БИОНИКА ИНТЕЛЛЕКТА. 2008. № 2 (69). С. 3–12 ХНУРЭ

УДК 519.7

КОМПАРАТОРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЦВЕТОВОГО ЗРЕНИЯ ЧЕЛОВЕКА

М.Ф. Бондаренко[1], С.Ю. Шабанов-Кушнаренко[2], Ю.П. Шабанов-Кушнаренко[3]

[1, 2, 3] ХНУРЭ, г. Харьков, Украина

Хотя теория компараторной идентификации представляет собой вполне самостоятельную область знания, однако, она имеет много точек соприкосновения с теорией прямой идентификации. В связи с этим здесь рассматриваются те достижения классической теории идентификации, на которые пришлