partial E u^{(k)}}{\partial r} - U_\infty \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial E u^{(k)}}{\partial \theta}$$

и допускает оценку

$$F = O\left(\frac{1}{r^4}\right) \text{ при } r \rightarrow +\infty.$$

Таким образом, в области $\{\omega(r, \theta) \geq M\}$ невязку можно сделать сколь угодно малой за счет подходящего выбора M .

Для нахождения коэффициентов $\alpha_1^{(k+1)}, \dots, \alpha_N^{(k+1)}$ воспользуемся методом Галеркина-Петрова [24], взяв в качестве проекционной систему функций $\{f_i\}$, где $f_i = \omega_M^2 \tau_i$. Тогда $\alpha_1^{(k+1)}, \dots, \alpha_N^{(k+1)}$ найдем из условия ортогональности невязки R_N (20) элементам f_1, \dots, f_N проекционной последовательности:

$$(R_N, f_i) = 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad (21)$$

причем в силу сделанных выше замечаний интегрирование в (21) при вычислении скалярных произведений можно производить только по конечной области $\{0 \leq \omega(r, \theta) < M\}$.

Подставляя (20) в (21), получаем, что $\alpha_1^{(k+1)}, \dots, \alpha_N^{(k+1)}$ – это решение системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n^{(k+1)} (v E^2 \varphi_n, f_i) = (F, f_i), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (22)$$

Решив систему (22), получим новое приближение $u^{(k+1)}$. Итерации следует прекратить, когда

$$\|u^{(k+1)} - u^{(k)}\| < \varepsilon, \text{ где } \varepsilon > 0 \text{ – малое число.}$$

Предварительные результаты работы были доложены на пятнадцатой Всеукраинской (десятой международной) студенческой научной конференции по прикладной математике и информатике СНКПМИ-2012 [25].

Выводы

Впервые разработан численный метод расчета внешних течений вязкой несжимаемой жидкости, основанный на совместном применении методов последовательных приближений, R -функций и Галеркина-Петрова. Разработанный метод отличается от известных универсальностью (алгоритм не изменяется при изменении геометрии области) и тем, что структура решения точно учитывает как краевые условия на границе обтекаемого тела, так и условие на бесконеч-

ности. Предложенный метод позволяет проводить математическое моделирование разных физико-механических и биологических внешних течений. Сказанное выше и определяет *научную новизну и практическую значимость* полученных результатов.

Литература: 1. Ламб Г. Гидродинамика. М.: РХД, 2003. Т. 1. 452 с.; Т. 2. 452 с. 2. Ландау Л.Ф., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2003. 736 с. 3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с. 4. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 1. 384 с.; Т. 2. 392 с. 5. Гуцин В.А., Матюшин П.В. Математическое моделирование пространственных течений несжимаемой жидкости // *Мат. моделирование*. 2006. 18, № 5. С. 5–20. 6. Приходько А. А., Редчиц Д. А. Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса // *Прикладна гідромеханіка*. 2005. 7 (79), № 1. С. 56–71. 7. Рябенский В.С., Торгашиов В.А. Безытерационный способ решения неявной разностной схемы для уравнений Навье-Стокса в переменных: завихренность и функция тока // *Мат. моделирование*. 1996. 8, № 10. С. 100–112. 8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с. 9. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. Т.1. 504 с.; Т. 2. 552 с. 10. Chung T. J. Computational fluid dynamics. UK: CUP, 2002. 1012 p. 11. Liu J.-G., Wienan E. Simple Finite Element Method in vorticity formulation for incompressible flow // *Math. of Computation*. 2003. 10, № 2. P. 1130 – 1145. 12. Pozrikidis C. Fluid dynamics: theory, computation, and numerical simulation. USA: Kluwer academic publishers, 2001. 557 p. 13. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. К.: Наук. думка, 1982. 552 с. 14. Колосова С.В. Применение проекционных методов и метода R-функций к решению краевых задач в бесконечных областях. Дисс. ... к.ф.-м.н.: 01.01.07 Вычислительная математика. Харьков: ХИРЭ, 1972. 85 с. 15. Колосова С.В., Сидоров М.В. Применение метода R-функций к расчету плоских течений вязкой жидкости // *Вісн. ХНУ. Сер. Прикл. матем. мех.* 2003. № 602. С. 61 – 67. 16. Суворова И.Г. Компьютерное моделирование осесимметричных течений жидкости в каналах сложной формы // *Вестн. НТУ ХПИ*. Харьков, 2004. № 31. С. 141 – 148. 17. Тевяшев А.Д., Гибкина Н.В., Сидоров М.В. Об одном подходе к математическому моделированию плоских стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости в конечных односвязных областях // *Радиоэлектроника и информатика*. 2007. № 2. С. 50–57. 18. Максименко-Шейко К.В. Математическое моделирование теплообмена при движении жидкости по

каналам с винтовым типом симметрии методом R-функций // *Доп. НАН України*. 2005. № 9. С. 41 – 46. 19. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 432 с. 20. Колосова С.В., Ламтюгова С.М., Сидоров М.В. Про один метод розв'язання зовнішніх задач гідродинаміки в'язкої рідини у наближенні Стокса // *Тринадцята міжнародна наукова конференція ім. акад. М. Кравчука: Матеріали конференції*. Т. 2. К.: НТУУ, 2010. С. 150. 21. Стрельченко А.И., Колосова С.В., Рвачов В.Л. Про один метод розв'язування крайових задач // *Доп. АН УРСР, сер. А*. № 9. 1972. С. 837 – 839. 22. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 576 с. 23. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. –630 с. 24. Красносельский М. А., Вайникко Г. М., Забрейко П. П., Рунтцкикий Я. Б., Стеценко В. Я. Приближенное решение операторных уравнений. М.: Наука, 1969. 420 с. 25. Ламтюгова С.М. Застосування методів послідовних наближень та R-функцій до розрахунку зовнішніх вісесиметричних в'язких течій // *П'ятнадцята всеукраїнська (десята міжнародна) студентська наукова конференція з прикладної математики та інформатики ШКІПМІ-2012: Тези доповідей*. Львів: ЛНУ, 2012. С. 229 – 231.

Поступила в редколлегию 10.09.2012

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Колосова Светлана Васильевна, канд. физ.-мат. наук, проф. кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы математической физики. Увлечения и хобби: театр, искусство и литература. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Ламтюгова Светлана Николаевна, аспирантка кафедры прикладной математики ХНУРЭ, ассистент кафедры высшей математики ХНАГХ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R-функций и её приложения. Увлечения и хобби: искусство и литература. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Сидоров Максим Викторович, канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R-функций и её приложения, стохастический анализ и его приложения. Увлечения и хобби: всемирная история, история искусств. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ФИЛЬТРАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ ПОД ФЛЮТБЕТОМ ПРИ НАЛИЧИИ ЛИНЗ

БЛИШУН А.П.

Рассматривается задача расчета фильтрационного течения под флютбетом при наличии в области фильтрации областей, заполненных практически водонепроницаемой средой (линз). На основании совместного применения принципа суперпозиции, методов R -функций и Ритца строится численный метод решения поставленной задачи.

Введение

Актуальность исследования. В последние годы наблюдается развитие таких процессов как зарегулированность поверхностного стока с существенным снижением естественной дренажности и устойчивым подъемом уровня водоносных горизонтов, что приводит к сильному и устойчивому подтоплению, разрушению естественной геохимии и техногенному загрязнению сельскохозяйственных, городских и других ландшафтов. При этом на практике часто встречаются случаи, когда внутри области фильтрации находится одна или несколько линз – областей, заполненных практически водонепроницаемой средой. При расчете таких фильтрационных течений приходится решать краевую задачу математической физики в многосвязной области. Решение такого класса задач требует развития принципиально новых методик. Таким образом, разработка новых и усовершенствование существующих методов математического моделирования и численного анализа фильтрационных течений в многосвязных областях (т.е. при наличии в области фильтрации линз) является актуальной научной проблемой.

Для решения задач математической физики, описывающих фильтрационные течения, используются различные точные и приближенные методы: разделения переменных, теории функций комплексного переменного, метод мажорантных областей, суммарных представлений, метод фиктивных областей, конечных элементов и др. Классические результаты по этим методам отражены в монографиях [6, 8 – 12, 14, 15].

Каждый из перечисленных методов обладает рядом достоинств и недостатков. К основным недостаткам точных методов следует отнести ограниченный круг областей, к которым они могут быть применены, а основным недостатком приближенных методов является то, что при их реализации обычно от рассмотрения геометрически сложных участков границы области фильтрации переходят к более простым, например, составленным из отрезков прямых.

Наиболее точно и полно учесть геометрическую и аналитическую информацию, содержащуюся в крае-

вой задаче, позволяет метод R -функций академика НАН Украины В.Л. Рвачева [16].

Для численного решения задач фильтрации метод R -функций был применен в работах [2 – 5, 17]. Для моделирования фильтрационных течений в многосвязных областях метод R -функций не использовался.

Цель и задачи исследования. Целью настоящего исследования является разработка новых средств математического моделирования и численного анализа фильтрационных течений в многосвязных областях на основании принципа суперпозиции и методов R -функций и Ритца. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- используя принцип суперпозиции, свести исходную задачу к набору вспомогательных задач;
- для решения вспомогательных задач построить в соответствии с методом R -функций полные структуры решения;
- для аппроксимации неопределенных компонент структур разработать численный алгоритм на основании метода Ритца.

1. Постановка задачи

Рассмотрим движение несжимаемой жидкости под гидротехническим сооружением (плотиной). На рисунке приведена схема фильтрации. Здесь Ω – область фильтрации, Ω_0 – подводная часть плотины (флютбет), $\Omega_1, \dots, \Omega_n$ – линзы.

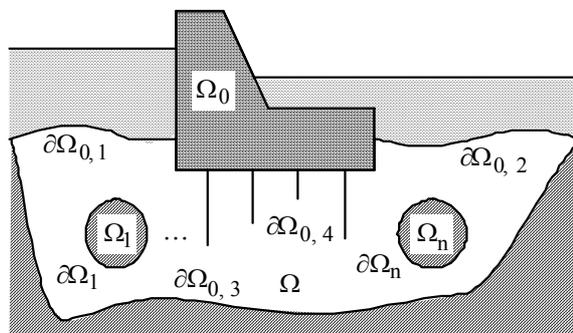


Схема фильтрации

Плоскую стационарную фильтрацию несжимаемой жидкости будем описывать в рамках линейного закона Дарси уравнениями [14]

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{v} = -\kappa \nabla h \text{ в } \Omega, \quad (2)$$

где $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ – скорость фильтрации; κ – коэффициент фильтрации; $h = y + \frac{p}{\rho g}$ – пьезометрический напор; p – давление; ρ – плотность жидкости, а g – ускорение силы тяжести.

Из (1), (2) следует уравнение для напора:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0 \text{ в } \Omega. \quad (3)$$

Для численного анализа задачи удобнее от уравнения (3) для напора $h(x, y)$ перейти к уравнению для функции тока $\psi(x, y)$, вводимой соотношениями

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (4)$$

Как видно, уравнение неразрывности (1) при этом обращается в тождество, а из (2) следует, что

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (5)$$

Исключив из (5) перекрестным дифференцированием h , для функции тока ψ получим уравнение

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = 0 \text{ в } \Omega. \quad (6)$$

Дополним уравнение (6) краевыми условиями.

На проницаемых участках границы $\partial\Omega_{0,1}$ и $\partial\Omega_{0,2}$ следует поставить однородные условия Неймана:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}} = 0, \quad (7)$$

где \mathbf{n} – внешняя к $\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}$ нормаль. Физический смысл условия (7) (как видно из (5)) заключается в постоянстве напора на $\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}$.

Водоупор $\partial\Omega_{0,3}$, граница флютбета сошпунтами $\partial\Omega_{0,4}$ и границы линз $\partial\Omega_1, \dots, \partial\Omega_n$ водонепроницаемы, поэтому нормальная составляющая скорости \mathbf{v} на этих участках границы равна нулю, т.е. они являются линиями тока. Это приводит к следующим краевым условиям:

$$\psi \Big|_{\partial\Omega_{0,3}} = 0, \quad \psi \Big|_{\partial\Omega_{0,4}} = Q, \quad \psi \Big|_{\partial\Omega_i} = c_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

где величина Q задаёт общий расход жидкости, а $c_i, i = 1, 2, \dots, n$ – неизвестные постоянные, которые определяются из интегральных соотношений

$$\int_{\partial\Omega_i} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} ds = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Итак, для определения функции тока фильтрационного течения нужно в области Ω решить уравнение (6) при краевых условиях (7), (8), причем решение должно удовлетворять интегральным условиям (9).

Будем считать, что все кривые в области фильтрации являются гладкими или кусочно-гладкими, а коэффициент фильтрации κ есть непрерывная в $\bar{\Omega}$ функция, причем $0 < \kappa_1 \leq \kappa(x, y) \leq \kappa_2$ в $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, $\partial\Omega$ – граница области Ω .

Постановка задачи (6)–(9) напоминает видоизмененную задачу Дирихле, которая часто встречается при решении прикладных задач [1, 7].

Сходная по постановке задача гидродинамики вязкой жидкости решалась методами R -функций и Ритца в работе [18].

2. Применение принципа суперпозиции

Согласно принципу линейной суперпозиции [7] решение задачи (6) – (9) ищем в виде

$$\psi(x, y) = \psi_0(x, y) + \sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x, y), \quad (10)$$

где $\psi_0(x, y)$ – решение задачи

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \right) = 0 \text{ в } \Omega, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}} = 0, \quad (12)$$

$$\psi \Big|_{\partial\Omega_{0,3} \cup \partial\Omega_1 \cup \dots \cup \partial\Omega_n} = 0, \quad \psi \Big|_{\partial\Omega_{0,4}} = Q,$$

а $\psi_i(x, y), i = 1, 2, \dots, n$ – решения задач

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right) = 0 \text{ в } \Omega, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}} = 0, \quad \psi_i \Big|_{\partial\Omega_{0,3} \cup \partial\Omega_{0,4}} = 0,$$

$$\psi_i \Big|_{\partial\Omega_j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n, j \neq i), \quad \psi_i \Big|_{\partial\Omega_i} = 1. \quad (14)$$

Подставив (10) в (9) для определения постоянных c_1, c_2, \dots, c_n , получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\int_{\partial\Omega_i} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\psi_0 + \sum_{k=1}^n c_k \psi_k \right) ds = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

или

$$\sum_{k=1}^n c_k \int_{\partial\Omega_i} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi_k}{\partial \mathbf{n}} ds = - \int_{\partial\Omega_i} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \psi_0}{\partial \mathbf{n}} ds, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

Как следует из теории уравнений в частных производных в сделанных выше предположениях относительно границы $\partial\Omega$ области фильтрации Ω и коэффициента фильтрации κ , смешанные задачи (11), (12) и (13), (14) однозначно разрешимы (по крайней мере в обобщенном смысле) в соответствующих функциональных пространствах (см. ниже). Обоснование используемого принципа суперпозиции основано на доказательстве однозначной разрешимости системы (15). Это доказательство основано на принципе максимума для эллиптических уравнений и проводится по аналогичной схеме, использованной в [7] для видоизмененной задачи Дирихле.

3. Использование методов R-функций и Ритца

Для решения задач (11), (12) и (13), (14) воспользуемся методами R-функций [16] и Ритца [13]. Пусть функции $\omega_{0,1}, \omega_{0,2}, \omega_{0,3}, \omega_{0,4}, \omega_1, \dots, \omega_n$ удовлетворяют условиям:

- 1) $\omega_{0,k} = 0$ на $\partial\Omega_{0,k}$;
- 2) $\omega_{0,k} > 0$ в $\bar{\Omega} \setminus \partial\Omega_{0,k}$;
- 3) $\frac{\partial\omega_{0,k}}{\partial\mathbf{n}} = -1$ на $\partial\Omega_{0,k}$,

где \mathbf{n} – внешняя к $\partial\Omega_{0,k}$ нормаль, $k=1, 2, 3, 4$;

- а) $\omega_i = 0$ на $\partial\Omega_i$;
- б) $\omega_i > 0$ в $\bar{\Omega} \setminus \partial\Omega_i$;
- в) $\frac{\partial\omega_i}{\partial\mathbf{n}} = -1$ на $\partial\Omega_i$,

где \mathbf{n} – внешняя к $\partial\Omega_i$ нормаль, $i=1, 2, \dots, n$.

Такие функции всегда можно построить, используя конструктивный аппарат теории R-функций [16].

Тогда краевые условия (12) можно записать в виде

$$\left. \frac{\partial\Psi_0}{\partial\mathbf{n}} \right|_{\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}} = 0,$$

$$\Psi_0 \Big|_{\partial\Omega \setminus (\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2})} = f_0 \Big|_{\partial\Omega \setminus (\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2})}, \quad (16)$$

где

$$f_0 = Q \frac{\omega_{0,3} \wedge_{\alpha} \left(\bigwedge_{k=1}^n \omega_k \right)}{\omega_{0,4} + \omega_{0,3} \wedge_{\alpha} \left(\bigwedge_{k=1}^n \omega_k \right)}, \quad (17)$$

а условия (14) можно записать в виде

$$\left. \frac{\partial\Psi_i}{\partial\mathbf{n}} \right|_{\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}} = 0,$$

$$\Psi_i \Big|_{\partial\Omega \setminus (\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2})} = f_i \Big|_{\partial\Omega \setminus (\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2})}, \quad (18)$$

где

$$f_i = \frac{\omega_{0,3} \wedge_{\alpha} \omega_{0,4} \wedge_{\alpha} \left(\bigwedge_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \omega_k \right)}{\omega_i + \omega_{0,3} \wedge_{\alpha} \omega_{0,4} \wedge_{\alpha} \left(\bigwedge_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \omega_k \right)}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

Здесь

$$\partial\Omega \setminus (\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}) = \partial\Omega_{0,3} \cup \partial\Omega_{0,4} \cup \partial\Omega_1 \cup \dots \cup \partial\Omega_n,$$

\wedge_{α} – знак R-конъюнкции:

$$f \wedge_{\alpha} g = \frac{1}{1+\alpha} \left(f + g - \sqrt{f^2 + g^2 - 2\alpha fg} \right), \quad -1 < \alpha \leq 1.$$

Тогда, как следует из результатов работы [16], краевым условиям (16) точно удовлетворяет пучок функций

$$\Psi_0 = f_0 + \tilde{\omega}_1 \Phi_0 - \frac{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2} [D_1^{(2)} f_0 + D_1^{(2)} (\tilde{\omega}_1 \Phi_0) - \tilde{\omega}_2 \Psi_0], \quad (20)$$

а краевым условиям (18) удовлетворяют пучки функций

$$\Psi_i = f_i + \tilde{\omega}_1 \Phi_i - \frac{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2} [D_1^{(2)} f_i + D_1^{(2)} (\tilde{\omega}_1 \Phi_i) - \tilde{\omega}_2 \Psi_i], \quad (21)$$

$i=1, 2, \dots, n$. Здесь $f_0, f_i, i=1, 2, \dots, n$, определяются формулами (17), (19) соответственно, $\Phi_0, \Phi_i, \Psi_0, \Psi_i, i=1, 2, \dots, n$, – неопределенные компоненты структур;

$$\tilde{\omega}_1 = \omega_{0,3} \wedge_{\alpha} \omega_{0,4} \wedge_{\alpha} \left(\bigwedge_{k=1}^n \omega_k \right),$$

$$\tilde{\omega}_2 = \omega_{0,1} \wedge_{\alpha} \omega_{0,2}, \quad D_1^{(2)} = \frac{\partial\tilde{\omega}_2}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial\tilde{\omega}_2}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y}.$$

Итак, построены структура решения краевой задачи (11), (12) (формула (20)) и структуры решения краевых задач (13), (14) (формулы (21)).

Для аппроксимации неопределенных компонент в (20), (21) (положим $\Psi_0 = \Psi_1 = \dots = \Psi_n = 0$) воспользуемся методом Ритца [13]. Аппроксимации для $\Phi_0, \Phi_i, i=1, 2, \dots, n$, будем искать в виде

$$\Phi_0 \approx \Phi_0^N = \sum_{j=1}^N \alpha_j^{(0)} \tau_j, \quad \Phi_i \approx \Phi_i^N = \sum_{j=1}^N \alpha_j^{(i)} \tau_j,$$

где $\{\tau_j\}$ – полная в $L_2(\Omega)$ система функций (степенные или тригонометрические полиномы, сплайны и т.п.).

Тогда приближенное решение $\Psi_{0,N}$ задачи (11), (12) ищем в виде

$$\Psi_{0,N} = g_0 + \sum_{j=1}^N \alpha_j^{(0)} \varphi_j, \quad (22)$$

а приближенное решение задачи (13), (14) ищем в виде

$$\Psi_{i,N} = g_i + \sum_{j=1}^N \alpha_j^{(i)} \varphi_j, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

где обозначено

$$g_0 = f_0 - \frac{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2} D_1^{(2)} f_0,$$

$$g_i = f_i - \frac{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2} D_1^{(2)} f_i, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

$$\varphi_j = \tilde{\omega}_1 \tau_j - \frac{\tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2} + D_1^{(2)}(\tilde{\omega}_1 \tau_j), \quad j=1, 2, \dots, N. \quad (23)$$

В задаче (11), (12) сделаем замену

$$\psi_0 = g_0 + u_0,$$

здесь u_0 – новая неизвестная функция. Тогда для u_0 получим краевую задачу с однородными краевыми условиями

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial u_0}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) = F_0 \quad \text{в } \Omega, \quad (24)$$

$$u_0|_{\partial\Omega \setminus (\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2})} = 0, \quad \frac{\partial u_0}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}} = 0, \quad (25)$$

$$\text{где } F_0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial g_0}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial g_0}{\partial y} \right).$$

Считаем, что $F_0 \in L_2(\Omega)$.

С задачей (24), (25) свяжем оператор A этой краевой задачи, который действует в $L_2(\Omega)$ по правилу

$$Au \equiv -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (26)$$

на области определения

$$D_A =$$

$$= \left\{ u \mid u \in C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega}), u|_{\partial\Omega \setminus (\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2})} = \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega_{0,1} \cup \partial\Omega_{0,2}} = 0 \right\}$$

Пополнив множество D_A в норме, порожденной скалярным произведением

$$[u, v] = \iint_{\Omega} \frac{1}{\kappa} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy,$$

получим соответствующее энергетическое пространство H_A .

Нетрудно показать, что оператор A (26) будет положительно определенным в H_A . Тогда по теореме о функционале энергии получим [13], что задача (24), (25) эквивалентна задаче нахождения в H_A точки минимума функционала:

$$\begin{aligned} J[u_0] &= \|u_0\|^2 - 2(u_0, F_0) = \\ &= \iint_{\Omega} \frac{1}{\kappa} \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - 2 \iint_{\Omega} u_0 F_0 dx dy. \quad (27) \end{aligned}$$

Для минимизации функционала (27) воспользуемся методом Ритца [13].

По построению последовательность $\{\varphi_j\}$ вида (23) является координатной:

- 1) $\varphi_j \in D_A \quad \forall j$;
- 2) $\forall N \quad \varphi_1, \dots, \varphi_N$ линейно-независимы;
- 3) $\{\varphi_j\}$ полна в H_A .

Тогда приближенное решение задачи (24), (25) со-

гласно (22) ищем в виде $u_{0,N} = \sum_{j=1}^N \alpha_j^{(0)} \varphi_j$.

В соответствии с методом Ритца неизвестные коэффициенты $\alpha_j^{(0)}$, $j=1, 2, \dots, N$, получим как решение системы

$$\sum_{j=1}^N [\varphi_j, \varphi_r] \alpha_j^{(0)} = (F_0, \varphi_r), \quad r=1, 2, \dots, N.$$

Из теорем сходимости метода Ритца [13] следует, что при $N \rightarrow \infty$ последовательность функций $u_{0,N}$ сходится к единственному обобщенному решению краевой задачи (24), (25) как в норме $L_2(\Omega)$, так и в норме H_A . Это значит, что последовательность функций $\psi_{0,N} = g_0 + u_{0,N}$ сходится в норме $L_2(\Omega)$ к единственному обобщенному решению задачи (11), (12). Условия применимости описанного численного метода формулируются в виде условия $F_0 \in L_2(\Omega)$.

Численный метод решения задач (13), (14) строится и обосновывается аналогично.

Выводы

Впервые предложен и обоснован приближенно-аналитический метод расчета фильтрационных течений в многосвязных областях. Он отличается от известных методов тем, что с помощью метода R -функций точно учитывает всю аналитическую и геометрическую информацию, содержащуюся в математической модели. Предложенный метод может быть использован при расчете различных гидросооружений.

Литература: 1. *Алексидзе М.А.* Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач. М.: Наука, 1991. 352 с. 2. *Блишун А.П.* Метод R -функций в задачах стационарной фильтрации со свободной границей // Вісник Запорізького національного університету. 2011. № 2. С. 29–37. 3. *Блишун А.П., Сидоров М.В., Яловега И.Г.* Математическое моделирование и численный анализ фильтрационных течений под гидротехническими сооружениями с помощью метода R -функций // Радиоэлектроника и информатика. 2010. № 2. С. 40–46. 4. *Блишун А.П., Сидоров М.В., Яловега И.Г.* Математическое моделирование стационарных фильтрационных течений со свободной границей методом R -функций // АСУ и приборы автоматки. 2010. Вып. 150. С. 18–27. 5.

Блишун А.П., Сидоров М.В., Яловега И.Г. Численный анализ стационарных фильтрационных течений со свободной границей структурно-вариационным методом // АСУ и приборы автоматики. 2010. Вып. 151. С. 20–27. **6. Вабищевич П.Н.** Метод фиктивных областей в математической физике. М.: Изд-во МГУ, 1991. 156 с. **7. Вабищевич П.Н.** Приближенное решение видоизмененной задачи Дирихле // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1991. Т. 31, № 11. С. 1655–1669. **8. Коннор Дж., Бреббиа К.** Метод конечных элементов в механике жидкости. Л.: Судостроение, 1979. 264 с. **9. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с. **10. Ляшко Н.И., Великоуваненко Н.М.** Численно-аналитическое решение крайних задач теории фильтрации. К.: Наук. думка, 1973. 264 с. **11. Ляшко И.И., Великоуваненко И.М., Лаврик В.И., Мистецкий Г.Е.** Метод мажорантных областей в теории фильтрации. К.: Наук. думка, 1974. 200 с. **12. Ляшко И.И., Сергиенко Н.В., Мистецкий Г.Е., Скопецкий В.В.** Вопросы автоматизации решения задач фильтрации на ЭВМ. К.: Наук. думка, 1977. 288 с. **13. Михлин С.Г.** Вариационные методы в математической физике. М.:

УДК 517.95:519.63

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ЗАДАЧ ВЯЗКОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ

АРТЮХ А.В., ЯЛОВЕГА И.Г.

Рассматривается линейная задача расчета нестационарного плоскопараллельного течения вязкой теплопроводной несжимаемой жидкости в конечной односвязной области. Для описания течения используется система дифференциальных уравнений для функции тока и температуры. На основании метода R-функций и метода Галеркина строится приближенное решение этой задачи. Проводится вычислительный эксперимент для модельной задачи.

Введение

Актуальность задачи. Задачи, связанные с движением жидкости в различных областях, играют важную роль в развитии современной техники и естествознания, а именно в теплоэнергетике, геофизике, биологии и пр. Во многих практически важных случаях жидкость можно с большой достоверностью считать вязкой несжимаемой ньютоновской средой, и проходящие в ней процессы могут быть промоделированы с помощью уравнений Навье-Стокса [1, 2]. С развитием возможностей вычислительной техники более активно используется математическое моделирование. Обычно для расчета вязких течений применяют численные методы [3–5 и др.]: метод конечных разностей и метод конечных элементов. Они просты в реализации, но не обладают необходимым свойством универсальности – при переходе к новой области (особенно неклассической геометрии) необходимо генерировать новую сетку, а часто и заменять сложные участки границы простыми, составленными, например, из отрезков прямых. Точно учесть геометрию области

Наука, 1970. 511 с. **14. Полубаринова-Кочина П.Я.** Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с. **15. Прусов И.А.** Двумерные краевые задачи фильтрации. Мн.: Изд-во «Университетское», 1987. 182 с. **16. Рвачев В.Л.** Теория R-функций и некоторые её приложения. К.: Наук. думка, 1982. 552 с. **17. Сидоров М.В., Стороженко А.В.** Математическое и компьютерное моделирование некоторых фильтрационных течений // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 4. С. 58–61. **18. Сидоров М.В.** Приближенный метод расчета многосвязных вязких течений // Радиоэлектроника и информатика. 2003. №1. С. 42–44.

Поступила в редколлегию 2.10.2012

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Блишун Александр Павлович, аспирант кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы математической физики, теория R-функций и её приложения. Увлечения и хобби: покер, футбол. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

можно, воспользовавшись конструктивным аппаратом теории R-функций, разработанной акад. В.Л. Рвачевым и его учениками [6, 7 и др.]. Задачи гидродинамики решались в работах С.В. Колосовой, К.В. Максименко-Шейко, И.Г. Суворовой, Т.И. Шейко, М.В. Сидорова и др. [8–11, 17], однако в основном рассматривались задачи динамики идеальной жидкости или вязкой для случаев стационарного течения, когда можно построить решение за счет удачного выбора координат. Поэтому разработка новых, а также совершенствование существующих методов математического моделирования нестационарных течений теплопроводной вязкой жидкости на основе метода R-функций и проекционных методов является актуальной научной проблемой.

Цели и задачи исследования. Целью настоящего исследования является разработка новых средств математического моделирования и численного анализа нестационарных плоскопараллельных течений вязкой теплопроводной несжимаемой жидкости в конечных односвязных областях в линейном приближении на основании методов R-функций и Галеркина. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- получить полную структуру решения начально-краевой задачи для функции тока и температуры, используя метод R-функций;
- разработать и обосновать алгоритм аппроксимации неопределенных компонент полученных структур на основании метода Галеркина;
- провести вычислительные эксперименты.

1. Постановка задачи

Рассмотрим линейную задачу расчета нестационарного течения вязкой теплопроводной несжимаемой жидкости. Пусть Ω – плоская односвязная ограниченная область с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$.

Линеаризованная система уравнений, описывающая такое течение, состоит из:

уравнения движения для скорости $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ и нормализованного на плотность давления p :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \text{grad } p - \nu \text{div grad } \mathbf{v} - \beta \mathbf{e} \theta = 0, \quad (1)$$

уравнения неразрывности

$$\text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

и уравнения, которое описывает перенос тепла теплопроводностью и конвекцией

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \kappa \text{div grad } \theta = 0. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ – поле скоростей; p – давление; ν – кинематическая вязкость; β определяет объемное расширение; $\mathbf{e} = (0, 1)$ – вектор, задающий направление выталкивающей силы; $\theta = \theta(x, y, t)$ – отклонение температуры от равновесной; κ – коэффициент теплопроводности. Будем предполагать, что объемные силы отсутствуют.

Для достаточно медленного (ползущего) течения отношение порядка конвективных сил инерции к порядку сил вязкости мало и поэтому нелинейными членами в исходной системе уравнений Навье-Стокса можно пренебречь. При этом мы получили линеаризованные уравнения вязкой теплопроводной несжимаемой жидкости (1) – (3).

Достаточно широкий класс течений может быть сведен к двумерным течениям. Далее будем рассматривать плоскопараллельные течения, когда область, в которой изучается течение, является цилиндрической, а краевые и начальные данные не зависят от координаты оси цилиндра.

Анализ плоскопараллельных течений удобно производить с помощью функции тока $\psi(x, y, t)$, вводимой соотношениями

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

(уравнение неразрывности при этом обращается в тождество).

После подстановки соотношения (4) для функции тока в (1) и исключения давления с помощью дифференцирования исходное уравнение для вектора скорости \mathbf{v} сводится к уравнению для функции тока вида

$$-\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \nu \Delta^2 \psi - \beta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0.$$

Начальные и краевые условия для функции тока могут быть получены из условий, накладываемых на вектор \mathbf{v} . Так, если жидкость примыкает к неподвижной стенке, то в этих точках скорость жидкости обращается

в нуль. Это означает, что в нуль обращается нормальная и тангенциальная составляющая скорости (условие прилипания). Если же жидкость примыкает к подвижной твердой стенке, то в таких точках скорость жидкости должна по величине и направлению совпадать со скоростью соответствующей точки стенки. Исходя из этого на границе $\partial\Omega$ области Ω можно задать значение функции тока ψ и её нормальной

производной $\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}}$, где \mathbf{n} – внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Итак, для функции тока $\psi(x, y, t)$ и температуры $\theta = \theta(x, y, t)$ можно поставить начально-краевую задачу:

$$-\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \nu \Delta^2 \psi - \beta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \kappa \Delta \theta = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (6)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = f_0(s, t), \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = g_0(s, t), \quad s \in \partial\Omega, \quad t \geq 0, \quad (7)$$

$$\psi|_{t=0} = \psi_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (8)$$

$$\theta|_{\partial\Omega} = h_0(s, t), \quad s \in \partial\Omega, \quad t \geq 0, \quad (9)$$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (10)$$

где f_0 , g_0 – некоторые распределения нормальной и касательной составляющей скорости потока соответственно; h_0 – заданное распределение температуры на

границе $\partial\Omega$; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа;

$\Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ – бигармонический оператор.

Методика задания функций $f_0(s, t)$ и $g_0(s, t)$ рассмотрена в [15].

2. Применение методов R-функций и Галеркина

Для решения начально-краевой задачи (5) – (10) используем методы R-функций и Галеркина.

Пусть граница $\partial\Omega$ области Ω кусочно-гладкая и может быть описана элементарной функцией $\omega(x, y)$ согласно методу R-функций [6], причем функция $\omega(x, y)$ удовлетворяет условиям:

$$1) \quad \omega(x, y) = 0 \quad \text{на } \partial\Omega;$$

$$2) \quad \omega(x, y) > 0 \quad \text{в } \Omega;$$

$$3) \quad \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{n}} = -1 \quad \text{на } \partial\Omega, \quad \text{т.е. } \omega(x, y) = 0 \quad \text{– нормализованное}$$

уравнение $\partial\Omega$.

В работе [15] было показано, что краевым условиям (7) и (9) удовлетворяют соответственно пучки функций

$$\psi = f - \omega(D_1 f + g) + \omega^2 \Phi, \quad (11)$$

$$\theta = h + \omega \Upsilon, \quad (12)$$

где $f = EC f_0$, $g = EC g_0$, $h = EC h_0$ – продолжения функций f_0 , g_0 , h_0 в Ω ,

$$D_1 v = \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} = (\nabla \omega, \nabla v),$$

$\Phi = \Phi(x, y, t)$, $\Upsilon = \Upsilon(x, y, t)$ – неопределенные компоненты структур, которые будем предполагать достаточно гладкими.

В задаче (5) – (10) сделаем замену

$$\psi = \varphi + u, \quad \theta = h + v,$$

где $\varphi = f - \omega(D_1 f + g)$, u , v – новые неизвестные функции. Тогда для функции u и v получим начально-краевую задачу с однородными краевыми условиями:

$$\frac{\partial}{\partial t} (-\Delta u) + \nu \Delta^2 u - \beta \frac{\partial v}{\partial x} = F, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \kappa (-\Delta v) = G, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (14)$$

$$u|_{\partial \Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial \Omega} = 0, \quad (15)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (16)$$

$$v|_{\partial \Omega} = 0, \quad (17)$$

$$v|_{t=0} = v_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (18)$$

где $F = -\nu \Delta^2 \varphi + \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial t} + \beta \frac{\partial h}{\partial x}$, $G = -\frac{\partial h}{\partial t} + \kappa \Delta h$,

$$u_0 = \psi_0 - \varphi|_{t=0}, \quad v_0 = \theta_0 - h|_{t=0}.$$

Для решения задачи (13) – (18) применим метод Галеркина для нестационарной задачи [22].

Пусть $T > 0$, H – сепарабельное гильбертово пространство. Символом $L_2(0, T; H)$ будем обозначать множество функций $u(t)$, $t \in [0, T]$, со значениями в H таких, что

$$\int_0^T \|u(t)\|_H^2 dt < +\infty.$$

Это множество является сепарабельным гильбертовым пространством со скалярным произведением

$$\langle u, v \rangle = \int_0^T (u(t), v(t))_H dt.$$

Возьмем $H = L_2(\Omega)$. Пусть $u_0, v_0 \in L_2(\Omega)$, $F(t), G(t) \in L_2(0, T; L_2(\Omega))$.

Введем в рассмотрение операторы A , B_1 , B_2 и E , действующие в $L_2(0, T; L_2(\Omega))$ по правилам

$$Au = \Delta^2 u, \quad B_1 u = -\Delta u, \quad B_2 v = -\Delta v, \quad Ev = \frac{\partial v}{\partial x}$$

на области определения

$$D_A = \left\{ u \mid u \in C^4(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega}), u|_{\partial \Omega} = \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial \Omega} = 0 \right\},$$

общей для операторов A , B_1 , и

$$D_{B_2} = \left\{ v \mid v \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega}), v|_{\partial \Omega} = 0 \right\},$$

общей для операторов B_2 и E .

Можно доказать [19], что операторы A , B_1 , B_2 будут линейными положительно-определенными, а оператор E линейен.

Тогда задачу (13) – (18) можно записать в операторной форме:

$$\frac{d}{dt} B_1 u + \nu Au - \beta Ev = F, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (19)$$

$$\frac{dv}{dt} + \kappa B_2 v = G, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (20)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}, \quad (21)$$

$$v|_{t=0} = v_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}. \quad (22)$$

На D_A введем энергетическое произведение $[u, v]_A$ по правилу: для любых $u, v \in D_A$

$$[u, v]_A = (Au, v)_{L_2(\Omega)} = \iint_{\Omega} \Delta u \cdot \Delta v \, dx dy,$$

а соответствующая энергетическая норма

$$\|u\|_A^2 = \iint_{\Omega} (\Delta u)^2 \, dx dy.$$

Пополнив D_A в норме $\|u\|_A$, получив энергетическое пространство H_A оператора A .

На D_{B_2} введем энергетическое произведение $[u, v]_{B_2}$ по правилу: для любых $u, v \in D_{B_2}$

$$[u, v]_{B_2} = (B_2 u, v)_{L_2(\Omega)} = \iint_{\Omega} \Delta u \cdot v \, dx dy.$$

Применяя формулу Грина [19] и учитывая краевые условия, получим

$$[u, v]_{B_2} = (B_2 u, v)_{L_2(\Omega)} = \iint_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, dx dy,$$

а соответствующая энергетическая норма

$$\|u\|_{B_2}^2 = \iint_{\Omega} |\nabla u|^2 \, dx dy.$$

Пополнив D_{B_2} в норме $\|u\|_{B_2}$, получим энергетическое пространство H_{B_2} оператора B_2 .

Можно показать, что $H_A = \overset{\circ}{W}_2^2(\Omega)$, $H_{B_2} = \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega)$.

Пусть $(u(t), v(t)) \in \overset{\circ}{W}_2^2(\Omega) \times \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega)$ – классическое решение задачи (19) – (22), т.е. для любого $t \geq 0$ $u(t) \in D_A$, $v(t) \in D_{B_2}$, $u(t)$ и $v(t)$ непрерывно дифференцируемы по t , удовлетворяют уравнениям (19) и (20) и начальным условиям (21) и (22) соответственно.

Пусть $w_1(t)$, $w_2(t)$ – достаточно гладкие в $\bar{\Omega} \times [0, +\infty)$ функции, удовлетворяющие краевым условиям (15) и (17) соответственно, и такие, что при некотором $T > 0$ $w_1(T) = 0$ и $w_2(T) = 0$. Умножим (19) скалярно в $L_2(\Omega)$ на произвольную функцию $w_1(t)$ с указанными свойствами, а уравнение (20) – на $w_2(t)$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} B_1 u, w_1 \right)_{L_2(\Omega)} + v(Au, w_1)_{L_2(\Omega)} - \beta(Ev, w_1)_{L_2(\Omega)} = \\ = (F, w_1)_{L_2(\Omega)}, \end{aligned}$$

$$\left(\frac{dv}{dt}, w_2 \right)_{L_2(\Omega)} + \kappa(B_2 v, w_2)_{L_2(\Omega)} = (G, w_2)_{L_2(\Omega)}.$$

Интегрируя последние равенства по t от 0 до T , получаем, что

$$\begin{aligned} \int_0^T \left(\frac{d}{dt} B_1 u, w_1 \right)_{L_2(\Omega)} dt + v \int_0^T (Au, w_1)_{L_2(\Omega)} dt - \\ - \beta \int_0^T (Ev, w_1)_{L_2(\Omega)} dt = \int_0^T (F, w_1)_{L_2(\Omega)} dt, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^T \left(\frac{dv}{dt}, w_2 \right)_{L_2(\Omega)} dt + \kappa \int_0^T (B_2 v, w_2)_{L_2(\Omega)} dt = \\ = \int_0^T (G, w_2)_{L_2(\Omega)} dt. \end{aligned}$$

Проинтегрировав первый интеграл в каждом уравнении по частям (по переменной t) и воспользовавшись равенствами $w_1(T) = 0$ и $w_2(T) = 0$, получим, что

$$\begin{aligned} - \int_0^T [u, w_1']_{B_1} dt + v \int_0^T [u, w_1]_A dt - \beta \int_0^T (Ev, w_1)_{L_2(\Omega)} dt = \\ = [u_0, w_1(0)]_{B_1} + \int_0^T (F, w_1)_{L_2(\Omega)} dt, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} - \int_0^T (v, w_2')_{L_2(\Omega)} dt + \kappa \int_0^T [v, w_2]_{B_2} dt = \\ = (v_0, w_2(0))_{L_2(\Omega)} + \int_0^T (G, w_2)_{L_2(\Omega)} dt, \end{aligned} \quad (24)$$

где обозначено $w_1' = \frac{dw_1}{dt}$, $w_2' = \frac{dw_2}{dt}$.

Последние равенства возьмем в качестве определения обобщенного (слабого) решения задачи (19) – (22) (а значит, и задачи (13) – (18)).

Обозначим множество функций

$$\begin{aligned} W_T = \left\{ (w_1, w_2) \mid (w_1, w_2) \in L_2(0, T; \overset{\circ}{W}_2^2(\Omega)) \times L_2(0, T; \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega)), \right. \\ \left. (w_1', w_2') \in L_2(0, T; L_2(\Omega)) \times L_2(0, T; L_2(\Omega)), \right. \\ \left. w_1(T) = 0, w_2(T) = 0 \right\}. \end{aligned}$$

Определение. Пара функций $(u(t), v(t))$ называется обобщенным (слабым) решением задачи (19) – (22), если

- 1) $(u(t), v(t)) \in L_2(0, T; \overset{\circ}{W}_2^2(\Omega)) \times L_2(0, T; \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega))$;
- 2) для любой пары элементов $(w_1(t), w_2(t)) \in W_T$ имеют место равенства (23) и (24).

Справедлива следующая

Теорема 1. Пусть $F(t), G(t) \in L_2(0, T; L_2(\Omega))$ и $u_0 \in H_{B_1}$, $v_0 \in L_2(\Omega)$. Тогда существует и притом единственное, обобщенное решение задачи (19) – (22).

Для построения обобщенного решения задачи (19) – (22) воспользуемся методом Галеркина [22]. Приближенное решение задачи (19) – (22) ищем в виде

$$u_n(t) = \sum_{k=1}^n c_k(t) \varphi_k, \quad (25)$$

$$v_n(t) = \sum_{k=1}^n d_k(t) \psi_k, \quad (26)$$

где $c_k(t)$, $d_k(t)$, $k = 1, \dots, n$, – неизвестные пока функции, $\{\varphi_k\}$, $\{\psi_k\}$ – координатные последовательности, т.е. последовательности $\{\varphi_k\}$ и $\{\psi_k\}$ удовлетворяют условиям соответственно:

- 1) для любого k $\varphi_k \in H_A$;
- 2) для любого n $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ линейно-независимы;
- 3) $\{\varphi_k\}$ полна в H_A ,

и

- 1) для любого k $\psi_k \in H_{B_2}$;
- 2) для любого n ψ_1, \dots, ψ_n линейно-независимы;
- 3) $\{\psi_k\}$ полна в H_{B_2} .

Поскольку из (11) и (12) следует, что $u = \omega^2 \Phi$ и $v = \omega Y$, где $\Phi = \Phi(x, y, t)$ и $Y = Y(x, y, t)$ – неопределенные компоненты структуры, то координатные последовательности можно взять в виде

$$\varphi_k = \omega^2 \tau_k, \quad v_k = \omega \tau_k,$$

где $\{\tau_k\}$ – любая полная в $L_2(\Omega)$ система функций.

В соответствии с методом Галеркина неизвестные функции $c_k(t)$ и $d_k(t)$, $k = 1, \dots, n$, найдем из условия ортогональности невязки, получаемой при подстановке (25) и (26) в уравнения (19) и (20), первым n координатным функциям $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ и v_1, \dots, v_n соответственно. Тогда для определения $c_k(t)$, $d_k(t)$, $k = 1, \dots, n$, приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\sum_{j=1}^n \dot{c}_j(t) [\varphi_j, \varphi_i]_{B_1} + v \sum_{j=1}^n c_j(t) [\varphi_j, \varphi_i]_{A_1} - \beta \sum_{j=1}^n d_j(t) (E v_j, \varphi_i)_{L_2(\Omega)} = (F, \varphi_i)_{L_2(\Omega)}, \quad (27)$$

$$\sum_{j=1}^n \dot{d}_j(t) (v_j, v_i)_{L_2(\Omega)} + \kappa \sum_{j=1}^n d_j(t) [v_j, v_i]_{B_2} = (G, v_i)_{L_2(\Omega)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (28)$$

Систему (27) – (28) нужно дополнить начальными условиями

$$c_k(0) = c_k^0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (29)$$

$$d_k(0) = d_k^0, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (30)$$

Начальные условия (29) – (30) можно задать различными способами [22], например, как решение систем алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^n c_j(0) (\varphi_j, \varphi_i)_{L_2(\Omega)} = (u_0, \varphi_i)_{L_2(\Omega)}, \quad (31)$$

$$\sum_{j=1}^n d_j(0) (v_j, v_i)_{L_2(\Omega)} = (v_0, v_i)_{L_2(\Omega)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (32)$$

которые получаются из условий ортогональности невязки начальных условий (21), (22) первым n координатным функциям $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ и v_1, \dots, v_n соответственно.

В силу условий, наложенных на координатные последовательности $\{\varphi_k\}$ и $\{v_k\}$, системы (31), (32) и задача Коши (27) – (30) при любом n имеют единственное решение.

Справедлива следующая

Теорема 2. Пара приближенных решений $(u_n(t), v_n(t))$ задачи (19) – (22), построенных по методу Галеркина, определены однозначно при любом n , причем

$$u_n(t) \rightarrow u(t), \quad n \rightarrow \infty, \quad \text{слабо в } L_2(0, T; \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega)),$$

$$v_n(t) \rightarrow v(t), \quad n \rightarrow \infty, \quad \text{слабо в } L_2(0, T; \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega)),$$

где $(u(t), v(t))$ – обобщенное решение задачи (19) – (22).

3. Результаты вычислительного эксперимента

Рассмотрим задачу (5) – (10) для прямоугольной области $\Omega = \{(x, y) | 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$:

$$-\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + v \Delta^2 \psi - \beta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \kappa \Delta \theta = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0,$$

$$\psi|_{\partial \Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial \Omega} = 0, \quad \psi|_{t=0} = 0,$$

$$\theta|_{\partial \Omega} = \begin{cases} x(x-1)(1-e^{-t}), & \text{если } y = 1, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad t \geq 0,$$

$$\theta|_{t=0} = 0.$$

Решение поставленной задачи найдено с помощью методов R-функций и Галеркина. В структурах решения (11) – (12) нормализованное уравнение Ω имеет вид

$$\omega(x, y) \equiv [x(1-x)] \wedge_{\alpha} [y(1-y)] = 0,$$

где \wedge_{α} – R-конъюнкция [6]. Было выбрано $T = 5$.

В качестве базисных функций выбирались тригонометрические полиномы, полиномы Лежандра и сплайны Шенберга третьей и пятой степени. При вычислении интегралов в скалярных произведениях в системах (27), (28) и (31), (32) использовалась формула Гаусса с 16 узлами по каждой переменной.

На рис. 1 – 3 построены линии уровня функции тока, на рис. 4 – 6 – линии уровня температуры в разные моменты времени.

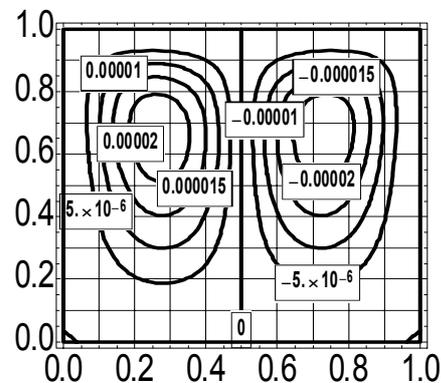


Рис. 1. Линии уровня функции тока при $t = 0,5$

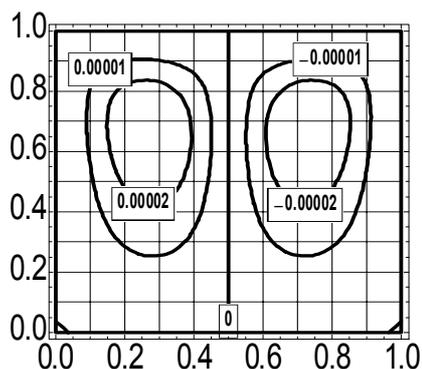


Рис. 2. Линии уровня функции тока при $t = 1,0$

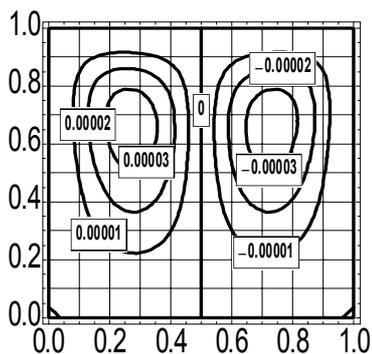


Рис. 3. Линии уровня функции тока при $t = 2$

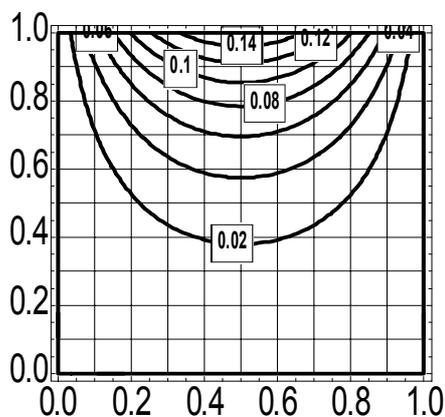


Рис. 4. Линии уровня функции температуры при $t = 0,5$

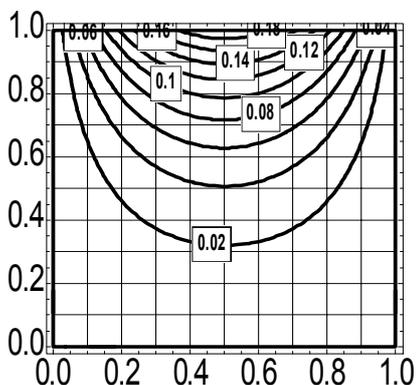


Рис. 5. Линии уровня функции температуры при $t = 1,0$

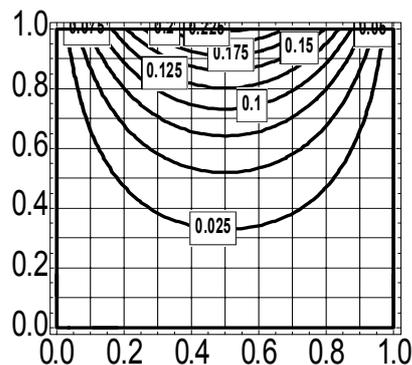


Рис. 6. Линии уровня функции температуры при $t = 2,0$

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами физических экспериментов [1, 2] и результатами, полученными другими авторами [5].

Выводы

Построен алгоритм решения задачи численного моделирования вязких теплопроводных течений на основе методов R-функций и Галеркина, что дало возможность, в отличие от сеточных методов, получить выражение для функции тока и температуры в аналитическом виде. Это существенно облегчает ее последующее использование. Численное моделирование было проведено для прямоугольной области. Сделан вывод об эффективности предложенного метода решения.

Научная новизна полученных результатов заключается в том, что впервые разработан алгоритм решения задачи математического моделирования и численного анализа нестационарных плоскопараллельных течений вязкой несжимаемой теплопроводной жидкости в конечных односвязных областях в линейном приближении на основании методов R-функций и Галеркина, который не изменяется при изменении геометрии области, что позволило получить приближенное решение задачи расчета этого класса течений в областях неклассической геометрии.

Практическая значимость полученных результатов. Разработанные методы расчета плоских течений вязкой теплопроводной жидкости в односвязных областях являются простыми в алгоритмизации и более универсальными, чем используемые в данное время, поскольку при переходе от одной области к другой требуется лишь изменить уравнение границы. Полученные результаты позволяют проводить вычислительные эксперименты во время математического моделирования различных физико-механических, биологических течений. Также решение линеаризованной задачи может быть использовано как начальное приближение для решения полных уравнений Навье-Стокса.

Литература: 1. Ландау Л.Ф., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2003. 736 с. 2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с. 3. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с. 4. Donea J., Huerta A. Finite

Element Methods for flow problems. London: Wiley, 2003. 350 p. **5.** *Zienkiewicz O.C., Taylor R. L.* The finite Element Method. Vol. 3: Fluid Dynamics. Oxford: BH, 2000. 334 p. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. К.: Наук. думка, 1982. 552 с. **7.** *Колодяжный В.М., Рвачев В.А.* Структурное построение полных последовательностей координатных функций вариационного метода решения краевых задач: Препр. АН УССР. Ин-т пробл. машиностр. Харьков, 1975. 75 с. **8.** *Суворова И.Г.* Компьютерное моделирование осесимметричных течений жидкости в каналах сложной формы // Вестн. НТУ ХПИ. Харьков, 2004. №31. С. 141–148. **9.** *Колосова С.В.* Об обтекании вязкой жидкостью цилиндра в трубе // Прикл. мех., 1971. №7. В. 10. С. 100–105. **10.** *Максименко-Шейко К.В.* Исследование течения вязкой несжимаемой жидкости в скрученных каналах сложного профиля методом R-функций // Проблемы машиностроения. 2001. Т. 4, №3–4. С. 108–116. **11.** *Рвачев В.Л., Корсунский А.Л., Шейко Т.И.* Метод R-функций в задаче о течении Гартмана // Магнитная гидродинамика. 1982. № 2. С. 64 – 69. **12.** *Ладыженская О.А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Мир, 1972. 588 с. **13.** *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных задач. М.: Мир, 1972. 588 с. **14.** *Темам Р.* Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. М.: Мир, 1981. 408с. **15.** *Сидоров М. В.* О построении структур решений задачи Стокса // Радиоэлектроника и информатика. 2002. № 3. С. 52 – 54. **16.** *Сидоров М.В.* Применение метода R-функций к расчету течения Стокса в квадратной каверне при малом числе Рейнольдса // Радиоэлектроника и информатика. 2002. № 4. С. 77 – 78. **17.** *Коло-*

сова С.В., Сидоров М.В. Применение метода R-функций // Вісн. ХНУ. Сер. Прикл. матем. і мех. 2003. № 602. С. 61 – 67. **18.** *Слободецкий Л.Н.* Обобщение пространства С.Л. Соболева и их приложение к краевым задачам для дифференциальных уравнений в частных производных. // Уч. зап. Ленингр. гос. пед. ин-та им. А.И. Герцена. 1958. Т. 197. С. 54 – 112. **19.** *Михлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 512 с. **20.** *Федотова Е.А.* Атомарная и сплайн-аппроксимация решений краевых задач математической физики: Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.07. Харьков, 1985. 170 с. **21.** *Федотова Е.А.* Практические указания по использованию сплайн-аппроксимации в программирующих системах серии «Поле»: Препр. АН УССР. Ин-т пробл. машиностр.; 202. Харьков, 1984. 60 с. **22.** *Михлин С.Г.* Численная реализация вариационных методов. М.: Наука, 1966. 432 с.

Поступила в редколлегию 18.09.2012

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Артюх Антон Владимирович, аспирант, ассистент кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, математическая физика, численные методы. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-14-36.

Яловега Ирина Георгиевна, канд. техн. наук, доцент кафедры математики Харьковского национального педагогического университета им. Г.С. Сковороды. Научные интересы: математическое моделирование. Адрес: Украина, 61168, Харьков, ул. Блюхера, 2, тел. 700-35-20.

УДК 517.95:519.63

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ МЕТОДОМ R-ФУНКЦИЙ

*ГИБКИНА Н.В., РОГОВОЙ Н.С.,
СИДОРОВ М.В., СТАДНИКОВА А.В.*

Рассматривается применение метода R-функций к решению задачи перемешивания вязкой несжимаемой жидкости в плоской односвязной области. Решение задачи перемешивания разбивается на две части: определение поля скоростей течения жидкости и исследование траекторий движения отдельных частиц жидкости. Предложенный метод протестирован на модельной задаче.

Введение

Актуальность исследования. Математическое моделирование и анализ течений вязких жидкостей широко применяется во многих прикладных задачах, в частности в задачах перемешивания. С одной стороны, эта проблема связана с многочисленными применениями в химической, фармацевтической и пищевой промышленности [2, 9, 16]. С другой – перемешивание жидкостей представляет фундаментальную научную проблему, которая тесно связана с современными концепциями хаотической и регулярной динамики [1, 15]. Известно [3, 7], что ламинарные течения при некоторых условиях могут приводить к интенсивному перемешиванию. Такие режимы, получившие название хаотических, являются предме-

том интенсивного изучения как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения. Большинство методов, используемых при моделировании таких процессов, не обладают свойством универсальности и их сложно применять для «непримитивных» областей. В работах Дж. М. Оттино, Х. Арефа, В.В. Мелешко, Т.А. Дунаевой, Т.С. Краснопольской и др. [3, 5, 7, 9] решалась задача перемешивания для таких простых областей, как круг, полукруг, круговой сектор и т.д., однако для изучения процесса перемешивания в более сложных областях предложенный ими математический аппарат не работает. Точно учесть геометрию области можно, используя конструктивный аппарат теории R-функций, предложенный акад. НАН Украины В.Л. Рвачевым [10]. Поэтому разработка новых методов численного анализа задачи перемешивания, основанных на применении метода R-функций, является *актуальной* научной проблемой.

Цель и задачи исследования. Целью данной работы является математическое моделирование и численный анализ процесса перемешивания вязкой несжимаемой жидкости методом R-функций. Решение задачи перемешивания состоит из двух этапов:

- 1) определение поля скоростей течения жидкости (формализм Эйлера);
- 2) исследование траекторий движения отдельных частиц жидкости (формализм Лагранжа).

Для решения первой части задачи перемешивания необходимо разработать приближенно-аналитический

метод, основанный на методе R -функций (построить структуру решения соответствующей краевой задачи, разработать алгоритм аппроксимации неопределенной компоненты структуры методом Ритца). Для решения второй части задачи перемешивания необходимо составить и решить (используя численные методы решения задачи Коши) систему уравнений движения лагранжевой частицы. Далее, полученные траектории движения нужно исследовать на наличие и характер хаотического поведения с помощью методов нелинейной динамики (найти и проанализировать стационарные точки, построить фазовые портреты, исследовать эволюции линейного и плоского элементов).

Настоящая работа продолжает исследования, начатые в [4].

1. Постановка задачи

Рассмотрим плоское квазистационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в конечной односвязной области Ω с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$. Пусть граница $\partial\Omega$ области Ω состоит из участков $\partial\Omega_1$, $\partial\Omega_2$, $\partial\Omega_3$, $\partial\Omega_4$, причем $\partial\Omega_2$, $\partial\Omega_4$ находятся в состоянии покоя, а $\partial\Omega_1$, $\partial\Omega_3$ попеременно движутся в противоположные стороны со скоростями $\mathbf{v}_{\text{top}}(t)$ и $\mathbf{v}_{\text{bot}}(t)$ соответственно (рис. 1).

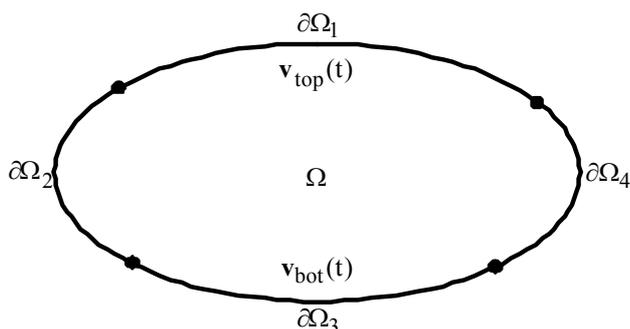


Рис. 1. Расчетная область

Решение первой части задачи перемешивания заключается в получении поля скоростей (v_x, v_y) в области течения Ω . Будем считать, что рассматриваемое течение относится к ползущим, а нелинейными слагаемыми в уравнениях Навье-Стокса можно пренебречь, т.е. можно ограничиться рассмотрением приближения Стокса [6].

Плоское квазистационарное стоксово течение будем описывать с помощью функции тока $\psi(x, y, t)$, вводя соотношениями [6]

$$v_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

Для функции тока $\psi(x, y, t)$ можно поставить следующую краевую задачу:

$$\Delta^2\psi = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (1)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = \begin{cases} g_{\text{top}}(t) & \text{на } \partial\Omega_1, \\ g_{\text{bot}}(t) & \text{на } \partial\Omega_3, \\ 0 & \text{на } \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_4, \end{cases} \quad (2)$$

где \mathbf{n} – внешняя нормаль к $\partial\Omega$; Δ^2 – бигармонический оператор,

$$\Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}.$$

Согласно [14], функции $g_{\text{top}}(t)$ и $g_{\text{bot}}(t)$ имеют вид

$$g_{\text{top}}(t) = -(\mathbf{v}_{\text{top}}(t), \boldsymbol{\tau}_1), \quad g_{\text{bot}}(t) = -(\mathbf{v}_{\text{bot}}(t), \boldsymbol{\tau}_3),$$

где $\boldsymbol{\tau}_1$ и $\boldsymbol{\tau}_3$ – единичные касательные векторы к $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_3$ соответственно, причем их направление выбрано так, чтобы кратчайший поворот от внешней нормали к касательному вектору совершался против часовой стрелки.

Решение задачи (1), (2) можно представить в виде

$$\psi(x, y, t) = g_{\text{top}}(t)\psi_1(x, y) + g_{\text{bot}}(t)\psi_2(x, y), \quad (3)$$

где $\psi_1(x, y)$ – решение задачи

$$\Delta^2\psi_1 = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (4)$$

$$\psi_1|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial\psi_1}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 1 & \text{на } \partial\Omega_1, \\ 0 & \text{на } \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_3 \cup \partial\Omega_4, \end{cases} \quad (5)$$

а $\psi_2(x, y)$ – решение задачи

$$\Delta^2\psi_2 = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (6)$$

$$\psi_2|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial\psi_2}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 1 & \text{на } \partial\Omega_3, \\ 0 & \text{на } \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_4. \end{cases} \quad (7)$$

Решение второй части задачи перемешивания заключается в решении уравнений движения лагранжевой частицы

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial\psi(x, y, t)}{\partial y}, \quad \dot{y}(t) = -\frac{\partial\psi(x, y, t)}{\partial x}, \quad (8)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad y(t_0) = y_0, \quad (9)$$

и в построении и анализе траекторий движения (точка означает дифференцирование по времени).

2. Метод численного анализа

Для решения задач (4), (5) и (6), (7) воспользуемся методами R -функций [10] и Ритца [8].

Известно [14], что структура решения задачи Стокса

$$\Delta^2\psi = F \quad \text{в } \Omega,$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = \tilde{f}(s), \quad \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = \tilde{g}(s), \quad s \in \partial\Omega,$$

имеет вид

$$\psi = f - \omega(D_1 f + g) + \omega^2 \Phi, \quad (10)$$

где $f = EC\tilde{f}$, $g = EC\tilde{g}$ – продолжения функций \tilde{f} , \tilde{g} в Ω , оператор D_1 определяется равенством

$$D_1 = \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y},$$

Φ – неопределенная компонента структуры, а функция $\omega(x, y)$ обладает свойствами

- а) $\omega = 0$ на $\partial\Omega$;
- б) $\omega > 0$ в Ω ;
- в) $\frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{n}} = -1$ на $\partial\Omega$, \mathbf{n} – внешняя к $\partial\Omega$ нормаль.

Функция $\omega(x, y)$ с указанными свойствами может быть построена с помощью R-функций для достаточно широкого класса областей [10].

Пусть функции $\omega_i(x, y)$, $i = 1, 2, 3, 4$, таковы, что:

- 1) $\omega_i = 0$ на $\partial\Omega_i$;
- 2) $\omega_i > 0$ в $\Omega \cup (\partial\Omega \setminus \partial\Omega_i)$;
- 3) $\frac{\partial \omega_i}{\partial \mathbf{n}} = -1$ на $\partial\Omega_i$, \mathbf{n} – внешняя к $\partial\Omega_i$ нормаль.

Тогда функция

$$\omega = \omega_1 \wedge_0 \omega_2 \wedge_0 \omega_3 \wedge_0 \omega_4, \quad (11)$$

где \wedge_0 – знак R-конъюнкции:

$$u \wedge_0 v \equiv u + v - \sqrt{u^2 + v^2},$$

обладает свойствами а) – в).

Используя формулу «склейки» [10], для задач (4), (5) и (6), (7) получим

$$\begin{aligned} f_1 &= 0, \quad f_2 = 0, \\ g_1 &= \frac{\omega_2 \wedge_0 \omega_3 \wedge_0 \omega_4}{\omega_1 + \omega_2 \wedge_0 \omega_3 \wedge_0 \omega_4}, \\ g_2 &= \frac{\omega_1 \wedge_0 \omega_2 \wedge_0 \omega_4}{\omega_3 + \omega_1 \wedge_0 \omega_2 \wedge_0 \omega_4}. \end{aligned}$$

Значит, по формуле (10) получим следующие структуры решения краевых задач (4), (5) и (6), (7):

$$\psi_i = -\omega g_i + \omega^2 \Phi_i, \quad i = 1, 2, \quad (12)$$

где функция ω имеет вид (11), Φ_1, Φ_2 – неопределенные компоненты структур.

Для аппроксимации неопределенных компонент в (12) воспользуемся методом Ритца [8].

В задачах (4), (5) и (6), (7) сделаем замены

$$\psi_i = h_i + u_i, \quad (13)$$

где $h_i = -\omega g_i$, $u_i = \omega^2 \Phi_i$ – новые неизвестные функции, $i = 1, 2$. После подстановки (13) в (4), (5) и (6), (7) для функций u_i , $i = 1, 2$, получим задачи с однородными краевыми условиями:

$$\Delta^2 u_i = -\Delta^2 h_i \text{ в } \Omega, \quad (14)$$

$$u_i|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u_i}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (15)$$

С краевыми задачами (14), (15) свяжем оператор A этих краевых задач, действующий по правилу

$$A = \Delta^2$$

на области определения

$$D_A = \left\{ u \mid u \in C^4(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega}), u|_{\partial\Omega} = \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial\Omega} = 0 \right\}.$$

Можно доказать [8], что такой оператор будет положительно-определенным. Замкнув множество D_A в норме, порожденной скалярным произведением

$$[u, v] = \iint_{\Omega} \Delta u \Delta v dx dy,$$

получим энергетическое пространство H_A . Тогда по теореме о функционале энергии [8] обобщенное решение задач (14), (15) может быть найдено как

$$u_i = \arg \inf_{u \in H_A} \iint_{\Omega} [(\Delta u)^2 + 2\Delta u \Delta h_i] dx dy, \quad i = 1, 2.$$

Согласно методу Ритца [8] приближенные решения этих вариационных задач будем искать в виде

$$u_i = \omega^2 \Phi_i \approx u_{i, N} = \omega^2 \Phi_{i, N} = \omega^2 \sum_{k=1}^N c_k^{(i)} \tau_k = \sum_{k=1}^N c_k^{(i)} \varphi_k,$$

где $i = 1, 2$, $\{\tau_k\}$ – полная в $L_2(\Omega)$ система функций (степенные или тригонометрические полиномы, сплайны и т.п.), $\varphi_k = \omega^2 \tau_k$.

По построению последовательность $\{\varphi_k\}$ является координатной:

- 1) $\varphi_j \in D_A \quad \forall j$;
- 2) $\forall N \quad \varphi_1, \dots, \varphi_N$ линейно-независимы;
- 3) $\{\varphi_j\}$ полна в H_A .

Тогда для определения неизвестных чисел $c_1^{(i)}, \dots, c_N^{(i)}$, $i = 1, 2$, необходимо решить систему Ритца

$$\sum_{k=1}^N [\varphi_k, \varphi_j] c_k^{(i)} = -(\Delta h_i, \Delta \varphi_j), \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 1, 2.$$

Из теорем сходимости метода Рунге [8] следует, что при $N \rightarrow \infty$ последовательности функций $u_{i,N}$, $i = 1, 2$, сходятся к единственным обобщенным решениям краевых задач (14), (15) как в норме $L_2(\Omega)$, так и в норме H_A . Это значит, что последовательности функций $\psi_{i,N} = h_i + u_{i,N}$, $i = 1, 2$, сходятся в норме $L_2(\Omega)$ к единственным обобщенным решениям задач (4), (5) и (6), (7). Условия применимости описанного численного метода формулируются в виде условий $\Delta h_i \in L_2(\Omega)$, $i = 1, 2$.

Таким образом, решение первой части задачи перемешивания получено.

Решение второй части задачи перемешивания представляет собой решение задачи Коши:

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial \psi_N(x, y, t)}{\partial y}, \quad \dot{y}(t) = -\frac{\partial \psi_N(x, y, t)}{\partial x},$$

$$x(t_0) = x_0, \quad y(t_0) = y_0,$$

любым численным методом, например, методом Рунге-Кутты-Мерсона. Здесь (согласно (3))

$$\psi_N(x, y, t) = g_{\text{top}}(t)\psi_{1,N}(x, y) + g_{\text{bot}}(t)\psi_{2,N}(x, y).$$

3. Результаты компьютерного моделирования

Вычислительный эксперимент проводился для прямоугольной полости $\Omega = (0, a) \times (0, b)$, заполненной вязкой несжимаемой жидкостью. Боковые стенки полости находятся в состоянии покоя, а верхняя и нижняя движутся попеременно со скоростями $v_{\text{top}}(t)$ и $v_{\text{bot}}(t)$ (рис. 2). Для модельной задачи можно взять

$$\omega = \left[\frac{1}{a}x(a-x) \right] \wedge_0 \left[\frac{1}{b}y(b-y) \right],$$

$$\omega_1 = b - y, \quad \omega_2 = x, \quad \omega_3 = y, \quad \omega_4 = a - x,$$

при этом свойства а) – в) и 1) – 3) будут выполнены.

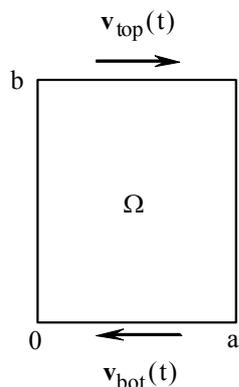


Рис. 2. Расчетная область вычислительного эксперимента

Изучался квазистационарный режим с перекрытием, когда одна стенка начинает свое движение до того, как его закончила другая.

Исследованы области с различными геометрическими параметрами: для них были построены линии уровня и поля скоростей, приведенные на рис. 3 – 6 (выбран момент времени перекрытия).

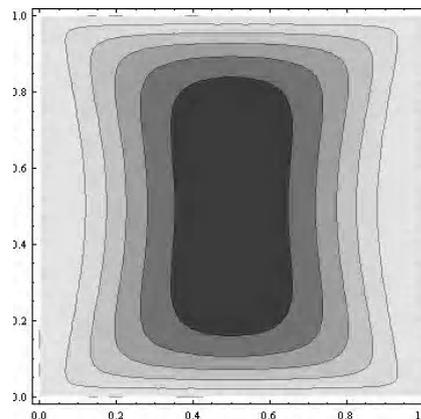


Рис. 3. Линии уровня функции тока ($a = b = 1$)

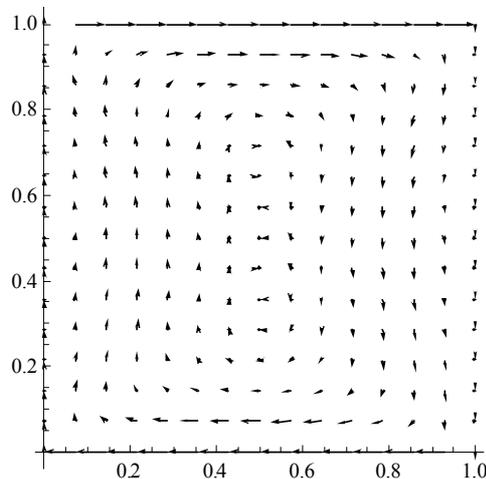


Рис. 4. Поле скоростей жидкости ($a = b = 1$)

Решение второй части задачи перемешивания проводилось в рамках подхода Лагранжа (задача (8), (9)) в несколько этапов: нахождение и исследование типа стационарных точек, построение фазовых траекторий, исследование эволюции линейного и плоского элементов, помещённых в рассматриваемую область.

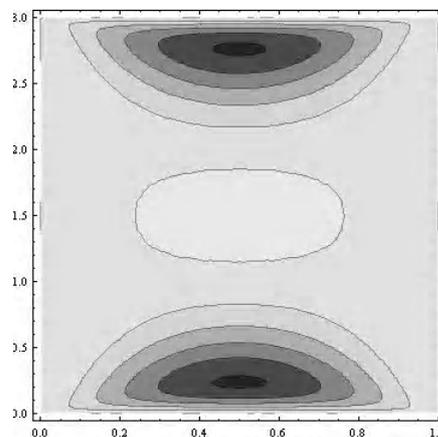


Рис. 5. Линии уровня функции тока ($a = 1, b = 3$)

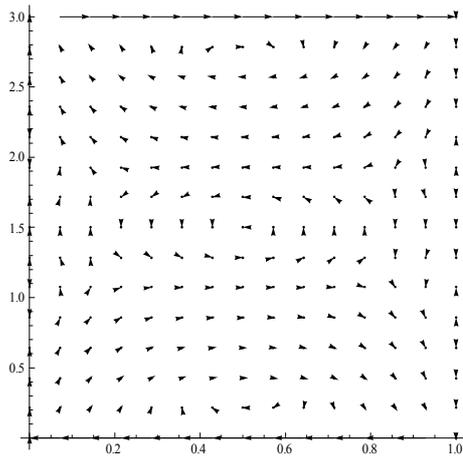


Рис. 6. Поле скоростей жидкости ($a = 1$, $b = 3$)

Уравнения движения частицы интегрировались численно.

Расположение стационарных точек для различных параметров области приведено на рис. 7, 8 (\times – седло; \bullet – центр).

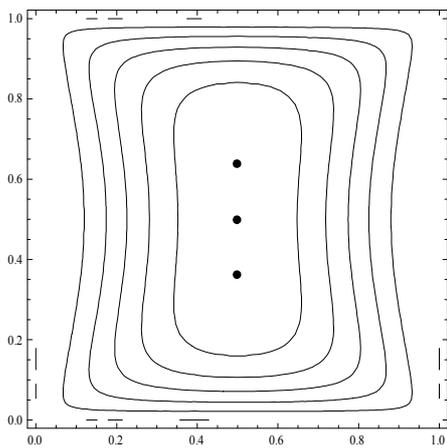


Рис. 7. Стационарные точки ($a = b = 1$)

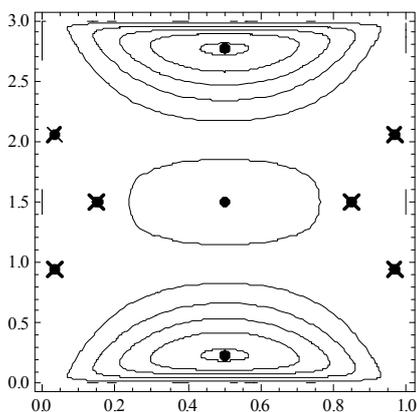


Рис. 8. Стационарные точки ($a = 1$, $b = 3$)

Были также исследованы эволюции (в течение 10 периодов) линейного элемента – отрезка, образованного четырьмя фиксированными точками, которые соединены между собой. Отрезок помещался в окрестность точки типа «центр» и типа «седло» при $a = 1$,

$b = 3$. Результаты приведены на рис. 10, 11. Анализируя результаты, видим, что при попадании отрезка в окрестность точки типа «центр» через 10 периодов он переместился незначительно от окрестности этой точки. В то же время отрезок, помещённый в окрестность точки типа «седло», значительно изменил своё положение. Это свидетельствует о наличии хаоса в окрестности гиперболической точки.

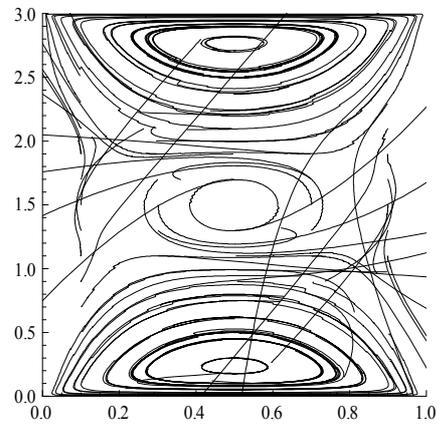


Рис. 9. Фазовые траектории маркеров

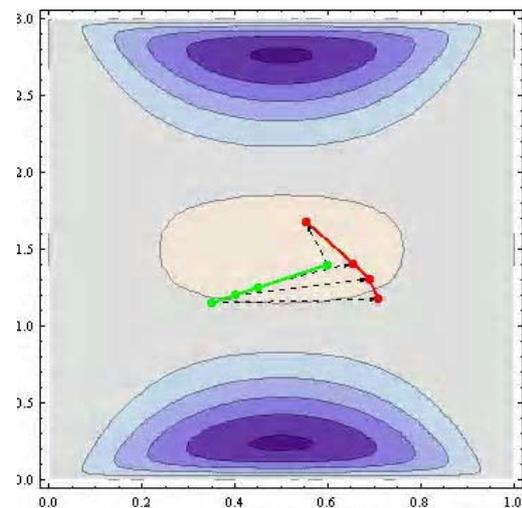


Рис. 10. Эволюция линейного элемента в окрестности стационарной точки типа «центр»

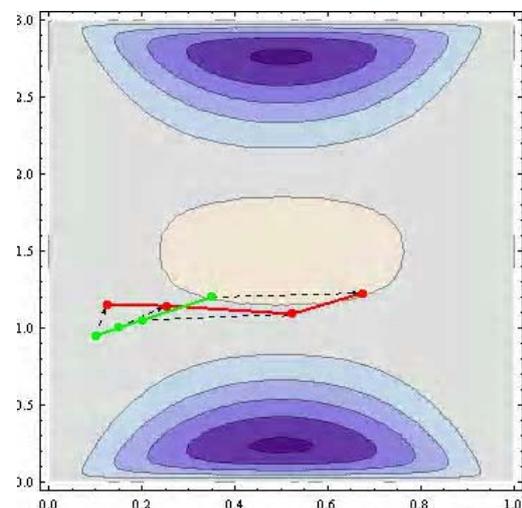


Рис. 11. Эволюция линейного элемента в окрестности стационарной точки типа «седло»

На рис. 9 приведены фазовые траектории маркеров на сетке с шагом 0,2. Из рис. 9 видно, что в окрестности точек типа «центр» фазовые траектории представляют собой эллипсы, а вблизи точек типа «седло» наблюдается хаотическое поведение траектории маркера.

Аналогичные выводы можно сделать, проследив эволюцию плоского элемента (прямоугольника, заданного девятью точками). Результаты приведены на рис. 12, 13.

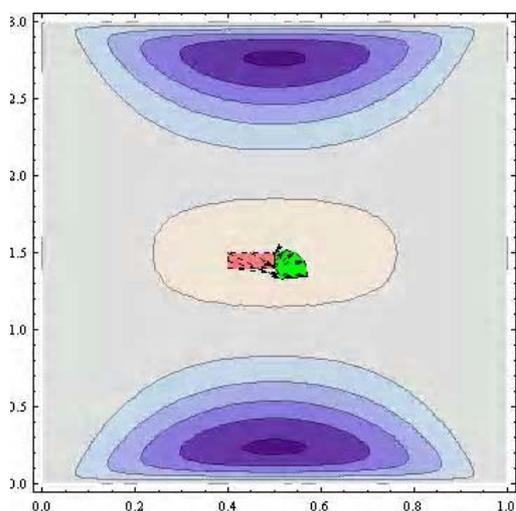


Рис. 12. Эволюция плоского элемента в окрестности стационарной точки типа «центр»

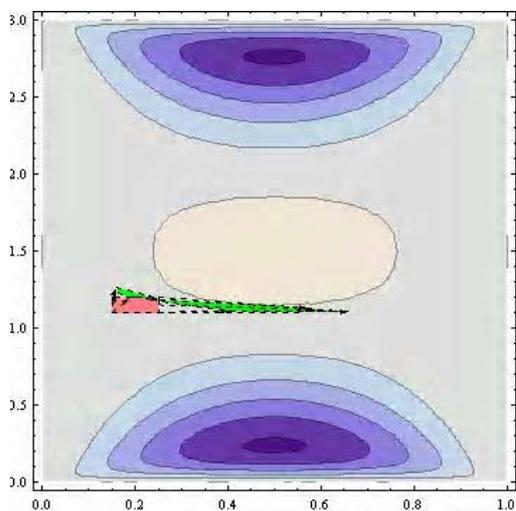


Рис. 13. Эволюция плоского элемента в окрестности стационарной точки типа «седло»

Выводы

Предложен метод численного анализа задачи перемешивания. При этом, благодаря использованию метода R -функций, приближенное выражение для функции тока получается в аналитическом виде, что выделяет наш метод среди остальных методов решения краевых задач. Ещё одним пре-

имуществом предложенного метода является то, что решение может быть получено для достаточно сложной области, что делает его универсальным. Решение второй части задачи перемешивания позволяет моделировать процесс перемешивания, анализировать его эффективность, основываясь на изучении поведения отдельных частиц. Этим и определяется *научная новизна и практическая значимость* работы.

Литература: 1. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом: методы и приложения. I. Методы // Автоматика и телемеханика. 2003. № 5. С. 3 – 45. 2. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом: методы и приложения. II. Приложения // Автоматика и телемеханика. 2004. № 4. С. 3 – 34. 3. Ареф Х. Развитие хаотической адвекции // Нелинейная динамика. 2006. Т. 2, № 1. С. 111 – 133. 4. Артюх А.В., Гибкина Н.В., Сидоров М.В. Об одном методе математического моделирования некоторых процессов перемешивания с помощью метода R -функций // АСУ и приборы автоматики. 2008. Вып. 143. С. 67 – 73. 5. Дунаева Т.А., Гуржий А.А., Мелешко В.В. Перемешивание вязкой жидкости в полукруге при малых числах Рейнольдса // Прикладна гідромеханіка. 2001. Т. 3 (75), № 2. С. 15 – 24. 6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с. 7. Мелешко В. В., Краснопольская Т. С. Смешивание вязких жидкостей. // Нелинейная динамика. 2005. Т. 1, № 1. С. 69 – 109. 8. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 512 с. 9. Оттино Дж. М. Перемешивание жидкостей // В мире науки. 1989. № 3. С. 34 – 44. 10. Рвачев В.Л. Теория R -функций и некоторые ее приложения. К.: Наук. думка, 1982. 552 с. 11. Роговий Н.С. Застосування методу R -функцій до чисельного аналізу одного квазістаціонарного процесу перемішування // Наукові праці п'ятнадцятої Всеукраїнської (десятої Міжнародної) студентської Наукової Конференції з Прикладної Математики та Інформатики (Львів, 5–6 квітня 2012 р.). Л.: ЛНУ ім. І. Франка, 2012. С. 249 – 251. 12. Роговий Н.С. Математическое моделирование некоторых процессов перемешивания // Материалы XVI международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке» (Харьков, 17– 19 апреля 2012 г.). Харьков: ХНУРЭ, 2012. С. 548 – 178. 13. Роговий Н.С. Численный анализ одного квазистационарного процесса перемешивания // Научные труды Международной молодежной научной конференции «XXXVIII Гагаринские чтения» (Москва, 10 – 14 апреля 2012 г.). М.: «МАТИ» – РГТУ им. К.Э. Циолковского, 2012. Т. 1. С. 117 – 119. 14. Сидоров М.В. О построении структур решений задачи Стокса // Радиоэлектроника и информатика. 2002. №3. С. 39 – 42. 15. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 320 с. 16. Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей / Под. ред. А.В. Борисова, И.С. Мамаева и М.А. Соколовского. Москва-Ижевск: Ин-т комп. исслед., 2003. 704 с.

Поступила в редколлегию 12.09.2012

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Гибкина Надежда Валентиновна, канд. техн. наук, доц. кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, оптимальное управление сложными системами, актуарная и финансовая математика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Роговой Никита Сергеевич, ст. гр. СА 08-1 ф-та прикладной математики и менеджмента ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, теория R-функций и её приложения. Увлечения и хобби: научная фантастика, футбол, бильярд. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Сидоров Максим Викторович, канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R-функций и её приложения, стохастический анализ и его приложения. Увлечения и хобби: всемирная история, история искусств. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Стадникова Анна Викторовна, ассист. кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, теория R-функций и её приложения. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

КОМПЬЮТЕРНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА



УДК 004.415.2

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОРИЄТОВАНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО- АНАЛІТИЧНИХ СИСТЕМ. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ПРІОРИТЕТНОСТІ ЧАСТКОВИХ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ

ВАСИЛЕВИЧ Л.Ф., МИХАЙЛЮК А.Ю.,
МИХАЙЛЮК О.С., ОГНІВЧУК Л.М.,
ТАРАСЕНКО В.П.

Розглядаються можливості подальшого розвитку формалізованого підходу до проектування високоефективних функціонально-орієнтованих інтелектуальних інформаційно-аналітичних систем (ПАС) та методики аналізу альтернативних проектів ПАС для оптимізації результатів проектування на основі застосування апарату лінгвістичних змінних. Зважаючи на багатокритеріальність задачі оцінки проектів ПАС, обґрунтовується необхідність врахування методів знаходження коефіцієнтів пріоритетності часткових показників ефективності, які використовуються при визначенні загального показника ефективності проекту. Проводиться порівняльний аналіз відомих методів, визначаються рекомендації по їх застосуванню. Крім того, обговорюються можливості подання коефіцієнтів пріоритетності нечіткими величинами.

1. Постановка задачі

У роботах [1,2] запропоновано формалізований підхід до проектування інтелектуальних інформаційно-аналітичних систем, який дозволяє суттєво скоротити часові та вартісні витрати на їх розробку та реалізацію. Процес проектування ПАС із застосуванням апарату теорії нечітких множин завершується аналізом, порівнянням проектів ПАС та вибором найкращого. Для цього вводиться лінгвістична змінна (ЛЗ) «Загальний показник ефективності» x , яка розраховується на основі лінгвістичних змінних часткових показників ефективності за формулою:

$$x = \sum_j x_j E_{\alpha j} = \sum_j \sum_k V_k \mu_{kj}(w_k) E_{\alpha j},$$

де V_k , $k = \overline{1, K}$ – коефіцієнти пріоритетності часткових показників ефективності; K – кількість часткових показників ефективності; w_k , $k = \overline{1, K}$ – часткові показники ефективності; $\mu_{kj}(w_k)$; $j = \overline{1, 5}$ – функції належності по кожному з п'яти термів ЛЗ часткових

показників ефективності; $E_{\alpha j} = \frac{E_{\alpha j+} + E_{\alpha j-}}{2}$ – середина α -зрізу нечіткого терму E_j ЛЗ «Загальний показник ефективності»; $E_{\alpha j+}$ і $E_{\alpha j-}$ – ліва і права границі α -зрізу терму E_j ;

Для знаходження коефіцієнтів пріоритетності часткових показників ефективності проектів (далі часткових показників) можна використовувати такі методи: формула Фішберна, метод Уея, бальний метод, метод рангових оцінок. Від вибору методу знаходження чисельного значення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників залежить можливість отримання найбільш високої якості оцінювання проекту. Оскільки у роботі [1] на цьому увага не акцентувалась, то в даній роботі пропонується детально розглянути особливості застосування таких методів їх визначення, як метод Фішберна, Уея та бальний метод [3], навести відповідні приклади, виконати порівняльний аналіз названих методів та сформулювати рекомендації щодо можливості та доцільності використання того чи іншого методу при оцінюванні загального показника ефективності проекту ПАС.

Крім зазначеного вище, в даній роботі розглянуто задачу подання коефіцієнтів пріоритетності нечіткими величинами, завдяки чому виникає можливість, при необхідності, в більшій мірі врахувати суб'єктивність суджень особи, яка приймає рішення щодо проекту. У зв'язку з появою нечітких аргументів досліджено також процедури знаходження відношення нечіткого загального показника ефективності ПАС до термів ЛЗ «Загальний показник ефективності».

2. Визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників за формулою Фішберна

За цим методом особа, яка приймає рішення (ОПР), ранжує часткові показники в порядку їх важливості (пріоритетності), тобто застосовується шкала пріоритетності. Після цього коефіцієнти пріоритетності часткових показників V_k розраховуються за формулою [2]:

$$V_k = \frac{2(K+1-l_k)}{K(K+1)}, \quad (1)$$

де K – кількість часткових показників (критеріїв); l_k – номер (ранг) k -го критерію в порядку його важливості. При цьому виконується умова нормування:

$$\sum_{k=1}^K V_k = 1. \text{ Залежність коефіцієнтів пріоритетності ча-}$$

сткових показників V_k , які розраховуються за формулою Фішберна, від рангу k -го критерію є лінійною з нахилом:

$$\frac{dV_k}{dl_k} = -\frac{2}{K(K+1)}.$$

При $l_k = 1$ досягаємо максимального значення $B_{k \max}$, яке дорівнює $B_{\max} = \frac{2}{K+1}$.

При $l_k = K$ досягаємо мінімального значення $B_{k \min}$, яке дорівнює $B_{\min} = \frac{2}{K(K+1)}$.

Відношення граничних коефіцієнтів пріоритетності часткових показників становить: $\delta_{\Phi} = \frac{B_{\max}}{B_{\min}} = K$.

На рис. 1 показано залежність коефіцієнтів пріоритетності часткових показників, розрахованих за формулою Фішберна, від рангу k -го критерію відповідно до кількості часткових показників за умови, що коефіцієнти пріоритетності часткових показників розташовані в порядку спадання їх рангу ($l_k = k$). Як видно з рис. 1, відрізки, що відповідають різним K , можуть перетинатися. Це означає, що абсолютна вага деякого часткового показника може зростати при збільшенні їх кількості, а іншого – зменшуватись.

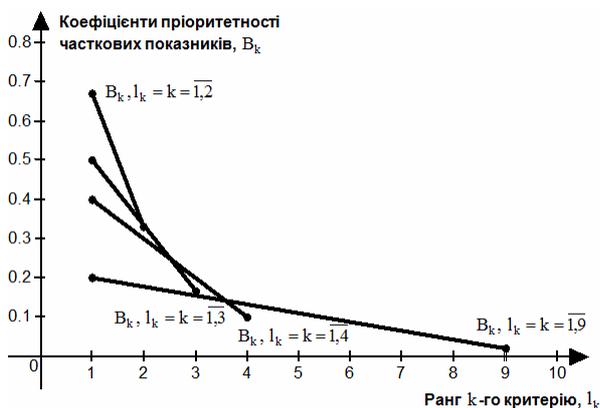


Рис. 1. Графік залежності коефіцієнтів пріоритетності часткових показників, розрахованих за методом Фішберна, від рангу k -го критерію

Точка k_{Π}^{Φ} , в якій попарно перетинаються відрізки B_k , для різних K визначається за формулою:

$$k_{\Pi}^{\Phi} = \frac{(K_1 + 1)(K_2 + 1)(K_2 - K_1)}{K_2(K_2 + 1) - K_1(K_1 + 1)}. \quad (2)$$

Отже, аналізуючи рис. 1 та орієнтуючись на закономірність Парето – “20% всіх факторів визначають 80% результату”, приходимо до висновку, що з усього набору критеріїв, які визначають ефективність проектів ПАС, вибір часткових показників слід здійснювати досить обґрунтовано (системно), виділяючи найбільш важливі [4].

Приклад 1. Нехай деякі три проекти ПАС Ω_i , $i = \overline{1,3}$ характеризуються такими частковими показниками: w_1 – швидкість пошуку; w_2 – точність пошуку; w_3 –

повнота пошуку; w_4 – вартість проекту. Для знаходження загального показника ефективності проектів задавати ЛЗ не будемо, обмежимося нормалізованими значеннями оцінок проектів $w_{k\text{н}}^i$, де $k = \overline{1,4}$, які знайдено за методом природної нормалізації

$w_{k\text{н}}^i = \frac{w_k^i - w_{k\text{н}}^i \min}{w_{k\text{н}}^i \max - w_{k\text{н}}^i \min}$ та наведено в табл. 1, оскільки цього достатньо для визначення впливу кількості часткових показників та їх коефіцієнтів на оцінку загального показника ефективності проектів.

Таблиця 1. Нормалізовані оцінки проектів за різними частковими показниками

Загальний показник ефективності проекту знайдемо за адитивною згорткою:

$$x^i = \sum_{k=1}^K B_k w_{k\text{н}}^i \cdot (-1)^{\gamma_k}, \quad (3)$$

де

$$\gamma_k = \begin{cases} 2, & \text{коли } k\text{-й показник підлягає максимізації;} \\ 1, & \text{коли } k\text{-й показник підлягає мінімізації.} \end{cases}$$

Якщо часткові показники ранжувати в порядку $w_1 > w_2 > w_3 > w_4$, де знак “>” означає більш важливий, тоді коефіцієнти пріоритетності часткових показників, які знайдені за формулою Фішберна, будуть дорівнювати $B_1 = \frac{2}{5}$, $B_2 = \frac{3}{10}$, $B_3 = \frac{1}{5}$, $B_4 = \frac{1}{10}$. Загальні показники ефективності проектів ПАС, знайдені за формулою (3), де $\gamma_1 = 2$, $\gamma_2 = 2$, $\gamma_3 = 2$, $\gamma_4 = 1$, будуть дорівнювати: $x^1 = 0.56$, $x^2 = 0.28$, $x^3 = 0.44$. Очевидно, що найкращим є проект Ω_1 .

Додамо до розгляду ще один частковий показник w_5 – надійність програмних модулів ПАС ($\gamma_5 = 2$), для якого нормалізовані оцінки проектів Ω_i , $i = \overline{1,3}$ становлять $w_5^1 = 1$; $w_5^2 = 0.6$; $w_5^3 = 0$; а ранг w_5 становить 3. Тоді коефіцієнти пріоритетності часткових показників дорівнюють:

$$B_1 = \frac{1}{3}; B_2 = \frac{4}{15}; B_3 = \frac{2}{15}; B_4 = \frac{1}{15}; B_5 = \frac{1}{5}.$$

Відповідно для трьох різних проектів значення загального показника ефективності буде дорівнювати:

$$x^1 = 0.637, x^2 = 0.38, x^3 = 0.36.$$

Таким чином, введення ще одного часткового показника погіршило ранги другого та третього проектів, але кращим залишився перший проект.

3. Визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників за методом Уея

За цим методом на основі ранжування часткових показників спочатку знаходиться квадратна матриця попарних порівнянь $|a_{kj}|$, елементи якої

$$a_{kj} = \begin{cases} 0, & \text{коли } k\text{-й критерій менш пріоритетний, ніж } j\text{-й;} \\ 1, & \text{коли пріоритетність } k\text{-го та } j\text{-го критеріїв однакова;} \\ 2, & \text{коли } k\text{-й критерій більш пріоритетний, ніж } j\text{-й.} \end{cases}$$

Потім коефіцієнти пріоритетності часткових показників знаходяться за формулою [2]:

$$B_k = \frac{\sum_{j=1}^K a_{kj}}{\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K a_{kj}} \quad (4)$$

Відповідно до цього методу також виконується умова

$$\text{нормування: } \sum_{k=1}^K B_k = 1.$$

Застосовуючи (4), можна показати, що $\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K a_{kj} = K^2$,

$$\max \sum_{j=1}^K a_{kj} = 2K - 1, \quad \min \sum_{j=1}^K a_{kj} = 1.$$

Тоді

$$B_{\max} = \frac{2K - 1}{K^2}, \quad B_{\min} = \frac{1}{K^2}, \quad \delta_y = \frac{B_{\max}}{B_{\min}} = 2K - 1.$$

При цьому, якщо пріоритетність часткових показників не збігається, то залежність B_k від k є лінійною з нахилом

$$\frac{dB_k}{dk} = -\frac{2}{K^2}. \quad (5)$$

Порівняння δ і $\frac{dB_k}{dk}$ для методів Фішберна і Уея

показує, що значення граничних коефіцієнтів пріоритетності і абсолютної величини $\frac{dB_k}{dk}$ за методом Уея більші, ніж за методом Фішберна. При цьому різниця $\delta_y - \delta_{\text{Ф}} = 2K - 1 - K = K - 1$

зростає пропорційно кількості часткових показників. Це означає, що метод Уея більшою мірою враховує пріоритетність різних часткових показників.

На рис. 2 зображено залежність коефіцієнтів пріоритетності часткових показників, які розраховані за методом Уея, від рангу k -го критерію відповідно до кількості часткових показників K .

Оскільки коефіцієнти пріоритетності часткових показників, які знайдені за методом Уея, за умови різної попарної важливості змінюються лінійно залежно від РИ, 2012, № 3

рангу показника, їх можна отримати простіше, ніж шляхом знаходження матриці $|a_{kj}|$ та застосування формули (4).

Рівняння прямої, яка проходить через дві точки

$$(l_k = 1; B_1 = B_{\max} = \frac{2K - 1}{K^2}),$$

$$(l_k = K; B_K = B_{\min} = \frac{1}{K^2}),$$

має вигляд:

$$\frac{l_k - 1}{K - 1} = \frac{B_k - \frac{2K - 1}{K^2}}{\frac{1}{K^2} - \frac{2K - 1}{K^2}}. \quad (6)$$

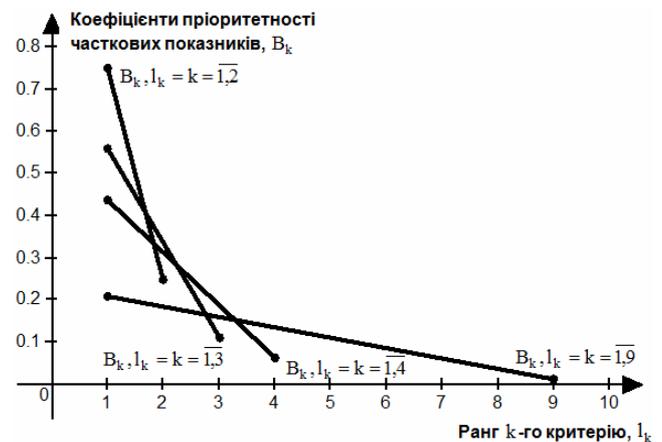


Рис. 2. Графік залежності коефіцієнтів пріоритетності часткових показників, розрахованих за методом Уея, від рангу k -го критерію

Тоді з (6) отримуємо

$$B_k = \frac{2}{K} + (1 - 2l_k) / K^2, \quad (7)$$

а $\frac{dB_k}{dl_k} = -\frac{2}{K^2}$, що відповідає (5).

Для розрахунку за формулою (7) не потрібно знаходити матрицю попарних порівнянь $|a_{kj}|$, що є перевагою даного способу.

Приклад 2. Для умови прикладу 1, коли кількість часткових показників $K = 4$, коефіцієнти пріоритетності часткових показників, знайдені за формулою Уея, дорівнюють

$$B_1 = \frac{7}{16}; \quad B_2 = \frac{5}{16}; \quad B_3 = \frac{3}{16}; \quad B_4 = \frac{1}{16}.$$

Загальні показники ефективності проектів Ω_i , $i = \overline{1,3}$ дорівнюють $x^1 = \frac{7}{16} \cdot 1 + \frac{5}{6} \cdot 0 + \frac{3}{16} \cdot 1 - \frac{1}{16} \cdot 0,4 = 0,593$; $x^2 = 0,343$; $x^3 = 0,443$. Отже, вибір кращого проекту ($\Omega_{opt} = \Omega_1$) не змінився. При введенні п'ятого показника, застосовуючи (4) або (7), маємо:

$$B_1 = \frac{9}{25}; B_2 = \frac{7}{25}; B_3 = \frac{3}{25}; B_4 = \frac{1}{25}; B_5 = \frac{5}{25}.$$

Загальні показники ефективності для різних проектів ПАС дорівнюють:

$$x^1 = 0.664; x^2 = 0.428; x^3 = 0.364.$$

Таким чином, отримано практичні результати, що і за методом Фішберна. Точка k_{Π}^y перетину відрізків B_k для різних K визначається із рівняння:

$$k_{\Pi}^y = 0.5 + \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}. \quad (8)$$

Порівнюючи (2) і (8), отримуємо: $k_{\Pi}^{\Phi} > k_{\Pi}^y$.

4. Бальний метод визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників

За цим методом вводиться бальна шкала і кожному частковому показнику, залежно від його пріоритетності, виставляється бал Q_k (як правило, цілочисельний) в межах цієї шкали. Важливішому частковому показнику відповідає більший бал. Коефіцієнти пріоритетності часткових показників розраховуються за формулою:

$$B_k = \frac{Q_k}{\sum_{k=1}^K Q_k}. \quad (9)$$

В загальному випадку за цим методом характер зміни B_k не є лінійним, на відміну від методів Фішберна і Уея. Відношення граничних коефіцієнтів пріоритетності часткових показників:

$$\delta_{\delta} = \frac{Q_{\max}}{Q_{\min}}.$$

Це відношення визначається граничними балами, які виставлені частковим показникам. Ці бали можуть відрізнятися, коли застосовуються різні бальні шкали.

Для окремого випадку, коли бальна шкала дорівнює $[1 \div K]$ і всі часткові показники мають різну пріоритетність, характер зміни B_k буде лінійним, а відношення граничних коефіцієнтів пріоритетності часткових показників $\delta = K$. В цьому випадку бальний метод повністю збігається з методом Фішберна. Практично частіше застосовується N -бальна шкала, для якої $N \neq K$.

Приклад 3. Будемо вважати, що за умов прикладу 1 для оцінки ефективності проектів ПАС застосовується 10-бальний метод визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників, а для часткових показників проектів в залежності від їх пріоритетності призначено такі бали:

$$Q_1 = 8, Q_2 = 7, Q_3 = 5, Q_4 = 4.$$

$$\text{Тоді } B_1 = \frac{8}{24}, B_2 = \frac{7}{24}, B_3 = \frac{5}{24}, B_4 = \frac{4}{24}.$$

Показники ж ефективності проектів, знайдені за загальним адитивним критерієм, дорівнюють

$$x^1 = \frac{8}{14} \cdot 1 + \frac{7}{24} \cdot 0 + \frac{5}{24} \cdot 1 - \frac{4}{24} \cdot 0,4 = 0,471;$$

$$x^2 = 0,175; x^3 = 0,437.$$

Отже, кращим є проект Ω_1 ($x^1 = 0,471$). При введенні 5-го часткового показника ($Q_5 = 6$) маємо:

$$B_1 = \frac{8}{30}; B_2 = \frac{7}{30}; B_3 = \frac{5}{30}; B_4 = \frac{4}{30}; B_5 = \frac{6}{30},$$

$$\text{а } x^1 = 0,58; x^2 = 0,26; x^3 = 0,55.$$

Таким чином, введення нового часткового показника незмінило порядок цінності різних рішень, що відрізняє отримані результати від результатів за методами Фішберна та Уея. Для бального методу маємо менше відношенням δ у порівнянні з попередніми методами.

Дійсно, при $K = 5$ маємо: $\delta_{\delta} = \frac{8}{3}$; $\delta_y = 9$; $\delta_{\Phi} = 5$.

При збільшенні кількості часткових показників ця різниця суттєво зростає. Тому, при великій кількості критеріїв ($K > 4 - 5$) і за умови майже однакової важливості всіх часткових показників, рекомендується застосовувати бальний метод.

Оскільки розмірність шкали і бали є суб'єктивними оцінками, для підвищення ефективності рішень, які приймаються на основі цих оцінок, пропонується застосовувати нечіткі бальні оцінки у вигляді нечітких величин [3,5].

5. Визначення коефіцієнтів пріоритетності на основі нечітких бальних оцінок та відношення нечіткого загального показника до термів ЛЗ «Загальний показник ефективності ПАС»

За цим методом кожному частковому показнику призначаються нечіткі бали Q_k у вигляді нечіткої величини з трапецієвидною функцією належності $\mu(y) \in [0 \div 1]$, де y – бальна шкала [3].

Функцію належності $\mu_{Q_k}(y)$ отримують на основі експертного опитування, або вона визначається ОПР. При трапецієвидній функції належності кожен бал Q_k визначається четвіркою чисел: $Q_k = \langle a_k; b_k; c_k; d_k \rangle$,

де інтервал $[a_k \div d_k]$ визначає носій нечіткої величини, а інтервал $[b_k \div c_k]$ – її ядро [4]. При $b_k = c_k$ бали Q_k є нечіткими величинами.

Для прийняття рішення щодо значення Q_k експерту (ОПР) потрібно відповісти на два запитання:

- в якому діапазоні може змінюватись оцінка пріоритетності k -го часткового показника (при цьому визначається носій нечіткої величини);
- в якому діапазоні може бути найбільш достовірною оцінка пріоритетності k -го часткового показника (при цьому визначається ядро нечіткої величини).

Коли задіяна група експертів, числа a_k, b_k, c_k, d_k визначаються як середнє арифметичне отриманих експертних оцінок.

Нечіткі коефіцієнти пріоритетності часткових показників знаходяться за формулою (9), де всі Q_k є нечіткими величинами, арифметичні операції над нечіткими величинами виконуються згідно з принципом узагальнення [5]:

$$C = A_1 + A_2 = (a_1 + a_2; b_1 + b_2; c_1 + c_2; d_1 + d_2), \quad (10)$$

$$C = A_1 - A_2 = (a_1 - d_2; b_1 - c_2; c_1 - b_2; d_1 - a_2), \quad (11)$$

$$C = A_1 \cdot A_2 = (a_1 \cdot a_2; b_1 \cdot b_2; c_1 \cdot c_2; d_1 \cdot d_2), \quad (12)$$

$$C = A_1 / A_2 = (a_1 / d_2; b_1 / c_2; c_1 / b_2; d_1 / a_2), \quad (13)$$

денечіткі величини

$$A_1 = (a_1; b_1; c_1; d_1); \quad A_2 = (a_2; b_2; c_2; d_2).$$

Приклад 4. Нехай $Q_1 = \langle 8; 9; 10; 10 \rangle$; $Q_2 = \langle 6; 7; 8; 9 \rangle$; $Q_3 = \langle 5; 6; 7 \rangle$; $Q_4 = \langle 4; 5; 6 \rangle$.

Тоді маємо $\sum_{k=1}^4 Q_k = \langle 23; 27; 29; 32 \rangle$, а

$$B_1 = \langle \frac{8}{32}; \frac{9}{29}; \frac{10}{27}; \frac{10}{23} \rangle; \quad B_2 = \langle \frac{6}{32}; \frac{7}{29}; \frac{8}{27}; \frac{9}{23} \rangle;$$

$$B_3 = \langle \frac{5}{32}; \frac{6}{29}; \frac{6}{27}; \frac{7}{23} \rangle; \quad B_4 = \langle \frac{4}{32}; \frac{5}{29}; \frac{5}{27}; \frac{6}{23} \rangle.$$

Для прикладу, що розглядається, застосовуючи (4), (10) – (13), отримуємо такі нечіткі оцінки загального показника ефективності для різних проектів ПАС:

$$x^1 = \langle 0.302; 0.443; 0.524; 0.689 \rangle;$$

$$x^2 = \langle 0.113; 0.128; 0.178; 0.191 \rangle;$$

$$x^3 = \langle 0.299; 0.386; 0.452; 0.604 \rangle.$$

У роботі [6] пропонуються різні методи дефазифікації нечітких величин для їх порівняння. При дефазифікації за методом «центру тяжіння» (аналог математичного сподівання випадкової величини), коли кожен бал

Q_k є нормальною нечіткою величиною з трапецієвидною функцією належності, отримана така формула [1]:

$$x_{\text{ц.т.}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu(x) dx} = \frac{d^2 + c^2 + dc - a^2 - b^2 - ab}{3(d - a + c - b)}. \quad (14)$$

Для випадку, коли бали Q_k є нечіткими величинами, формула (14) спрощується:

$$x_{\text{ц.т.}} = \frac{a + b + d}{3}. \quad (15)$$

За умов прикладу 4 маємо такі дефазифіковані за методом «центру тяжіння» значення оцінок загального показника ефективності:

$$x^1 = 0.49, \quad x^2 = 0.155, \quad x^3 = 0.439.$$

Отже, кращим є проект Ω_1 , при цьому він не дуже відрізняється за значенням загального показника ефективності від проекту Ω_3 .

При збільшенні кількості часткових показників ефективності $K = 5$ і $Q_5 = \langle 5; 6; 7 \rangle$ отримуємо

$$B_1 = \langle \frac{8}{39}; \frac{9}{35}; \frac{10}{33}; \frac{10}{28} \rangle; \quad B_2 = \langle \frac{6}{39}; \frac{7}{35}; \frac{8}{33}; \frac{9}{28} \rangle;$$

$$B_3 = \langle \frac{5}{39}; \frac{6}{35}; \frac{6}{33}; \frac{7}{28} \rangle; \quad B_4 = \langle \frac{4}{39}; \frac{5}{35}; \frac{5}{33}; \frac{6}{28} \rangle;$$

$$B_5 = \langle \frac{5}{39}; \frac{6}{35}; \frac{6}{33}; \frac{7}{28} \rangle.$$

Нечіткі оцінки загального показника ефективності для різних проектів ПАС відповідно до (3) будуть дорівнювати:

$$x^1 = \langle 0.421; 0.543; 0.606; 0.771 \rangle;$$

$$x^2 = \langle 0.169; 0.209; 0.255; 0.307 \rangle;$$

$$x^3 = \langle 0.244; 0.32; 0.37; 0.496 \rangle.$$

Дефазифіковані за методом «центру тяжіння» значення оцінок загального показника ефективності різних проектів ПАС такі:

$$x^1 = 0.587, \quad x^2 = 0.234, \quad x^3 = 0.361.$$

Введення нового критерію не змінило порядок ранжування різних рішень, що відрізняє отримані результати від результатів, отриманих за методами Фішберна та Уея.

Нечіткі бальні оцінки пріоритетності часткових показників дають можливість використати більше інформації, наявної у експертів. Дійсно, нечітка оцінка W містить в собі і невизначеність, обумовлену кваліфікаторами «неможливо», «достовірно», «з достовірно».

ірністю $\mu_W(x) \in [0 \div 1]$ », і неточність, що визначається інтервалом, у якому $\mu_W(x) \neq 0$ (носій нечіткої величини Q). При цьому кваліфікатор невизначеності може мати як суб'єктивний (епістологічний), так і стохастичний характер.

При нечіткому бальному методі визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників ПАС більшою мірою враховуються суб'єктивні судження осіб, які приймають рішення стосовно ПАС. При великій кількості часткових критеріїв, які обрано із застосуванням принципу Парето (це означає, що всі ці критерії важливі для задачі вибору кращого проекту ПАС), цей метод є більш адекватним реальним процесам вибору кращого проекту ПАС.

В роботі [1] розглянута методика аналізу та вибору проекту ПАС на основі ЛЗ. Але коли коефіцієнти пріоритетності часткових показників або оцінка хоча б одного часткового показника є нечіткими, то й оцінка загального показника ефективності ПАС теж буде нечіткою. Для визначення терма, до якого відноситься ця оцінка, її можна дефазифікувати, але при цьому буде втрачена частина інформації.

Більш досконалою є процедура визначення функції належності нечіткого загального показника ефективності ПАС до того чи іншого терму ЛЗ «Загальний показник ефективності». Для цього спочатку знайде-

мо функцію належності об'єднання термів, до яких може відноситися загальний показник ефективності ПАС. Об'єднання термів E_i та E_{i+1} ($E_{\cup} = E_i \cup E_{i+1}$) має функцію належності, яка визначається за формулою [5, 6]:

$$\mu_{E_{\cup}}(x) = \max(\mu_{E_i}(x); \mu_{E_{i+1}}(x)), \quad \forall x \in W.$$

Тоді функція належності відношення нечіткого загального показника ефективності ПАС до того чи іншого терму ЛЗ «Загальний показник ефективності» буде визначатися згідно з принципом узагальнення Л. Заде (рис.3):

$$\mu_T(x) = \min(\mu_{E_{\cup}}(x); \mu_{x_{заг.}}(x)), \quad \forall x \in W.$$

Нечітку величину T (відношення нечіткого загального показника ПАС до того чи іншого терму ЛЗ «Загальний показник ефективності») потрібно дефазифікувати. Для полімодальної функції належності простішим є метод за «половиною площини функції належності»:

$$\frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \mu_T(x) dx = \int_{-\infty}^{x_{0T}} \mu_T(x) dx,$$

де x_{0T} – дефазифіковане значення нечіткої величини T , а для унімодальної трикутної або трапецієвидної

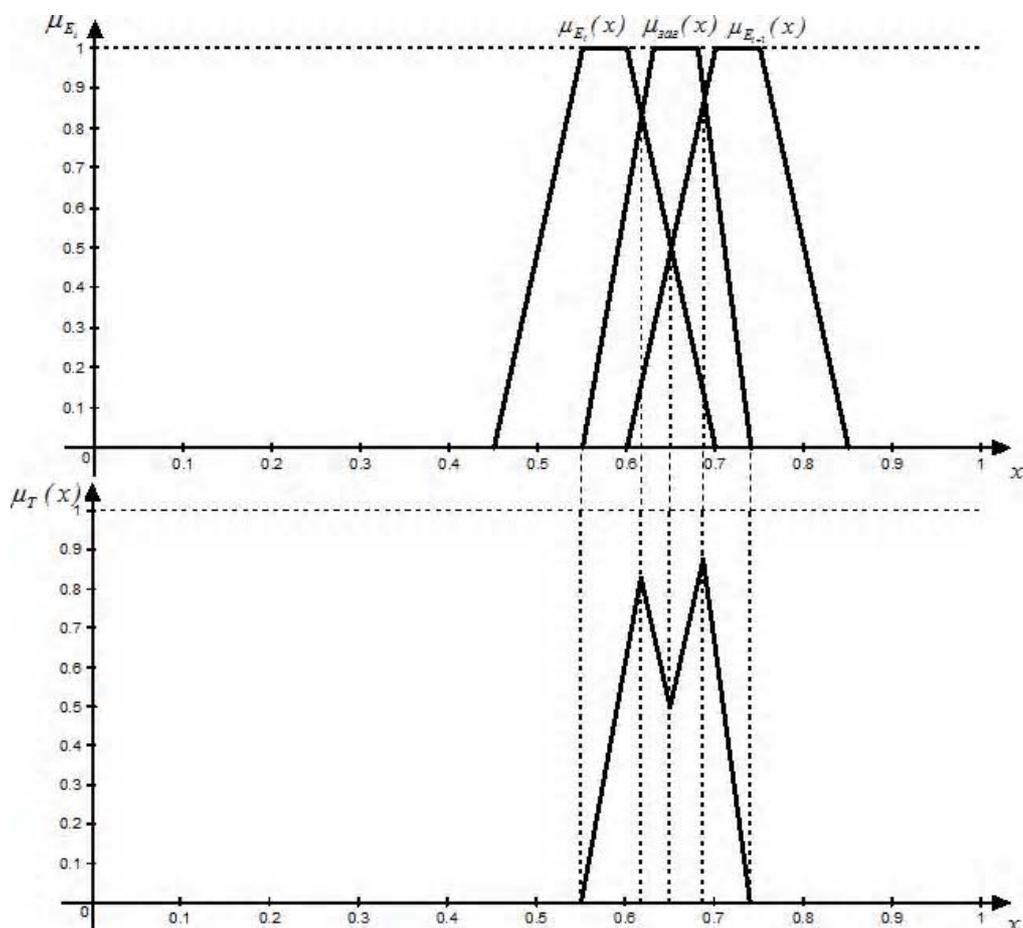


Рис. 3. Приклад знаходження відношення нечіткого загального показника ефективності ПАС до термів лінгвістичної змінної «Загальний показник ефективності»

функції належності – метод за «центром тяжіння» (формули (14) і (15)).

Для прикладу, який ілюструє рис. 3, знаходимо загальну площу \tilde{S} під функцією належності $\mu_T(x)$, яка є сумою площ двох трикутників та двох трапецій.

Для цього спочатку потрібно знайти максимуми функції належності та їх ординати. Прирівнюємо рівняння правої гілки функції належності $\mu_{E_i}(x)$ та лівої гілки функції належності $\mu_T(x)$:

$$\mu_{E_i}(x) = \frac{d-x}{d-c} = \mu_T(x) = \frac{x-a}{b-a}.$$

Для даних на рис.3 маємо:

$$\frac{0.7-x}{0.7-0.6} = \frac{x-0.55}{0.63-0.55}.$$

Із цього рівняння отримуємо ординату першого максимуму функції належності та його значення: $x = 0.617$ та $\mu_T(0.617) = 0.83$. Прирівнюємо рівняння лівої гілки функції належності $\mu_{E_{i+1}}(x)$ і правої гілки функції належності $\mu_T(x)$:

$$\mu_{E_{i+1}}(x) = \frac{x-a}{b-a} = \mu_T(x) = \frac{d-x}{d-c}.$$

Маємо $\frac{x-0.6}{0.7-0.6} = \frac{0.74-x}{0.74-0.68}$. Тоді ордината другого максимуму та його значення дорівнюють: $x = 0.6875$ та $\mu_T(0.6875) = 0.875$. Прирівнюємо рівняння правої гілки функції належності $\mu_{E_i}(x)$ і лівої гілки функції

належності $\mu_{E_{i+1}}(x)$: $\frac{0.7-x}{0.7-0.6} = \frac{x-0.6}{0.7-0.6}$. Із цього рівняння отримуємо ординату мінімуму функції належності $\mu_T(x)$ та його значення: $x = 0.65$; $\mu_T(0.65) = 0.5$.

Загальна площа \tilde{S} під функцією належності $\mu_T(x)$ дорівнює:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= 0.5(0.617-0.55)0.83 + 0.5(0.83+0.5)(0.65-0.617) + \\ &+ 0.5(0.6875-0.65)(0.5+0.875) + 0.5(0.74-0.6875)0.875 = \\ &= 0.0278 + 0.02145 + 0.0258 + 0.0229 = 0.098. \end{aligned}$$

Тоді половина площі $0.5\tilde{S} = 0.049$ буде при ординаті, яка є в межах висоти першої трапеції. Ця ордината знаходиться з квадратного рівняння:

$$0.5 \left(\frac{0.7-x}{0.7-0.6} + 0.83 \right) (x-0.617) = 0.049 - 0.0271.$$

Із цього рівняння отримуємо $x_{0T} = 0.645$, що відповідає терму E_i з функцією належності $\mu_{E_i}(0.645) = 0.55$, та терму E_{i+1} з функцією належності $\mu_{E_{i+1}}(0.645) = 0.45$.

При дефазифікації вихідної оцінки $x = \langle 0.55; 0.63; 0.68; 0.74 \rangle$ за методом «половини площі» маємо $x_{0T} = 0.65$. При цьому $\mu_{E_i}(0.65) = \mu_{E_{i+1}}(0.65) = 0.5$, що відрізняється від попереднього результату. Отже, при дефазифікації вихідної оцінки частина інформації втрачається, тому більш

Таблиця 2. Характеристики методів визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників

Метод визначення V_k	Метод Фішберна	Метод Уея	Бальний метод	Метод нечітких бальних оцінок
Характеристики				
Характер залежності V_k від k для різної кількості часткових показників	Лінійна	Лінійна	Нелінійна, виняток, коли бальна шкала дорівнює $[1 \div K]$	Нелінійна
Кількість критеріїв, при якій пропонується застосовувати метод	$\leq 4-5$	$\leq 4-5$	$> 4-5$	Для великої кількості, зокрема $> 4-5$
Введення нового часткового показника впливає на вагомість оцінки загального показника ефективності?	Так	Так	Ні	Ні
Переваги методу	Простота реалізації методу	Більшою мірою підкреслює важливість різних часткових показників, ніж метод Фішберна. Простота реалізації	Більшою мірою підкреслює важливість різних часткових показників, ніж метод Уея. Простота реалізації	Більшою мірою враховуються суб'єктивні міркування осіб, які приймають рішення стосовно ПАС

раціональною є процедура визначення функції належності нечіткого загального показника ефективності ПАС до того чи іншого терму ЛЗ «Загальний показник ефективності».

6. Порівняльний аналіз методів визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників. Алгоритм проектування ПАС

Після дослідження методів визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників ефективності проектів ПАС та виділення відмінностей в цих методах, можна подати їх порівняльний аналіз у вигляді таблиці (табл. 2).

Це дає можливість визначитись щодо доцільності застосування того чи іншого методу у кожному конкретному випадку. При проектуванні ПАС розробнику необхідно враховувати такі рекомендації для вибору методу визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників:

- за невеликої кількості критеріїв (не більше 4-5) та при майже однаковій важливості всіх часткових показників пропонується застосовувати формулу Фішберна або метод Уея;
- за значної кількості критеріїв (більше 5) та при майже однаковій важливості всіх часткових показників пропонується застосовувати бальний метод;
- при виборі методів Фішберна, Уея або бального методу слід мати на увазі, що рівень компетентності експертів не враховується, тому для підвищення ефективності рішень, які приймаються на основі суб'єктивних оцінок, пропонується застосовувати нечіткі бальні оцінки у вигляді нечітких величин і як результат – нечіткий бальний метод;
- при застосуванні бального методу рекомендується максимальний бал вибирати таким чином, щоб він не збігався із кількістю критеріїв, оскільки у цьому випадку даний метод повністю збігається з методом Фішберна;
- при виборі методів Фішберна або Уея необхідно враховувати, що порядок цінності прийнятих рішень щодо оцінки загального показника ефективності проектів може змінитись при збільшенні кількості часткових показників ефективності;
- при застосуванні методів Фішберна або Уея достатньо лише знати порядок ранжування часткових показників ефективності, що дозволяє приймати найкращі оціночні рішення в найгіршій інформаційній обстановці на відміну від бального методу, де до того ж вводиться бальна шкала;
- при застосуванні методу нечітких бальних оцінок для проведення завершального етапу процесу проектування ПАС (визначення оптимізованого проекту) рекомендується використовувати процедуру знаходження відношення нечіткого загального показника до термів ЛЗ «Загальний показник ефективності ПАС».

Якщо наперед відомо, що кількість часткових показників у проектах змінюватись не буде, до того ж їх

небагато, то рекомендується застосовувати метод Фішберна або Уея, оскільки, як було показано вище, значення, отримані за цими методами, суттєво не відрізняються. Проте якщо необхідно більшою мірою підкреслити важливість різних часткових показників, то рекомендується вибирати метод Уея. В іншому випадку варто вводити бальну шкалу і застосовувати бальний метод визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників. Якщо при цьому необхідно більшою мірою врахувати суб'єктивність думки експертів, то рекомендується застосовувати метод нечітких бальних оцінок.

Отже, процес проектування ПАС із застосуванням апарату теорії нечітких множин, що включає:

- запропонований у роботі [1] підхід до проектування ПАС із застосуванням бібліотеки уніфікованих програмних модулів;
- методику аналізу та вибору проекту на основі ЛЗ [1];
- методику оцінки чутливості і стабільності загального показника ефективності проекту [2];
- розглянутий в цій роботі математичний апарат для знаходження відношення нечіткого загального показника до термів ЛЗ «Загальний показник ефективності»,

можна зобразити у вигляді алгоритму (рис.4).

Відповідно до цього, виходячи з поставленої задачі на розробку ПАС (блок 1), визначають перелік елементарних технологічних задач, для розв'язання яких вона призначена. Це дасть можливість віднести її до відповідного класу ПАС (блок 2), щоб визначити множину стандартних функціональних профілів майбутньої ПАС, утворених з відповідних функціональних послуг – функцій, кожна з яких забезпечує системі розв'язання однієї елементарної задачі (блок 3). Для задоволення потреб програмної реалізації ПАС з розробленої бібліотеки програмних модулів здійснюють вибір множини програмних модулів (блок 4), достатньої для реалізації функціональних профілів майбутньої ПАС (блок 5). При цьому не виключають ймовірність розробки нових модулів для бібліотеки програмних модулів (блок 6) чи розробки функціональних профілів ПАС, які можна реалізувати засобами наявної бібліотеки (блок 8) та стандартизувати. Таким чином, для майбутньої ПАС отримують деяку множину проектів (блок 9). Для завершення процедури проектування майбутньої ПАС необхідно виконати порівняльний аналіз проектів ПАС та вибір найкращого. Для цього вводять загальний показник ефективності проекту x (блок 10). Далі визначають часткові показники ефективності проектів (блок 11) та знаходять їх коефіцієнти пріоритетності (блок 12). Наступним кроком алгоритму проектування ПАС є оцінка часткових показників (блок 13) та оцінка загального показника ефективності проекту (блок 14). Якщо оцінка хоча б одного часткового показника є нечіткою (блок 14) або коефіцієнти пріоритетності є нечіткими

величинами (блок 15), що можливо зокрема при використанні методу нечітких бальних оцінок, то з'являється потреба в знаходженні відношення нечіткого загального показника ефективності ПАС до термів ЛЗ «Загальний показник ефективності» (блок 17).

Оскільки оцінка ефективності проектів ПАС є багатокритеріальною задачею [1], у роботі [2] було показано, що прийняття рішень на будь-якому з етапів проектування ПАС відбувається, як правило, в умовах наявності тієї чи іншої міри невизначеності. Враховуючи суб'єктивність ОПР, необхідно перевірити, чи відпо-

відає такий сценарій вибору проекту вимогам користувача (блок 18). Під сценарієм вибору проекту буде розуміти процес вибору оптимізованого проекту для визначених аргументів. У разі зміни значення хоча б одного з аргументів з метою задоволення потреб користувача хід вибору оптимізованого проекту може змінитись, тобто в цьому випадку з'являється новий сценарій вибору проекту. Якщо поточний сценарій вибору проекту відповідає вимогам користувача, то виконують завершальний етап – вибір проекту з максимальним значенням загального показника ефективності як оптимізованого (блок 22). В іншому випадку необхідно оцінити чутливість і стабільність загального показника до тих незначних змін його аргументів, які хоче зробити користувач (блок 19, 20). Якщо загальний показник виявиться чутливим, то буде отримано інший сценарій вибору проекту, за яким роль найкращого проекту зміниться (блок 21).

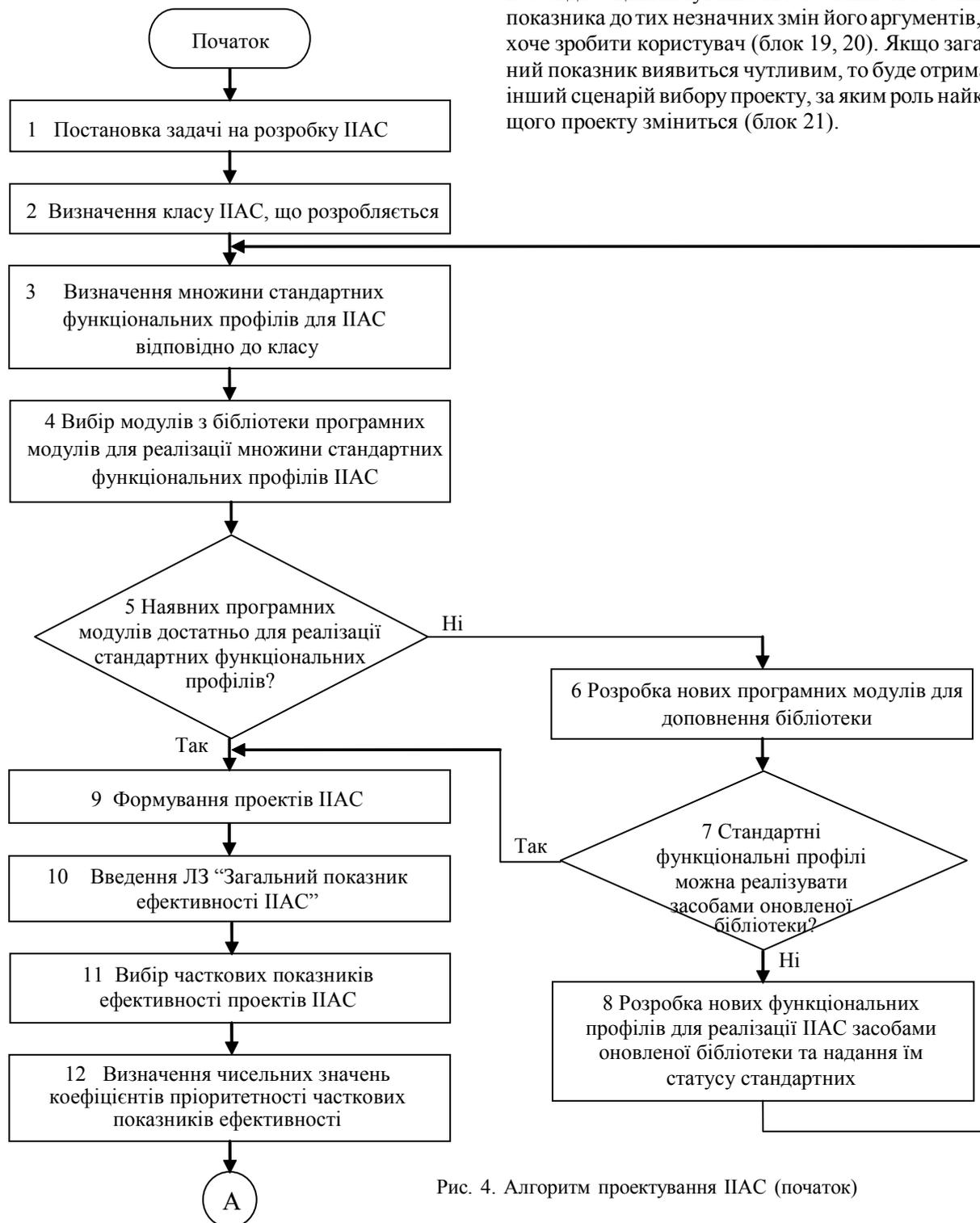


Рис. 4. Алгоритм проектування ПАС (початок)

Висновки

Виходячи з того, що отримання найбільш високої якості оцінювання проекту залежить і від вибору методу знаходження чисельного значення коефіцієнтів

пріоритетності часткових показників ефективності проектів ПАС, у статті розглянуто найбільш перспективні методи для їх визначення, зокрема метод Фішберна, Уея та бальний метод. Отримано необхідні математичні залежності для застосування цих методів, наведено приклади їх використання, проведено порівняльний аналіз методів та визначено умови вибору відповідного методу для будь-якої задачі прийняття рішень за умов багатокритеріальності.

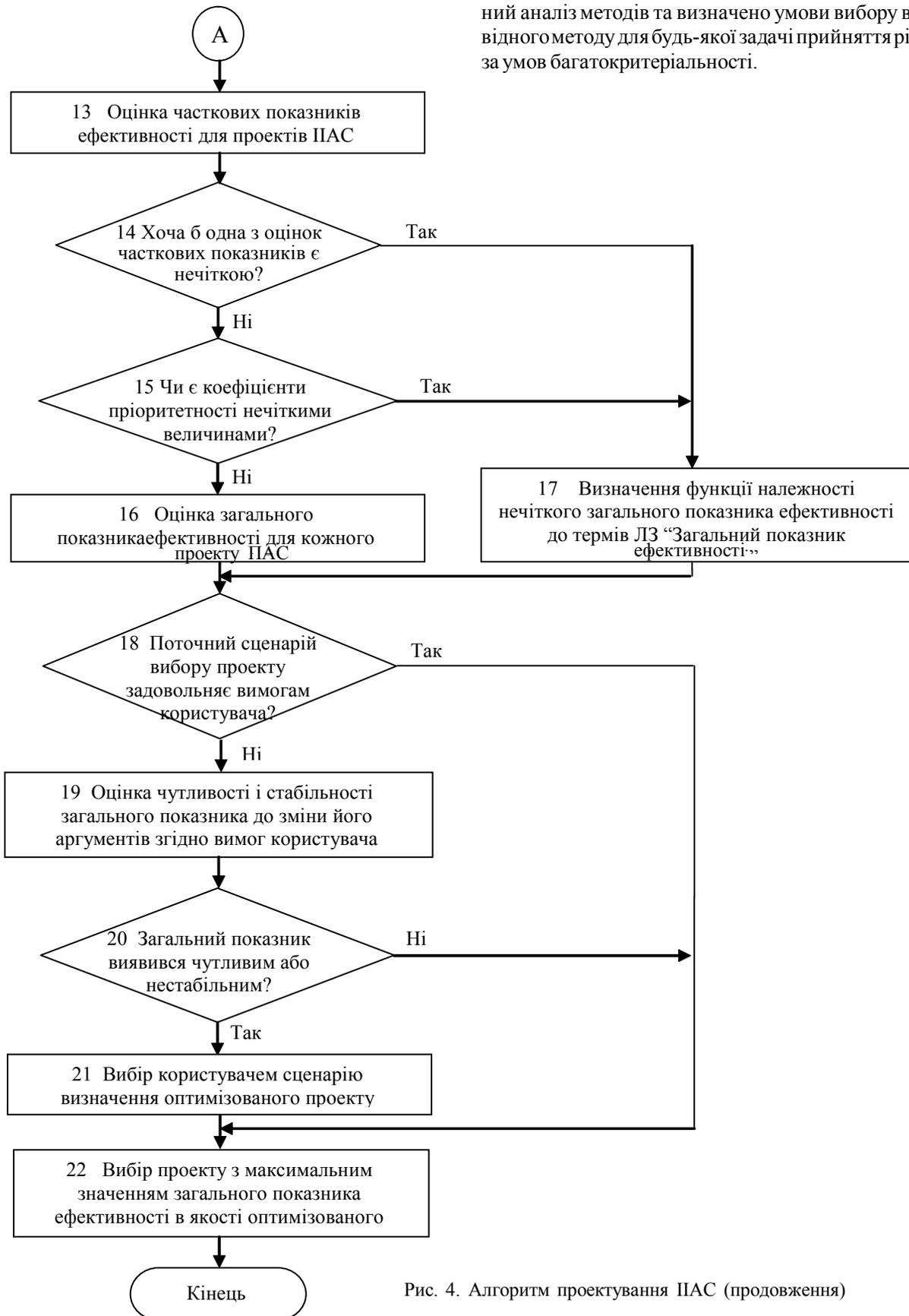


Рис. 4. Алгоритм проектування ПАС (продовження)

Розглянуто задачу подання коефіцієнтів пріоритетності нечіткими величинами для врахування найбільш суб'єктивних суджень ОПР. Наведено процедуру отримання відношення нечіткого загального показника ефективності ПАС до того чи іншого терму ЛЗ «Загальний показник ефективності». Одержані результати можуть бути застосовані при проектуванні ПАС на етапі вибору методу визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників при оцінці загального показника ефективності проекту.

Література: 1. *Функціонально-орієнтований підхід до проектування інтелектуальних інформаційно-аналітичних систем* / Л.Ф. Василевич, А.Ю. Михайлюк, В.П. Тарасенко, О.К. Тесленко // Реєстрація, зберігання і обробка даних. 2010. Т.12, №2. С. 128-142. 2. *Функціонально-орієнтоване проектування інформаційно-аналітичних систем. Аналіз чутливості та стабільності загального показника ефективності* / Л.Ф. Василевич, Я.М. Клятченко, А.Ю. Михайлюк, О.С. Михайлюк, Л.М. Огнівчук, В.П. Тарасенко // Науковий вісник Чернівецького національного університету ім. Юрія Федьковича. Серія: Комп'ютерні системи та компоненти. 2010. Т. 1. Вип.2. С. 12-23. 3. *Домарев В.В. Безопасность информационных технологий. Методология создания систем защиты* / В.В. Домарев. К.: ООО «ТИД «ДС», 2001. 688с. 4. *Королев В.А. «О природе принципа Парето»*, <http://www.certicom.kiev.ua/pareto-prinzyp.html>. 5. *Поспелов Б.А. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта* / Под ред. Б.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 32 с. 6. *Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH*: / А.В. Леоненков. СПб.: BHV, 2003. 736 с. 7. *Кохман А. Введение в теорию нечетких множеств*. М.: Радио и связь, 1982. 432 с. 8. *Мацневский С.В. Нечеткие множества: Учебное пособие* / Мацневский С.В. Калининград: Изд-во КГУ, 2004. 176 с.

Надійшла до редколегії 08.10.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Володарський Є.Т.

УДК681.324:519.613

МЕТОД ПРИРАЩЕНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТЕСТОПРИГОДНОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ УПРАВЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

ХАХАНОВ В.И., ГЕРАСИМЕНКО К.Е.

Разрабатывается математический аппарат и метод приращений для повышения контролепригодности критических систем управления. Отличительной особенностью метода от существующих является использование логических элементов защит, построенных на базе арифметических операций с интегральной оценкой значений входных сигналов в диапазоне $[0;1]$, без использования логических операций и операций отношения. Это позволяет проверять работоспособность данных элементов по их реакции на изменения входного непрерывного сигнала от канала ввода в АЦП через все логические элементы защит, в которых используется данный сигнал, до дискретного выходного элемента, формирующего команду защиты на конкретный исполнительный механизм. Данный метод позволяет обеспечить контроль и диагностирова-

Василевич Леонід Федорович, канд. техн. наук, доцент кафедри інформаційних технологій та математичних дисциплін Київського університету імені Бориса Грінченка. Наукові інтереси: прийняття рішень за умов нечіткої інформації, ризику та конфлікту. Адреса: Україна, 04212, Київ, вул. Тимошенко, 13-Б, E-mail:lvasilevich@mail.ru.

Михайлюк Антон Юрійович, канд. техн. наук, старший науковий співробітник, доцент кафедри інформатики Київського університету імені Бориса Грінченка. Наукові інтереси: методи та засоби інтелектуального аналізу природномовних текстових інформаційних об'єктів. Адреса: Україна, 04212, Київ, вул. Тимошенко, 13-Б, E-mail:may62@ukr.net.

Михайлюк Олена Станіславівна, науковий співробітник кафедри системного програмування і спеціалізованих комп'ютерних систем Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Наукові інтереси: експертні системи, їх застосування в задачах аналізу даних. Адреса: Україна, 03056, Київ, просп. Перемоги, 37, E-mail: mes@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

Огнівчук Леся Миколаївна, викладач кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін Київського університету імені Бориса Грінченка. Наукові інтереси: методи та алгоритми автоматичного реферування текстової інформації. Адреса: Україна, 04212, Київ, вул. Тимошенко, 13-Б, E-mail:Bigun_lm@ukr.net

Тарасенко Володимир Петрович, д-р техн. наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки. Завідувач кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Наукові інтереси: методи та засоби підвищення ефективності обробки ресурсів глобального електронного інформаційного простору. Адреса: Україна, 03056, Київ, просп. Перемоги, 37, E-mail:vtarasen@scs.ntu-kpi.kiev.ua

ние целого ряда неисправностей типа «несрабатывание», относящихся к категории скрытых в существующих реализациях оборудования защит, которые используют логические операции и операции отношения.

1. Введение

Повышение тестопригодности критических систем управления является актуальной задачей и предметом различного рода исследований и конструкторских решений. Цель данного исследования – разработка математического аппарата, позволяющего создавать и тестировать схемы логических элементов без использования традиционной бинарной арифметики, за счет многомерного (многоуровневого) представления входных, выходных данных и процессов их обработки в критических системах. Задачи исследования: 1) разработка математического аппарата для тестирования логических блоков цифровыми эквивалентами аналоговых изменений; 2) создание моделей логических элементов и блоков для проверки их работоспособности; 3) разработка метода повышения тестопригодности для проверки логических блоков устройств защиты атомных станций.

2. Математический аппарат тестирования логических блоков

Объект исследования – критическая система (КС) взаимодействующих программно-аппаратных компонентов [1]. Все состояния КС, с учетом всех типов ее функциональных нарушений (ФН), не выводят объект за границы заданной функциональности киберсистемы, представленной булевой функцией в момент времени (такт) i :

$$Y_i = f(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ji}, \dots, X_{ni}, S_{i-1}), X_i, S_{i-1}, Y_i \in R = \{0, \dots, 1\}.$$

Модель ФН накладывается на графовую структуру функциональных модулей, имеющих входные и выходные транзакционные переменные. Транзакционный граф представлен дугами – функциональностями (сервисами) с мониторами (ассерциями), а также вершинами, формирующими состояния киберсистемы, посредством переменных, памяти, интерфейсных портов ввода-вывода информации, приемопередатчиков, терминалов, компьютеров: $F = (A * B) \times S$, где $S = \{S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_m\}$ – вершины или состояния КС при моделировании тестовых сегментов. Каждое состояние $S_i = \{S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ij}, \dots, S_{ip}\}$ определяется значениями существенных переменных КС (переменные, память, терминалы, компьютеры) (рис. 1).

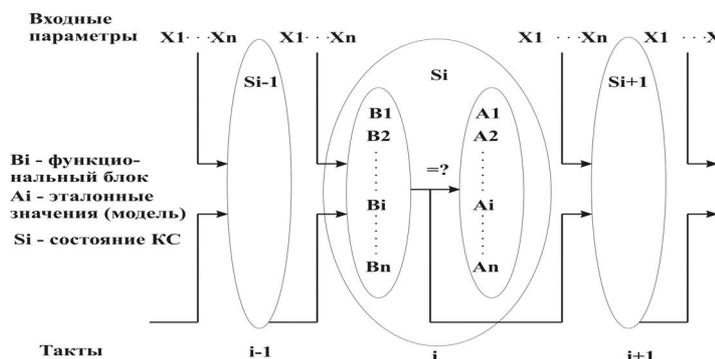


Рис. 1. Графовая структура функциональных модулей КС

Ориентированные дуги графа есть функциональные блоки:

$$V = (B_1, B_2, \dots, B_i, \dots, B_n), \bigcup_{i=1}^n B_i = V; \bigcap_{i=1}^n B_i = \emptyset,$$

где каждому из них может быть поставлена в соответствие ассерция $A_i \in A = \{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n\}$ для мониторинга функциональностей во времени и в пространстве.

Метрика – способ измерения расстояния в пространстве между компонентами процессов или явлений, описанных векторами логических переменных. Расстояние (булева производная, степень изменения, различия или близости) определяется хог-отношением векторов (матриц), обозначающих компоненты процесса или явления, что отличает его от кодового

расстояния по Хэммингу. Процедуры сравнения, измерения, оценивания, распознавания, тестирования, диагностирования оперируют хог-отношением объектов или их компонентов. Компонент пространства представлен k -мерным вектором

$$a = (a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_k), a_j \in R = \{0, \dots, 1\},$$

где каждая его координата определена в алфавите, $[0;1)$ – «ложь», $[1]$ – «истина». Нуль-вектор есть k -мерный кортеж, все координаты которого равны нулю:

$$a_j = 0, j = \overline{1, k}.$$

Метрика β кибернетического пространства определяется равенством [1]: $\beta = \bigoplus_{i=1}^n d_i = 0$, которое формирует нуль-вектор для хог-суммы расстояний d_i между ненулевым и конечным числом объектов, замкнутых в цикл. Здесь n – количество расстояний между компонентами (векторами) пространства, составляющими цикл $D = (d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n)$, d_i – есть вектор расстояния, соответствующий ребру цикла, который соединяет два компонента (вектора) a, b пространства и далее обозначается без индекса как $d(a, b)$. Расстояние между двумя объектами a и b есть производный вектор:

$$d(a, b) = (a_j \oplus b_j)_1^k.$$

Векторному значению расстояния соответствует норма (скаляр), определяемая кодовым расстоянием по Хэммингу между двумя векторами в виде числа единиц вектора $d(a, b)$.

Полное совпадение двух объектов характеризуется нулевой оценкой их несовпадения. Противоположным вариантом оценивания является максимальное несовпадение, соответствующее 1. При этом все остальные промежуточные варианты несовпадения оцениваются в диапазоне $(0;1)$. Достоинство введенного критерия несовпадения (непринадлежности, различия) заключается в линейности изменения его численного значения от 0 до 1 по мере увеличения «расстояния» от полного совпадения двух объектов до максимально возможного, что позволяет осуществлять тестирование на значительно большем количестве комбинаций входных данных и повысить контролепригодность КС.

Проблема синтеза или анализа компонентов произвольной системы может быть сформулирована в виде взаимодействия (симметрической разности – аналог хог-операции на булеане) в кибернетическом пространстве ее модели F с входными воздействиями T и реакциями L [2-3]:

$$f(F, T, L) = \emptyset \rightarrow F \Delta T \Delta L = \emptyset.$$

В свою очередь, процедуры синтеза тестов, моделирования ФН и их диагностирования можно свести к

хог-отношениям на графе (рис. 2) полного взаимодействия четырех вершин (F-функциональность(модель), U – КС, T-входные воздействия, L- реакция на ФН) $G = \{F, U, T, L\}$.

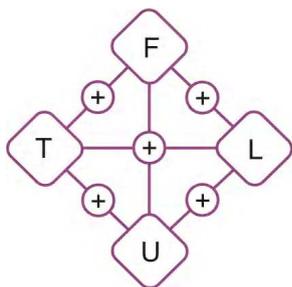


Рис. 2. Граф взаимодействия компонентов тестирования

В соответствии с рис. 2, все задачи тестирования можно классифицировать в группы следующим образом. Группа 1 – теоретические эксперименты (на модели функциональности):

- синтез теста по модели функциональности для заданного списка ФН;
- построение модели функциональности на основе заданного теста и списка ФН;
- моделирование ФН функциональности на заданном тесте.

Группа 2 – реальные эксперименты (на КС), без модели функциональности:

- синтез теста путем физической эмуляции ФН в КС;
- определение списка ФН устройства при выполнении диагностического эксперимента;
- верификация теста и ФН в эксперименте на реальной КС.

Группа 3 – тестовые эксперименты (верификация), без ФН:

- синтез теста путем сравнения результатов моделирования модели и реальной КС;
- синтез функциональности по реальной КС и заданному тесту;
- верификация теста и модели функциональности относительно реальной КС с существующими ФН.

Группа 4 – эксперименты в процессе функционирования КС, на рабочих воздействиях:

- проверка правильности поведения реальной КС на существующих или заданных ФН;
- проверка работоспособности устройства относительно существующей модели в процессе функционирования;
- верификация функциональности и списка ФН относительно поведения реального КС.

Наибольший интерес, в части влияния на безопасность, представляют задачи из группы 4, поскольку они выполняются в процессе непрерывного диагнос-

тирования КС на объекте в течение всего жизненного цикла.

Для решения задач из группы 4 может быть предложен дедуктивный метод поиска ФН в КС. Основная его идея заключается в анализе сопоставления данных между КС и моделью с целью обнаружить ФН в штатных (функциональных) режимах работы КС. Для имплементации в инфраструктуру КС необходимо иметь графовую модель логики функционирования киберсистемы, которая достаточно просто может быть трансформирована к системе логических уравнений, пригодной для дедуктивного анализа. Далее предлагается модель дедуктивно-параллельного синхронного анализа КС, которая позволяет за одну итерацию обработки структуры вычислить все ФН, проверяемые на тест-векторе. Цель дедуктивного анализа – определить качество синтезируемого теста относительно полноты покрытия им ФН, а также построить таблицу проверки тестовыми наборами всех обнаруженных ФН КС для выполнения процедур диагностирования. Такая модель основана на решении уравнения:

$$L = T \oplus F, \quad (1)$$

где $F = (F_{m+1}, F_{m+2}, \dots, F_i, \dots, F_n)$ ($i = \overline{m+1, n}$) – совокупность функций исправного (корректного) поведения КС; m – число его входов; $Y_i = F_i(X_{i1}, \dots, X_{ij}, \dots, X_{in_i})$ – n_i -входовой i -й элемент схемы, реализующий F_i для определения состояния линии (выхода) Y_i на тест-векторе T_t ; здесь X_{ij} – j -й вход i -го элемента; тест $T = (T_1, T_2, \dots, T_t, \dots, T_k)$ – упорядоченная совокупность z мерных векторов, доопределенная в процессе исправного моделирования на множестве входных, внутренних и выходных переменных, объединенная в матрицу

$$T = [T_{ti}] = \begin{bmatrix} T_{11}, T_{12}, \dots, T_{1i}, \dots, T_{1n} \\ \dots \\ T_{t1}, T_{t2}, \dots, T_{ti}, \dots, T_{tn} \\ \dots \\ T_{k1}, T_{k2}, \dots, T_{ki}, \dots, T_{kn} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

невходная координата которой определяется моделированием функции $T_{ti} = Y_i = F_i(X_{i1}, \dots, X_{ij}, \dots, X_{in_i})$ на тест-векторе T_t ; $L = (L_1, L_2, \dots, L_t, \dots, L_k)$ – множество дедуктивных схем или моделей, где $L_t = (L_{t1}, L_{t2}, \dots, L_{ti}, \dots, L_{tn})$;

$$L_{ti} = T_t \oplus F_i \quad (3)$$

– дедуктивная функция (ДФ) параллельного моделирования неисправностей на тест-векторе T_t , соответствующая исправному элементу F_i , которая дает возможность вычислять список входных ФН, транспортируемых на выход элемента F_i [8].

Понятие синхронности введенной модели (1) определяется условием: $\Delta t = (t_{j+1} - t_j) \gg \tau \gg \tau_i$, когда ин-

тервал времени между сменой входных наборов ($t_{j+1} - t_j$), подаваемых на КС, намного больше максимальной задержки системы τ и элемента τ_i . Это позволяет исключить время как несущественный параметр [8], что используется в технологиях моделирования и синтеза тестов.

В общем случае, когда функция КС представлена таблицей истинности, применение формулы (1) позволяет получить для заданного тест-вектора T_t таблицу транспортирования ФН, по которой можно записать ДФ моделирования деструктивов.

Для аппаратной реализации дедуктивно-параллельного моделирования на основе симулятора может быть использована вычислительная структура, представленная на рис. 3. Особенность схемной реализации заключается в совместном выполнении двух операций: однобитовой – для эмуляции функций логических элементов And, Or и параллельной – для обработки многоуровневых векторов неисправностей путем выполнения операций логического умножения, отрицания и сложения.

Функциональное назначение основных блоков (память и процессор): 1. $M = [M_{ij}]$ – квадратичная матрица моделирования деструктивных ФН, где $i, j = 1, q$; q – общее число линий в обрабатываемой КС. 2. Векторы сохранения состояний корректного моделирования, определенные в моменты времени $t-1$ и t , необходимые для формирования дедуктивных функций примитивов. 3. Модуль памяти для хранения описания КС в виде структуры логических элементов. 4. Буферные регистры, размерностью q , для хранения

операндов и выполнения регистровых параллельных операций над векторами ДП, считанных из матрицы М. 5. Блок корректного моделирования для определения двоичного состояния выхода очередного обрабатываемого логического элемента. 6. Дедуктивно-параллельный симулятор, обрабатывающий за один такт две регистровых переменных $X1, X2$ в целях определения вектора ДП, транспортируемых на выход логического элемента Y .

Достоинство предложенной структуры моделирования ДП. 1. Существенное уменьшение количества моделируемых ДП, определяемых только числом сходящихся разветвлений, которое составляет до 20% от общего числа линий. 2. Снижение объема памяти, необходимого для хранения матрицы моделируемых ДП. 3. Простота реализации Hardware Fault Simulator (HFS) в аппаратном исполнении, что позволяет на порядок увеличить быстродействие моделирования ДП. 4. Использование HFS в качестве первой фазы дедуктивно-топологического метода, который основывается на результате обработки сходящихся разветвлений для быстродействующего анализа древовидных структур.

Маршрут моделирования КС с предварительным разбиением модели устройства на две структурные части (сходящиеся разветвления и древовидные подграфы) представлен на рис. 4.

Предложенная технология программно-аппаратного дедуктивно-параллельного моделирования ДП ориентирована на создание моделей дедуктивных примитивов компонентов и связей КС в целях диагностирования ФН. Представлена структурная модель аппарат-

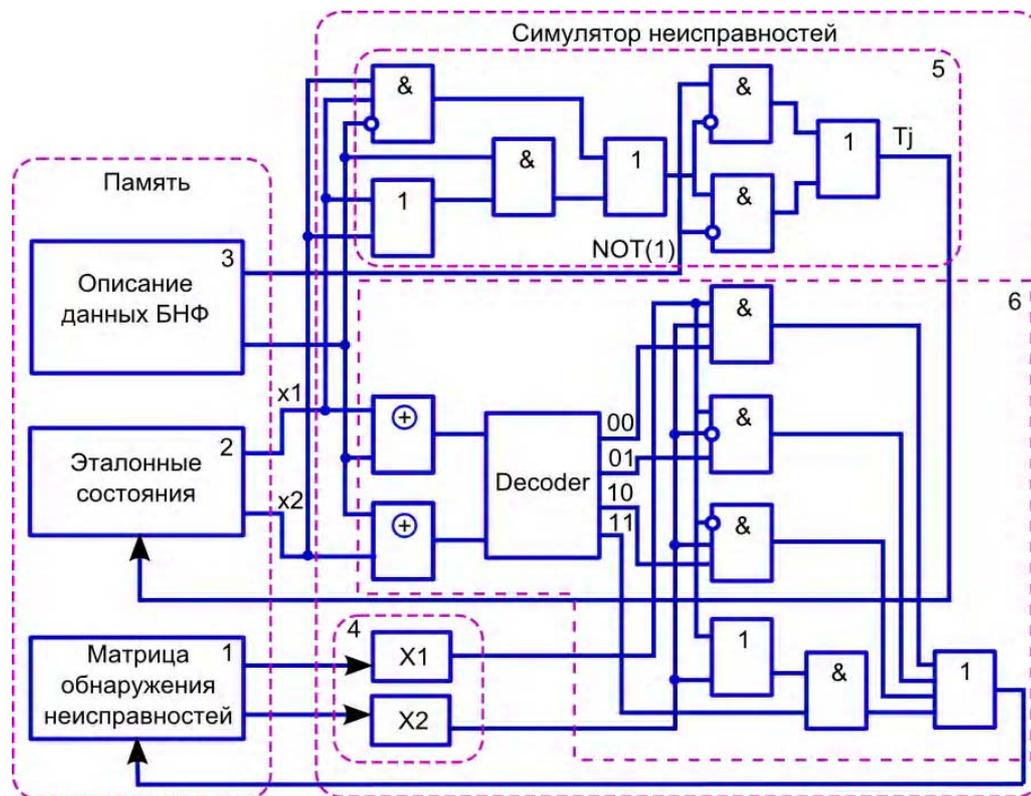


Рис. 3. Структура аппаратного моделирования

ного симулятора и устройства моделирования в целом, которые ориентированы на существенное повышение быстродействия средств моделирования КС большой размерности путем разделения функций корректного анализа и вычисления списков проверяемых ФН на тестовых наборах. Метод дедуктивно-параллельного моделирования дает возможность оценивать качество (полноту) тестов, а также определять все потенциально возможные места существования ФН в целях их последующего устранения.



Рис. 4. Модель процесса дедуктивно-параллельного моделирования

3. Реализация метода проверки работоспособности логических блоков

Существующие методы диагностирования описаны в [4-8] и сводятся к проверке работоспособности элементов оборудования защит путем контроля их реакции на специальные тестовые воздействия, поскольку использование данных о рабочих воздействиях от объекта, как правило, недостаточно. Эти методы реализуют контроль работоспособности на срабатывание либо отдельных блоков и устройств, участвующих в реализации функции защит, либо всего оборудования защит или его части (как минимум инициирующей части защит). Методы обоих типов имеют ряд существенных ограничений и недостатков, подробно рассмотренных и проанализированных в [9].

При этом основное ограничение вытекает из самой структуры элементов оборудования защит («>», «<», «и», «или», «2 из 4-х»), построенных на базе дискретных функций, с выходом, определяемым только двумя состояниями 0 (режим ожидания) или 1 (срабатывание защиты). Это в принципе не позволяет обеспе-

чить выполнение непрерывного контроля работоспособности данных элементов на срабатывание. Метод, предполагающий изменение структуры элементов защит, как средство повышения эффективности контроля (проверки) и диагностирования скрытых неисправностей на несрабатывание, предложен в [9-10]. Основная идея данного метода – функциональный элемент защит на базе арифметических операций формирует значение на всем диапазоне от 0 до 1. При этом в нем отсутствуют какие-либо ветвления (условные переходы), определяющие отличия режима ожидания от режима срабатывания защит. Функция работает одинаково в обоих из этих режимов, что позволяет непрерывно контролировать работоспособность соответствующего функционального элемента. Все функции, которые используются в элементах, строятся на базе арифметических операций (сложение, вычитание, умножение, деление), без применения логических операций и операций отношения, за исключением выходных пороговых элементов формирования команд исполнительных механизмов (ИМ), что связано с физическими принципами работы приводов ИМ.

В настоящей статье представлены результаты дальнейшего исследования метода, предложенного в [9-10], в части разработки математического аппарата на базе работ [5-7], позволяющего использовать естественные «фоновые» флуктуации входных аналоговых сигналов в процессе штатной работы АЭС для функционального диагностирования логических элементов, реализующих алгоритм защит.

Базис данного аппарата приведен в таблице и состоит из следующих основных подходов:

- 1) логические операции заменяются арифметическими с диапазоном входных и выходных переменных в вещественном формате от 0 до 1; входные аналоговые сигналы также нормируются к диапазону от 0 до 1, где 0 соответствует нижней (для уставки «>=») или верхней (для уставки «<=») предельной границе (диапазону) измерения параметра, а 1 соответствует значению уставки (пороговое значение измеряемого параметра); таким образом, значения в диапазоне [0;1) соответствуют нормальному режиму работы (режим ожидания), а значение 1 – нарушениям (режим аварии);
- 2) нелинейный вид арифметического представления стандартных логических операций не является приемлемым для систем критического применения, поскольку может давать потерю значащих разрядов при множественных операциях умножения значений, близких к нулю; для устранения данного эффекта используется интегральное значение (среднее арифметическое) от входных переменных;
- 3) логические операции, содержащие инверсию выхода, ограничивают возможности диагностирования соответствующих элементов алгоритма в режиме ожидания, поскольку инверсия от любых значений в диапазоне [0;1) всегда дает 1; в связи с этим операции инверсии в алгоритмах защит заменяются на эквива-

Таблица. Типовые логические операции и эквивалентные арифметические операции

Логические операции $x_1, \dots, x_n, y \in Z_{0-1} = \{0, 1\}$ т.е. вход и выход – целые числа 0 или 1	Эквивалентные арифметические операции $x_1, \dots, x_n, y \in R_{0-1} = \{0, \dots, 1\}$ т.е. x, y – вещественные числа в диапазоне $[0; 1]$	
	Нелинейный вид	Интегральный вид
AND $y = (x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n)$	$y = x_1 * x_2 * \dots * x_n$	$y = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$
Non-AND $y = (x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n)$ в форме без инверсии по выходу: $y = (x'_1 \vee x'_2 \vee \dots \vee x'_n)$ $x'_1 = 1 - x_1; \dots; x'_n = 1 - x_n$ изменяется знак уставки по входным параметрам	$y = 1 - x_1 * x_2 * \dots * x_n$ $y = 1 - (1 - x'_1) * (1 - x'_2) * \dots * (1 - x'_n)$	$y = \frac{1 - x_1 * \dots * x_n}{1 - x_1 * \dots * x_n + D0}$ $D0 \rightarrow 0$ защита от деления на 0 (пример : 10^{-38} - минимально значение float 4 байта) $y = 1 - \left(1 - \frac{x'_1 + \dots + x'_n}{n} \right) * \frac{(1 - x'_1) * \dots * (1 - x'_n)}{(1 - x_1) * \dots * (1 - x_n) + D0}$
OR $y = (x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n)$	$y = 1 - (1 - x_1) * (1 - x_2) * \dots * (1 - x_n)$	$y = 1 - \left(1 - \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \right) * \frac{(1 - x_1) * \dots * (1 - x_n)}{(1 - x_1) * \dots * (1 - x_n) + D0}$
Non-OR $y = (x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n)$ в форме без инверсии по выходу: $y = (x'_1 \wedge x'_2 \wedge \dots \wedge x'_n)$ $x'_1 = 1 - x_1; \dots; x'_n = 1 - x_n$ изменяется знак уставки по входным параметрам	$y = (1 - x_1) * (1 - x_2) * \dots * (1 - x_n)$ $y = x'_1 * x'_2 * \dots * x'_n$	$y = \frac{(1 - x_1) * \dots * (1 - x_n)}{(1 - x_1) * \dots * (1 - x_n) + D0}$ $y = \frac{x'_1 + \dots + x'_n}{n}$
XOR $y = (x_1 \vee \dots \vee x_n) \wedge (x_1 \wedge \dots \wedge x_n)$	$y = (1 - (1 - x_1) * (1 - x_2) * \dots * (1 - x_n)) * (1 - x_1 * x_2 * \dots * x_n)$	$y = \left(1 - \left(1 - \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \right) * \frac{(1 - x_1) * \dots * (1 - x_n)}{(1 - x_1) * \dots * (1 - x_n) + D0} \right) * \frac{1 - x_1 * \dots * x_n}{1 - x_1 * \dots * x_n + D0}$
«2003» (2 из 3-х) $y = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$	$y = 1 - (1 - x_1 * x_2) * (1 - x_1 * x_3) * (1 - x_2 * x_3)$	$y = 1 - \left(1 - \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right) * \frac{(1 - x_1 * x_2) * (1 - x_1 * x_3) * (1 - x_2 * x_3)}{(1 - x_1 * x_2) * (1 - x_1 * x_3) * (1 - x_2 * x_3) + D0}$

RS trigger (Restart-prior) $y_i = ((S \vee y_{i-1}) \vee R) \wedge \bar{R}$	$y_i = (1 - (1 - S) * (1 - y_{i-1})) * (1 - R)$	$y_i = \left(1 - \left(1 - \frac{S+R}{2} \right) * \frac{(1-S)*(1-y_{i-1})}{(1-S)*(1-y_{i-1})+D0} \right) * \left(\frac{1-R}{1-R+D0} \right)$
RS trigger (Set-prior) $y_i = ((S \vee y_{i-1}) \vee R) \vee S$	$y_i = 1 - (1 - (1 - R) * (1 - (1 - y_{i-1}))) * (1 - S)$	$y_i = 1 - \left(1 - \left(\frac{1-R}{1-R+D0} \right) * \left(1 - \left(1 - \frac{S+R}{2} \right) * \left(\frac{1-y_{i-1}}{1-y_{i-1}+D0} \right) \right) \right) * \left(\frac{1-S}{1-S+D0} \right)$
Пример №1: $y = (x_1 \vee x_2) \wedge x_3$	$y = (1 - (1 - x_1) * (1 - x_2)) * (1 - x_3)$	$y = \left(1 - \left(1 - \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right) * \frac{(1-x_1)*(1-x_2)}{(1-x_1)*(1-x_2)+D0} \right) * \frac{1-x_3}{1-x_3+D0}$
Пример №2: $y = (x_1 \vee x_2) \wedge x_3$ в форме без инверсии по выходу: $y = (x'_1 \wedge x'_2) \vee x'_3$ изменяется знак уставки по входным параметрам	$y = (1 - (1 - x_1) * (1 - x_2)) * (1 - x_3)$ $y = 1 - (1 - x'_1 * x'_2) * x'_3$	$y = \left(1 - \left(1 - \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right) * \frac{(1-x_1)*(1-x_2)}{(1-x_1)*(1-x_2)+D0} \right) * \frac{1-x_3}{1-x_3+D0}$ $y = 1 - \left(1 - \frac{x'_1 + x'_2 + x'_3}{3} \right) * \frac{1-x'_1 * x'_2}{1-x'_1 * x'_2 + D0} * \frac{x'_3}{x'_3 + D0}$

лентные логические операции без инверсии за счет изменения знака уставки (порогового) значения входных сигналов.

Заключение

Математический аппарат метода:

1) Представлена структурная модель отношений на множестве из четырех основных компонентов тестирования и диагностики (функциональность, КС, тест, ФН), которая характеризуется полным хог-взаимодействием всех вершин графа на множестве и транзитивной обратимостью каждой триады отношений, что позволяет определить и классифицировать пути решения практических задач, включая синтез тестов, моделирование и поиск ФН. Отличительная особенность – использование, вместо бинарной арифметики, многомерного (многоразрядного) представления входных, выходных данных и процессов их обработки в логических схемах КС.

2) Предложен дедуктивный метод поиска ФН в КС на базе сопоставления данных между КС и моделью с целью обнаружить ФН в штатных (функциональных) режимах работы КС. Представлена структурная модель аппаратного симулятора и устройства моделирования в целом, которые ориентированы на существенное повышение быстродействия средств моделирования КС большой размерности путем разделения фун-

кций корректного анализа и вычисления списков проверяемых ФН на тестовых наборах.

Реализация метода:

1) Обеспечивает диагностирование следующих видов скрытых неисправностей типа «несрабатывание»: дефекты функциональных элементов, характеризуемые несоответствием значений входных и выходных переменных проекту алгоритму; неисправности связей между функциональными элементами, характеризуемые отсутствием или искажением данных между источником и приемником.

2) Обеспечивает контролепригодность путем замены логических операций на арифметические с диапазоном входных и выходных переменных в вещественном формате от 0 до 1, при этом значения в диапазоне [0; 1) соответствуют нормальному режиму работы (режим ожидания), а значение 1 – нарушениям (режим аварии).

3) Обеспечивает контроль прохождения любого изменения значения входного сигнала, в пределах разрешающей способности используемых АЦП, от входа через все функциональные элементы («сравнение с пороговым значением», «и», «или», «2 из 3»), в которых участвует данный сигнал, до дискретного элемента управления исполнительным механизмом.

Литература: 1. *Бондаренко М.Ф., Хаханов В.И., Литвинова Е.И.* Структура логического ассоциативного мультимедийного процессора // Автоматика и телемеханика. 2012. № 10. С. 71-92. 2. *Хаханов В.И., Литвинова Е.И., Чумаченко С.В., Гузь О.А.* Логический ассоциативный вычислитель // Электронное моделирование. 2011. № 1(33). С. 73-89. 3. *Hahanov V., Wajeb Gharibi, Litvinova E., Chumachenko S.* Information analysis infrastructure for diagnosis // Information an international interdisciplinary journal. 2011. Japan. Vol.14, № 7. P. 2419-2433. 4. НП 306.2.141-2008. Общие положения безопасности атомных станций. К: ГКЯРУ, 2008. 42 с. 5. Protecting against common cause failures in Digital I&C Systems of Nuclear Power Plants: Nuclear Energy Series / International Atomic Energy Agency. Vienna: IAEA, 2009. No. NP-T-1.5. 65 p. 6. *Ястребенецкий М.А.* Информационные и управляющие системы АЭС Украины: результаты и проблемы / М.А. Ястребенецкий // Проблемы обеспечения безопасности информационных и управляющих систем АЭС.: сб. науч. тр. Одесса: «Астропринт», 2010. С. 9-19. 7. *Modern Instrumentation and Control for Nuclear Power Plants: Technical Reports Series / International Atomic Energy Agency.* -Vienna: IAEA, 1999. No. 387. 629 p. 8. *Application of the Single Failure Criterion: Safety Series / International Atomic Energy Agency.* Vienna: IAEA, 1990. No. 50-P-1. 134 p. 9. *Герасименко К.Е.* Методы непрерывного контроля и диагностирования оборудования управ-

ляющих систем безопасности энергоблоков АЭС по функции защит / К.Е. Герасименко // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. 2010. №3 (44). С. 152-156. 10. *Герасименко К.Е.* Использование непрерывных функций в элементах оборудования защит АЭС для диагностирования неисправностей типа «несрабатывание по требованию» / К.Е. Герасименко // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. 2011. №1 (49). С. 29-33.

Поступила в редколлегию 14.10.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Литвинова Е.И.

Хаханов Владимир Иванович, декан факультета КИУ ХНУРЭ, д-р техн. наук, профессор кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем, сетей и программных продуктов. Увлечения: баскетбол, футбол, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326. E-mail: hahanov@kture.kharkov.ua.

Герасименко Константин Евгеньевич, заведующий отделом информационно-управляющих систем ЧАО «СНПО «Импульс». Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем управления объектами с повышенными требованиями к безопасности и надежности. Адрес: Украина, 93405, Северодонецк, пл. Победы 2, тел. 60194. E-mail: gerasymenko.k.e@yandex.ua.

УДК519.7

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ СЛОВОИЗМЕНЕНИЯ ИМЕН ПРИЛАГАТЕЛЬНЫХ РУССКОГО ЯЗЫКА

КАМЕНЕВА И.В., АФАНАСЬЕВ А.С.

Рассматривается работа разработанного приложения AdjNet, основанная на общей модели словоизменения прилагательных русского языка, на примерах решения задач синтеза, анализа и нормализации словоформ, а также анализируется произношение полных непряжательных имен прилагательных, представленных в звуковой форме.

Введение

На протяжении многих лет предпринимались попытки автоматизации процесса выявления слов из текста и их классификации, были разработаны модели существительных, глаголов, прилагательных [1-4]. Полная автоматизация процесса корректировки, анализа и нормализации естественно-языкового текста не была продемонстрирована ни в одной из работ с частями речи в полной мере. Школой М.Ф. Бондаренко и Ю.П. Шабанова-Кушнаренко «Бионика интеллекта» уже разработаны модель полных непряжательных имен прилагательных [1], модель полных непряжательных имен прилагательных, представленная звуковой формой [4]. Разработанная нами модель кратких имен прилагательных [5] помогла приблизиться к построению общей полной модели словоизменения прилагательных русского языка [6].

На основании трех указанных выше моделей реализовано программное приложение AdjNet. Оно позволяет автоматизировать процесс работы эксперта в задачах синтеза, анализа и нормализации текста с именами прилагательными.

Приложение AdjNet основано на модели реляционной сети логической мозгоподобной структуры [7]. В основе определения понятия мозгоподобной структуры лежит понятие отношения. Школой разработана алгебраическая система предикатов для формульного представления отношений и действий над ними [8]. Данная система делится на алгебру имен предикатов и модель предикатов. Схемная реализация формул, описывающих алгебро-логические структуры, приводит к логическим сетям – функциональным и реляционным [9, 10]. Программа AdjNet представляет собой приложение, которое позволяет моделировать процесс склонения и словоизменения прилагательных русского языка на основании полной модели склонения непряжательных имен прилагательных, полной модели склонения непряжательных имен прилагательных, представленных в звуковой форме, и модели кратких имен прилагательных.

Подробная структура программного приложения представлена на рис. 1.

AdjNet имеет удобный интерактивный интерфейс, при работе с которым пользователь будет получать исчерпывающую информацию об общем словоизменении имен прилагательных русского языка. Работа программы изображена на диаграмме вариантов использования (Use case) (рис. 2).

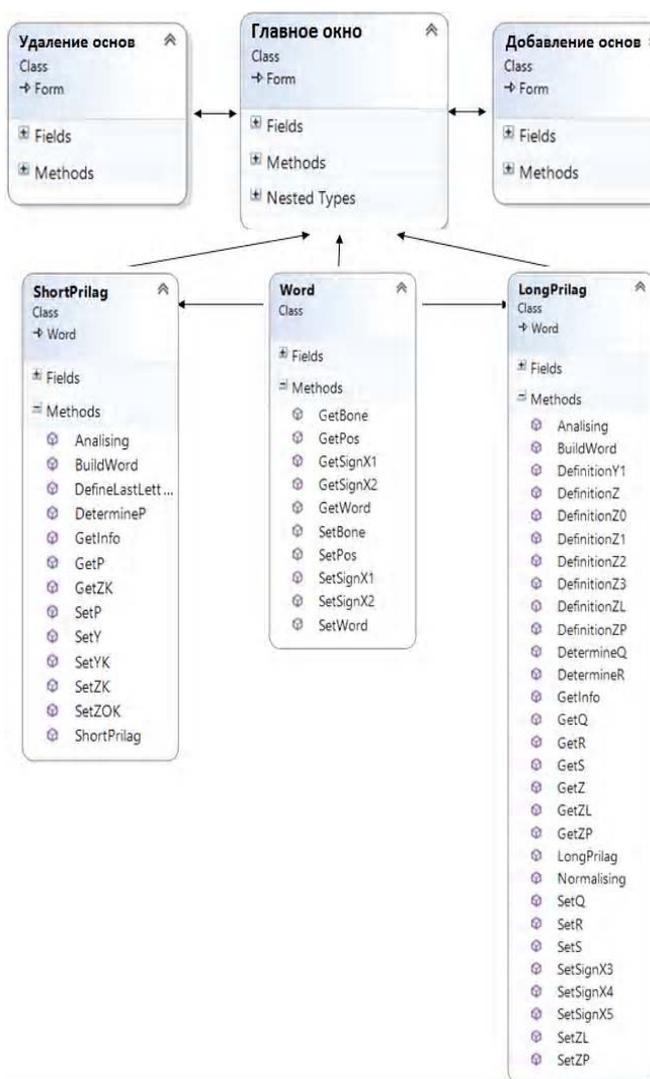


Рис. 1. Диаграмма классов

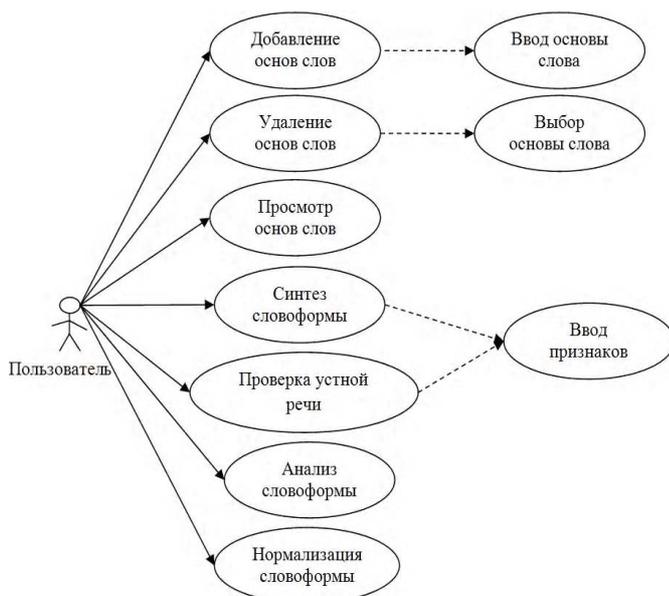


Рис.2. Use case диаграмма AdjNet

Остановимся подробнее на решенных задачах с помощью программного приложения.

Основными задачами, которые решает данное приложение, являются:

- синтез словоформы;
- анализ словоформы;
- нормализация словоформы;
- проверка устной речи.

Поиск и выбор прилагательных из текста осуществляется методом сравнения существующих основ имен прилагательных со словами в предложении. Существующие основы имен прилагательных хранятся в текстовом файле, основы можно добавлять, что делает программу расширяемой, а также просматривать и удалять основы слов из репозитория.

Выявленные программой прилагательные выводятся в список, который отображен в главном окне программы, а так же отображается в окне синтеза, анализа и нормализации, что делает интерфейс более интерактивным. Классификация прилагательных на краткие и полные выполняется методом сравнения выявленного прилагательного со списком всех существующих окончаний полных прилагательных русского языка. Если окончание прилагательного присутствует в списке, то оно является полным, если нет – кратким, что выполнено в соответствии с моделью, базирующейся на алгебре конечных предикатов.

Рассмотрим пример решения задачи синтеза словоформы.

Задача синтеза заключается в определении словоформы в соответствии с окружающим контекстом слова. Суть задачи заключается в преобразовании ошибочно введенных слов в корректные словоформы, в соответствии с контекстом предложения, и заменой их.

Для настройки признаков (рода, числа, падежа, признака одушевленности, употребимости, ударности и признака смягчения) в окне «Синтез» существуют списки для их выбора. После выбора необходимых признаков AdjNet изменяет прилагательное в соответствии с предъявленными экспертом требованиями и предлагает вставить его обратно в текст.

Выполним синтез предложения, которое введено неверно: «хорошая указчик дороже десяти работников», для полного неприятяжательного имени прилагательного. Благодаря настройкам эксперта прилагательное можно привести к необходимому правильному виду употребимости в предложении.

Приведем пример синтеза данного слова:

- род – **М**;
- число – **Ед.**;
- падеж – **В**;
- признак одушевленности – **О**;
- признак употребимости – **С**.

Получаем слово «хороший».

Далее программа позволяет вставить корректное слово обратно в исходный текст – «*хороший* указчик дорожке десяти работников».

Также программа осуществляет синтез слов кратких имен прилагательных в предложении. С ее помощью можно синтезировать слова без сопровождаемого контекста как для полных, так и для кратких имен прилагательных.

Для наглядного примера выполним синтез для слова «*свеж*» модели кратких имен прилагательных русского языка, введем такие признаки:

- род – *;
- число – **Мн.**;
- ударная буква основы – **е**;
- ударение – на окончание **и**.

Получаем слово «*свежи*». В примере и со словом «*хороший*», и со словом «*свеж*» мы наблюдаем, что программа AdjNet корректно выполняет словоизменение по указанным экспертом признаками и определяет ударность. В данном слове присутствует двойное ударение. Приложение определяет, что ударение падает как на основу, так и на окончание и имеет два варианта правильного употребления слова, т.е. выявляет двойное ударение.

Рассмотрим пример решения задачи анализа словоформы. Она заключается в определении грамматических признаков словоформы в соответствии с окружающим контекстом формы слова. Суть задачи состоит в выведении корректно расклассифицированных признаков словоформы.

Введем предложение: «Ребята играли на *зеленой* лужайке – она была *ухожена*». Программа выделила 2 прилагательных: «*зеленой*» и «*ухожена*», выполним их анализ.

В окне анализа из списка выделим необходимое прилагательное «*зеленой*» и проанализируем его. В результате получаем, что слово «*зеленой*» имеет:

- полное прилагательное – **зеленой**;
- основа слова – **зелен**;
- номер влияния контекста – **9**;
- род – **Ж**;
- число – **Ед.**;
- падеж – **П**;
- последняя буква основы слова – **н**;
- окончание – **ой**;
- левая часть окончания – **о**;
- правая часть окончания – **й**;
- первая буква окончания – **о**;
- вторая буква окончания – **й**;
- третья буква окончания – *****.

Анализ слова «*ухожена*» показал:

- краткое прилагательное – **ухожена**;
- основа слова – **ухожен**;
- род – **Ж**;
- число – **Ед**;
- номер ячейки таблицы – **2**;
- окончание – **а**;
- ударная буква основы – **о**.

Программа AdjNet правильно проанализировала два слова для полного и краткого имени прилагательного, что подтверждает правильность и корректность ее работы, а также то, что программа выполняет одну из основных своих задач – анализ слов в представленном тексте.

Рассмотрим пример решения задачи нормализации словоформы. Задача нормализации заключается в определении слова, соответствующего словоформе. Суть задачи состоит в отыскании словарных форм словоформ.

Введем предложение «*Глубока* была река, а солнце своими *теплыми* лучами ее прогревало и *ярким* светом освещало *близлежащую зеленую* лужайку». Программа выделила 5 прилагательных: «*глубока*», «*теплыми*», «*ярким*», «*близлежащую*» и прилагательное «*зеленую*». Для выполнения задачи нормализации словоформы в окне «нормализация» из списка выделяем необходимое прилагательное – «*глубока*» и запускаем нормализацию. Результат нормализации – «*глубок*», для «*теплыми*» – «*теплый*». Для прилагательного «*ярким*» – «*яркий*», для прилагательного «*близлежащую*» – «*близлежащий*», для прилагательного «*зеленую*» результатом нормализации словоформы будет слово «*зеленый*».

Наконец, рассмотрим работу задачи склонения полных непряжательных имен прилагательных русского языка, представленных звуковой формой. Переклочим программу в режим устной речи, в окне синтеза или анализа, в зависимости от того, какая из задач решается, установим переключатель «Устная речь». Введем предложение «Я увидела *радостного* человека в окне». Программа определила одно прилагательное полной модели склонения непряжательных имен прилагательных, которая доопределяется правильным произношением (транскрипцией) слов и характеризуется полной моделью склонения прилагательных русского языка в звуковой форме.

Таким образом, выполнив анализ слова «*радостного*» для полной модели склонения непряжательных имен прилагательных, которое определяется признаками:

- полное прилагательное – **радостного**;
- основа слова – **радостн**;
- номер влияния контекста – **2**;

- род – **М**;
- число – **Ед.**;
- падеж – **Р**;
- последняя буква основы слова – **н**;
- окончание – **ой**;
- левая часть окончания – **о**;
- правая часть окончания – **го**;
- первая буква окончания – **о**;
- вторая буква окончания – **г**;
- третья буква окончания – **о**,

можем увидеть наглядное представление правильно произношения (транскрипции) слова, переключив модель на «Устная речь». Получаем:

- полное прилагательное – **радостного**;
- основа слова – **радостн**;
- номер влияния контекста – **2**;
- род – **М**;
- число – **Ед.**;
- падеж – **Р**;
- последняя буква основы слова – **н**;
- окончание – **ой**;
- левая часть окончания – **о**;
- правая часть окончания – **во**;
- первая буква окончания – **о**;
- вторая буква окончания – **в**;
- третья буква окончания – **о**.

Это также решено с использованием общей модели словоизменения русского языка на основании алгебры конечных предикатов.

Выводы

Научная новизна: представлено практическое применение программного приложения для задач: анализа, синтеза и нормализации.

Практическая значимость: программа работает быстро и эффективно, что помогает корректно выводить результат, ожидаемый экспертом.

Перспективы исследования. В дальнейшем планируется разработать модель кратких имен прилагательных, представленных звуковой формой, что позволит

расширить возможности процесса словоизменения модели.

Литература: 1. *Мельникова, Р.В.* Алгебраические модели морфологии и их применение в логических сетях. Дис. ... канд. техн. наук. Х.: ХНУРЭ, 2005. 152 с. 2. *Лецинский, В.А.* Модели бинарных логических сетей и их применение в искусственном интеллекте. Дис. ... канд. техн. наук. Х.: ХНУРЭ, 2006. 157 с. 3. *Дударь, З.В.* Математические модели флективной обработки словоформ и их использование в системах автоматической обработки текста русского языка. Дис. ... канд. техн. наук. Х.: ХИРЭ, 1984. 215 с. 4. *Русакова Н.Е.* Моделирование мозгоподобных структур и их применение в искусственном интеллекте. Дис. ... канд. техн. наук. Х.: ХНУРЭ, 2012. 157 с. 5. *Каменева И.В.* Побудова реляційної мережі коротких прикметників російської мови // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну: Київ. 2012. №5. С. 195–202. 6. *Каменева И.В.* Общая модель словоизменения имен прилагательных русского языка / И.В. Каменева, А.С. Афанасьев // АСУ и приборы автоматики. 2012. С. 3–8. 7. *Бондаренко, М.Ф.* Мозгоподобные структуры / М.Ф. Бондаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнарченко // Справочное пособие. Том первый / Под ред. И.В. Сергиенко. К.: Наук. думка, 2011. 460 с. 8. *Бондаренко, М.Ф.* Алгебра предикатов и предикатных операций / М.Ф. Бондаренко, З.В. Дударь, Н.Т. Процай, В.В. Черкашин, В.А. Чикина, Ю.П. Шабанов-Кушнарченко // Радиоэлектроника и информатика. 2000. №4. С. 15–23. 9. *Бондаренко М. Ф.* О реляционных сетях / М. Ф. Бондаренко, И. А. Лещинская, Н. П. Кругликова, Н. Е. Русакова, Ю. П. Шабанов-Кушнарченко // Бионика интеллекта. 2010. №3. С. 8–13. 10. *Бондаренко М. Ф.* О булевых реляционных сетях / М. Ф. Бондаренко, И. В. Каменева, И. А. Лещинская, Н. Е. Русакова, Ю. П. Шабанов-Кушнарченко, И. Ю. Шубин // Бионика интеллекта. 2011.

Поступила в редколлегию 12.10.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Четвериков Г.Г.

Каменева Ирина Витальевна, аспирантка кафедры ПИ ХНУРЭ. Научные интересы: искусственный интеллект, интеллектуальная обработка данных. Увлечения: изучение иностранных языков. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-16-46, E-mail: irina.kamenieva@gmail.com.

Афанасьев Анатолий Сергеевич, студент кафедры ПИ ХНУРЭ. Научные интересы: искусственный интеллект, программирование на языках C++, C#. Увлечения: кулинария. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-16-46. E-mail: tolya.afanasev@gmail.com.

О КРИПТОГРАФИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ СХЕМ РАЗВОРАЧИВАНИЯ КЛЮЧЕЙ В ОБЕСПЕЧЕНИИ СТОЙКОСТИ БЛОЧНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ ШИФРОВ К АТАКАМ ЛИНЕЙНОГО И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО КРИПТОАНАЛИЗА

ЛИСИЦКАЯ И.В., НАСТЕНКО А.А.,
ЛИСИЦКИЙ К.Е.

Рассматривается задача оценки криптографической значимости схем разворачивания ключей в обеспечении стойкости блочных симметричных шифров к атакам линейного и дифференциального криптоанализа. Показывается, что в противоположность существующей (развиваемой в литературе) точке зрения схемы разворачивания ключей итеративных (Марковских) шифров существенной роли в обеспечении их стойкости к атакам дифференциального и линейного криптоанализа не играют. И без цикловых подключей шифры асимптотически приходят к показателям случайных подстановок. Ключи выполняют лишь функцию осуществления ключезависимого преобразования. Усложнение схем разворачивания ключей оправдывается только стремлением противостоять таким формам криптоанализа, как атаки на связанных ключах и слайд атаки, что может быть достигнуто более простыми методами, чем известные схемы усложнения.

Введение

Многочисленные эксперименты с малыми и большими версиями многих современных шифров по определению поцикловых значений максимумов дифференциальных и линейных вероятностей [1-3 и др.] свидетельствуют, что получаемые результаты практически не зависят от ключей зашифрования, используемых при проведении экспериментов.

Это позволило сделать в работе [4] вывод, что при оценке показателей доказуемой стойкости шифров результатом можно брать не значения *AMDP* и *AMLHP* (соответственно средние значения максимумов дифференциальных и линейных вероятностей), а значения, полученные для отдельного случайного ключа зашифрования.

Полученные результаты практически подтверждают гипотезу статистической эквивалентности [5], приписываемую во многих работах Марковским шифрам со случайно выбранными цикловыми подключениями, которая выполняется для всех итеративных шифров, с одной стороны, а с другой, - сложилось твёрдое убеждение, что рассмотренные шифры оказываются нечувствительными к схемам разворачивания ключей, используемых в них.

Отмеченное обусловило постановку и решение задачи реальной оценки криптографической значимости схем разворачивания ключей, усложнению которых уделено значительное внимание, особенно в последних разработках по построению блочных симметричных шифров. Поставлена задача: доказать факт, что вразрез с развиваемой в криптографической литературе точкой зрения схемы разворачивания ключей никакой криптографической ценности с точки зрения обеспечения стойкости шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа не представляют.

В первой части работы приведём краткий обзор публикаций, посвященных изучению криптографической роли алгоритмов разворачивания ключей блочных симметричных шифров. Далее прокомментируем методику выполнения исследований, затем изложим результаты анализа показателей статистической безопасности выбранного набора малых моделей шифров и их больших прототипов, а также рассмотрим их дифференциальные и линейные показатели. Всё это будет выполнено для шифров, когда цикловые подключения в них отсутствуют (при модульном сложении используются нулевые подключения).

1. Анализ результатов известных работ

В ряде публикаций [5,6 и др.] поднимается вопрос о роли и месте, которые занимают (играют) в блочных симметричных шифрах схемы разворачивания ключей. Они в публикациях названы алгоритмами ключевого расписания или графика (Key schedule). В итеративных шифрах эти алгоритмы по заданному исходному ключу (мастер-ключу) вычисляют цикловые подключения. Следуя [7] назовём примеры таких алгоритмов.

Так, блочный шифр TEA просто делит 128-битный ключ на четыре 32-битных части и использует их неоднократно в последующих циклах.

В DES используется ключевой график (расписание), где 56-битный ключ делится на две 28-разрядные половины, каждая половина после этого рассматривается отдельно. В последующих циклах обе половинки сдвигаются влево на один или два бита (указывается для каждого цикла), а затем 48 бит подключения выбираются перестановкой. В варианте 2 (PC-2) - 24 бита берутся из левой половины, 24 из правой. Сдвиг означает, что в каждом подключе используются различные множества битов, при этом каждый бит применяется приблизительно в 14-ти из 16-ти подключей.

В попытке избежать простых отношений между ключом шифра и подключениями, для того чтобы противостоять таким формам криптоанализа, как атаки на связанных ключах и слайд атаки, разработчики многих современных шифров используют гораздо более сложные алгоритмы ключевых расписаний, применяющих одностороннюю функцию для создания "расширенного ключа", из которого уже берутся подключения. Некоторые шифры, такие как Rijndael (AES) и

Blowfish, используют части своего алгоритма шифрования для формирования ключевого расширения, иногда алгоритм инициализируется с применением идеи “nothing up my sleeve numbers”. В других шифрах, таких как RC5, функция расширения ключа несколько или полностью отличается от функции шифрования.

Общий вывод из приведенных примеров состоит в том, что при построении шифров используются различные схемы разворачивания ключей - от самых простых до весьма сложных.

Что касается самого содержания указанных и других публикаций, то можно отметить, что они ориентированы в значительной степени на шифр DES, и авторы стремятся в них обосновать вывод о том, что ключевой график играет важную роль в обеспечении стойкости шифра против атак линейного и дифференциального криптоанализа. В [5] на основе изучения игрушечных (уменьшенных до 8-12-битного размера входа) шифров Фейстеля отмечается, что со сложными и хорошо продуманными ключевыми графиками можно достичь равномерного распределения вероятностей для дифференциалов и линейных оболочек быстрее, чем с плохо разработанными ключевыми графиками. Сделан вывод, что схемы разворачивания ключей заметно влияют на результирующие показатели стойкости шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа.

В [6] авторы отмечают, что стойкость шифров определяется и качеством ключевых планирующих алгоритмов. Шифры с хорошо продуманным, сложным ключевым графиком достигают минимального значения линейной вероятности быстрее, чем шифры с плохо разработанными ключевыми графиками. Этот же вывод был экспериментально подтвержден в работе Кнудсена [8]. В более поздней работе Кнудсена и Mathiassen [9] на примере анализа дифференциальных характеристик DES, уменьшенного до 8-битного и 10-битного входа, обосновывается вывод о том, что шифры с хорошо продуманными ключевыми графиками достигают равномерного распределения вероятностей для дифференциалов и линейных оболочек быстрее, чем с плохо разработанными ключевыми графиками.

В работе [10] рассматривается задача построения лучшего ключевого расписания для шифра DES. Делается ссылка на работу [11], в которой показано, что бедные ключевые графики могут привести к взлому вполне хорошего шифра.

Ларс Кнудсен [8] полагает, что сильный ключевой график имеет следующие свойства:

1. Для любых s битов и r цикловых ключей, полученных из неизвестно-порождающего ключа (где s меньше общего количества циклового материала ключей), является *трудным* обнаружение любого из оставшихся битов ключа из s известных битов.

2. Данное некоторое отношение между двумя порождёнными ключами является трудным для предсказания отношения между любыми цикловыми ключами, полученными из этих двух порождённых ключей.

Идея, в итоге, заключается в создании подключей таким образом, чтобы связь между любыми подключевыми битами любых циклов была практически неразрешимой. Отмечается побочный эффект - создание такого ключевого графика занимает больше времени, чем традиционные ключевые настройки расписания.

Наконец, в работе [12], посвящённой сравнительному анализу схем разворачивания ключей блочных симметричных шифров, отмечается важность в условиях активного развития методов криптоанализа (имеются в виду атака на связанные ключи [11], атака скольжения [13], атака встреча посередине [14], простые зависимости и эквивалентные ключи [15]), которые используют особенности формирования цикловых подключей и их применения, создания и развития своей теоретической и практической базы по формированию цикловых подключей, определению чётких требований к схемам разворачивания ключей, разработке методов оценки их эффективности и критериев проектирования. Создание и проектирование схем разворачивания ключей включается в [12] в число самых важных вопросов разработки шифра в целом.

2. О методике выполнения исследований

В этой работе выполняется оценка эффективности схем разворачивания ключей для малых (16-битных) моделей и соответствующих им больших шифров и показывается, что многие выводы из отмеченных работ, повторяемые затем другими авторами, являются необъективными.

Здесь предлагается для оценки влияния на шифры схем ключевого расписания сравнить между собой обычные режимы использования шифров для шифрования блоков данных (режимы электронной кодовой книги) с ситуацией, когда в шифрах не используются цикловые подключи (в шифрах с модульными операциями сложения при введении цикловых подключей применяются нулевые векторы). В этой работе представлены результаты анализа бесключевых реализаций шифров. Соответствующие данные по шифрам, используемым в “штатном” режиме их применения, можно найти в [16].

За основу возьмем изучение свойств шифров как случайных подстановок. Накопленный опыт исследования малых и больших моделей шифров позволяет в качестве показателей, которые нас будут интересовать, применительно к решаемой задаче выделить следующие:

- поцикловые показатели лавинного эффекта для малых и больших моделей;
- поцикловые значения корреляционных характеристик больших и малых шифров;

– поцикловые значения максимумов таблиц полных дифференциалов и смещений таблиц линейных корпусов малых моделей шифров и их прототипов.

На наш взгляд, выделенный набор показателей является достаточно представительным и позволит получить объективные данные по интересующему нас вопросу.

Объектом наших исследований являются финалисты конкурса AES шифры Rijndael (AES) и Saifer, а также шифры, представленные на украинский конкурс: Калина, Мухомор, Лабиринт и ADE. В списке шифров, рассмотренных в работе, представлен и хорошо известный всем шифр ГОСТ. Описание малых моделей шифров, рассмотренных в работе, можно найти в [1-4]. Программные реализации больших шифров, представленных на украинский конкурс, заимствованы из

[19-22], реализации шифров Rijndael (AES) и Saifer найдены в Интернете.

При исследовании дифференциальных и линейных свойств шифров использована уже оправдавшая себя методика оценки AMDP и AMLHP (средних значений максимумов дифференциальных и линейных вероятностей) [23]. Методика оценки показателей статистической безопасности заимствована из [24]. Она также изложена в переводе в работе [25].

3. Результаты вычислительных экспериментов

В табл. 1 представлены результаты экспериментов с шифром Калина 128/256 (полная версия, блок длиной 128 бит, ключ длиной 256 бит). Здесь приведены показатели статистической безопасности шифра Калина в бесключевом варианте его использования. Аналогичные показатели для мини-версии этого шифра приведены в табл. 2.

Таблица 1
Показатели статистической безопасности шифра Калина в бесключевом варианте его использования

Цикл №	Kalina 128/256 (полная версия, блок 128 бит). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	31.9423	16.0136	32.2046	16.2303	32,07345	0.5	0.501365	0.502017
2	63.868	31.8812	64.1539	31.4372	64,01095	1	0.999245	0.99922
3	63.8827	32.0289	64.1232	31.6448	64,00295	1	0.99931	0.999244
4	63.8555	31.641	64.1486	32.0795	64,00205	1	0.999358	0.999351
5	63.8543	32.1099	64.1617	32.0792	64,008	1	0.999416	0.999321
6	63.8537	31.9269	64.2011	30.9619	64,0292	1	0.999402	0.999319
7	63.8119	31.9275	64.1172	31.5041	63,96455	1	0.999308	0.999353
8	63.762	32.1172	64.1822	31.6424	63,9721	1	0.999354	0.999312
9	63.878	32.2575	64.1819	32.533	63,9924	1	0.999253	0.999264
10	63.8029	33.1195	64.167	31.8581	63,98495	1	0.999328	0.999237
11	63.8367	31.1654	64.1499	32.6326	63,9933	1	0.999378	0.999337
12	63.816	31.7851	64.143	32.0846	63,9795	1	0.999276	0.999317
13	63.8177	31.9403	64.1221	32.1156	63,9699	1	0.999308	0.999289
14	63.852	31.9271	64.1362	32.3258	63,9941	1	0.999239	0.999377

Таблица 2
Показатели статистической безопасности шифра Калина mini (мини-версия) в бесключевом варианте его использования

Цикл №	Kalina mini (мини - версия). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	4.0844	1.52248	4.4145	1.48009	4,24945	0.5	0.536564	0.450381
2	8.4459	3.04627	8.5911	3.1835	8,5185	1	0.934621	0.933926
3	7.9129	3.92431	8.0193	3.96093	7,9661	1	0.99461	0.988404
4	7.9508	4.00538	8.0349	3.95768	7,99285	1	0.997879	0.990923
5	7.9654	3.8904	8.035	3.98977	8,0002	1	0.99793	0.990879
6	7.9633	3.97595	8.0474	3.88255	8,00535	1	0.997931	0.990439
7	7.9385	3.96592	8.0316	3.9766	7,98505	1	0.997508	0.99126
8	7.969	4.00684	8.0382	3.97214	8,0036	1	0.997757	0.990978
9	7.9816	4.00146	8.034	3.96244	8,0078	1	0.997676	0.99064
10	7.958	3.95824	8.0336	3.89767	7,9958	1	0.99762	0.990906

Заметим, что шифры, которые рассматриваются, имеют по спецификациям: Мухомор-128 – 11 циклов зашифрования, Лабиринт – 8 циклов, Калина 128/256 – 14 циклов, ADE 128/128 – 10 циклов, Rijndael – от 10-ти до 14-ти циклов в зависимости от длины блока и ключа.

Из сопоставления данных табл. 1 и 2 с соответствующими данными, приведенными в [16], хорошо видно, что большая версия шифра входит в границы доверительного интервала по показателям статистической безопасности на втором цикле, в то время как малая версия - на третьем, причём это происходит как в случае использования ключей зашифрования, так и в случае их отсутствия. При этом результаты практически совпадают. Получается, что и без случайных компонент в виде наборов ключевых битов рассматриваемые шифры асимптотически ведут себя как случайные подстановки. Имеется в виду, что, как отмечено в [24], подстановки (шифры), имеющие хорошую степень полноты, хороший лавинный эффект и удовлетворяющие строгому лавинному критерию,

должны иметь значения d_c , d_a и d_{sa} удовлетворяющие условиям: $d_c \gg 1$, $d_a \gg 1$, $d_{sa} \gg 1$.

В табл. 3 и 4 приводятся результаты экспериментов с большой и малой версиями шифра Мухомор (Muhomor).

Видно, что большая версия шифра Мухомор входит в границы доверительного интервала уже на первом цикле, а малая даёт запаздывание на один цикл. Получается, что большая версия шифра становится случайной подстановкой уже с первого цикла. Напомним, что в шифре Мухомор в качестве базовой схемы циклового преобразования использована модифицированная схема Лэя-Масэя, которая на одном цикле зашифрования выполняет обработку целого входного блока, что позволяет получить хорошее перемешивание и быстро достичь необходимых статистических показателей уже за один цикл зашифрования.

Далее представляются результаты по исследованию показателей статистической безопасности большой и малой версии шифра Лабиринт (табл. 5 и 6). Напомним, что в этом шифре применено мощное доцикло-

Таблица 3

Показатели статистической безопасности шифра Мухомор 128/256 (полная версия) в бесключевом варианте его использования

Цикл №	Muhomor 128/256 (полная версия). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	63.8699	31.6272	64.1837	31.6058	64,0268	1	0.999334	0.992052
2	63.8771	32.1108	64.1298	30.661	64,00345	1	0.99923	0.992028
3	63.8619	32.019	64.1484	32.0204	64,00515	1	0.999372	0.991972
4	63.8675	32.4639	64.1228	32.1079	63,99515	1	0.999284	0.992053
5	63.8867	31.7627	64.1573	31.7908	64,022	1	0.999354	0.991989
6	63.8161	31.4437	64.1416	31.8477	63,97885	1	0.999259	0.992053
7	63.8721	32.1559	64.1212	31.4277	63,99665	1	0.999343	0.992015
8	63.8828	31.6785	64.1563	31.7189	64,01955	1	0.999262	0.992018
9	63.8356	32.2612	64.1619	32.6231	63,99875	1	0.999366	0.991955
10	63.8739	32.1312	64.1198	32.0012	63,99685	1	0.999343	0.992012
11	63.8588	32.0205	64.1636	32.6974	64,0112	1	0.999317	0.992075

Таблица 4

Показатели статистической безопасности шифра Мухомор mini (мини - версия) в бесключевом варианте его использования

Раунд №	Muhomor mini (мини - версия). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	7.5498	5.55892	8.1628	5.5145	7,8563	1	0.981425	0.912402
2	7.8664	4.35695	8.0296	3.92352	7,948	1	0.994422	0.985979
3	7.9733	3.98539	8.0353	4.00985	8,0043	1	0.998206	0.99107
4	7.9673	4.01463	8.0356	3.99013	8,00145	1	0.99834	0.990167
5	7.934	3.93644	8.0269	4.03978	7,98045	1	0.997753	0.990588
6	7.9669	4.0282	8.0406	4.00435	8,00375	1	0.998613	0.990476
7	7.9506	4.04616	8.0374	3.9612	7,994	1	0.99789	0.991474
8	7.9566	3.97952	8.0227	4.04598	7,98965	1	0.997559	0.991189
9	7.9572	4.00997	8.0604	3.97135	8,0088	1	0.997862	0.990984
10	7.9681	4.03268	8.0395	4.07014	8,0038	1	0.998029	0.991482

вое преобразование. Поэтому, как и в предыдущем случае, шифр демонстрирует высокие статистические свойства. По лавинным и другим показателям он, как и шифр Мухомор, и в ключевом, и в бесключевом варианте его использования входит в доверительные границы прямо с первого цикла. Табл. 7 и 8 демонстрируют свойства последнего из шифров, представленных на украинский конкурс - шифра ADE. В работе [16] шифр ADE с применением цикловых

подключей не прошёл тест на лавинные свойства. В бесключевом варианте использования шифр ADE уже с четвёртого цикла демонстрирует статистические показатели, входящие в доверительные границы. Это означает, что малая модель шифра в бесключевом варианте практически повторяет свойства большого прототипа.

Представим результаты исследования показателей статистической безопасности шифра ГОСТ 28147-89

Таблица 5

Показатели статистической безопасности шифра Лабиринт 128/256 (полная версия) в бесключевом варианте его использования

Цикл №	Labyrinth 128/256 (полная версия). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	63.8771	32.1108	64.1298	30.661	64,0034	1	0.99932	0.99204
2	63.8675	32.4639	64.1228	32.1079	63,9951	1	0.99924	0.99196
3	63.8161	31.4437	64.1416	31.8477	63,9788	1	0.99929	0.99203
4	63.8828	31.6785	64.1563	31.7189	64,0195	1	0.99937	0.992
5	63.8739	32.1312	64.1198	32.0012	63,9968	1	0.99926	0.99206
6	63.8449	31.625	64.1347	31.5356	63,9898	1	0.99933	0.99195
7	63.8665	31.5301	64.1037	31.9631	63,9851	1	0.99939	0.99202
8	63.8729	32.3171	64.1635	32.4858	64,0182	1	0.99935	0.99205

Таблица 6

Показатели статистической безопасности шифра Лабиринт mini (мини-версия) в бесключевом варианте его использования

Цикл №	Labyrinth mini (мини – версия). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	7.9958	4.10038	8.327	3.51267	8,1614	1	0.984327	0.966562
2	7.9588	4.1055	8.0388	3.97349	7,9988	1	0.99673	0.988141
3	7.9733	4.01399	8.0604	3.96735	8,01685	1	0.997234	0.990419
4	7.9773	4.01218	8.0318	4.10759	8,00455	1	0.997034	0.991374
5	7.9606	4.06525	8.03	3.9885	7,9953	1	0.996807	0.990596
6	7.9629	3.93672	8.0297	3.99002	7,9963	1	0.997694	0.991358
7	7.9428	3.95113	8.0487	4.14773	7,99575	1	0.998269	0.991166
8	7.9611	3.93199	8.0481	4.09619	8,0046	1	0.997901	0.990902

Таблица 7

Показатели статистической безопасности шифра ADE (полная версия) в бесключевом варианте его использования

Цикл №	ADE (полная версия). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	1	0	1	0	1	0.0078125	0.015625	0
2	31.9185	16.0461	32.1087	15.9257	32,0136	0.5	0.499998	0.496048
3	31.8884	16.4155	32.1122	15.7054	32,0003	0.5	0.500093	0.496018
4	63.8593	31.7543	64.0988	31.2904	63,97905	1	0.999192	0.991946
5	63.8345	32.2199	64.1531	32.2993	63,9938	1	0.99927	0.991993
6	63.867	32.0207	64.1928	31.5506	64,0299	1	0.999333	0.99189
7	63.8339	31.9221	64.133	32.0001	63,98345	1	0.99928	0.992064
8	63.8157	32.1307	64.1512	31.6999	63,98345	1	0.999362	0.992106
9	63.7648	31.9061	64.1645	32.549	63,96465	1	0.999317	0.99205
10	63.8661	32.5878	64.1414	32.5562	64,00375	1	0.999251	0.992068

(табл. 9 и табл. 10.). Он включен в список шифров, рассматриваемых в этой работе, для того, чтобы лишний раз продемонстрировать, что в малых моделях шифров удаётся сохранить (повторить) свойства больших прототипов. Этот шифр хорошо известен специалистам и в бесключевом варианте применения он демонстрирует глубину лавинного эффекта, равную 11-ти циклам.

В табл. 11 и 12 представлены показатели статистической безопасности для большой и малой версий шифра AES, который, как видно из сравнения с показателями шифров Калина, Мухомор и Лабиринт, представленных на украинский конкурс, не является самым лучшим.

И в этом случае большая и малая версии шифра AES ведут себя одинаково. Сравнение показателей статистической безопасности с другими шифрами свидетельствует о том, что шифр AES уступает по этим показателям и шифру Калина, и тем более шифрам Лабиринт и Мухомор, т.е. шифры, представленные на украинский конкурс, оказались в криптографическом смысле более совершенными.

В последней серии экспериментов представлены поцикловые значения максимумов таблиц полных дифференциалов и смещений таблиц линейных корпусов малых моделей шифров и их прототипов (в режиме шифрования 16-битных сегментов входных и выходных блоков данных по методике [16,25]). Результаты

Таблица 8
Показатели статистической безопасности шифра ADE mini (мини-версия) в бесключевом варианте его использования

Раунд №	ADE mini (мини - версия). Без цикловых подключей							
	M _{min}	D _{min}	M _{max}	D _{max}	m _w	d _c	d _a	d _{sa}
1	3.7315	1.44381	5.0083	2.01703	4,3699	0.5	0.542963	0.376482
2	8.3575	4.69889	8.8461	5.11561	8,6019	1	0.932766	0.905029
3	7.9039	3.84606	8.0183	3.66757	7,9611	1	0.995855	0.98949
4	7.97	3.9739	8.038	4.02776	8,004	1	0.99813	0.991715
5	7.9584	3.94427	8.04	3.96	7,9992	1	0.997375	0.990387
6	7.969	4.07104	8.066	4.00884	8,0175	1	0.998328	0.989736
7	7.9635	4.00257	8.0572	3.95113	8,01035	1	0.99767	0.991377
8	7.9571	4.05486	8.0718	3.96284	8,01445	1	0.997642	0.990203
9	7.9712	3.94857	8.0365	3.98277	8,00385	1	0.997698	0.991003
10	7.9792	4.07157	8.0449	4.00148	8,01205	1	0.99753	0.991881

Таблица 9
Показатели статистической безопасности шифра ГОСТ (полная версия) в бесключевом варианте его использования

Цикл №	ГОСТ (полная версия). Без цикловых подключей							
	M _{min}	D _{min}	M _{max}	D _{max}	m _w	d _c	d _a	d _{sa}
1	1	0	3.7498	1.1846	2,3749	0.04687	0.06992	0.03113
2	2.7402	0.68450	7.6642	4.50784	5,2022	0.18359	0.17325	0.11999
3	4.9402	2.50922	10.9024	8.73067	7,9213	0.41016	0.32267	0.26749
4	7.906	10.2654	16.6062	20.1381	12,2561	0.67944	0.49034	0.45050
5	12.3358	20.5896	22.7029	24.2304	17,51935	0.87769	0.67512	0.64783
6	18.2857	32.0637	27.2175	24.7434	22,7516	0.95605	0.83655	0.82743
7	23.6143	35.3621	30.4661	23.3155	23,4649	0.98437	0.94056	0.93445
8	27.6552	26.7665	31.4729	17.2051	29,56405	1	0.98519	0.97794
9	30.286	20.7688	32.0064	16.0986	31,1462	1	0.99633	0.98939
10	31.4986	17.4812	32.0562	15.8462	31,7774	1	0.99899	0.99186
11	31.8644	16.7754	32.0586	15.9992	31,9615	1	0.99899	0.99195
12	31.9088	16.3511	32.086	16.5022	31,9974	1	0.99911	0.992
16	31.927	15.8301	32.0922	15.9783	32,0096	1	0.99909	0.99193
32	31.881	16.082	32.0748	15.871	31,9779	1	0.9991	0.99206

Таблица 10

Показатели статистической безопасности шифра ГОСТ mini (мини-версия)
в бесключевом варианте его использования

Цикл №	GOST mini (мини - версия). Без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	1	0	3.4965	0.50659	2,24825	0.1875	0.25383	0.10457
2	2.737	0.67783	6.1973	3.43537	4,46715	0.5312	0.51992	0.39077
3	4.4228	2.97904	7.4717	5.7784	5,94725	0.875	0.75432	0.6822
4	6.0598	5.72082	7.5349	5.28178	6,79735	1	0.88179	0.84227
5	6.9269	6.12696	7.6342	4.65359	7,28055	1	0.93159	0.91147
6	7.3391	5.54471	7.8813	4.37901	7,6102	1	0.9563	0.94481
7	7.6139	5.30963	7.9084	4.42901	7,76115	1	0.97455	0.96809
8	7.771	4.73056	7.9194	4.4725	7,8452	1	0.98469	0.97900
9	7.8148	4.5443	7.9493	4.27953	7,88205	1	0.98789	0.98324
10	7.8826	4.10422	7.9964	4.15779	7,9395	1	0.99275	0.98687
11	7.929	4.10236	8.0009	4.1175	7,96495	1	0.99409	0.98755
12	7.914	3.9912	7.9979	4.0261	7,95595	1	0.99565	0.98905
16	7.9351	4.07269	8.0522	4.07408	7,99365	1	0.99761	0.99076
32	7.9636	3.93248	8.0274	3.96505	7,9955	1	0.99821	0.99073

этих экспериментов при нулевых цикловых подключениях иллюстрируют табл. 13 и 14.

Сравнивая эти показатели с результатами, представленными в работах [1-4 и др.], можно прийти к выводу, что отсутствие ключей существенно не повлияло на рассматриваемые показатели случайности шифров.

Таким образом, получены объективные данные, подтверждающие перспективность решений, использованных при построении трёх из четырёх шифров, представленных на украинский конкурс.

Результаты анализа линейных показателей рассмотренных шифров (табл. 14) подтверждают приведенные данные.

Таблица 11

Показатели статистической безопасности шифра AES 256 (полная версия) в бесключевом варианте его использования

Цикл №	AES 256 (полная версия) без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	15.7566	16.817	16.5079	15.0207	16,13225	0.25	0.253329	0.236677
2	64.0033	66.2581	64.4931	64.4424	64,2482	1	0.99608	0.9908
3	63.862	31.525	64.1431	32.356	64,00255	1	0.999246	0.992009
4	63.8495	32.4156	64.1372	32.1024	63,99335	1	0.999357	0.992003
5	63.8418	31.2496	64.1236	32.0543	63,9827	1	0.999267	0.992027
6	63.8393	32.5699	64.115	32.1286	63,97715	1	0.9993	0.991975
7	63.8572	31.9222	64.1868	32.6677	64,022	1	0.999352	0.992005
8	64.1232	31.5908	64.1232	31.5908	64.1232	1	0.999219	0.99202
9	63.9061	31.4051	64.1097	31.5565	64,0079	1	0.999313	0.992062
10	63.8874	32.1413	64.1237	32.0964	64,00555	1	0.999286	0.992068
11	63.8534	31.2361	64.1124	32.2028	63,9829	1	0.999206	0.99203
12	63.8419	32.4049	64.1152	32.0741	63,97855	1	0.999287	0.992127
13	64.138	32.763	64.138	32.763	64,138	1	0.999363	0.992106
14	63.8474	32.7339	64.138	32.763	63,9927	1	0.999312	0.992052

Таблица 12

Показатели статистической безопасности шифра AES mini (мини-версия в
бесключевом варианте её использования)

Цикл №	AES mini (мини-версия) без цикловых подключей							
	M_{\min}	D_{\min}	M_{\max}	D_{\max}	m_w	d_c	d_a	d_{sa}
1	3.7386	3.95207	4.2697	3.47056	4,00415	0.5	0.499437	0.419727
2	8.3029	4.61475	8.5082	4.89113	8,40555	1	0.949623	0.902915
3	7.936	3.6321	7.9917	3.79563	7,96385	1	0.996563	0.989467
4	7.9237	4.07408	8.0449	4.12748	7,9843	1	0.998068	0.990627
5	7.9422	3.99186	8.0331	3.9618	7,98765	1	0.998059	0.991108
6	7.9472	4.03821	8.0468	3.99261	7,997	1	0.998565	0.991062
7	7.9657	3.99692	8.0403	4.05768	8,003	1	0.998012	0.991159
8	7.9645	4.01064	8.0556	4.10111	8,01005	1	0.997042	0.991236
9	7.9658	4.02803	8.0755	4.0014	8,02065	1	0.99832	0.990559
10	7.9709	4.09285	8.0376	4.07999	8,00425	1	0.997984	0.990898
11	7.9607	3.95896	8.0291	3.98745	7,9949	1	0.997104	0.990277
12	7.9648	3.89756	8.0498	4.10952	8,0073	1	0.998663	0.991373
13	7.9579	3.98533	8.0481	4.05479	8,003	1	0.997659	0.99126
14	7.9813	3.92815	8.0226	4.03549	8,00195	1	0.997384	0.990575

Ещё одним результатом исследований является экспериментально установленный факт, что блочные симметричные шифры асимптотически не приходят к равномерным распределениям дифференциалов и смещений, как это утверждается в ряде работ. Они асимптотически становятся случайными подстановками соответствующей степени, законы распределения вероятностей дифференциалов и смещений линейных корпусов которых являются далеко не равномерными (не приходят к значениям максимальных вероятностей, равным $p = 1/2^n$).

Выводы

Представленные результаты свидетельствуют, что и в бесключевом варианте использования все рассмотренные шифры практически повторяют показатели случайности шифров при их применении в обычном режиме.

Другой важный вывод результатов исследований состоит в том, что малые модели шифров можно считать адекватными своим большим прототипам (как в ключеуправляемом, так и в бесключевом примене-

Таблица 13

Дифференциальные показатели шифров в бесключевом варианте их
использования

Цикл №	Без цикловых подключей					
	AES	Labyrinth	Kalina- 512 512	Muhomor 512 512	ADE	GOST
1	65536	18	18	18	65536	65536
2	4608	18	18	18	20	65536
3	18	20	20	20	20	57344
4	18	20	18	18	18	61440
5	20	18	18	20	18	4280
6	18	18	18	20	18	5154
7	18	20	20	18	18	578
8	18		20	20	18	122
9	20		18	20	18	32
10	20		18	18	20	18
11	20		20	20		18
12	20		20			18
13	20		20			20
14	18		20			20

Линейные показатели шифров в бесключевом варианте их использования

Цикл №	Без цикловых подключей					
	AES	Labyrinth	Kalina-512/512	Muhomor 512/512	ADE	GOST
1	4294836225	827	880	816	32768	4294836225
2	8704	824	817	812	840	32768
3	808	797	826	797	840	16384
4	780	825	805	824	818	32768
5	823	802	814	817	818	16384
6	853	844	794	794	876	24576
7	814	796	818	850	876	4016
8	803	814	828	829	809	7380
9	834		807	821	809	2052
10	824		833	800	816	968
11	844		826	807		805
12	846		798			822
13	861		872			829
14	822		808			849

нии). Они все практически повторяют показатели случайности больших шифров.

Схемы разворачивания ключей не оказывают никакого практического влияния на показатели стойкости шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа.

Вместе с тем, в условиях активного развития новых методов криптоанализа, которые используют особенности формирования и применения цикловых подключей, сохраняется необходимость учёта возможностей (возможных) атак на схемы разворачивания ключей. Для перекрытия этих возможностей достаточно позаботиться о том, чтобы цикловые подключи в процессе зашифрования не повторялись (избежать самоподобия в построении итеративных шифров), чего можно достичь, если сделать цикловые подключи отличающимися друг от друга хотя бы одним битом. Приведенные лавинные свойства шифров свидетельствуют, что и одного измененного бита вполне достаточно, чтобы сработал механизм ортогонализации зашифрованных текстов. Более сложные схемы разворачивания ключей, по-видимому, не будут более эффективными.

Шифры Калина, Мухомор и Лабиринт, представленные на украинский конкурс по выбору национального стандарта шифрования, не уступают по показателям стойкости к атакам линейного и дифференциального криптоанализа общепризнанному мировому лидеру - шифру AES и, как следует из представленных данных по всем основным криптографическим показателям, являются более совершенными.

Литература: 1. *Исследование* циклических и дифференциальных свойств уменьшенной модели шифра Лабиринт / В.И. Долгов, И.В. Лисицкая, А.В. Григорьев, А.В. Широков // Прикладная радиоэлектроника. 2009. Т.8, №3. С. 283-289. 2. *Исследование* дифференциальных свойств мини-шифров Baby-ADE и Baby-AES. / В.И. Долгов, А.А. Кузнецов, Р.В. Сергиенко, О.И. Олешко // Прикладная радиоэлектроника. 2009. Т.8, №3. С. 252-257. 3. *Долгов В.И.* Дифференциальные свойства блочных симметричных шифров, представленных на украинский конкурс / В.И. Долгов, А.А. Кузнецов, С.А. Исаев // Электронное моделирование. 2011. Т33, № 6. С. 81-99. 4. *Лисицкая И.В.* Об участии S-блоков в формировании максимальных значений линейных вероятностей блочных симметричных шифров / И.В. Лисицкая, В.В.Ковтун // Радиотехника. 2011. Вып. 166. С. 17-25. 5. *X. Lai, J. Massey, and S. Murphy.* Markov ciphers and differential cryptanalysis, *Advances in Cryptology - EUROCRYPT'93*, LNCS 547, Springer-Verlag. 1991. P. 17-38. 6. *Gilles Piret1, François-Xavier. Standaert2* Provable Security of Block Ciphers Against Linear Cryptanalysis - a Mission Impossible. 2004. 7. http://en.wikipedia.org/wiki/Key_schedule. 8. *Lars R. Knudsen.* Practically secure Feistel ciphers. In *Fast Software Encryption. Cambridge Security Workshop, Proceedings*, pages 211–221. Springer-Verlag, 1994. 9. *Lars R. Knudsen and John Erik Mathiassen.* On the Role of Key Schedules in Attacks on Iterated Ciphers. In *Samarati et al. (Eds.): ESORICS 2004*, LNCS 3193. 2004. P. 322–334. 10. *Uri Blumenthal and Steven M. Bellovin,* A better Key Schedule for DES-like ciphers. *Proceedings of Pragocrypt'96* 30 September - 3 October 1996. 11. *Biham E.* New Types of Cryptanalytic Attack Using Related Keys. *J. of Cryptology*, vol. 7, 1994. P. 229-246. 12. *Lenexa A.H.* Сравнительный анализ схем разворачивания ключей блочных симметричных шифров. / А.Н. Лепеха / Радиотехника. 2005. Вып 141. С. 64 -69. 13. *Biryukov A., Wagner D.* Slide Attack // *FSE'99*, LNCS 1636, Springer-Verlag, 1999. P. 245-259. 14. *Van Oorschot P.C. Wiener M.J.* Improving Implementable Meet-In-The-Middle Attack by Order of Magnitude // *Bell-Northern Research, P.O. Ontario, Canada, 1996.* 15. *Kelsey J., Schneier B., Wagner D.* Key-

ринт / В.И. Долгов, И.В. Лисицкая, А.В. Григорьев, А.В. Широков // Прикладная радиоэлектроника. 2009. Т.8, №3. С. 283-289. 2. *Исследование* дифференциальных свойств мини-шифров Baby-ADE и Baby-AES. / В.И. Долгов, А.А. Кузнецов, Р.В. Сергиенко, О.И. Олешко // Прикладная радиоэлектроника. 2009. Т.8, №3. С. 252-257. 3. *Долгов В.И.* Дифференциальные свойства блочных симметричных шифров, представленных на украинский конкурс / В.И. Долгов, А.А. Кузнецов, С.А. Исаев // Электронное моделирование. 2011. Т33, № 6. С. 81-99. 4. *Лисицкая И.В.* Об участии S-блоков в формировании максимальных значений линейных вероятностей блочных симметричных шифров / И.В. Лисицкая, В.В.Ковтун // Радиотехника. 2011. Вып. 166. С. 17-25. 5. *X. Lai, J. Massey, and S. Murphy.* Markov ciphers and differential cryptanalysis, *Advances in Cryptology - EUROCRYPT'93*, LNCS 547, Springer-Verlag. 1991. P. 17-38. 6. *Gilles Piret1, François-Xavier. Standaert2* Provable Security of Block Ciphers Against Linear Cryptanalysis - a Mission Impossible. 2004. 7. http://en.wikipedia.org/wiki/Key_schedule. 8. *Lars R. Knudsen.* Practically secure Feistel ciphers. In *Fast Software Encryption. Cambridge Security Workshop, Proceedings*, pages 211–221. Springer-Verlag, 1994. 9. *Lars R. Knudsen and John Erik Mathiassen.* On the Role of Key Schedules in Attacks on Iterated Ciphers. In *Samarati et al. (Eds.): ESORICS 2004*, LNCS 3193. 2004. P. 322–334. 10. *Uri Blumenthal and Steven M. Bellovin,* A better Key Schedule for DES-like ciphers. *Proceedings of Pragocrypt'96* 30 September - 3 October 1996. 11. *Biham E.* New Types of Cryptanalytic Attack Using Related Keys. *J. of Cryptology*, vol. 7, 1994. P. 229-246. 12. *Lenexa A.H.* Сравнительный анализ схем разворачивания ключей блочных симметричных шифров. / А.Н. Лепеха / Радиотехника. 2005. Вып 141. С. 64 -69. 13. *Biryukov A., Wagner D.* Slide Attack // *FSE'99*, LNCS 1636, Springer-Verlag, 1999. P. 245-259. 14. *Van Oorschot P.C. Wiener M.J.* Improving Implementable Meet-In-The-Middle Attack by Order of Magnitude // *Bell-Northern Research, P.O. Ontario, Canada, 1996.* 15. *Kelsey J., Schneier B., Wagner D.* Key-

Schedule Cryptanalysis of IDEA, G-DES, GOST, SAFER and 3-DES // CRYPTO'96, Springer-Verlag, 1996. P. 237-251. **16.** Лисицкая И.В. Большие шифры - случайные подстановки. / И.В. Лисицкая, А.А. Настенко // Радиотехника. 2011. Вып. 166. С. 50-55. **17.** Результаты анализа алгоритма шифрования ADE / Р.В. Олейников, В.И. Руженцев, М.С. Михайленко, А.Б. Небывайлов // Прикладная радиоэлектроника. 2007. Т.7, №3. С. 211. **18.** Мини-версия блочного симметричного алгоритма криптографического преобразования информации с динамически управляемыми криптопримитивами (Baby-ADE) / В.И. Долгов, А.А. Кузнецов, Р.В. Сергиенко, А.Л. Белоковаленко // Прикладная радиоэлектроника. 2007. Т.7, №3. С. 215-224. **19.** Перспективный блочный симметричный шифр "Калина" - основные положения та специфікації / І.Д. Горбенко, В.І. Долгов, Р.В. Олейніков, В.І. та ін. // Прикладна радіоелектроніка. 2007. Т.6, № 2. С. 195-208. **20.** Перспективний блочний симетричний шифр «Мухомор» – основні положення та специфікація / І.Д. Горбенко, М.Ф. Бондаренко, В.І. Долгов та ін. // Прикладная радиоэлектроника. Харьков: ХТУРЭ. 2007. Том. 6, №2. С. 147-157. **21.** Головашич С.А. Спецификация алгоритма блочного симметричного шифрования «Лабиринт» // Прикладная радиоэлектроника. Харьков: ХТУРЭ. 2007. Том. 6, №2. С. 230-240. **22.** Кузнецов А.А. Симметричный криптографический алгоритм ADE (Algorithm of Dynamic Encryption) / А.А. Кузнецов, Р.В. Сергиенко, А.А. Наумко // Прикладная радиоэлектроника. Харьков: ХТУРЭ. 2007. Том 6, №2. С. 241-249. **23.** Лисицкая И.В. Методология оценки стойкости блочных

симметричных шифров / И.В. Лисицкая // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. 2011. № 163. С. 123-133. **24.** Pascale Serf. The degrees of completeness, of avalanche effect, and of strict avalanche criterion for MARS, RC6, Rijndael, Serpent, and Twofish with reduced number of rounds. // Siemens AG, ZT IK 3. April 3, 2000. **25.** Лисицкая И.В. Дифференциальные свойства шифра FOX / И.В. Лисицкая, Д. С. Кайдалов // Прикладная радиоэлектроника. 2011. Т.10, №2. С. 122-126.

Поступила в редколлегию 17.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Потий А.В.

Лисицкая Ирина Викторовна, канд. техн. наук, доцент кафедры безопасности информационных технологий ХНУРЭ. Научные интересы: криптография, методы криптоанализа. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 16, тел. +38 (057) 702-14-25, E-mail: ai@kture.kharkov.ua

Настенко Андрей Александрович, аспирант кафедры безопасности информационных технологий ХНУРЭ. Научные интересы: криптография, методы криптоанализа. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 16, тел. +38 (057) 702-14-25.

Лисицкий Константин Евгеньевич, студент ХНУРЭ. Научные интересы: криптография, методы криптоанализа. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 16, тел. +38 (057) 702-14-25.

МОДЕЛИ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР

*ХАХАНОВ В.И., ЧУМАЧЕНКО С.В., MURAD ALI
ABBAS, ГОРОБЕЦ А.А., СКОРОБОГАТЫЙ М.В.,
БЕЛОУС В.В.*

Рассматриваются методы оценивания вычислительных структур и поиска кратчайших путей между парой вершин. Разрабатывается критерий оценивания эффективности вычислительных структур на основе использования графовой модели функциональных блоков цифровых систем на кристаллах. Предлагается модифицированный алгоритм Дейкстры для определения средней стоимости межсоединений вычислительной архитектуры для каждой пары вершин графа. Выполняется верификация критерия при оценивании эффективности различных топологий вычислительных структур.

1. Введение

Создание эффективных вычислительных структур связано не только с повышением быстродействия примитивов, но и с топологией связей между ними, которая способна существенно повысить быстродействие параллельной обработки данных за счет дополнительных соединений, которые достаточно дорого стоят. Поэтому необходимо иметь критерии оценивания эффективности, учитывающие не только время транзакций между вершинами, но и аппаратную избыточность, которая позволяет существенно уменьшить среднее время приема-передачи информации между примитивными вычислительными компонентами. Кроме того, такие критерии можно использовать для оценки эффективности графовых моделей локальных и глобальных компьютерных сетей, городской инфраструктуры дорожных коммуникаций, а также транспортных потоков в целях определения узких мест, влияющих на трафик. Проблема нахождения таких критериев связана с минимизацией вычислительных затрат для определения всех возможных минимальных путей между парами вершин.

Цель исследования – разработка критериев оценивания эффективности вычислительных структур на основе использования графовой модели межсоединений функциональных блоков, дающих возможность определять качество топологических архитектур цифровых систем на кристаллах.

Задачи: 1) Анализ методов оценивания вычислительных структур и поиска кратчайших путей между парой вершин [5-9]. 2) Разработка критериев оценивания эффективности вычислительных структур на основе использования графовой модели функциональных блоков цифровых систем на кристаллах [1-4]. 3) Модификация алгоритма Дейкстры для определения средней стоимости межсоединений вычислительной архитектуры для пары вершин графа [5-8]. 4) Верифи-

кация критериев при оценивании эффективности различных топологий вычислительных структур [1-4].

2. Оценивание топологии связей компонентов цифровой системы

Расстояние между компонентами цифровой системы есть основной параметр, влияющий на быстродействие выполнения (функциональности или сервиса) транзакций между компонентами или элементами структуры. При рассмотрении двух вариантов реализации, например, мультипроцессорной системы, необходимо определить интегральную характеристику в виде суммы всех расстояний между каждой парой компонентов или вершин соответствующего графа. В связи с существованием такой оценки возникает естественный вопрос: какие геометрические (топологические) примитивные фигуры следует использовать для минимизации интегральной оценки расстояний между каждой парой точек? Здесь интерес представляют три варианта фигур: четырехугольник (метрика «Манхэттен»), треугольник и тетраэдр. Последний обладает уникальным свойством – каждая вершина тетраэдра имеет три соседних, в то время как треугольник обладает только двумя смежными вершинами.

Рыночная привлекательность анализа эффективности структур актуальна не только для цифровых систем, сетей, телекоммуникаций, но для инфраструктуры городов в условиях существования транспортных заторов.

Критерий связан с упрощением обработки графовой структуры, имеющей E дуг и n вершин. Его особенность заключается в вычислении абсолютного и не приведенного к интервалу значения, формируемого стоимостью соединений, умноженной на качество транзакций между всеми парами вершин:

$$Q_4 = \frac{E}{n} \times \sum_{i=1}^n \min_j(p_{ij}) .$$

Применение данной формулы к оцениванию трех графовых структур, имеющих 6 вершин и различные топологии соединения, представлено на рис. 1.

Здесь три графа имеют 9, 7 и 11 дуг соответственно. Подсчет критерия в соответствии с последней формулой дает следующие результаты:

$$Q_4(G_1) = \frac{E}{n} \times \sum_{i=1}^n \min_j(p_{ij}) = \frac{9}{6} \times (9 \times 1 + 6 \times 2) = 31,5;$$

$$Q_4(G_2) = \frac{7}{6} \times (7 \times 1 + 6 \times 2 + 2 \times 3) = 29,2;$$

$$Q_4(G_3) = \frac{11}{6} \times (11 \times 1 + 4 \times 2) = 34,8 .$$

Модификация оценки эффективности топологии связана с приведением реальных затрат (число дуг E) к максимально возможному количеству $V = \frac{n^2 - n}{2}$

парных соединений в графе $\frac{E}{V}$, которое обеспечивает качество коммуникационных свойств $\frac{V}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min(p_{ij})}$:

$$Q_4 = \frac{E}{\frac{n^2 - n}{2}} \times \frac{\frac{n^2 - n}{2}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min(p_{ij})} = \frac{E}{\frac{n^2 - n}{2}} = \frac{E}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min(p_{ij})}$$

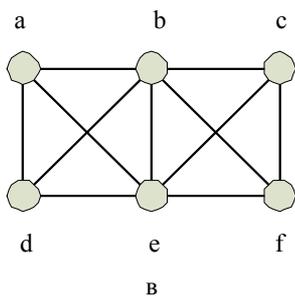
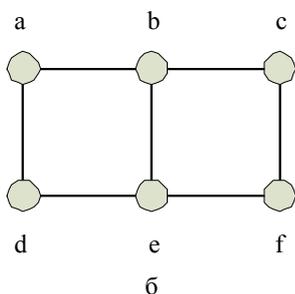
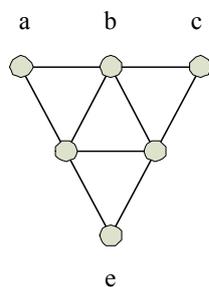


Рис. 1. Структуры соединений процессорных примитивов: а – G_1 ; б – G_2 ; в – G_3

Оценка равна единице, если числитель и знаменатель

равны $V = \frac{n^2 - n}{2}$. В данном случае графовая структура имеет все возможные парные соединения между

вершинами графа, определяемые половиной декартова квадрата мощности множества вершин минус n вершин. Вычитание определяется вершинами графа, не имеющих идемпотентных замыканий. При этом

каждая пара вершин имеет длину пути, равную единице. Пересчет критериев эффективности межсоединений процессорных примитивов дает следующий результат:

$$Q_5(G_1) = \frac{E}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min(p_{ij})} = \frac{9}{9 \times 1 + 6 \times 2} = 0,428;$$

$$Q_5(G_2) = \frac{7}{7 \times 1 + 6 \times 2 + 2 \times 3} = 0,28;$$

$$Q_5(G_3) = \frac{11}{11 \times 1 + 4 \times 2} = 0,578.$$

При этом платой за качество коммуникаций является мощность соединений, приведенная к максимально возможному количеству ребер:

$$H_5(G_1) = \frac{E}{\frac{n^2 - n}{2}} = \frac{9}{15} = 0,60;$$

$$H_5(G_2) = \frac{7}{15} = 0,46; H_5(G_3) = \frac{11}{15} = 0,73.$$

Целесообразно иметь две оценки: интегральный критерий качества коммуникаций, который неявно определяет затраты времени на среднюю достижимость между каждой парой вершин графовой структуры, а также приведенную к максимально возможному числу мощность соединений, которая демонстрирует стоимость качества инфраструктуры системы, имеющей целевую функцию, минимизирующую среднюю достижимость (длину пути или времени) между парой вершин графовой структуры. В зависимости от числа соединений первый критерий имеет тенденцию к возрастанию от 0 до 1, второй также увеличивается по мере увеличения числа ребер в графе. Поэтому мультиплицирование двух критериев не дает нового свойства при оценивании инфраструктуры достижимостей каждой пары вершин. Выводы: 1) Необходимо использовать оба критерия для оценивания структурного проекта. 2) Следует модифицировать алгоритм Дейкстры для вычисления среднего значения достижимостей между парой вершин в графе, что и представлено ниже.

3. Модификация алгоритма Дейкстры

Для решения задачи нахождения кратчайших цепей между всеми парами вершин на взвешенном графе используются алгоритмы Джонсона и Флойда-Уоршелла. Оба алгоритма применяются к ориентированным графам. Алгоритм Джонсона реализуется при наличии в графе ребер с положительным или отрицательным весом, но при отсутствии циклов с отрицательным весом. Известно, что сложность алгоритма Флойда (или Флойда-Уоршелла) нахождения кратчайших путей между всеми парами вершин составляет $O(n^3)$.

При нахождении кратчайших цепей из одной вершины графа до всех остальных его вершин используются алгоритмы Данцига, Левита, Беллмана-Форда, Дейкстры.

Алгоритм Данцига применяется для планарных направленных графов, близок к алгоритму Флойда-Уоршелла, но отличается от него другим порядком исполнения одних и тех же операций.

Алгоритм Левита работает для ориентированных/неориентированных графов без ребер отрицательного веса.

Алгоритм Беллмана-Форда предназначен для поиска кратчайшего пути во взвешенном ориентированном или неориентированном графе и допускает наличие ребер с отрицательным весом, в отличие от алгоритма Дейкстры. За время $O(|V| \cdot |E|)$ алгоритм находит кратчайшие пути от одной вершины графа до всех остальных.

Алгоритм Дейкстры на графах находит кратчайшие расстояния от одной из вершин графа до всех остальных. Применяется только к графам с ребрами положительного веса. Алгоритм широко используется в программировании и технологиях. Например, в протоколе динамической маршрутизации Open Shortest Path First (OSPF), который основан на технологии отслеживания состояния канала (link-state technology), для устранения кольцевых маршрутов. Дейкстра предложил модификацию алгоритма построения кратчайших цепей из заданной вершины графа до всех остальных его вершин, где сократил число операций (сложений и сравнений), сохранив полученную информацию на одном из этапов для последующих. Это достигается процедурой расстановки меток Дейкстры, которая уменьшает сложность алгоритма до $O(n^2)$ [5-9].

В отдельных случаях, когда конфигурация графа позволяет, при поиске кратчайших цепей между всеми парами вершин целесообразно применить алгоритм Дейкстры для каждой из n возможных начальных вершин.

Задача. Найти кратчайшие цепи между всеми парами вершин графа, представленного на рис. 1, а, с единичными весовыми коэффициентами для каждого ребра.

Решение. Рассматриваемый граф является неориентированным с двумя «равноправными» между собой группами вершин: 1) a, c, e; 2) b, d, f. Под термином «равноправный» тут понимается инвариантность представления кратчайших путей и их деревьев при поиске из вершин a, c, e (первая группы путей), или же из вершин b, d, f (вторая группа путей). Таким образом, для данной задачи вместо алгоритма Флойда можно два раза применить алгоритм Дейкстры, чтобы найти кратчайшие пути между всеми парами вершин. Тогда задача подразделяется на две подзадачи: 1) найти кратчайшие расстояния и указать все кратчайшие пути от вершины a до всех остальных вершин; 2) найти кратчайшие расстояния и указать все кратчайшие пути от вершины b до всех остальных вершин.

Матрица смежности графа G_1 имеет вид:

$$G_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e & f \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{matrix} & \begin{bmatrix} . & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & . & 1 & 1 & . & 1 \\ . & 1 & . & 1 & . & . \\ . & 1 & 1 & . & 1 & 1 \\ . & . & . & 1 & . & 1 \\ 1 & 1 & . & 1 & 1 & . \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

Подзадача 1. Найти кратчайшие расстояния и указать все кратчайшие пути от вершины a до всех остальных вершин.

В процессе реализации алгоритма Дейкстры заполняется таблица 1, количество строк и столбцов которой определяется мощностью множества вершин графа, т.е. 6x6. В заголовках строк таблицы 1 указываются вершины, до которых предстоит найти кратчайшее расстояние.

Таблица 1

	1	2	3
	u=a r=0	u=b r=1	u=f r=1
b	a, 1		
c	a, ∞	b, 2	b, 2
d	a, ∞	b, 2	b, 2
e	a, ∞	a, ∞	f, 2
f	a, 1	a, 1	

Замечания: 1) Если в каком-то столбце окажется две вершины с одинаковыми минимальными числовыми метками, то выбирается любая из них. Это означает, что возможно существуют две различные цепи одинаковой минимальной длины. 2) Если при вычислении текущих числовых меток новое суммарное расстояние совпадает с предыдущим, то сохраняется старая числовая метка. 3) Постоянно помеченные вершины в заголовках столбцов не повторяются. 4) Расстояния в заголовках столбцов не убывают (\leq). 5) Текущие метки в строках не возрастают (\geq).

Таким образом, в таблице 1 содержится информация о всех кратчайших цепях и их длинах.

Например, требуется найти кратчайшую цепь из вершины a в вершину e. Последовательность вершин в цепи выписывается с конца: последняя заполненная ячейка в строке e содержит информацию о длине кратчайшей цепи $l=2$ и предпоследней вершине в этой цепи – f. Информация о предыдущей вершине находится в последней ячейке строки f, в данном случае – вершина a, которая является началом маршрута:

$$a \xrightarrow{1} f \xrightarrow{1} e \Rightarrow \text{dist} = 1 + 1 = 2 \cdot$$

Данные для всех кратчайших цепей представлены в табл. 2.

Таблица 2

Цепь	Длина
$a \xrightarrow{1} b$	$r(a, b) = 1$
$a \xrightarrow{1} b \xrightarrow{1} c$	$r(a, c) = 1 + 1 = 2$
$a \xrightarrow{1} b \xrightarrow{1} d$	$r(a, d) = 1 + 1 = 2$
$a \xrightarrow{1} f \xrightarrow{1} e$	$r(a, e) = 1 + 1 = 2$
$a \xrightarrow{1} f$	$r(a, f) = 1$

Граф, иллюстрирующий дерево кратчайших цепей из вершины a, представлен на рис. 2.

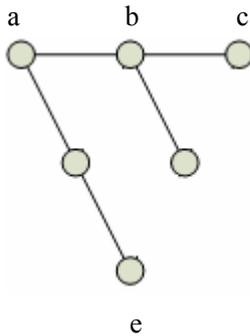


Рис. 2. Граф кратчайших цепей из вершины a

Существенным является следующий факт. Поскольку все ребра в графе (см. рис. 1, а) имеют вес 1, из табл. 1 видно, что расстояния при вычислении могут увеличиваться только на 1. Поэтому фактически, как только бесконечная метка изменилась на конечную числовую метку, она впоследствии уже не изменяется, т.е. не может уменьшиться. Это значит, что соответствующее кратчайшее расстояние между вершинами уже определено. Тогда количество сложений и сравнений в алгоритме Дейкстры можно сократить (табл. 3).

Таблица 3

	1	2	3
	u=a r=0	u=b r=1	u=f r=1
b	a, 1		
c	a, ∞	b, 2	
d	a, ∞	b, 2	
e	a, ∞	a, ∞	f, 2
f	a, 1	a, 1	

Следует заметить, что кратчайшие маршруты из вершин a, c, e и деревья кратчайших путей будут идентичными.

Подзадача 2. Для графа, представленного на рис. 1, а, необходимо найти кратчайшие расстояния и указать все кратчайшие пути от вершины b до всех остальных его вершин.

В процессе реализации алгоритма Дейкстры заполняется таблица, количество строк и столбцов которой определяется мощностью множества вершин графа, т.е. 6x6. В заголовках строк таблицы указываются

вершины, до которых предстоит найти кратчайшее расстояние (табл. 4). Тут сразу рассматривается модифицированная таблица.

Таблица 4

	1	2
	u=b r=0	u=f r=1
a	b, 1	b, 1
c	b, 1	b, 1
d	b, 1	b, 1
e	b, ∞	f, 2
f	b, 1	

В табл. 4 представлены вычисления с учетом модификации алгоритма Дейкстры. Здесь видно, что на начальном этапе после расстановки меток в первом столбце оказываются определены кратчайшие расстояния от вершины b до остальных вершин графа, за исключением вершины e. Они равны длине ребра 1, а сами кратчайшие цепи совпадают с ребрами, которые соединяют вершину b с вершинами a, c, d, f. Остается определить кратчайшее расстояние и цепь от b до f. Для этого продолжаем выполнение алгоритма поэтапно – из всех конечных числовых меток в первом столбце выбираем наименьшую. Поскольку все они равны 1, выбирается любая. Выбор вершин d или f позволит завершить поиск еще за один проход.

Данные для всех кратчайших цепей представлены в табл. 5.

Таблица 5

Цепь	Длина
$b \xrightarrow{1} a$	$r(b, a) = 1$
$b \xrightarrow{1} c$	$r(b, c) = 1$
$b \xrightarrow{1} d$	$r(b, d) = 1$
$b \xrightarrow{1} d \xrightarrow{1} e$	$r(b, e) = 1 + 1 = 2$
$b \xrightarrow{1} f$	$r(b, f) = 1$

Граф, иллюстрирующий дерево кратчайших цепей из вершины b, представлен на рис. 3.

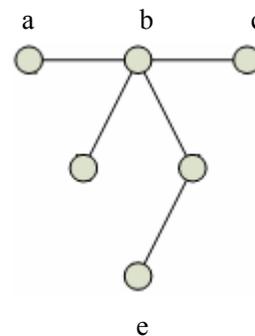


Рис. 3. Граф кратчайших цепей из вершины b

Следует заметить, что кратчайшие цепи из вершин b, d, f и деревья кратчайших путей будут идентичными.

Матрица кратчайших расстояний между всеми парами вершин графа G_1 представлена ниже:

$$\text{Dist}_1 = \begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & e & f \\ \hline a & . & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ b & 1 & . & 1 & 1 & 2 & 1 \\ c & 2 & 1 & . & 1 & 2 & 2 \\ d & 2 & 1 & 1 & . & 1 & 1 \\ e & 2 & 2 & 2 & 1 & . & 1 \\ f & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & . \end{array} \quad (2)$$

4. Описание модифицированного алгоритма Дейкстры

Каждой вершине из множества вершин V ставится в соответствие метка, которая определяет минимальное известное расстояние от этой вершины до начальной вершины a . Алгоритм выполняется пошагово. На каждом шаге он «посещает» одну вершину и пытается уменьшать метки. Реализация алгоритма завершается, когда все вершины посещены.

Инициализация. Метка самой вершины a полагается равной 0, остальным вершинам присваивается временная метка – бесконечность. Это означает, что расстояния от a до других вершин пока неизвестны. Все вершины графа помечаются как непосещенные.

Шаг алгоритма. Если все вершины посещены, алгоритм завершает работу. В противном случае, из еще не посещенных вершин выбирается вершина u с минимальной меткой. При этом рассматриваются все возможные маршруты, где u является предпоследним пунктом. Вершины, в которые ведут ребра из u , называются соседними по отношению к u . Для каждого соседа вершины u , кроме отмеченных как посещенные, рассматривается новая длина пути, равная сумме значений текущей метки вершины u и длины ребра, соединяющего u с этим соседом.

В традиционном алгоритме Дейкстры далее учитывается такой шаг: если полученное значение длины меньше значения метки соседа, то она заменяется полученным значением длины.

Для графов с ребрами единичной длины (веса) сумма расстояний каждый раз может увеличиваться только на 1. Поэтому в упомянутом пункте только бесконечные метки соседа могут изменяться на конечные числовые метки, которые впоследствии не изменяются, т.е. уменьшаться уже не могут. Соответствующие расстояния являются числами натурального ряда. По этой причине сравнение целесообразно проводить только в целях определения конечных числовых меток для тех вершин, которые таковых пока не имеют, т.е. их временные метки равны бесконечности. Если не существует ребра, соединяющего постоянно помеченную вершину с вершиной, имеющей бесконечную метку, то в качестве очередного пункта выбирается постоянно помеченная вершина с минимальной мет-

кой в текущем столбце (как и раньше), что позволяет реализовать попытку найти минимальный маршрут через другую вершину. При этом сложение и сравнение меток с уже имеющимися в столбце конечными метками не проводится, что сокращает время поиска.

После рассмотрения всех соседей вершина u помечается как посещенная и шаг алгоритма повторяется.

LABEL – массив для хранения текущих меток вершин. PERM – массив для указания постоянно помеченных вершин (вершины становятся постоянно помеченными, когда они оказываются равными u_i для какого-либо i). Если $\text{PERM}(v)=1$, то v – постоянно помеченная вершина и ее метка равна $d(s,v)$. В начале $\text{PERM}(s)=1$ и $\text{PERM}(v)=0$ при $v \neq s$. PRED – массив указателей на вершины, из которых осуществлен переход в вершины с постоянной меткой. Если вершина v помечена постоянной меткой, то последовательность $v, \text{PRED}(v), \text{PRED}(\text{PRED}(v)), \dots, s$ – вершины, составляющие кратчайший ориентированный путь из s в v .

1. Начало. Положить $\text{LABEL}(s)=0$, $\text{PERM}(s)=1$, $\text{PRED}(s)=s$; “ $v \neq s$ положить $\text{LABEL}(v)=\infty$, $\text{PERM}(v)=0$, $\text{PRED}(v)=v$ ”.

2. Пусть $i=0$, $u=s$ (u – последняя из вершин с неизменной меткой. Теперь это вершина s).

3. Вычисление LABEL и изменение элементов массива PRED . Положить $i=i+1$.

Выполнить для каждой вершины v с бесконечной меткой следующие действия (в традиционном алгоритме Дейкстры этот пункт выполнялся для всех вершин v , кроме вершин с неизменной меткой, а в модифицированном алгоритме он применяется только к вершинам с временными метками $\text{LABEL}(v)=\infty$, поскольку остальные метки модифицироваться не будут):

3.1. Положить $M=\min\{\text{LABEL}(v), \text{LABEL}(u)+w(u,v)\}$, где $w(u,v)=1$ – длина ребра, соединяющего вершины u и v , если такое существует, иначе (т.е. когда не существует ребра (u,v)) – в качестве постоянно помеченной выбирается вершина с минимальной конечной числовой меткой, а если таких несколько, то выбирается одна из них);

3.2. Если $M < \text{LABEL}(v)$, то положить $\text{LABEL}(v)=M$, $\text{PRED}(v)=u$.

4. Выделение вершины u_i . Среди всех вершин, которые не помечены неизменной меткой, найти вершину w с наименьшей меткой (если таких вершин несколько, то выбор можно сделать произвольно). Положить $\text{PERM}(w)=1$, $u_i=w$ (является последней вершиной с неизменной меткой).

5. Если $i < n-1$, то возврат к шагу 3, иначе – конец (все кратчайшие пути найдены).

Метки вершин представляют собой длины кратчайших путей; $v, \text{PRED}(v), \text{PRED}(\text{PRED}(v)), \dots, s$ – есть вершины кратчайшего ориентированного s - t пути.

5. Заключение

Научная новизна. Приведены критерии оценивания качества топологических соединений компонентов цифровой системы, которые ориентированы на оценивание проектов с позиции оперативной и стратегической минимизации маршрутов соединений двух вершин, что дает возможность модифицировать структуры путем введения дополнительных затрат на отдельные соединения в соответствующем графе в целях повышения быстродействия всей системы. Приведена модификация алгоритма Дейкстры для неориентированных взвешенных графов с единичной длиной ребра, что позволяет сократить количество сложений и сравнений за счет исключения из этого процесса уже найденных на предыдущем этапе конечных числовых меток, которые в дальнейшем не могут уменьшаться, а остаются константами, но возможности преобразования только бесконечных меток соседа в конечные числовые метки.

Практическая значимость. Рыночная привлекательность анализа эффективности топологии соединения компонентов в структурах актуальна не только для цифровых систем, сетей, телекоммуникаций, но и для инфраструктуры городов в условиях существования транспортных заторов. Направления дальнейших научных исследований в данной области связаны с решением следующих задач: создание аналитических моделей оценки эффективности использования инфраструктуры встроенного ремонта для сервисного обслуживания комбинационных цифровых систем с различным уровнем сложности примитивов и структур.

Литература: 1. *Reliability of Technical Systems* / Ed. I.A.Ushakova. Moscow, 1985. 512 (in Russian). 2. *Hahanov V.I., Litvinova E.I., Chumachenko S.V., Guz O.O.* Logical associative computer // J. Electronic simulation. 2011. № 1. С. 73-90 (in Russian). 3. *Hahanov V., Wajeb Gharibi, Litvinova E., Chumachenko S.* Information analysis infrastructure for diagnosis. Information. An international interdisciplinary journal. Japan. 2011. Vol. 14. No 7. P. 2419-2433. 4. *Hahanov V.I.* and others. Infrastructure of intellectual property for SoC simulation and diagnosis service. Springer, Germany, 2011. P. 289-330. 5. *Dijkstra E. W.* A note on two problems in connexion with graphs // Numerische Mathematik. 1959. Vol. 1. P. 269-

271. 6. *Stern T.H, Leiserson Charles I., Rivest R.L, Stein C.* Algorithms: The Design and Analysis = Introduction to Algorithms. M. Williams, 2006. 1296 p/ (in Russian). 7. *Anany V. Levitin.* Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. Villanova University. 2003. 576 p. 8. *Kuznetsov N.A., Fetisov V.N.* Dijkstra's algorithm with improved robustness to control the routing of IP-based networks // Automation and Remote Control. 2008. № 2. С. 80-85 (in Russian). 9. *Thomas T.* OSPF Network Design Solutions. Cisco Press, 2004. 816 p.

Поступила в редколлегию 02.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Литвинова Е.И.

Хаханов Владимир Иванович, декан факультета КИУ, д-р техн. наук, профессор кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем, сетей и программных продуктов. Увлечения: баскетбол, футбол, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326. E-mail: hahanov@kture.kharkov.ua.

Чумаченко Светлана Викторовна, д-р техн. наук, профессор кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, теория рядов, методы дискретной оптимизации. Увлечения: путешествия, любительское фото. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326. E-mail: ri@kture.kharkov.ua.

Мурад Али Аббас (MURAD ALI ABBAS), аспирант кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем и сетей. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326.

Горобец Александр Александрович, аспирант кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: мозгоподобные вычисления, облачные вычисления и социальные сети. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, e-mail: gorobetsu@gmail.com.

Скоробогатый Михаил Владимирович, студент факультета КИУ ХНУРЭ. Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем и сетей, программирование мобильных платформ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326.

Белоус Василий Витальевич, студент факультета КИУ ХНУРЭ. Научные интересы: техническая диагностика цифровых систем и сетей, программирование мобильных платформ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326.



МЕТОД АНАЛІЗУ ТА ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БАЗОВИХ СТАНЦІЙ СТАНДАРТУ LTE

ГЛОБА Л.С., ЛИСЕНКО Д.С., АЛЕКСЄЄВ М.О.

Пропонується метод підвищення ефективності функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE на фізичному рівні, який за допомогою модифікованої діаграми потоків даних IDEF0/IDEF1 з розширеним набором параметрів опису процесу виконання завдань, удосконалення комплексу методів аналізу, тестування та оптимізації використання апаратних ресурсів дозволяє скоротити час розробки, знизити вартість проектування програмного забезпечення та задовольнити вимоги стандарту функціонування базових станцій стандарту LTE.

1. Вступ

Активний розвиток електронних засобів комунікації вимагає постійного створення нових систем і відновлення вже існуючих для відповідності до стандартів, що швидко змінюються. У зв'язку з тим, що стандарт LTE є новим, на даний час ще не існує засобів розробки, які б дозволяли автоматизувати всі етапи процесу створення програмного забезпечення. Приріст продуктивності при збільшенні кількості обчислювальних ресурсів для складної обчислювальної системи, якою є базова станція стандарту LTE, неможливо отримати без модифікації існуючих методів побудови розкладів виконання паралельних алгоритмів. *Метою роботи* є створення математичного забезпечення і програмного інструментарію на його основі для проектування прикладних програм базових станцій стандарту LTE, що дозволить підвищити ефективність їх функціонування, раціонально використовувати наявні апаратні ресурси, а також задовольнити вимоги стандарту LTE.

Необхідно вирішити такі *задачі*: 1) удосконалити формалізований опис процесу функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE; 2) запропонувати методи аналізу та оцінки ефективності процесу функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE; 3) реалізувати запропоновані методи у програмному інструментарію для відладки, налагодження та тестування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE.

2. Модель функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE

В роботах [1-3] запропонований підхід до проектування програмного забезпечення, що ґрунтується на розбивці системи на модулі, які мають стандартний інтерфейс взаємодії, що дозволяє працювати з ними надалі як з однотипними об'єктами й значно спрощує процес розробки й тестування. Згідно з розробленим підходом робота системи поділяється на логічно завершені етапи, які надалі називаються завданнями.

Специфікою процесу функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE є:

- процес роботи включає велику кількість математичних розрахунків, що виконуються у реальному часі з мінімальним втручанням з боку користувача;
- обробка даних являє собою дискретний процес, поділений на етапи обробки фреймів даних;
- час, відведений для обробки одного фрейму, є сталим та задається вимогами стандарту;
- в межах обробки одного фрейму набір процедур для обробки даних та їх послідовність має сталий характер;
- час, для кожної процедури обробки даних є сталим та відомий заздалегідь.
- в межах обробки одного фрейму відносини передування завдань є сталими та відомі заздалегідь;

Введемо деякі позначення: множину завдань позначимо як $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, множину об'єктів – виконавців позначимо $R = \{R_0, R_1, \dots, R_i\}$. Система може бути побудована таким чином, що для деяких завдань як вхідні дані можуть виступати вихідні дані інших завдань. Тому задамо у множині W для кожного з завдань $\omega \in W$ деяку множину P її попередників, причому для деяких завдань $P = \emptyset$.

Кожне із завдань у свою чергу може складатися з набору інших завдань, таким чином дозволяючи описати роботу системи на деяких рівнях її функціонування. Сценарій оброблювання таких завдань буде являти собою один з інструментів інтеграції програмних компонентів у єдину систему, який і відтворює опис на структурному рівні процесу обробки радіосигналу.

Набір завдань та дані для обробки радіосигналу складають прототип обчислювальної системи (рис. 1).



Рис. 1. Взаємодія завдань

Блок керування прототипом містить у собі:

- базу даних завдань;
- компоненти, які виконують обробку завдання;
- консоль керування прототипом (або керування виконанням сценаріїв процесів обчислень).

База даних завдань містить у собі:

- унікальні ідентифікатори завдань;
- ідентифікатори, що визначають взаємозв'язки між завданнями;
- спосіб виконання завдання для визначення, наприклад, рівня емуляції, що використовується при функціонуванні системи (визначається - виконується завдання на реальному обладнанні чи використовується програмна емуляція).

Математичне визначення завдання у вигляді відображення однієї множини в іншу, при якому одному значенню аргументу може відповідати тільки одне значення функції, у цьому випадку не підходить. Необхідним є представлення завдання у вигляді абстракції, як описом якої виступають вимоги до процесу обробки даних. Наприклад: «Завдання f1 отримує на вході ідентифікаційний код, результатом його виконання є інформація щодо способу обробки даних», тому можна зробити визначення:

Завдання – це набір операцій, що виконуються об'єктом-виконавцем на підставі вхідних параметрів, результатом виконання якого є набір вихідних параметрів.

Фізично завдання представляється у вигляді програмного коду. Кожне з них характеризується своїм набором робочих параметрів, які у свою чергу поділяються на вхідні, внутрішні й вихідні, інтерфейси доступу. Визначимо ці поняття:

Вхідні – це параметри, передані об'єкту-виконавцеві перед виконанням завдання.

Вихідні – це параметри, отримані об'єктом-виконавцем як результат виконання завдання.

Внутрішні – це параметри, використовувані об'єктом-виконавцем у процесі виконання завдання.

Інтерфейс доступу – це правило обробки завдання, що фіксує поданий набір вхідних і одержуваний набір вихідних параметрів.

Інтерфейс доступу являє собою сукупність точок активності, які можна й потрібно розділити на точки входу й виходу. Це необхідно зробити з таких міркувань. Розглянемо приклади: 1) завдання передає вихідні параметри потоку, відмінному від того, в якому виконання розпочалося; у цьому випадку перший потік завершується (або припиняє свою роботу), передача даних виконується перед завершенням роботи; 2) завдання являє собою побудову набору даних для обробки, які передаються іншому об'єкту-виконавцю, що стає активним. Таким чином, точка входу – це

правило обробки завдання, що фіксує набір його вхідних параметрів.

Точка виходу – це фіксований набір вихідних параметрів завдання. Інтерфейс доступу – це пари (точка входу, точка виходу).

Отримана модель завдання графічно представлена на рис. 2.

Зображену на рис. 2 графічну нотацію структурної моделі завдання покладено в основу модифікації стандартів IDEF0 з метою використання розширеного опису завдання при відображенні:

- послідовності виконання завдань;
- залежності між завданнями;
- елементів опису мультипотокowego функціонування.

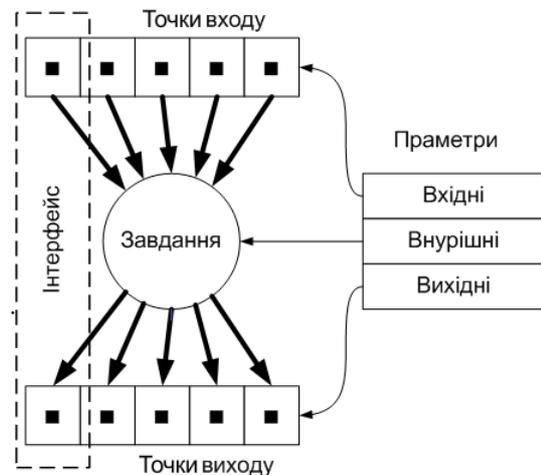


Рис. 2. Структурна модель завдання

З метою урахування специфіки роботи програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE спрощено діаграму функціонування за рахунок невикористання правила однакового напрямлення стрілок та параметрів управління й механізму, оскільки ця інформація не впливає на планування процесу обчислень при обробці сигналів базовою станцією стандарту LTE.

Математично структурна модель завдання представляється в такий спосіб:

$$E_i = f(E_j, R_n, P_\omega),$$

де E_i – множина вихідних параметрів $\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ точки активності за номером i , причому $y_i \in Y$ – області припустимих значень вхідних параметрів; E_j – множина вхідних параметрів $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ точки активності за номером j , причому $x_j \in X$ – області припустимих значень вихідних параметрів; $R_n \in \{R_0, R_1, \dots, R_i\}$ – об'єкт-виконавець; $P_\omega = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, $p_m \in W$ – множина попередників завдання ω , що виконується; $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ – множина завдань.

Завдання систематизуються відповідно до їх логічної належності до будь-якого більш складного завдання, яке назвемо модульним. Поєднуючи такі завдання в порядку звертання до них у модульні, будуємо так зване дерево завдань (рис.3). Об'єднання завдань у модулі дозволяє знизити складність системи, спростити її подальший супровід та тестування.

Опис логіки функціонування системи дозволяє на самих ранніх етапах її проектування побудувати певну послідовність можливих переходів між завданнями в системі, яку назвемо прототипом функціонування інформаційної системи.

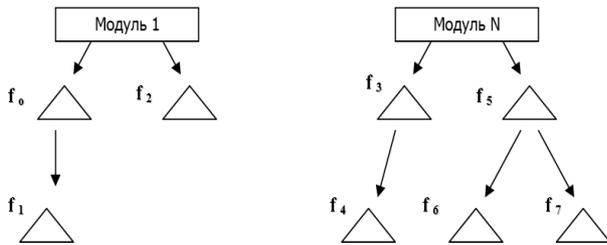


Рис. 3. Поєднання групи завдань у модуль

Такий прототип можна подати у вигляді графа (рис. 4), що являє собою дерево завдань для одного обчислювального процесу в системі або ліс завдань для множини обчислювальних процесів складної системи. При побудові дерева завдань на базі сценарію виконання певного обчислювального процесу вершини ідентифікуються з завданнями, а переходи між завданнями представляються дугами, які ідентифікують імена завдань, що необхідно виконувати. Таким чином, переходи між завданнями визначаються внутрішньою логікою функціонування системи й описуються в термінах завдань, а граф можна позначити як $G = (S_n, S_a)$, де $S_n = \{n_i, i = 1..N\}$ – множина вузлів, які представляють завдання, та $S_a = \{(n_i, n_j) | n_i \rightarrow n_j\}$ – скінченна множина дуг, що є відносинами передування завдань.

Прототипування системи спрощує процес уточнення постановки задачі проектування обчислювальної системи, дозволяє уточнити всі її інтерфейси з замовником, без написання великого обсягу програмного коду. Для цього використовується модифікована діаграма стандарту IDEF0, на основі якої можливо проаналізувати обчислювальний процес і визначити параметри його функціонування.

Оскільки базова станція одночасно може обслуговувати декілька користувачів у певний момент часу, процес обчислень може бути поділений на декілька незалежних потоків завдань, які відповідають за обслуговування окремого користувача, тобто потоки завдань є незалежними. Обробка кожного потоку завдань може бути поділена на фрейми (порції вхідних даних), послідовність виконання завдань для обробки яких є залежною. Обробка даних поточного фрейму залежить від закінчення процесу обробки даних попереднього фрейму. Обробка даних у межах одного

фрейму може виконуватись паралельно. Прикладом такої обробки є розділення виконання перетворення Фур'є для великої частини сигналу на декілька невеликих завдань, які можливо виконати паралельно. Таким чином, обробку фрейму можна графічно описати у вигляді діаграми, представленій на рис. 4, де вершини ідентифікують собою конкретні завдання, а ребра, відносини передування завдань.

При функціонуванні базова станція виконує обробку цифрового сигналу для кожного з абонентів, залежно від кількості підключених антен. При цьому графі для кожного з обчислювальних процесів (обслуговування абонента, формування сигналу для антени та інші) утворюють дерево конкретного обчислювального процесу, а для системи в цілому – ліс обчислювальних процесів, який являє собою модель обчислювального процесу обробки цифрового сигналу базової станції стандарту LTE.

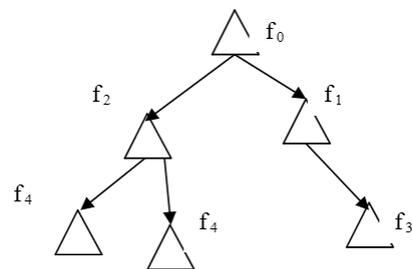


Рис. 4. Граф обчислюваного процесу обробки одного фрейму

Складання розкладу виконання усіх завдань, що входять у ліс обчислювальних процесів, який би ефективно використовував усі наявні апаратні ресурси, є важливою умовою ефективного функціонування базової станції в цілому.

3. Метод підвищення ефективності функціонування базових станцій стандарту LTE

Метод підвищення ефективності функціонування базових станцій стандарту LTE, що пропонується у роботі, включає п'ять етапів. На першому етапі отримуються дані про параметри функціонування програмного забезпечення. Вони можуть бути введені вручну, якщо програмне забезпечення ще не створене або дані отримані у ході протоколювання його роботи. На другому етапі створюється математична модель програмного забезпечення, що розробляється у вигляді діаграми функціонування (див. п. 1). На третьому етапі створена діаграма функціонування аналізується, що дозволяє виявити помилки проектування та сформулювати рекомендації щодо підвищення ефективності роботи програмного забезпечення. На четвертому етапі в процес функціонування програмного забезпечення вносяться необхідні зміни та вибирається спосіб оцінки їх ефективності. Це може бути повторний запуск зміненого програмного забезпечення на реальній системі або використання повної чи часткової емуляції. При цьому створена діаграма функціонування програмного забезпечення виступає у ролі шаблону, що спрощує процес написання коду завдяки можли-

вості використання різних рівнів емуляції та постійно-му накопиченню бази тестових векторів.

Структурну схему розробленого методу підвищення ефективності функціонування базових станцій стандарту LTE наведено на рис. 5.

3.1. Аналіз діаграми функціонування програмного забезпечення базової станції стандарту LTE

Складність розробки й наступного супроводження програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE спричиняє необхідність розробки методів і інструментарію, що спрощують цей процес. Ключовим моментом пропонованої методології є створення діаграми функціонування програмного забезпечення. Це дозволяє здійснити раннє прототипування й виявити недоліки системи, що розробляється на ранніх етапах проектування. Наступне використання отриманої

діаграми дозволяє реалізувати ефективне тестування, що спрощує внесення змін і пошук помилок не тільки у програмному, а й у апаратному забезпеченні. Такий підхід до створення прототипу системи знижує матеріальні витрати й прискорює процес розробки системи.

У ході роботи були сформовані принципи побудови діаграми функціонування програмного забезпечення, що дозволяють описати широке коло систем. Запропонована методологія передбачає розбивку системи, що проектується, на окремі блоки з описаним форматом даних на вході й виході кожного блоку. Надалі будується діаграма зв'язків, що описує взаємодію між блоками.

Створена діаграма функціонування програмного забезпечення може бути використана на декількох етапах розробки системи. Розроблений алгоритм представлення діаграми функціонування у вигляді кінце-

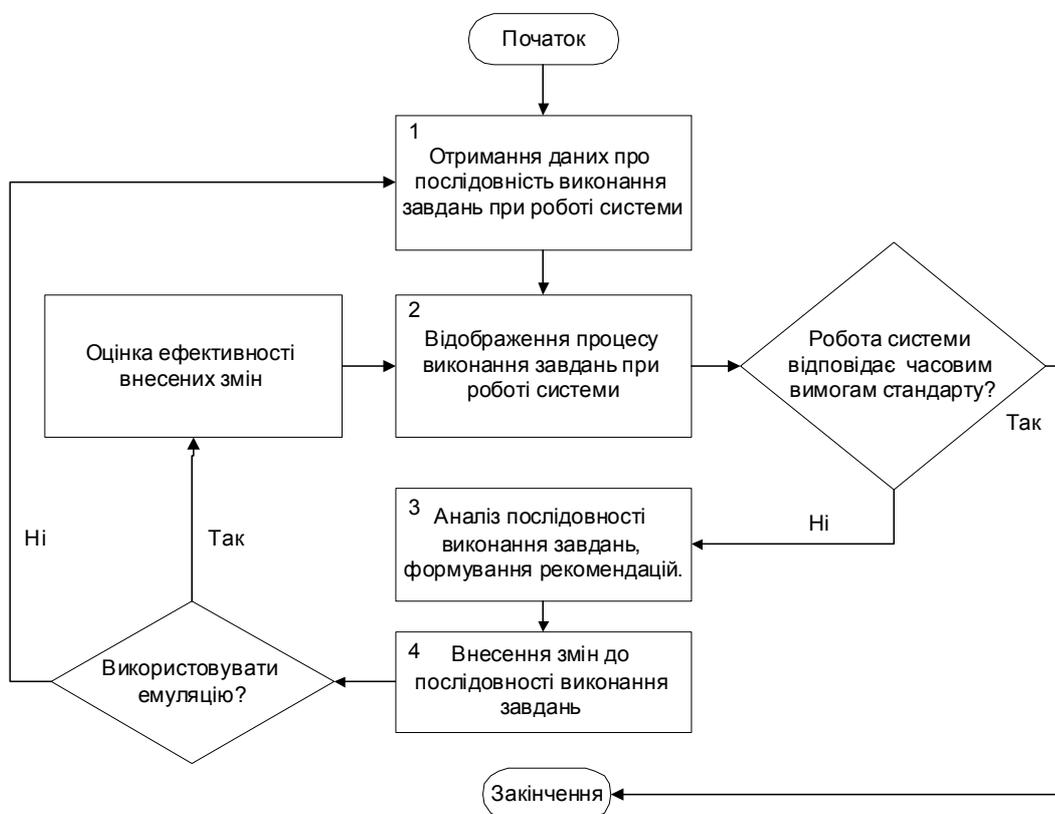


Рис. 5. Структурна схема методу підвищення ефективності функціонування базових станцій стандарту LTE

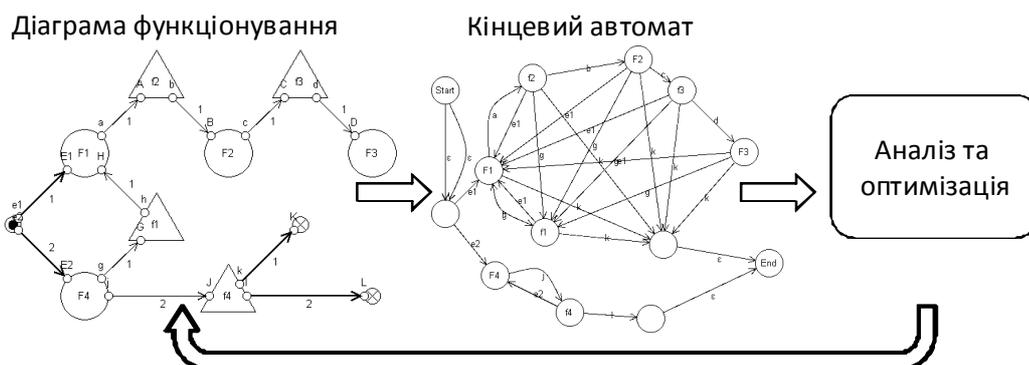


Рис. 6. Аналіз і оптимізація діаграми функціонування програмного забезпечення базової станції стандарту LTE

вого автомата дозволяє провести аналіз топології системи програмного забезпечення, що розробляється (рис. 6) з використанням теорії графів:

- проаналізувати досяжність завдань діаграми для перевірки працездатності системи із застосуванням таких підходів: обхід графа в глибину; обхід графа завширшки;

- зробити знаходження найкоротшого шляху між двома вузловими точками діаграми для оцінки часових характеристик і рівня завантаження системи, використовуючи: алгоритм Форда; алгоритм Дейкстри; алгоритм Беллмана-Форда, алгоритм Флойда – Уоршелла;

- застосувати алгоритми пошуку критичних шляхів і побудови шляхового покриття. Це може бути корисним у методах аналізу поведінки прототипу системи, що розробляється, а так само в методах оптимізації циклів при розпаралелюванні програм з використанням алгоритму пошуку найкоротшого шляху, методу мінімального потоку, методу найбільшого паросполучення;

- провести аналіз циклічної структури й перелік шляхів графа обчислювального процесу для оцінки часу виконання внутрішніх циклів у системі, оцінки частоти виконання різних типів завдань, виявлення ієрархії циклів. Намітити способи оптимізації системи, використовуючи алгоритм оцінки частоти на основі циклічних ділянок, алгоритми перелічення шляхів.

3.2. Урахування мультипотокості при аналізі діаграми функціонування програмного забезпечення базової станції стандарту LTE

Використання досить потужних процесорів та достатньої кількості пам'яті як апаратного забезпечення при розробці базових станцій стандарту LTE дозволяє, в деяких випадках, виділити частину обчислювальних ресурсів для забезпечення функціонування операційної системи та використовувати при розробці програмного забезпечення таку високорівневу абстракцію, як потоки виконання обчислень. Це спрощує структуру коду, його відладку та дозволяє провести розробку за менший час та з меншою кількістю помилок. Для забезпечення опису мультипотокості необхідно додати до опису діаграми функціонування такі елементи як початок і завершення потоку.

В деяких випадках важливим етапом функціонування є процес взаємодії з користувачем. Цей процес також може бути описаний в рамках діаграми функціонування шляхом додавання завдань, особливістю яких є те, що вони виконуються користувачем. Щоб відрізнити на діаграмі такі завдання, будемо позначати їх колом на відміну від інших, позначених трикутником (рис. 7).



Рис. 7. Позначення завдань залежно від типу виконавця

Починаючи виконання послідовності обчислень та користуючись даними діаграми функціонування від точки старту, «виконавче ядро» повинно створити початковий потік. Початок потоку позначений на діаграмі жирною стрілкою, як показано на рис.8.



Рис. 8. Точка старту й запуск першого потоку

Запуск додаткового потоку в процесі виконання послідовності обчислень діаграми показаний на рис.9. Після обробки завдання *f* у системі виникає ще один потік «2» і процес обчислень розпаралелюється.

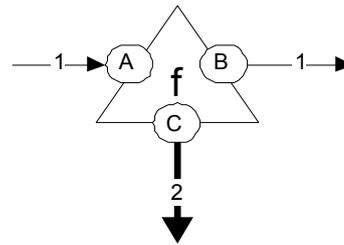


Рис. 9. Запуск потоку

У процесі роботи системи виникають ситуації, що вимагають зупинки вже запущених потоків. Така операція на діаграмі позначена лінією, яка закінчується квадратом. Зупинка останнього запущеного потоку служить ознакою завершення виконання послідовності обчислень діаграми (рис.10).

В системі може бути запущено більш одного потоку, тому для визначення належності дуги графа до потоку використовується номер або ідентифікатор потоку, зазначений на стрілці, що з'єднує точку входу й точку виходу. Для посилення наочності використано також виділення кольором дуг графа, що належать одному потоку.

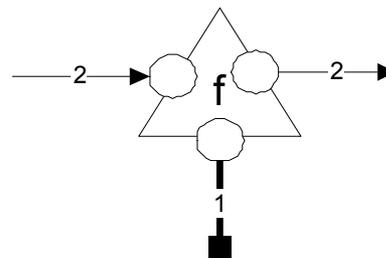


Рис. 10. Завершення потоку

Необхідно враховувати, що некоректна побудова діаграми може призвести до неоднозначностей у програванні, зациклення й виникнення інших станів, що робить неможливим подальшу інтерпретацію сценарію. У цьому випадку необхідно проаналізувати причини виникнення збою й забезпечити користувача рекомендаціями до його усунення. Такий аналіз, у тому числі й до запуску виконання послідовності обчислень діаграми, повинен бути реалізований у складі «виконавчого ядра» і є його необхідною частиною.

Розглянемо процес інтерпретації «виконавчим ядром» діаграми, представленої на рис.11. Описана система

містить у собі чотири завдання, які виконує користувач, причому він має можливість послідовно переходити між завданнями F1, F2, F3, а також зупинити процес переходу й повернутися до початкового стану до завдання F1 за допомогою завдання F4, яке використовується для навігації. Кожний процес переходу між завданнями супроводжується виконанням відповідного завдання. Два потоки, що використані в системі, позначені цифрами 1, 2.

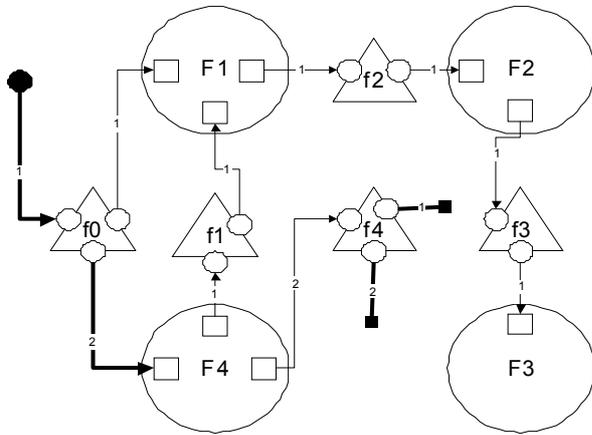


Рис. 11. Фрагмент діаграми функціонування з використанням потоків даних

Почавши виконання послідовності обчислень зі стартової точки входу, позначеної зафарбованим кружком, і створивши початковий потік «1», «виконавче ядро» приступає до обробки завдання f0, у результаті чого створюється ще один потік «2». Кожний з потоків, що виконується паралельно, викликає відображення відповідного інтерфейсу користувача. У результаті на екрані користувача відтворюються два завдання F4 і F1, і користувач має до них доступ одночасно. Потрапляючи у завдання, яке потребує втручання користувача, потік зупиняється, очікуючи від користувача здійснення вибору або введення даних.

Таким чином, у кожному потоці в певний момент часу існує одне активне завдання. Назвемо вказівник на таке завдання «фокусом вводу». Набір завдань, що перебувають в «фокусі вводу», одночасно формує екран користувача. На рис. 12 схематично зображено один з етапів функціонування системи, який відповідає стану початку роботи.

Інтерфейс користувача має свої точки виходу, які являють собою суму точок виходу вхідних до нього завдань. Інтерфейс користувача, представлений рис.13, містить два завдання F1, F4 і три точки

виходу, що належать двом різним потокам. Після здійснення користувачем вибору в одному з потоків інтерфейс користувача переформовується «виконавчим ядром».

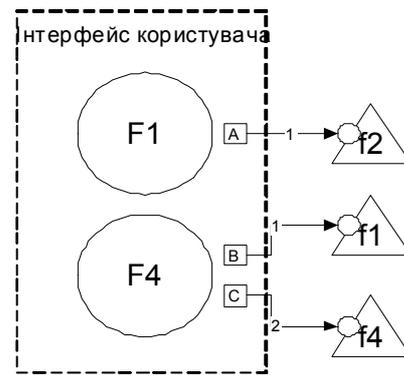


Рис. 12. Інтерфейс користувача. Перший етап

Точки виходу так само групуються по потоках і доступні тільки в тому випадку, коли конкретний потік очікує вводу від користувача, наприклад у ситуації, що описана діаграмою на рис. 12, при виборі користувачем точки виходу А. Точка виходу, позначена літерою В, стає недоступною на час, доки потік займається обробкою завдання f2, і повертається в активний стан тільки під час переходу до завдання F2, при цьому інтерфейс користувача буде виглядати так (рис.13).

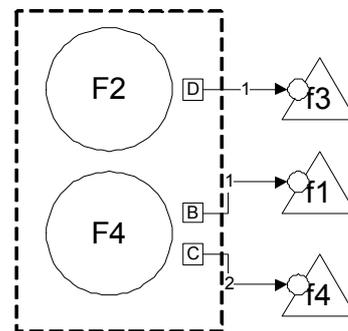


Рис. 13. Інтерфейс користувача. Другий етап

Визначення доступності для користувача точок виходу, зміна їх стану залежно від старту й зупинки в системі потоків, а так само ухвалення рішення щодо видимості для користувача завдань є задачею «виконавчого ядра».

Послідовний запис інтерфейсів користувача, що генеруються при здійсненні ним вибору їх складових частин, наочно ілюструє роботу всієї системи й може

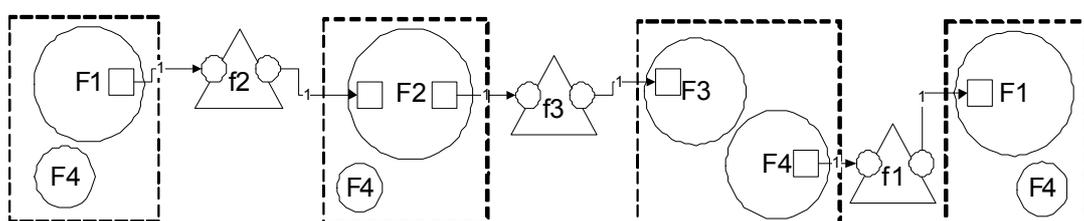


Рис. 14. Фрагмент діаграми процесу обчислень

бути використаний для опису процесу виконання обчислень. Така діаграма представлена на рис. 14. На ній відображені всі стани системи, що виникають у результаті дій, здійснюваних над нею користувачем, а також завдання, які оброблені в процесі переходів між цими станами.

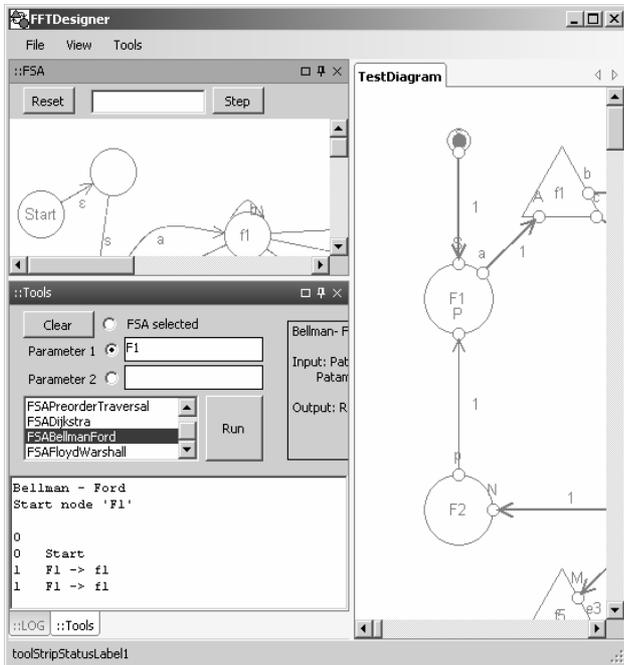


Рис. 15. Фрагмент графічного інтерфейсу користувача інструментарію «FFTDesigner» для створення і аналізу діаграми функціонування

Для створення і аналізу діаграми функціонування у роботі був реалізований інструментарій у вигляді програми «FFTDesigner». Це є програмний засіб для створення, редагування та аналізу функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE. Він має графічний інтерфейс (рис.15), який у інтерактивному режимі дозволяє користувачу описати діаграму функціонування програмного забезпечення базової станції стандарту LTE, відобразити її у графічному вигляді, провести аналіз топології створеного графа, внести необхідні зміни у разі необхідності та зберегти результати роботи у вигляді XML файлу для подальшого використання.

Висновки

Вперше запропоновано метод підвищення ефективності функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE на фізичному рівні, який завдяки використанню модифікованої діаграми потоків даних IDEF0/IDEF1 з розширеним набором параметрів опису процесу виконання завдань, удосконаленню комплексу методів аналізу, тестуванню та оптимізації використання апаратних ресурсів дозволить скоротити час розробки, знизити вартість проектування програмного забезпечення та задовольнити вимоги стандарту функціонування LTE – базових станцій.

Розроблено та випробувано на прикладі бездротового ширококомовного процесора Transcede M84000 інструментарій аналізу якості програмного забезпечення, який базується на запропонованій математичній моделі програмного забезпечення базової станції, дозволяє сформулювати рекомендації з його оптимізації на основі аналізу топології графа функціонування системи; проаналізувати завантаженість системи; оцінити можливість і доцільність використання паралельних обчислень; виявити помилки проектування й слабкі місця системи; провести аналіз працездатності програмного забезпечення в динаміці.

Література: 1. Харрисон П., Филд А. Функциональное программирование. М.: Мир, 1993. 2. Lawrence C Paulson. Foundations of Functional Programming : University of Cambridge, 1995. 3. Харольд Абелсон, Джеральд Джей Сассман. Структура и интерпретация компьютерных программ: Добросвет, КДУ, 2010.

Надійшла до редколегії 03.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Безрук В.М.

Глоба Лариса Сергіївна, д-р техн. наук, проф., зав. каф. Інформаційно-телекомунікаційних мереж Інституту телекомунікаційних систем НТУУ «КПІ». Адреса: e-mail: lgloba@its.kpi.ua, тел. (044) 4068299.

Лисенко Дмитро Сергійович, аспірант Інституту телекомунікаційних систем НТУУ «КПІ». Адреса: e-mail: lgloba@its.kpi.ua, тел. (044) 4068299.

Алексєєв Микола Олександрович, канд. техн. наук, с.н.с., доц. каф. Інформаційно-телекомунікаційних мереж Інституту телекомунікаційних систем НТУУ «КПІ». Адреса: e-mail: nick@its.kpi.ua, тел. (044) 4068299



ВПЛИВ ФУНКЦІ НАЛЕЖНОСТІ НА ЯКІСТЬ НЕЧІТКИХ РЕГУЛЯТОРІВ ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНИХ СЛІДКУЮЧИХ ПРИВОДІВ АВТОМОБІЛІВ

НИКОНОВ О.Я., ШУЛЯКОВ В.М.

Наводиться огляд сучасних методів і технологій керування електрогідролічними слідкуючими приводами автомобілів. Будується нечіткий регулятор для електрогідролічних слідкуючих приводів автомобілів. Досліджуються перехідні процеси замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода з нечітким регулятором, а також вплив функцій належності на якість таких нечітких регуляторів.

1. Вступ

Сучасні гідравлічні приводи та пристрої широко застосовуються у складі автомобілів [1-3]. Це зумовлено рядом переваг гідроприводу порівняно з іншими типами приводів: високою питомою потужністю, відносною простотою здійснення поступального руху, здатністю робочого тіла гідроприводу – рідини демпфувати різні удари та вібрації тощо. Аналіз конструкцій автомобілів показує, що по мірі їх історичного розвитку гідравлічні пристрої знаходили все більш широке застосування в їх складі (системи керування гальмами, гідравлічні підсилювачі системи керування поворотом, фрикційні амортизатори зі змінним моментом опору, об'ємні гідропередачі з пропорційним електрогідролічним керуванням витратою та тиском, механічні трансмісії з електрогідролічним керуванням, а також

різноманітні приводи допоміжних пристроїв та ін.). Разом з тим значний розвиток електроніки дозволив створити різні системи автоматичного керування, які класифікуються за характером внутрішніх динамічних процесів (аналогові та дискретні, лінійні та нелінійні), за структурою (системи зі змінною структурою, системи з самоналаштуванням структури) та за іншими ознаками.

Інтеграція гідравлічних пристроїв та електронних систем керування дозволяє вирішувати задачі підвищення якості процесів керування, адаптивного налаштування та підтримки параметрів або структури системи при дії на об'єкт керування випадкових збурень, діагностики відмов та несправностей при збереженні відносно невеликої маси та габаритів комплексу «привод-система керування».

Таким чином, постає актуальна задача створення сучасних електрогідролічних перетворювачів на основі сучасних систем керування, здатних надійно працювати в умовах підвищеної запиленості зовнішнього середовища при великому перепаді температур, значних вібраціях, ударах та інших несприятливих факторах, що виникають при експлуатації автомобілів.

2. Аналіз публікацій

Розглянемо більш детально сучасні методи і технології керування електрогідролічними слідкуючими приводами автомобілів. Оскільки весь автомобіль і його окремі вузли та агрегати звичайно описуються нелінійними диференціальними рівняннями з невизначеними параметрами, застосування «класичних» методів теорії автоматичного керування (частотний синтез, модальне керування, оптимальне й робастне керування), що опираються на аналіз математичної моделі об'єкта керування, зіштовхується з рядом відомих труднощів [4-6].

У теперішній час спостерігається інтенсивний розвиток та практичне застосування нечітких систем для керування й регулювання різноманітних технічних об'єктів [7-10]. Актуальність нової технології – нечіткого моделювання – обумовлена тенденцією збільшення складності математичних моделей реаль-

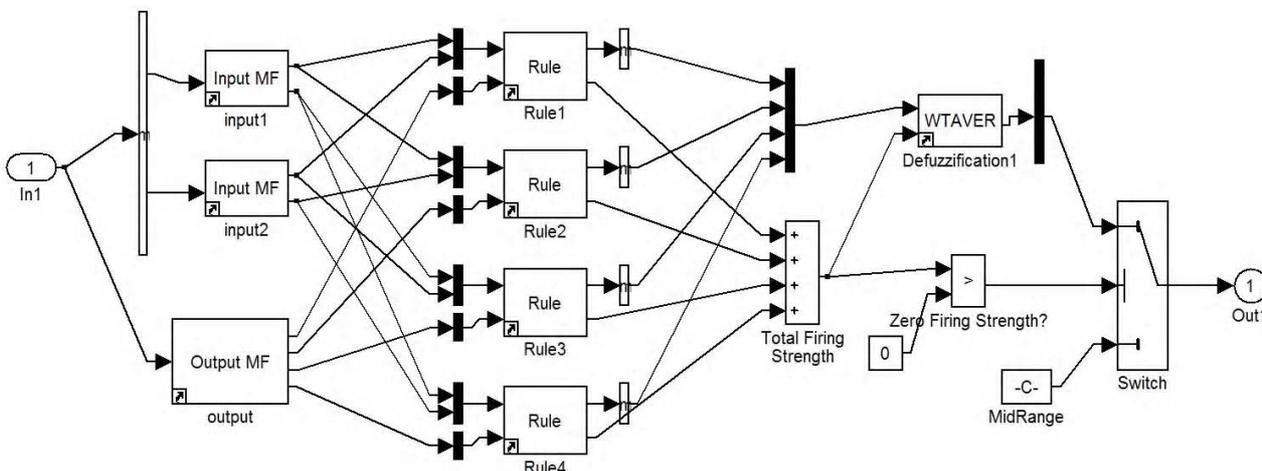


Рис. 1. Структурна схема нечіткого регулятора в середовищі MATLAB (Simulink)

них систем. Отримати вичерпну інформацію для побудови математичної моделі складної реальної системи часто в принципі неможливо. У цих випадках доцільно використовувати методи, спеціально орієнтовані на побудову моделей, що враховують неповноту й неточність вхідних даних. Саме в таких ситуаціях технологія нечіткого моделювання є однією із найбільш конструктивних [9-12].

Зараз закордонними компаніями пропонуються мікроконтролери, що реалізують апаратну підтримку нечіткої логіки. Використання такого рішення дозволяє значно підвищити швидкодію програми, що реалізує функції нечіткого регулятора. Відзначимо, що реалізація нечіткого регулятора у системах керування може бути як апаратною, так і програмною, причому контролери з підтримкою багатьох стандартизованих команд нечіткої логіки випускають Siemens, Fuji Electric, Motorola, Intel, Yokogawa, Klockner-Moeller, Rockwell Automation, Allen-Bradley та інші відомі фірми. Незважаючи на те, що нечіткий регулятор може бути успішно реалізовано й на базі універсальних контролерів, що мають достатній набір функцій, дуже перспективною є реалізація таких регуляторів на базі спеціалізованих нечітких інтегральних мікросхем і нечітких процесорів: Adaptive Logic, OMRON FP-3000, MCS-96, TOGAI-Infra Logic F110, FUZZY-166 та ін. Такі мікросхеми легко інтегруються в існуючі системи керування й, маючи порівняно невисоку ціну, мають високу надійність.

Метою роботи є дослідження впливу функцій належності на якість нечітких регуляторів електрогідравлічних слідкуючих приводів автомобілів. Використання інтелектуальних регуляторів дозволить підвищити енергоефективність, надійність, безвідмовність, довговічність, безпеку використання вузлів та агрегатів автомобіля.

3. Побудова нечітких регуляторів для електрогідравлічних слідкуючих приводів автомобілів

Розглянемо електрогідравлічний слідкуючий привод, що описано в роботах [13-15]. На рис. 1 наведено структурну схему нечіткого регулятора, який розроблено для слідкуючого привода. На рис. 2 показано блок керування зазначеного вище привода в середовищі MATLAB (Simulink). Нечіткий регулятор встановлено у зворотний зв'язок по куту відхилення об'єкту керування.

Загалом, створення нечіткої моделі в середовищі Simulink можна розділити на 4 етапи. *Перший етап:* збір даних про роботу базової Simulink-моделі і створення файлу даних для навчання нечіткої структури. *Другий етап:* завдання властивостей нечіткої системи (тип системи нечіткого виводу, кількість вхідних та вихідних змінних, метод дефазифікації). *Третій етап:* тренування (навчання) моделі. *Четвертий етап:* використання розробленої нечіткої моделі в блоці фаззій-контролера в середовищі Simulink.

Загальною особливістю задач нелінійного та ситуаційного керування є існування деякої залежності або відносини, що зв'язують вхідні і вихідні змінні моделі системи, яка представляється у формі так званого «чорного ящика». При цьому виявлення та визначення даної залежності в явному теоретико-множинному або аналітичному виді не представляється можливим або через недолік інформації про проблемну область, яка моделюється, або через складності обліку різноманіття факторів, що впливають на характер даного взаємозв'язку.

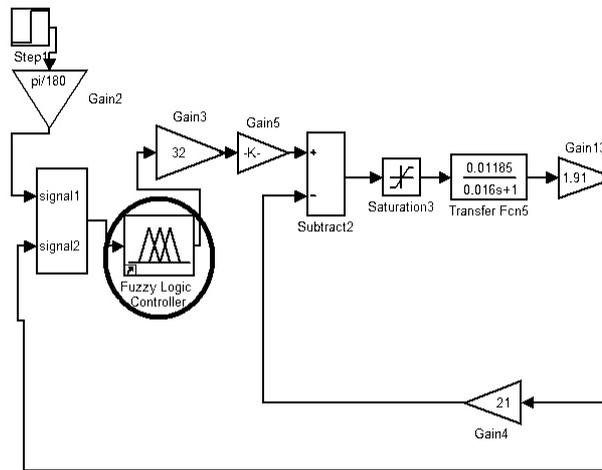


Рис. 2. Блок керування електрогідравлічним слідкуючим приводом в середовищі MATLAB (Simulink)

Для конструктивного рішення подібних задач доцільно використовувати апарат штучних нейронних мереж (ШНМ). Достоїнством моделей, побудованих на основі ШНМ, є можливість одержання нової інформації про проблемну область у формі деякого прогнозу. При цьому побудова і настроювання ШНМ здійснюється за допомогою їхнього навчання на основі наявної і доступної інформації.

Нечіткі ШНМ або гібридні мережі покликані об'єднати в собі достоїнства ШНМ і систем нечіткої логіки. З одного боку, вони дозволяють розробляти і представляти моделі систем у формі нечітких правил, а з іншого – для побудови нечітких правил використовуються методи ШНМ.

За допомогою редактора ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) синтезовано нечіткий регулятор для електрогідравлічного слідкуючого привода з використанням методів ШНМ (див. рис. 1). Проведено чисельні експерименти і отримано результати.

4. Дослідження впливу функцій належності на якість нечітких регуляторів

У кожному експерименті налаштування та тренування регуляторів проводилися за однакових умов. По-перше, обиралася запропонована навчальна вибірка. Наступним кроком обирався метод генерування нечіткої структури – Grid partition (генерування системи за методом ґрат). Встановлювалася кількість лінгвістичних термів для входів (вхідних змінних) –

2; тип функцій належності лінгвістичних термів вхідних змінних (у кожному експерименті власна); тип функції належності для вихідної змінної «linear» (лінійна). Далі обирався гібридний метод оптимізації, який поєднує метод зворотнього поширення помилки з методом найменших квадратів. Параметр «необхідної точності навчання» залишався за замовчуванням 0, а кількість епох навчання – 50.

У результаті проведених експериментів було створено більше 40 варіацій нечітких регуляторів, у яких апробовано роботу усіх наявних у заданому режимі роботи восьми функцій належності. Отримані такі результати: трапецієподібна функція належності, двостороння гауссова функція належності, пі-подібна функція належності, функція належності у вигляді різниці між двома сигмоїдними функціями, добуток двох сигмоїдних функцій належності. У потрібних умовах вони не показали задовільних результатів роботи.

Далі розглядаються регулятор з трикутною функцією належності, регулятор з узагальнено колоколоподібною функцією належності та регулятор з симетричною гауссовою функцією належності. Ці регулятори показали найкращі результати при моделюванні.

На рис. 3-5 представлено перехідні процеси замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода при отриманих значеннях варійованих параметрів блоку керування [16-17] для штатного регулятора (крива 1), нечіткого регулятора з трикутною функцією належності (крива 2), узагальненою колоколоподібною функцією належності (крива 3) та симетричною гауссовою функцією належності (крива 4).

На рис. 3,а наведено перехідні процеси замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода для вибраного значення 10 градусів для кута повороту об'єкта керування. Краще за інших себе поведуть трикутна функція належності та симетрична гауссова функція належності. Для регулятора з трикутною функцією належності (крива 2) при обраному значенні 10 градусів зменшення перерегулювання складо 57% по куту у порівнянні зі штатним регулятором (крива 1). У порівнянні зі штатним регулятором (крива 1) регулятор з використанням узагальненої колоколоподібною функції належності (крива 3) викликає набагато більше перерегулювання.

Збільшуємо вибране значення для кута повороту об'єкта керування до 15 градусів (рис. 4,а). Регулятор з симетричною гауссовою функцією належності (крива 4) та регулятор з узагальненою колоколоподібною функцією належності (крива 3) потребують більшого часу регулювання. А у випадку з регулятором з трикутною функцією належності (крива 2) наочно бачимо, що він продовжує дуже добре зменшувати перерегулювання у порівнянні зі штатним регулятором (на 70% зменшується перерегулювання по куту).

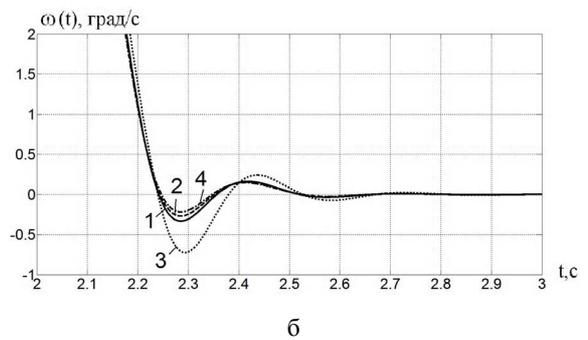
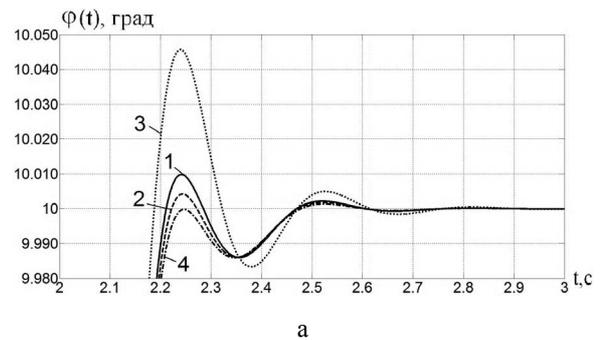


Рис. 3. Перехідні процеси замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода для вибраного значення 10 градусів для кута повороту об'єкта керування (а) і кутової швидкості об'єкта керування (б): 1 – штатний регулятор; 2 – трикутна функція належності; 3 – узагальнена колоколоподібна функція належності; 4 – симетрична гауссова функція належності

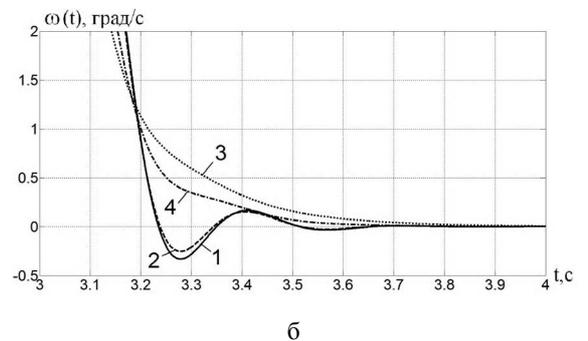
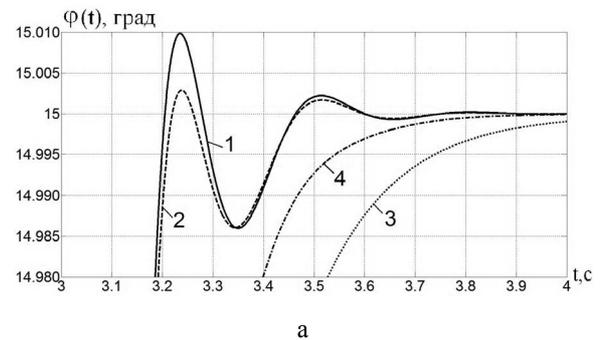


Рис. 4. Перехідні процеси замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода для вибраного значення 15 градусів для кута повороту об'єкта керування (а) і кутової швидкості об'єкта керування (б): 1 – штатний регулятор; 2 – трикутна функція належності; 3 – узагальнена колоколоподібна функція належності; 4 – симетрична гауссова функція належності

При обраному значенні 20 градусів для кута повороту об'єкта керування (рис. 5,а) спостерігається подібна ситуація до попереднього випадку. Регулятор з симетричною гауссовою функцією належності (крива 4) та регулятор з узагальненою колоколоподібною функцією належності (крива 3) потребують більшого часу регулювання у порівнянні зі штатним регулятором та регулятором з трикутною функцією належності. А регулятор з трикутною функцією належності продовжує так само добре зменшувати перерегулювання. На 75% зменшується перерегулювання по куту у порівнянні зі штатним регулятором.

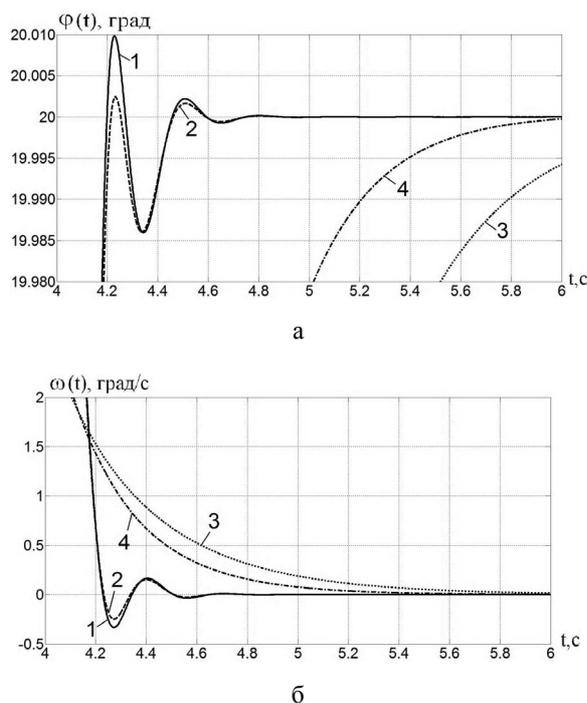


Рис. 5. Перехідні процеси замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода для вибраного значення 20 градусів для кута повороту об'єкта керування (а) і кутової швидкості об'єкта керування (б): 1 – штатний регулятор; 2 – трикутна функція належності; 3 – узагальнена колоколоподібна функція належності; 4 – симетрична гауссова функція належності

При розгляді перехідних процесів замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода для кутової швидкості об'єкта керування зі значенням 10 градусів (рис. 3,б) можна зробити висновок, що регулятор з симетричною гауссовою функцією належності (крива 4) найкраще зменшує перерегулювання у порівнянні з іншими. Регулятор з трикутною функцією належності (крива 2) другий за результатами (зменшення перерегулювання склало 19% за кутовою швидкістю у порівнянні зі штатним регулятором). А нечіткий регулятор з узагальненою колоколоподібною функцією належності (крива 3) збільшує перерегулювання у порівнянні зі штатним регулятором у 2 рази.

Перехідні процеси замкненої системи електрогідролічного слідкуючого привода для кутової швидкості об'єкта керування зі значенням 15 градусів

(рис. 4,б) такі, що криві регулятора з симетричною гауссовою функцією належності (крива 4) та регулятора з узагальненою колоколоподібною функцією належності (крива 3) хоч і мають доволі згладжений вигляд, але за часом регулювання програють регулятору з трикутною функцією належності (крива 2). Регулятор з трикутною функцією належності на 24% зменшує перерегулювання за кутовою швидкістю у порівнянні зі штатним регулятором.

Зі збільшенням значення до 20 градусів (рис.5,б) бачимо результати роботи регуляторів з обраними функціями належності аналогічні тим, що і у попередньому випадку. Задовільні результати показує регулятор з трикутною функцією належності (крива 2), на 25% зменшується перерегулювання за кутовою швидкістю у порівнянні зі штатним регулятором (крива 1).

Результати роботи регулятора з симетричною гауссовою функцією належності (крива 4) виявилися задовільними на вузькому діапазоні значень.

Як видно з рис. 3-5, а також численних експериментів, краще всього з поставленим завданням впорався регулятор з трикутною функцією належності (крива 2), який показував на всьому діапазоні експериментальних значень кращі результати, ніж штатний регулятор. Зменшення перерегулювання склало від 57 до 75% за кутом повороту об'єкта керування та від 19 до 25% за кутовою швидкістю об'єкта керування.

Використання нечіткого регулятора в системах електрогідролічних слідкуючих приводів автомобіля дозволяє значно покращити якість перехідних процесів при регулюванні, а саме зменшити перерегулювання до 75% за кутом повороту і до 25% за кутовою швидкістю. Цих результатів вдалося досягти з використанням трикутної функції належності. Також введення до контура системи нечіткого регулятора дозволило розширити область стійкості системи, що в свою чергу дозволить підвищити її надійність. Треба припустити, що значення варійованих параметрів нечіткого регулятора, які надають мінімум функціо-

налу якості $I = \int_{t_1}^T t |\Delta\varphi(t)| dt$ [16], будуть більшими. Це дозволить зменшити час регулювання, що надзвичайно важливо для автомобілів, а також швидкохідних транспортних засобів спеціального призначення. В подальших дослідженнях доцільно нечіткий регулятор встановити також у зворотний зв'язок за кутовою швидкістю об'єкта керування.

5. Висновки

Досліджено вплив функцій належності на роботу створеного регулятора для електрогідролічних слідкуючих приводів автомобілів з використанням нечіткої логіки, штучних нейронних мереж та методів еволюційного моделювання, що дозволяє підвищити енергоефективність, швидкодію, надійність, безвідмовність, довговічність, безпеку використання зазначених вузлів та агрегатів автомобіля.

Використання нечітких (гібридних) регуляторів доцільне при проектуванні та дослідженні електронних систем керування агрегатами, механізмами та вузлами автомобілів, електромобілів, гібридних автомобілів, а також при розробці нових методів діагностування та прогнозування технічного стану засобів транспорту, що забезпечують високу ефективність їх використання та надійність роботи.

Література: 1. *Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных машин / Е.Е. Александров, Д.О. Волонцевич, А.Н. Туренко и др.; под ред. А.Н. Туренко.* Х.: ХГАДТУ, 2001. 642 с. 2. *Повышение устойчивости и управляемости колесных машин в тормозных режимах / Е.Е. Александров, В.П. Волков, Д.О. Волонцевич и др.; под ред. Д.О. Волонцевича.* Х.: НТУ «ХПИ», 2007. 320 с. 3. *Никонов О.Я.* Интегрированные информационно-управляющие телематические системы транспортных средств / О.Я. Никонов, В.Н. Шуляков // *Автомобильный транспорт.* 2010. № 27. С. 83–87. 4. *Александров Е.Е.* Многоканальные системы оптимального управления / Е.Е. Александров, И.Н. Богаенко, Б.И. Кузнецов. К.: Техніка, 1995. 312 с. 5. *Александров С.С.* Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами / С.С. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнецов. Х.: НТУ «ХПІ», 2002. 492 с. 6. *Схиртладзе А.Г.* Гидравлические и пневматические системы / А.Г. Схиртладзе, В.И. Иванов, В.Н. Кареев. М.: МГТУ, 2003. 544 с. 7. *Гостев В.И.* Проектирование нечетких регуляторов для систем автоматического управления / В.И. Гостев. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 416 с. 8. *Круглов В.В.* Нечёткая логика и искусственные нейронные сети / В.В. Круглов, М.И. Дли, Р.Ю. Голунов. М.: Физматлит, 2001. 221с. 9. *Ali H.K.* Fuzzy Controller Design of Servo System / H.K. Ali // *Asian Journal of Applied Science.* 2011. P. 403–413. 10. *Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления / Под ред. Н.Д. Егупова.* М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 744 с. 11. *Ross T.J.* Fuzzy logic with engineering applications / T.J. Ross. McGraw-Hill, 1995.

УДК517.518.4

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДОВ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ СОЦИОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ПЛАНИРОВАНИЯ

*ГРИЦУНОВ А.В., СТЕПАНОВ В.П.,
НЕСТЕРЕНКО Л.В.*

Разрабатывается адаптивный алгоритм оценки компетентности специалистов на основе построения амплитудных спектров выборок результатов социологических исследований с помощью методов Прони. Спектр выборки строится в базисе затухающих экспонент, являющихся математическим выражением моделей компетентности индивидуумов. Коэффициент затухания обратно пропорционален уровню компетентности модели. Предлагаются линейный и нелинейный методы синтеза на базе полученных спектров управляющей (предметной) функции обучения, предназначенной для целенаправленного управления учебным процессом (корректировки учебных программ применительно к текущему состоянию компетентности учащихся).

РИ, 2012, № 3

600 р. 12. *Рутковская Д.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилинский, Л. Рутковский. М.: Горячая линия-Телеком, 2004. 452 с. 13. *Гамынин Н.С.* Гидравлический привод систем управления / Н.С. Гамынин. М.: Машиностроение, 1972. 376 с. 14. *Никонов О.Я.* Розроблення інформаційно-структурної схеми електрогідролічних слідкуючих приводів багатоцільових транспортних засобів / О.Я. Никонов, В.Ю. Улько // *Вестник НТУ «ХПИ».* Харьков: НТУ «ХПИ», 2010. № 57. С. 214–220. 15. *Никонов О.Я.* Побудова нелінійної математичної моделі електрогідролічних слідкуючих приводів багатоцільових транспортних засобів / О.Я. Никонов, В.Ю. Улько // *Вестник НТУ «ХПИ».* Харьков: НТУ «ХПИ», 2011. № 9. С. 108–113. 16. *Никонов О.Я.* Параметричний синтез інформаційно-керуючої підсистеми електрогідролічних слідкуючих приводів багатоцільових транспортних засобів / О.Я. Никонов // *Вестник НТУ «ХПИ».* Харьков: НТУ «ХПИ», 2011. № 23. С. 49–54. 17. *Никонов О.Я.* Побудова нечітких регуляторів для електрогідролічних слідкуючих приводів автомобілів / О.Я. Никонов, В.М. Шуляков // *Автомобильный транспорт.* 2012. № 30. С. 49–53.

Надійшла до редколегії 16.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Бодяньський Є.В.

Никонов Олег Якович, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інформатики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету. Наукові інтереси: інформаційні технології, системи керування, математичне моделювання, системи зв'язку. Адреса: Україна, 61002, Харків, вул. Петровського, 25, тел.: (057) 707-37-74, e-mail: oj_nikonov@mail.ru.

Шуляков Владислав Миколайович, аспірант кафедри інформатики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету. Наукові інтереси: інформаційні технології, математичне моделювання. Адреса: Україна, 61002, Харків, вул. Петровського, 25, тел. (057) 707-37-74, e-mail: jason07@ukr.net.

1. Введение

Социологические опросы и анкетирование – важные научные и общественные мероприятия, предназначенные для составления статических (однократный анализ) или динамических (при многократном анализе) отчетов о состоянии общества, общественного мнения, политической, социальной и прочей ситуации в целях прогнозирования последующих действий или событий, а также целенаправленного воздействия на них. Особое значение приобретают эти мероприятия в условиях быстрого увеличения народонаселения Земли, когда дефицит природных ресурсов приводит либо к вымиранию, либо к экстремистским действиям целых наций и государств. Наиболее результативны социологические методы в случае, когда использование их результатов не ограничивается информационно-аналитической стороной мероприятия (хотя она также важна), а кладется в основу действий по перспективному планированию и оптимизации тех или иных видов экономической, хозяйственной или организационной деятельности. Чем шире масштаб этих мероприятий – тем выше их эффективность,

83

поскольку в конечном итоге она зависит от точности проведенных социологических исследований. Поэтому наибольший эффект таких исследований с последующей «обратной связью» достигается при проведении их на общегосударственном уровне.

Применительно к образованию, методы социологии реализуются в оценивании уровня компетентности учащихся и студентов, их отношения к организации учебного процесса, отдельным преподавателям и дисциплинам и т.п. Помимо информационной роли социологических мероприятий, важна организационная сторона используемых методик, реализующая указанную выше обратную связь, т.е. управление учебным процессом не только со стороны Министерства образования и администрации учебных заведений, но и со стороны самих обучаемых, в соответствии с некой сложной функцией многих аргументов.

На протяжении ряда лет работы по повышению эффективности социологических исследований для обеспечения должного уровня компетентности выпускаемых специалистов проводятся кафедрой информатики и компьютерной техники Харьковского национального экономического университета. Полученные научные результаты (например, модели компетентности, лежащие в основе классических алгоритмов прогнозирования и планирования учебного процесса) изложены, в частности, в работе [1]. К достоинствам подобных методов относятся: простота математического аппарата, быстрота и относительно малая стоимость программной реализации, надежность и устойчивость алгоритма, детерминированность результатов. В то же время моделям с фиксированным алгоритмом распределения обучающей информации присущ существенный недостаток – они принципиально не в состоянии приблизить эффективность подготовки компетентного специалиста к теоретически достижимой величине 100 %. Такую возможность может обеспечить лишь класс вероятностных моделей, адаптирующихся к текущей выборке исходной информации (так называемые адаптивные алгоритмы).

Поясним данный тезис. Карьера отдельного индивидуума является детерминированной в той степени, в которой ему позволяют это осуществить внешние факторы. Например, если человек считает целесообразным в будущем работать в области, предположим, компьютерной графики – он будет выделять максимум времени и усилий на изучение предметов, касающихся (по его мнению) данной предметной области за счет дисциплин, не имеющих отношения (опять-таки – по его личному мнению) к предполагаемой будущей специализации. Если данный специалист после окончания ВУЗа действительно найдет приложение своих способностей в компьютерной графике – эффективность его обучения окажется близкой к 100 %. В противном случае она будет весьма низкой. Заметим, что для конкретного индивидуума этот факт является существенно детерминированным.

По иному обстоит дело с точки зрения государства. Учитывая масштабы высшего образования, нет возможности заранее прогнозировать перспективы трудоустройства каждого отдельного выпускника (готовить специалиста «под заказ»), тем более что в условиях фактического отсутствия обязательного трудоустройства они в значительной мере определяются достаточно изменчивыми психологическими факторами. Поэтому в государственном планировании первоочередное значение имеют статистические модели. В условиях рыночной экономики целевой функцией, очевидно, является получение максимальной прибавочной стоимости от выпускников ВУЗов, интегрированной за достаточно большой период времени (порядка нескольких лет) в целом по стране.

Таким образом, для решения актуальных и неотложных задач повышения эффективности и качества образования необходимы новые подходы в оценке групповой компетентности индивидуумов, позволяющие организовать своевременную корректировку учебного процесса, адаптируясь к текущей ситуации.

Целью данного исследования является разработка адаптивных алгоритмов анализа компетентности обучаемых на основе современных методов спектрального анализа.

Задачи исследования: применение адаптивных моделей для спектрального разложения выборок социологических опросов и разработка перспективных алгоритмов преобразования полученных спектров в управляющую (предметную) функцию автоматизированной системы управления учебным процессом.

2. Адаптивные методы анализа функций

Класс адаптивных моделей для анализа статистических выборок появился сравнительно недавно – в середине 60-х годов XX века, однако быстро получил распространение во многих областях науки и техники. Этому способствовали существенные преимущества новых алгоритмов перед классическими, разработанными Шустером, Юлом, Винером, Хинчиным, Слуцким и др. [2]. Как правило, такие модели тесно связаны с методами спектрального оценивания функций, зашумленных погрешностями измерений, хотя это не является обязательным. Адаптивные модели спектрального оценивания делятся на два класса: авторегрессионные алгоритмы и методы Прони [2].

Чтобы понять разницу между ними, вспомним различие между спектральным и гармоническим оцениванием. В строго математическом смысле гармонический анализ является частным случаем спектрального разложения функции, которое понимается как разложение в ряд по собственным функциям некоторого линейного оператора или в интеграл по системе функций, зависящей от непрерывно изменяющегося аргумента. Наиболее известными примерами гармонического и спектрального анализа являются соответственно ряд Фурье и интеграл Фурье. В узком смысле под гармоническим анализом будем понимать оцени-

вание частот и амплитуд счетного множества (ряда) гармонических либо затухающих компонент, на которые раскладывается анализируемая функция. Спектральным анализом будем называть оценку частотных зависимостей спектральной плотности амплитуды или мощности в интеграле Фурье функции на континууме частот.

Конкретный вид используемого разложения определяется природой исходной функции и информацией, которую необходимо получить в результате анализа. Четкой границы здесь не существует. Часто детерминированные величины, имеющие узкие спектральные пики, подвергаются гармоническому анализу. Шумоподобные параметры, не имеющие в своем спектре отдельных ярко выраженных составляющих, более естественно анализировать с помощью спектрального разложения. Однако окончательный выбор того или иного метода разложения зависит от способа дальнейшей обработки полученного спектра.

Авторегрессионные алгоритмы спектрального оценивания широко применяются в естественных, технических, общественных и экономических науках. Однако использование их в обработке результатов социологических исследований пока весьма ограничено, хотя в этой области преимущества спектрального разложения также могут дать положительные результаты. Действительно, обработка результатов тестирования в «частотной» области (т.е. спектров исходных социологических выборок) часто более информативна, адаптируема и корректна, чем обычно используемый статистический анализ непосредственно самих выборок. Разумеется, в полной мере переход в спектральную область проявляет свои преимущества лишь при использовании для этой цели указанных выше адаптивных алгоритмов.

С точки зрения социологических наук более приемлемым оказывается не спектральный, а гармонический анализ исходных выборок. В самом деле, область аргумента здесь, как правило, изначально дискретна (под интервалом дискретизации понимается переход от индивидуума к индивидууму). Поэтому интеграл Фурье в итоге, так или иначе, сводится к дискретному ряду по некоторым выбранным базисным функциям.

На практике метод гармонического анализа применительно к социологическим исследованиям выглядит следующим образом. Вначале выбирается базис репрезентативных функций (моделей индивидуумов), по которым в дальнейшем будут раскладываться результаты опроса. С учетом выбранного базиса формируется приемлемый перечень тестовых вопросов, позволяющий получить наименьшую погрешность при последующем анализе. В результате проведения социологического исследования получается суммарная последовательность результатов опроса (естественно, зашумленная погрешностями измерений), над которой затем выполняется спектральный анализ. В его неадаптивном варианте исходная последовательность раскладывается по изначально выбранному на-

бору «частот» базисных функций, охватывающему весь предполагаемый спектр моделей, которые участвуют в опросе индивидуумов. В адаптивном варианте этот набор не задается априори, а находится в процессе самого спектрального разложения (изначально указывается лишь количество «частот», т.е. порядок модели). Как следствие, в обоих случаях получается амплитудный спектр исходной выборки в принятом базисе моделей индивидуумов (т.е. относительное количество респондентов той или иной модели в группе опрошенных). Подчеркнем, что при спектральном анализе «частота» – это не вероятность встретить тот или иной тип личности, а некая ключевая характеристика индивидуума (например, «полностью компетентный», «средней компетентности», «полностью некомпетентный»).

Важным является вопрос о конкретных методах анализа спектров, поскольку классические способы гармонического и спектрального оценивания обычно оказываются малоэффективными при обработке результатов моделирования статистических выборок из-за ограниченности их длины и значительной зашумленности. Поэтому возникает проблема выбора альтернативных алгоритмов для гармонического разложения дискретных функций. К таким алгоритмам относятся, в частности, методы Прони [2].

Эти методы берут начало в XVIII веке, когда барон де Прони исследовал методы аппроксимации с помощью экспоненциальной модели некоторой совокупности данных, характеризующих соотношение между давлением и объемом газов, причем в его процедуре применялась точная регрессионная подгонка данных, лучшая, чем в методе наименьших квадратов. Коэффициенты регрессии использовались затем в качестве коэффициентов полинома, корни которого являлись модельными экспонентами. Амплитуда каждой экспоненциальной компоненты отыскивалась в результате повторного прохода по данным. Рассмотрим современные модификации предложенного метода Прони.

Методы Прони являются способом гармонического анализа функций, основанным, подобно авторегрессионным алгоритмам, на параметрической модели процесса. Однако от алгоритмов спектрального оценивания они отличаются тем, что эта модель является детерминированной, а не вероятностной. Методы Прони заключаются в замене исходной функции $f(x)$ тригонометрическим или экспоненциальным полиномом вида:

$$f(x) = \sum_{m=1}^M F_m e^{-\lambda_m x} \quad (1)$$

или, в дискретной форме, с использованием преобразования Лапласа:

$$f_1 = \sum_{m=1}^M F_m z_m^1, \quad (2)$$

где F_m – амплитуда m -й составляющей; λ_m – ее постоянная (декремент) затухания; $z_m = \exp(-\lambda_m \Delta x)$ – преобразование Лапласа исходной последовательности.

Постоянные λ_m заранее не известны и находятся в результате анализа. При этом возможны два случая:

– количество M экспонент в ряде (1) или (2) равно половине количества отсчетов L исходной функции (длины выборки). Поскольку каждый член ряда характеризуется двумя неизвестными параметрами (постоянная затухания и амплитуда), общее число неизвестных равно количеству исходных данных и имеет место интерполяция функции;

– количество членов ряда меньше половины длины выборки. В данном варианте возможна только аппроксимация исходной функции, которая выполняется методом наименьших квадратов. Вместо самой функции $f(x)$ в левой части формулы (2) при этом появляется ее оценка (estimation) $f^e(x)$:

$$f_1^e = \sum_{m=1}^M F_m z_m^l. \quad (3)$$

Алгоритм интерполяции функции рядом (2) (исходный метод Прони) заключается в решении линейного матричного уравнения для коэффициентов характеристического полинома [2] с последующей факторизацией этого полинома, в результате чего находятся постоянные λ_m . Затем на основе полученных базисных постоянных решается матричное уравнение для амплитуд F_m (также линейное):

$$[z]F = f, \quad (4)$$

где $[z]$ – квадратная (МЧМ) матрица значений z_m^l , имеющая вид:

$$[z] = \begin{pmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \dots & z_M^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \dots & z_M^1 \\ & & \dots & \\ z_1^{M-1} & z_2^{M-1} & \dots & z_M^{M-1} \end{pmatrix}; \quad (5)$$

F и f – векторы значений F_m и f_l (здесь $l = 0 \dots M-1$).

Таким образом, процедура интерполяции, благодаря своей поэтапности, имеет достаточно простой вид.

В противоположность интерполяции, попытка аппроксимации исходной зависимости рядом (3) приводит к нелинейным уравнениям, непосредственное решение которых в настоящее время невозможно. В качестве альтернативной меры используется смешанный субоптимальный подход (так называемый метод наименьших квадратов Прони [2]). На первом этапе исходная функция подвергается спектральному анализу, например, одним из авторегрессионных методов. Из полученных коэффициентов линейного предсказания формируется полином, который затем факторизиру-

ется. Найденные корни z_m определяют постоянные λ_m предполагаемых компонент в разложении оценки функции (3). Последующий расчет амплитуд F_m этих составляющих не составляет труда, так как соответствующее матричное уравнение является уже линейным.

Вторым этапом алгоритма Прони, как отмечалось выше, является факторизация характеристического полинома с нахождением всех его нулей $z_1 \dots z_M$. Для полиномов с комплексными и вещественными коэффициентами наиболее пригодны методы Дженкинса-Трауба и Дженкинса соответственно. Поскольку порядок модели оцениваемой группы обычно выбирается невысоким (не более нескольких десятков) – эти алгоритмы удовлетворительно работают в их оригинальном варианте. Однако при необходимости в них можно внести усовершенствования, описанные в [3], которые обеспечивают надежность поиска корней полиномов более высокой степени. Третьим этапом методов интерполяции и аппроксимации является решение системы линейных уравнений (4). Метод решения системы – гауссово исключение с частичным выбором ведущего элемента и без итерационного уточнения.

Несмотря на повышенную сложность, для анализа социологических выборок следует по возможности использовать именно метод наименьших квадратов Прони. Дело в том, что вследствие присущей статистическому подходу зашумленности исходных данных интерполяция приводит к значительным флуктуациям вычисленных параметров. Это отрицательно сказывается на точности моделирования. Лишь для существенно детерминированных выборок может оказаться целесообразным применение интерполяции, более устойчивой к плохой обусловленности исходных данных.

Поскольку в перспективе описываемые процедуры должны быть не только средством анализа результатов социологических исследований, но и составной частью комплексного адаптивного обучающего алгоритма, необходимо обеспечить их надежное функционирование при произвольных значениях исходных функций. Как показывает практика, наибольший процент аварийных завершений метода наименьших квадратов Прони происходит на этапе спектрального анализа исходной выборки с помощью авторегрессионной модели. Использование для этой цели интерполяции существенно повышает надежность всего алгоритма. Разумным компромиссом здесь может быть описанный в [4] смешанный подход, сочетающий интерполяцию и аппроксимацию на различных этапах декомпозиции.

3. Спектральное разложение исходной функции

После изложения теоретических основ работы современных алгоритмов спектрального разложения статистических выборок, рассмотрим математический аппарат построенной на их базе адаптивной модели обучающей системы.

Для применения алгоритма спектрального анализа необходимо выбрать систему ортогональных базисных функций, по которым осуществляется декомпозиция исходной выборки. Использование затухающих экспонент упрощает составление списков тестовых вопросов для формирования выборок, поскольку в таком случае они должны быть отсортированы в естественном для обучения порядке: от простых к сложным.

На основе выбранной системы базисных функций в неадаптивном варианте алгоритма синтезируется вектор \mathbf{u} из M стандартных моделей индивидуумов для последующего обучения. Нулевой элемент вектора \mathbf{u} соответствует модели с нулевым декрементом $\lambda_0 = 0$. Это полностью компетентный в данной предметной области индивидуум. Последний $[(M-1)\text{-й}]$ элемент с наибольшим декрементом $\lambda_{M-1} = \lambda_{\max}$ описывает модель полностью некомпетентного индивидуума. В случае адаптивного варианта алгоритма конкретные значения λ_m , естественно, изначально не задаются, а определяются из исходной выборки.

Затем составляется список тестовых вопросов в виде вектора \mathbf{q} из L элементов ($L \geq 2M$). Нулевой элемент вектора \mathbf{q} соответствует вопросу нулевого уровня сложности с вероятностью ответа моделью индивидуума любого уровня компетентности $f_0 = 1$. Следующий (1-й) элемент вектора \mathbf{q} содержит вопрос минимального конечного уровня сложности. Сложность последующих элементов монотонно нарастает. Последний $[(L-1)\text{-й}]$ элемент q_{L-1} реализует вопрос максимальной сложности с вероятностью ответа моделью индивидуума любого уровня компетентности, кроме модели u_0 с нулевым декрементом λ_0 (полностью компетентного специалиста), близкой к нулю. Пример условного вектора тестовых вопросов для специалистов в области информатики приведен в таблице.

Таблица. Условный вектор тестовых вопросов

Номер вопроса	Содержание вопроса
0	Как Вас зовут?
1	Есть ли у Вас дома компьютер?
2	Для чего предназначена клавиатура?
...	...
$L/2$	В чем преимущество реляционных баз данных?
...	...
$L-1$	Как организован алгоритм вычислений в квантовом компьютере?

После проведения тестирования группы из K индивидуумов формируется вектор \mathbf{f} исходной выборки нормированной вероятности правильных ответов группы испытуемых из L элементов. При этом l -й элемент выборки ($l = 0 \dots L-1$) вычисляется по формуле:

$$f_l = \frac{k_l^+}{K},$$

где k_l^+ – количество правильных ответов на вопрос с номером l . Очевидно, что в пределах погрешности измерений f_0 близко к единице, f_{L-1} близко к нулю.

Следующим этапом моделирования является спектральное разложение полученной выборки \mathbf{f} по выбранной системе базисных функций \mathbf{u} . Для наглядности поясним данный процесс на примере. Возьмем гипотетическую испытуемую группу из $K = 3$ фактических индивидуумов, строго соответствующих трем базисным моделям: полностью компетентного с декрементом $\lambda_0 = 0$; индивидуума средней компетентности с декрементом $\lambda_1 \approx 1$; полностью некомпетентного индивидуума с декрементом $\lambda_2 \gg 1$. Тогда значения вероятности правильных ответов каждого из них как функции номера вопроса l ($l = 0 \dots 5$) в идеализированном случае (без шумов измерений) будут иметь вид, приведенный на рис. 1 (кривые 1, 2, 3 соответственно): $f_l^k = \exp(-\lambda_k x_l)$, где $x_l = l\Delta x$, Δx – интервал относительной сложности вопроса.

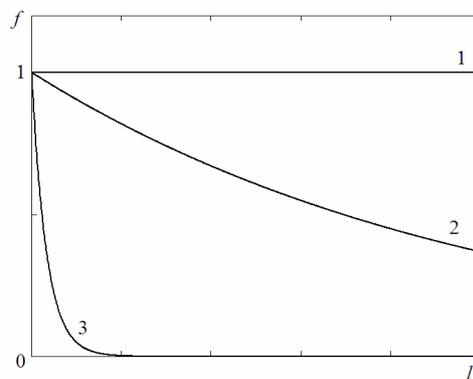


Рис. 1. Модели индивидуумов

Идеализированная исходная выборка из $L = 6$ элементов нормированной вероятности \mathbf{f} правильных ответов приведенной группы испытуемых равна, очевидно, $1/3$ от суммы вероятностей таких ответов для каждого из ее членов (кривая 1 на рис. 2). По внешнему виду этой кривой трудно оценить, каково относительное число индивидуумов с той или иной компетентностью в группе. Однако в результате решения системы шести линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} F_0 e^{-\lambda_0 x_0} + F_1 e^{-\lambda_1 x_0} + F_2 e^{-\lambda_2 x_0} = 3f_0; \\ F_0 e^{-\lambda_0 x_1} + F_1 e^{-\lambda_1 x_1} + F_2 e^{-\lambda_2 x_1} = 3f_1; \\ \dots \\ F_0 e^{-\lambda_0 x_5} + F_1 e^{-\lambda_1 x_5} + F_2 e^{-\lambda_2 x_5} = 3f_5 \end{cases} \quad (6)$$

могут быть определены неизвестные λ_m и F_m ($m = 0, 1, 2$). В этой системе F_m – относительное количество индивидуумов с компетентностью, описываемой декрементом λ_m , в испытываемой группе ($0 \leq F_m \leq 1$). Вектор \mathbf{F} называется амплитудным спектром исходной выборки вероятностей в системе выбранных базисных функций модели $\exp(-\lambda_m x)$. Нетрудно видеть, что в данном простейшем примере порядок

модели M совпадает с фактическим количеством индивидуумов в тестируемой группе K . В общем случае длина вектора \mathbf{F} равна, разумеется, выбранному порядку модели M .

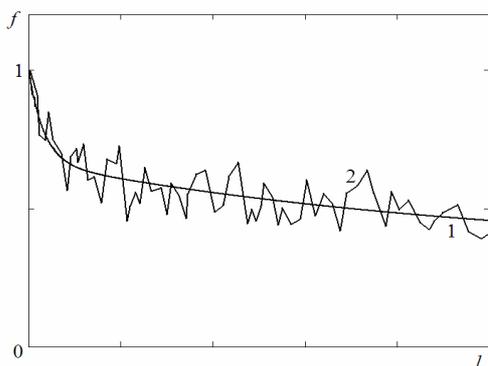


Рис. 2. Выборка нормированной вероятности правильных ответов

Уравнение (6) является тривиальным примером реализации исходного метода Прони. На практике, однако, дело обстоит сложнее. Выборка \mathbf{f} всегда искажена шумами измерений (кривая 2 на рис. 2), вызванными различными факторами, в том числе конечной вероятностью случайного угадывания правильного ответа. Поэтому вместо исходного метода Прони в статистических моделях целесообразно применять метод наименьших квадратов Прони, причем порядок модели M должен быть существенно меньше как длины L вектора тестовых вопросов \mathbf{q} , так и объема тестируемой группы K . Только в этом случае возможно нивелировать шум измерений до значений, приемлемых с точки зрения адекватности синтезируемой в последующем управляющей (предметной) функции обучения, предназначенной для корректировки учебных программ.

4. Синтез предметной функции

Заключительным этапом алгоритма адаптивной модели обучающей системы является формирование указанной выше управляющей (предметной) функции, адаптированной к начальной компетентности протестированной выборки обучаемых. В качестве исходной информации используется амплитудный спектр выборки в базисе M функций стандартных моделей индивидуумов \mathbf{u} . Еще раз подчеркнем, что предметная функция синтезируется не для K реальных индивидуумов, а для M «репрезентативных» моделей, наилучшим образом аппроксимирующих компетентность реального контингента группы.

Предметная функция обучения \mathbf{d} – это вектор из N элементов, каждый из которых описывает относительный вес некоторого предметного раздела (содержательного модуля) в общем объеме учебной программы V . Например, если общий объем программы обучения по некоторой дисциплине составляет 36 часов, программа состоит из трех содержательных модулей, а значения элементов вектора \mathbf{d} равны:

$$d(0) = 0,25; \quad d(1) = 0,5; \quad d(2) = 0,25,$$

то на первый модуль выделяется 9 часов, на второй – 18, на третий – 9. Очевидно, что вектор \mathbf{d} должен быть нормирован таким образом, чтобы сумма его элементов составляла единицу.

Формирование предметной функции обучения на базе амплитудного спектра социологической выборки возможно с использованием различных целевых алгоритмов. Простейшим, очевидно, является линейное преобразование вектора \mathbf{F} в вектор \mathbf{d} с помощью трансляционной матрицы $[\mathbf{T}]$. Это прямоугольная $(M \times N)$ матрица значений T_m^n , имеющая вид:

$$[\mathbf{T}] = \begin{pmatrix} T_0^0 & T_1^0 & \dots & T_{M-1}^0 \\ T_0^1 & T_1^1 & \dots & T_{M-1}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_0^{N-1} & T_1^{N-1} & \dots & T_{M-1}^{N-1} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Каждый столбец матрицы (7) – это вектор \mathbf{d}_m , оптимизированный исключительно для модели индивидуума с начальной компетентностью, описываемой декрементом λ_m , где m – номер столбца. Результирующий вектор предметной функции обучения вычисляется по формуле: $\mathbf{d} = [\mathbf{T}]\mathbf{F}$, после чего выполняется его указанная нормировка.

Целевая функция для оптимизации может строиться на использовании различных критериев. В качестве экстремальных примеров можно привести различие в подходах СССР и США к распределению средств на научные исследования во второй половине XX века. В США основные ассигнования выделялись на те области, где имело место отставание от других стран. СССР, напротив, выделял деньги большей частью в области исследований, в которых сохранялся его приоритет. Каждый подход имеет определенную логику, однако в образовании, по-видимому, нецелесообразно и неэтично придерживаться столь радикальной дифференциации.

Например, если отсортировать предметные области в порядке возрастания необходимости творческого подхода, элементы столбцов матрицы $[\mathbf{T}]$ с номерами 0, $M/2$ и $M-1$ могут иметь тренды, схематически показанные на рис. 3 (кривые 1, 2, 3 соответственно). Для будущих специалистов с наименьшей начальной компетентностью (кривая 3) основной акцент в обучении делается на предметные области, требующие минимума творческого подхода. В области информатики это могут быть, например, работа с операционными системами в качестве пользователя, эксплуатация офисных приложений и т.п. Специалисты со средней начальной компетентностью (кривая 2) изучают все предметные области примерно в равной степени. Наконец, показавшим наибольшую исходную компетентность обучаемым (кривая 1) можно в увеличенном объеме давать наиболее проблемные области, требующие для последующей работы соответствующую

щего творческого подхода (теория алгоритмов, экспертные системы и т.д.).

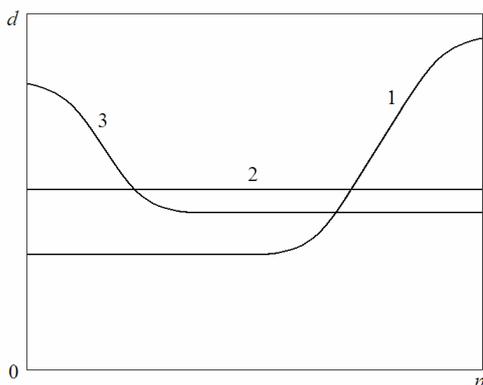


Рис. 3. Возможные тренды предметной функции

Достоинством описанного линейного преобразования вектора F в вектор d с помощью трансляционной матрицы (7) является простота и очевидность результата (объемы предметных областей в программе обучения линейно зависят от относительного количества моделей обучаемых с тем или иным начальным уровнем компетентности в исходной выборке). Описанные ранее алгоритмы методов Прони в данном случае имеют редуцированный вид, поскольку декременты λ_m компонент выбранной модели задаются априори при формировании матрицы $[T]$, а не определяются из выборки исходных данных.

Однако линейный (неадаптивный) алгоритм преобразования не всегда является оптимальным с точки зрения достижения максимальной эффективности обучения в государственных масштабах. В некоторых случаях более выгодным может оказаться преобразование векторов с помощью некоторой нелинейной векторной функции векторного аргумента: $d = D(F)$.

Декременты всех M компонент адаптивной модели в данном подходе не задаются априори, а находятся путем анализа исходной выборки, т.е. методы Прони используются в своем изначальном варианте. Такой алгоритм требует, дополнительных исследований для нахождения возможных видов функции D .

5. Выводы

Адаптивные алгоритмы в моделях обучения имеют значительные перспективы в связи с возможностью увеличения на их базе эффективности образования и повышения итоговой компетентности специалистов в целом по государству. В качестве основы таких алгоритмов целесообразно использовать авторегрессионные модели спектрального анализа и методы Прони. Однако для полной реализации возможностей адаптивных алгоритмов необходимы дальнейшие исследования в области построения целевых функций для оптимизации учебных программ.

Научная новизна исследования состоит в том, что впервые для обработки результатов социологических исследований предложено использовать их спек-

ральное разложение по системе базисных функций (моделей индивидуумов) с помощью адаптивных алгоритмов спектрального анализа. Полученные амплитудные спектры предлагается использовать для целенаправленного воздействия на протестированную выборку обучаемых индивидуумов путем линейного или нелинейного преобразования их в предназначенную для этого управляющую (предметную) функцию обратной связи.

Практическое значение данной работы заключается в возможности применения полученных результатов для разработки автоматизированных систем оптимизации учебного процесса, которые позволят повысить эффективность подготовки кадров до теоретически возможного предела, обеспечив должный уровень компетентности выпускаемых специалистов в общегосударственном масштабе.

Аналогичные результаты до настоящего времени практически отсутствовали в литературе. Методы спектрального анализа, приведенные в [2] и др., описаны безотносительно к области их применения, не являясь таким образом достаточно адаптированными для решения поставленных во введении целей и задач.

Целью дальнейших исследований должно явиться выяснение адекватности и устойчивости линейного и нелинейного преобразований амплитудных спектров результатов социологических исследований в управляющие функции обратной связи.

Литература: 1. *Передпроектні дослідження розробки та впровадження системи дистанційного навчання в Харківському національному економічному університеті* / В.П.Степанов, О.М.Барков, І.О.Борозенець та ін. // X.: Вид. ХНЕУ, 2010. 188 с. 2. *Марпл-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л.Марпл-мл. // М.: Мир, 1990. 584 с. 3. *Грицунов А.В.* Выбор методов спектрального оценивания временных функций при моделировании СВЧ-приборов / А.В.Грицунов // Радиотехника. 2003. № 9. С. 25–30. 4. *Gritsunov A.V.* Harmonic Decomposition of an Exciting Current in Simulation of the Electron Devices / A.V.Gritsunov, L.Y.Turenko // Telecomm. and Radio Engineering. 2002. V. 58, No. 11–12. P. 56–66.

Поступила в редколлегию 17.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Панченко А.Ю.

Грицунов Александр Валентинович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры информатики и компьютерной техники Харьковского национального экономического университета. Научные интересы – вычислительная математика и математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 9а, E-mail: gritsunov@list.ru, тел. (057) 758-77-10.

Степанов Валерий Павлович, канд. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и компьютерной техники Харьковского национального экономического университета. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 9а, E-mail: wps232@rambler.ru, тел.: (057) 758-77-10.

Нестеренко Лариса Васильевна, ст. преп. кафедры прикладной математики и информационных технологий Харьковского национального университета городского хозяйства. Адрес: Украина, 61002, Харьков, ул. Революции, 12, тел. (057) 707-31-31.

РОЗРОБКА ОЦІНКИ ЯКОСТІ ЗНАНЬ ЗА ТЕМОЮ «РОБОТА З ФОРМУЛАМИ В РЕДАКТОРІ ЕЛЕКТРОННИХ ТАБЛИЦЬ ПАКЕТУ OPENOFFICE»

БОНДАРЕНКО М.А.

Розробляється підсистема контролю якості знань студентів за темою «Робота з формулами в редакторі електронних таблиць пакета OpenOffice». Описуються результати розробки програмного та інформаційного забезпечення такої підсистеми. Розроблена програма може бути використана в навчальному процесі як незалежно, так і в складі системи контролю якості знань.

1. Вступ

В останні роки широко застосовуються методи автоматизованого контролю якості знань. Вони являють собою деякі тести, де студентам пропонується набір питань і кілька варіантів відповідей на кожне з них. Тестування застосовується в навчальному процесі для оперативного контролю студентів, попередньої оцінки засвоєння отриманих знань та закріплення пройденого матеріалу. Система тестування поділяється на дві основні задачі: 1) розробка програмного забезпечення; 2) розробка набору питань і варіантів відповідей на них (інформаційного забезпечення).

2. Основний зміст

Розв'яжемо задачу програмного та інформаційного забезпечення [1] підсистеми контролю якості знань за темою «Робота з формулами в редакторі електронних таблиць пакета Open Office».

Програмне забезпечення [2] підсистеми контролю якості знань має виключити «механічний» пошук правильних відповідей. Вимогою до інформаційного забезпечення є наявність достатньої кількості питань по заданій темі. Це знижує імовірність випадкового одержання позитивної оцінки та підвищує точність і об'єктивність результатів тестування. Мінімальна кількість питань у тесті має бути в два рази більш, ніж максимальний бал, за яким оцінюються знання. Обов'язковою вимогою до помилкових варіантів відповідей (так званих дистракторів) є їх «правдоподібність». Відповіді мають бути сформульовані таким чином, щоб студент не міг логічно відкинути явно неправильні варіанти. Вони повинні бути «схожими» на правильну відповідь. У результаті проведеного аналізу можна сформулювати такі вимоги до підсистеми контролю якості знань:

– вимоги до програмного забезпечення:

програма має: 1) забезпечувати появу варіантів відповіді на кожне питання у випадковому порядку; 2) давати можливість студенту повертатися до вже пройдених питань і змінювати вибір варіанта відповіді;

3) забезпечувати вимогу відповіді на усі питання тесту; 4) давати можливість викладачу після закінчення тестування переглянути, які варіанти відповідей вибрав студент;

– вимоги до інформаційного забезпечення:

1) тест має містити достатню кількість питань (у два рази більше, ніж максимальний бал); 2) питання тесту повинні повністю охоплювати всю тему; 3) для кожного питання має бути не менш чотирьох варіантів відповідей; 4) варіанти відповідей повинні виглядати «правдоподібними».

Проведений аналіз показав, що можливо, як мінімум, два підходи до організації даних. При першому підході дані тесту (питання, варіанти відповідей, інформація про правильні відповіді) зберігаються у вихідному коді програми. Другий підхід передбачає збереження даних тесту в зовнішніх файлах. Вибрано такі параметри програмного та інформаційного забезпечення:

– дані тесту зберігаються в окремому файлі в закодованому вигляді;

– тест розрахований на 10 питань;

– до кожного питання пропонується 4 варіанти відповіді, тільки один із яких є правильним;

– програма розрахована на оцінку по 5-бальній системі;

– програма пред'являє і питання, і варіанти відповідей у випадковому порядку;

– програма допускає переходи від одного питання до іншого в будь-якому порядку з можливістю змін вибору варіанта відповіді.

В результаті проведеного аналізу визначені основні вимоги до програмного та інформаційного забезпечення. Розробка програмного забезпечення здійснена мовою Delphi у середовищі Delphi. Для діалогового вікна підсистеми контролю якості знань розроблена форма (рис. 1).

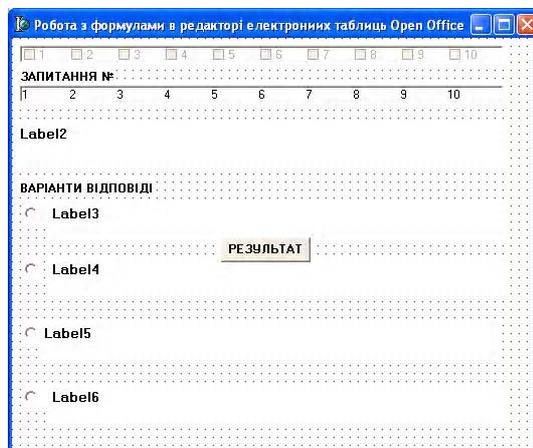


Рис. 1. Діалогове вікно підсистеми контролю знань

При розробці програми була обрана така структура даних. Визначені такі типи:

1) Otv представляє собою запис з полями: Otv – рядок, що містить один варіант відповіді; Prav – показує, чи є цей варіант відповіді правильним; Uch – показує правильний варіант відповіді;

2) VVO (питання і варіанти відповіді) – запис, що містить питання і чотири варіанти відповіді до нього.

Оголошені такі глобальні змінні:

1) масив M, що містить 10 питань тесту і варіанти відповідей до них;

2) цілочисельна змінна NomVopr, що у процесі роботи буде містити номер поточного питання;

3) змінні SO (список відповідей) і SV (список питань), необхідні для збереження послідовності випадкових чисел.

Розроблено такі процедури і функції.

1) Функція Decoding приймає рядок, що містить текст у закодованому вигляді.

2) Процедура Rand4 (var RA:AR4) повертає масив з чотирьох чисел.

3) Процедура Rand10 (var RA:AR4) не має вхідних аргументів. Як результат процедура повертає цілочисельний масив з десяти чисел, що містить різні випадкові числа від 1 до 10.

4) Процедура PokazVoprosa не має вхідних і вихідних параметрів. Вона використовується для відображення в діалоговому вікні питання і варіантів відповіді на нього.

5) Процедура Gotov перевіряє, чи були дані відповіді на всі питання тесту.

Програмування подій:

1) Подія FormCreate працює відразу після появи діалогового вікна програми на дисплеї.

2) Події RadioButton1Click – RadioButton4Click працюють при натисканні на один з елементів керування RadioButton при виборі варіанта відповіді.

3) Подія ListBox1Click працює при натисканні лівою кlawішею миші на який-небудь номер питання в елементі ListBox1.

4) Подія Button1Click працює при натисканні на кнопку «Результат». При цьому підраховується кількість правильних відповідей і виходячи з цього ставиться оцінка за 5-бальною шкалою.

Після запуску програми на екрані з'являється діалогове вікно з першим питанням тесту. Питання і варіанти відповідей наведені у випадковому порядку (рис.2).

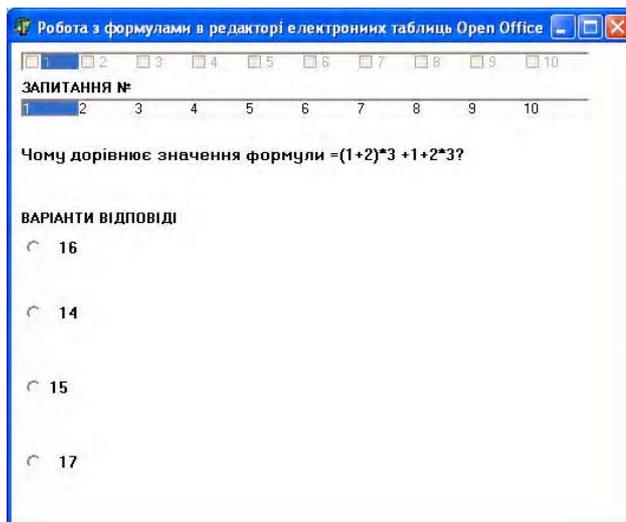


Рис. 2. Після запуску програми відображається перше питання тесту

Правильний варіант відповіді вказується шляхом натискання лівою кlawішею миші в білому кружечку, розташованому біля обраної відповіді (рис. 3).

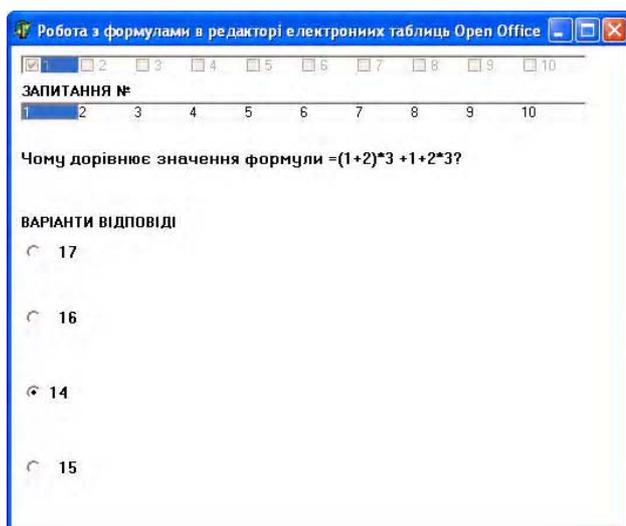


Рис. 3. Вибір варіанта відповіді

Після вибору варіанта відповіді програма автоматично перейде до наступного питання. У будь-який момент можна перейти до будь-якого питання і змінити вибір варіанта відповіді. Коли всі питання пройдені, з'являється наступне повідомлення (рис. 4).

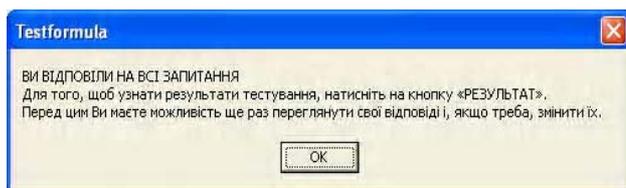


Рис. 4. Повідомлення про те, що всі питання вичерпано

У середній частині вікна з'являється кнопка «Результат» (рис. 5).

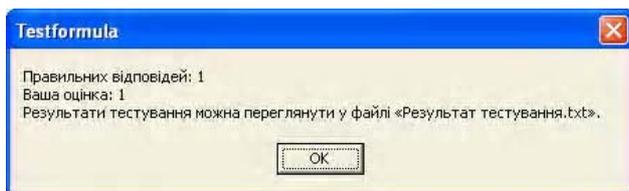


Рис. 5. Результати тестування

Докладніше результати тестування можна переглянути за допомогою будь-якого текстового редактора (рис. 6).

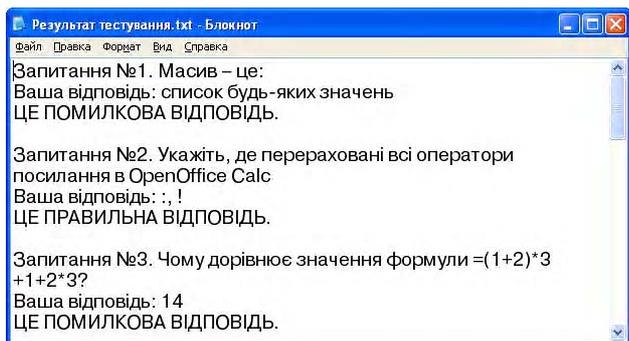


Рис. 6. Перегляд результатів тестування в текстовому файлі (фрагмент)

3. Висновки

Наукова новизна. Розроблена підсистема контролю якості знань студентів за темою «Робота з формулами в редакторі електронних таблиць пакета OpenOffice». Представлені результати розробки програмного та інформаційного забезпечення підсистеми. Наведено результати тестування підсистеми контролю якості знань, які показують, що розроблений програмний продукт працює відповідно до технічного завдання. Розроблена підсистема може бути використана в навчальному процесі для контролю якості знань студентів як автономно, так і в складі загальної системи.

Література. 1. *Бондаренко М.А.* Основні напрямки розвитку в комп'ютерній галузі, МОНУ. Харків: «Бізнес-Інформ», 2008. 69бс. 2. *Бондаренко М. А.* Основи інформаційних технологій та програмування. Підручник МОНУ, Харків: «ФОП Павленко О.Г.», 2010. 536 с.

Надійшла до редколегії 11.09.2012

Бондаренко Микола Андрійович, канд. техн. наук, професор Української інженерно-педагогічної Академії. Наукові інтереси: проектування технічних систем. Адреса: Україна, 61100, Харків, вул. Клочківська, 195 г, кв. 44, тел. 719-50-01.

РЕФЕРАТИ

УДК 621.385.6

Моделювання перетворення частоти в фотонних молекулах з показником заломлення, що змінюється в часі / Н.К. Сахненко // Радіоелектроніка та інформатика. 2012. №3. С.3-7.

Теоретично досліджено нестационарний відгук моди галереї шепотіння фотонної молекули на стрибкоподібну зміну у часі показника заломлення. Показано, що зміна показника заломлення веде до зсуву частоти моди, причому його величина залежить як від величини зміни показника заломлення, так і від симетрії моди. Знайдено класи мод фотонних молекул, для яких величина зсуву частоти перевищує аналогічну величину для відокремленого резонатора.

Лл. 8. Бібліогр.: 15 назв.

УДК 621.3.049.77-048.24:537.2

Вплив електростатичних розрядів на програмне забезпечення, інстальоване у вбудовану flash-пам'ять мікроконтролерів / В.Ф. Алексєєв, Г.А. Піскун // Радіоелектроніка та інформатика. 2012. №3. С.8-12.

Проведені експериментальні дослідження по дії електростатичних розрядів на програмний код, інстальований в flash-пам'ять мікроконтролерів. Встановлено, що накопичений заряд статичної електрики, рівний 6,4 кВ, приведе до пошкодження 94 % інформації, що зберігається в flash-пам'яті мікроконтролерів типу AT89C51RC. Запропонована методика проведення випробування flash-пам'яті мікроконтролерів на чутливість до електростатичних розрядів.

Табл. 2. Лл. 4. Бібліогр.: 26 назв.

УДК 517.9:532.5

Застосування ітераційних методів до розв'язання зовнішніх задач гідродинаміки / С.В. Колосова, С.М. Ламтюгова, М.В. Сидоров // Радіоелектроніка та інформатика. 2012. №3. С.13-17.

Розглянуто задачу розрахунку зовнішніх вісесиметричних стаціонарних течій в'язкої нестисливої рідини (обтікання скінченних тіл обертання). Запропоновано чисельний метод її розв'язання, оснований на сумісному застосуванні методів R-функцій, послідовних наближень та Гальоркіна-Петрова. Побудовано структуру розв'язку, яка повністю задовольняє крайові умови задачі, в тому числі і умову на нескінченності. Для розв'язання нелінійного рівняння запропоновано ітераційний алгоритм.

Бібліогр.: 25 назв.

УДК 519.63:532.5

Чисельний метод розрахунку фільтраційної течії під флютбетом за наявності лінз / О.П. Блішун // Радіоелектроніка та інформатика. 2012. №3. С.18-22.

Розглянуто плоску фільтраційну течію під гідротехнічною спорудою за умови наявності лінз у області фільтрації. Запропоновано та обґрунтовано наближений метод розв'язання цієї задачі, що базується на спільному використанні принципу суперпозиції, методів R-функцій та Рітца.

Лл. 1. Бібліогр.: 18 назв.

РИ, 2012, № 3

ABSTRACTS

UDC 621.385.6

Modeling of frequency conversion in photonic molecule with refractive index that changes in time / N.K. Sakhnenko // Radioelektronika i informatika. 2012. №3. P.3-7.

Transient response of whispering gallery modes in photonic molecules to an abrupt time change in refractive index is studied theoretically. It is shown that the change of refractive index leads to a shift in mode frequency, and its value depends on the magnitude of the change in the refractive index, and the symmetry of the modes. Symmetry classes of photonic molecule modes for which the value of the frequency shift exceeds the analogous value for an isolated cavity has been found.

Fig.: 8. Ref.: 15 items.

UDC 621.3.049.77-048.24:537.2

Influence of electrostatic discharge on code installed to flash-memory microcontroller / V.F. Alexeev, G.A. Piskun // Radioelektronika i informatika. 2012. №3. P. 8-12.

Features of influence of the electrostatic categories for flash-memory of microcontrollers of type AT89C51RC is experimentally investigated. It is established that saved up for number the static electricity, equal 6,4 kV, will lead to damage of 94 % of an information stored in flash-memory of microcontrollers. The technique of carrying out of test of flash-memory of microcontrollers on sensitivity to electrostatic categories is offered.

Tab. 2. Fig. 4. Ref.: 26 items.

UDC 517.9:532.5

The iterative methods application to solving the external tasks of hydrodynamics / S.V. Kolosova, S.N. Lamtyugova, M.V. Sidorov // Radioelektronika i informatika. 2012. №3. P.13-17.

The problem of calculating the external axisymmetrical stationary flows of viscous incompressible fluid (flowing around finite bodies of rotation) is treated. The numerical method of its solution, based on the joint use of the R-functions method, the successive approximations method and the Galerkin-Petrov method, is offered. The solution structure, which fully satisfies the boundary conditions of the task, including the condition at infinity, is constructed. The iterative algorithm for solving the nonlinear equation is proposed.

Ref.: 25 items

UDC 519.63:532.5

The numerical method for calculation of filtration flow under flood bed with lenses / O.P. Blishun // Radioelektronika i informatika. 2012. №3. P.18-22.

The filtration flow under hydrotechnical construction in case if lenses are in the filtration area is considered. The approximate method for solving this problem is proposed and substantiated. This method is based on combination of the superposition principle, the R-function method and the Ritz's method as well.

Fig. 1. Ref.: 18 items.

УДК 517.95:519.63

Чисельний аналіз нестационарних лінеарізованих задач в'язкої теплопровідної рідини / А.В. Артюх, І.Г. Яловега // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.22-28.

Розглянута лінійна задача розрахунку нестационарної плоскопаралельної течії нестисливої в'язкої теплопровідної рідини у скінченній однозв'язній області. Для опису течії використана система диференціальних рівнянь для функції току та температури. На основі методу R-функцій та проєкційного методу побудовано наближений метод розв'язання цієї задачі. Проведено обчислювальний експеримент для модельної задачі.

Лл. 6. Бібліогр.: 22 назви.

УДК 517.95:519.63

Чисельний аналіз процесів перемішування методом R-функцій / Н.В. Гибкіна, Н.С. Роговий, М.В. Сидоров, Г.В. Стаднікова // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.28-34.

Розглянуто задачу перемішування в'язкої рідини у однозв'язній двовимірній області. Для її розв'язання запропоновано наближений метод, який базується на методах R-функцій і Рітца. Проведено розрахунки для модельної задачі.

Лл. 13. Бібліогр.: 16 назв.

УДК 004.415.2

Функціонально-орієнтоване проектування інформаційно-аналітичних систем. Методи визначення коефіцієнтів пріоритетності часткових показників ефективності / Л.Ф. Василевич, А.Ю. Михайлюк, О.С. Михайлюк, Л.М. Огнівчук, В.П. Тарасенко // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.35-45.

У межах формалізованого підходу до проектування високоефективних функціонально-орієнтованих інтелектуальних інформаційно-аналітичних систем (ІАС) та методики аналізу альтернативних проєктів ІАС на основі застосування апарату лінгвістичних змінних досліджено найбільш перспективні методи знаходження коефіцієнтів пріоритетності часткових показників ефективності проєктів ІАС. Отримано математичні залежності, необхідні для застосування цих методів, наведено приклади їх практичного використання та проведено порівняльний аналіз методів. Розглянуто задачу подання коефіцієнтів пріоритетності нечіткими величинами.

Табл. 2. Лл. 4. Бібліогр.: 8 назв.

УДК 681.326:519.713

Метод прирощень підвищення тестопридатності логічних схем керування критичними системами / В.І. Хаханов, К.С. Герасименко // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.45-52.

Запропоновано метод підвищення контролепридатності обладнання захисту керуючої системи безпеки, який характеризується використанням функціональних елементів (порівняння з уставкою, «і», «або», «2 з 4»), побудованих на базі арифметичних операцій без використання логічних команд. Метод дозволяє контролювати працездатність елементів захистів за їх реакцією на зміни вхідного безперервного сигналу і орієнтований на контроль та діагностування прихованих несправностей типу «неспрацювання».

Табл. 1. Лл. 4. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 517.95:519.63

Numerical analysis of nonstationary linearized problems viscous fluid / A.V. Artjukh, I.G. Yalovega // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.22-28.

Consider the linear time-dependent nonstationary plane parallel flow of viscous heat-conducting incompressible fluid. The differential equation system for stream function and temperature definition is used. According to the R-function and Galerkin method numerical solution was build. The computing experiment for model problem was found.

Fig. 6. Ref.: 22 items.

UDC 517.95:519.63

Numerical analysis of mixing processes with the R-function method / N.V. Gibkina, N.S. Rogovyi, M.V. Sidorov, A.V. Stadnikova // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.28-34.

The problem of mixing of a viscous liquid in simply connected two-dimensional domain was considered. The approximate approach based on the Ritz method and the R-functions method was suggested to solve this problem. Calculations for the model problem were made.

Fig. 13. Ref.: 16 items.

UDC 004.415.2

Function-oriented design of information-analytical systems. Methods for determining the priority coefficients of partial performance indicators / L.F. Vasilevich, A.Y. Mykhailiuk, O.S. Mykhailiuk, L.M. Ognivchuk, V.P. Tarassenko // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.35-45.

Within a formalized approach to design of highly efficient functional-oriented intelligent information-analytical systems (IIAS) and the methods of alternative IIAS projects analysis on the base of application of the linguistic variables apparatus, the most perspective methods for finding of prioritization of partial effectiveness indicators of IIAS projects were investigated. The mathematical dependencies necessary for the application of these methods were obtained, examples of their practical using were given and the comparative analysis of methods was performed. The task of the representation of priority coefficients by fuzzy values was considered.

Tab. 2. Fig. 4. Ref.: 8 items.

UDC 681.326:519.613

Method of critical control systems diagnosability improving / V.I. Hahanov, K.E. Gerasymenko // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.45-52.

A method for improving diagnosability of control safety system is proposed. It is characterized by using functional elements (compared to the set point, "and", "or", "2 of 4"), based on arithmetic operations without using logical instructions. The method allows managing the efficiency of security features in their response to changes in the input continuous signal and it is focused on detection and diagnosis of latent faults such as "failure on demand".

Tab. 1. Fig. 4. Ref.: 10 items.

УДК 519.7

Програмна реалізація загальної моделі словозміни прикметників російської мови / І.В. Каменєва, А.С. Афанасьєв // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.52-55.

Розглянута робота програми AdjNet, що заснована на загальній моделі словозміни прикметників російської мови на прикладах вирішення завдань синтезу, аналізу та нормалізації словоформ, а також проведено аналіз вимови повних неприсвійних прикметників щодо звукової форми.

Л. 2. Бібліогр.: 10 назв.

УДК 681.3.06

Прокриптографічну значущість схем розгортання ключів у забезпеченні стійкості блокових симетричних шифрів до атак лінійного та диференціального криптоаналізу / І.В. Лисицька, А.О. Настенко, К.Є. Лисицький // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.56-65.

Розглянута задача оцінки криптографічної значущості схем розгортання ключів у забезпеченні стійкості блокових симетричних шифрів до атак лінійного та диференціального криптоаналізу. Показано, що в протилежність існуючій точці зору схеми розгортання ключів ітеративних (Марковських) шифрів істотної ролі в забезпеченні їх стійкості до атак диференціального і лінійного криптоаналізу не грають.

Таб. 14. Бібліогр. : 25 назв.

УДК 681.324:519.613

Моделі аналізу ефективності обчислювальних структур / В.І. Хаханов, С.В. Чумаченко, Murad Ali Abbas, О.О. Горобець, М.В. Скоробогатий, В.В. Білоус // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С. 66-71.

Розглянуто методи оцінювання обчислювальних структур і пошуку найкоротших шляхів між парою вершин. Розроблено критерій оцінювання ефективності обчислювальних структур на основі використання графової моделі функціональних блоків цифрових систем на кристалах. Запропоновано модифікований алгоритм Дейкстри для визначення середньої вартості міжз'єднань обчислювальної архітектури для кожної пари вершин графа. Виконано верифікацію критерію при оцінюванні ефективності різних топологій обчислювальних структур.

Табл. 5. Л. 3. Бібліогр.: 9 назв.

УДК 004.7

Метод аналізу та підвищення ефективності роботи програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE / Л.С. Глоба, Д.С. Лисенко, М.О. Алексєєв // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.72-78.

Розглянуто підвищення ефективності функціонування програмного забезпечення базових станцій стандарту LTE на фізичному рівні. Створені моделі, методи та програмне забезпечення на їх основі, які базуються на модифікації діаграми потоків даних IDEF0/IDEF1. Розширено набір параметрів опису процесу виконання завдань, удосконалено комплекси методів аналізу, тестування та оптимізації використання апаратних ресурсів. Використання розробленого інструментарію дозволяє скоротити

UDC 519.7

The software implementation of general model inflection of Russian language adjectives / I.V. Kamenieva, A.S. Afanasev // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.52-55.

In the article reviewed the performance of AdjNet application based on a common model of Russian inflection of adjectives. It is decided the problems of synthesis, analysis and normalization of word forms, and also analyze the pronunciation of full adjectives in sound form.

Fig. 2. Ref.: 10 items.

UDC 681.3.06

About cryptographic significance of schemes key schedule in providing resistance block symmetric ciphers to attacks linear and differential cryptanalysis / I.V. Lisitskaya, A.A. Nastenka, K.E. Lisitsky // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.56-65.

The problem of evaluation of the significance of cryptographic schemes unfolding key in ensuring stability of block symmetric ciphers to attack the linear and differential cryptanalysis. We show that in contrast to the existing view key iterative scheme unfolding (Markov) ciphers any significant role in ensuring their resistance to differential attacks and linear cryptanalysis do not play.

Tab. 14. Ref.: 25 items.

UDC 681.324:519.613

Model analysis of the effectiveness of computational structures / V.I. Hahanov, S.V. Chumachenko, Murad Ali Abbas, O.O. Gorobets, M.V. Skorobogaty, V.V. Belous // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.66-71.

Methods for estimating computational structures and search of the shortest paths between a pair of vertices. Developed criteria for assessing the effectiveness of computational structures using graph model of functional blocks of digital systems on a chip. The modified Dijkstra's algorithm to determine the average cost of interconnecting computing architecture for each pair of vertices. Verification of the criteria in evaluating the effectiveness of different topologies of computational structures.

Tab. 5. Fig. 3. Ref.: 9 items.

UDC 004.7

The Method of Analyzing and Improving the Efficiency of LTE Base Stations Software / L.S. Globa, D.S. Lysenko, M.O. Aliksieiev // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.72-78.

The work is dedicated to improving the efficiency of software of LTE base stations on a physical level. Models, methods and the software are based on the modification of IDEF0/IDEF1 data flow diagrams. In the work providing the expanding the set of parameters describing the process tasks, improving systems analysis methods, testing and optimization of the use of a hardware resources. Using of developed tools allows reducing the development time, reducing the cost of software

час розробки, знизити вартість проектування програмно-го забезпечення до 10% та задовольнити вимоги стандарту LTE функціонування базових станцій.

Лл. 15. Бібліогр.: 3 назви.

УДК 629.33:004.8

Вплив функцій належності на якість нечітких регуляторів електрогідравлічних слідкуючих приводів автомобілів / О.Я. Ніконов, В.М. Шуляков // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.79-83.

Створено регулятор для електрогідравлічних слідкуючих приводів автомобілів з використанням нечіткої логіки, штучних нейронних мереж та методів еволюційного моделювання. Проведені експериментальні дослідження щодо впливу функції належності, що використовується, на якість нечітких регуляторів.

Лл. 5. Бібліогр.: 17 назв.

УДК 517.518.4

Про використання методів спектрального розкладання в задачах соціологічного аналізу та планування / О.В. Грицунов, В.П. Степанов, Л.В. Нестеренко // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.83-89.

Розроблено адаптивний алгоритм для оцінювання компетентності фахівців на основі амплітудних спектрів вибірок соціологічних досліджень. Використано методи Проні та декомпозиція по затухаючим експонентам. Запропоновано лінійний та нелінійний методи синтезу адаптивної керуючої функції навчального процесу.

Табл. 1. Лл. 3. Бібліогр.: 4 назви.

УДК 378.147

Розробка оцінки якості знань за темою «Робота з формулами в редакторі електронних таблиць пакета OpenOffice» / М.А. Бондаренко // *Радіоелектроніка та інформатика*. 2012. №3. С.90-92.

Проведено аналіз загальних вимог, висунутих до підсистем контролю якості знань, розроблено відповідне програмне та інформаційне забезпечення для підсистеми контролю якості знань по темі «Робота з формулами в редакторі електронних таблиць OpenOffice». Показано приклади роботи програми, що демонструють коректність її функціонування. Розроблена підсистема може бути використана в навчальному процесі для оперативного контролю якості знань студентів як автономно, так і в складі загальної системи контролю якості знань. Результати демонструють коректність їх роботи.

Лл. 6. Бібліогр.: 2 назви.

designing up to 10% and meeting the requirements of the operation standards of LTE base stations.

Fig. 15. Ref.: 3 items.

UDC 629.33:004.8

The influence of membership functions on the quality of fuzzy controller electrohydraulic servo drives of automobiles / O.J. Nikonov, V.N. Shulyakov // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.79-83.

The controller for electrohydraulic servo drive of automobiles with the use of fuzzy logic, artificial neural networks and evolutionary simulation methods has been created. The experimental research about the effects of used membership function on fuzzy controller quality has been held.

Fig. 5. Ref.: 17 items.

UDC 517.518.4

On the Using of Spectral Decomposition Methods in Problems of Sociological Analysis and Planning / A.V. Gritsunov, V.P. Stepanov, L.V. Nesterenko // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.83-89.

An adaptive algorithm for estimating the competence of specialists on the basis of amplitude spectra of samples of sociological tests is developed. The Prony methods and the decomposition on damping exponentials are used. A linear and non-linear methods of synthesis of an adaptive control function of the educational process are suggested.

Tab.1. Fig. 3. Ref.: 4 items.

UDC 378.147

Development of estimation of quality of knowledges after the theme of «Work with formulas in the editor of spreadsheets of package of OpenOffice» / M.A. Bondarenko // *Radioelektronika i informatika*. 2012. №3. P.90-92.

The analysis of general requirements, pulled out to the subsystems of control of quality of knowledges is conducted, the proper programmatic and informative providing is developed for the subsystem of control of quality of knowledges on the topic of «Work with formulas in editor of spreadsheets OpenOffice». The examples of work are rotined programs which demonstrate correctness of its functioning. The developed subsystem can be utilized in an educational process for operative control of quality of knowledges of students both autonomically and in composition of the general checking of quality of knowledges system. Results demonstrate correctness of their work.

Fig. 6. Ref.: 2 items.

ПРАВИЛА

оформления рукописей для авторов
научно-технического журнала

"Радиоэлектроника и информатика"

Тематика: радиотехника; электроника; телекоммуникации; компьютерные науки; компьютерная инженерия и техническая диагностика; системы и процессы управления; информационные технологии в науке, образовании, культуре, медицине, экономике, экологии, социологии.

Формат страницы — А4 (210x297 мм), поля: сверху — 15, справа, слева, снизу — 20 мм. Количество колонок — 2, интервал между ними — 5 мм. Редактор: Pagemaker 6.0 (можно, но нежелательно Word), гарнитура Times ET (Times New Roman Cyr), кегль — 10 пунктов, межстрочное расстояние — 110%, табуляция — 5 мм.

Объем рукописи — от 2 до 10 с. (языки: русский, украинский, английский). Текст рукописи должен быть структурирован и содержать все *основные части, характерные для научной статьи*: **введение** (отражает *актуальность*, формулирование *цели и задач* исследования); **сущность** (изложение основного материала исследования с описанием идеи, метода, и обоснованием полученных научных результатов); **выводы** (отражают результаты исследования, их *научную новизну* и *практическую значимость*, сравнение с лучшими аналогами, перспективы).

Структура рукописи: заголовок, аннотация, текст, литература, реферат (на украинском и английском языках), сведения об авторах.

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ

УДК 519.713

НАЗВАНИЕ РУКОПИСИ

ФАМИЛИЯ И.О.

(Название желаемого раздела тематики)

Аннотация (на языке статьи, абзац 5-10 строк, кегль 9) помещается в начале статьи и содержит информацию о результатах описанных исследований.

Основной текст можно разделять на 2 и более подразделов с заголовками, выделенными полужирным шрифтом, пронумерованными арабскими цифрами, как показано в следующей строке.

1. Название раздела

Рисунки и таблицы (черно-белые, контрастные) помещаются в текст после первой ссылки в виде *переносимых объектов* и отдельно нумеруются, при наличии более одного рисунка (таблицы), арабскими цифрами. Рисунок содержит подрисовочную центрированную подпись под иллюстрацией (вне рисунка), как показано на рис. 1.

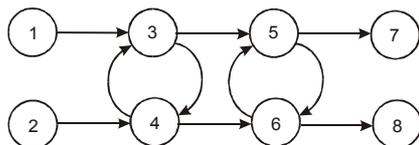


Рис. 1. Граф с контурами

Табличный заголовок располагается справа над таблицей (вне таблицы), что иллюстрируется табл. 1. Редакторы: CorelDraw, Table Editor, Excel.

Таблица 1

Шаг i	1	2	3	4	5	6
$\Phi(1,3)$	1	2	2	4	6	1

Формулы нумеруются при наличии ссылок на них в рукописи. Формулы, символы, переменные, встречающиеся в тексте, должны быть набраны как объекты Microsoft Equation. Рекомендуются высота формульных кеглей: переменная — 10 пунктов, индекс — 8, над- и подиндекс — 8, основной (индексный) математический символ — 12(10):

$$F_{i+i} = \sum_{i=1}^k F_j^i - \prod_{j=1}^{1+h} P_{R_{j+i}} + F^{j-1} + X \sum n^k. \quad (1)$$

Формат переменных (желательно не курсивом — без наклона) в тексте и формулах должен быть идентичным. В тексте над- и подиндексы составляют 70 % от высоты кегля, которые рекомендуются опускать (поднимать) на 17 (33) % относительно основной строки.

Литература (включает опубликованные источники, на которые имеются ссылки в тексте, заключенные в квадратные скобки) печатается без отступа, кегль 9 пунктов.

Образец окончания текста рукописи (литература, сведения об авторах, реферат) представлен ниже.

Литература: 1. *Фамилия И.О.* Название книги. Город: Издательство, 1900. 000 с. 2. *Название сборника / Под ред. И.О. Фамилия.* Город: Издательство, 1900. 000 с. 3. *Фамилия И.О.* Название статьи // Название журнала. Название серии. 1997. Т. 00, № 00. С. 00-00.

Поступила в редколлегию 00.00.00

Рецензент: должность, ученая степень, Фамилия, И.О.

Фамилия, имя, отчество, ученая степень, звание, должность и место работы. Научные интересы. Увлечения и хобби. Адрес, контактные телефоны.

Рефераты представляются на украинском и английском языках.

УДК 000.000.00

Назва статті /Ініціали. Прізвище // Радиоелектроніка та інформатика. 2000. № 00. С. 00-00.

Текст реферату.

Табл. 00. Лл. 00. Бібліогр.: 00 назв.

UDC 000.000.00

Title of paper /Initials. Surname // Radioelektronika i informatika. 2000. N 00. P. 000-000.

Text.

Tab. 00. Fig. 00. Ref.: 00 items.

Представление материалов

Рукопись, рефераты, сведения об авторах — в одном файле, *поименованном фамилией автора*, на дискете 3,5 дюйма. Твердая копия материалов — для граждан Украины — в одном экземпляре: рукопись, подписанная авторами, рефераты, акт экспертизы, внешняя рецензия, подписанная доктором наук, заявление на имя главного редактора со сведениями об авторах.

Адрес редакции: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, ХНУРЭ, комната 321, тел. 70-21-326, e-mail: ri@kture.kharkov.ua; hahanov@kture.kharkov.ua. <http://www.ewdtest.com/ri>

Рекомендовано Ученым советом Харьковского национального университета радиоэлектроники (протокол № 2 от 27.09.2012)

Підписано до друку 27.09.2012. Формат 60x84¹/₈.

Умов. друк. арк. 9,8. Зам. № б/н. Тираж 300 прим. Ціна договірна.

Віддруковано у СПД ФО Степанов В.В.

61168, Харків, Акад. Павлова, 311.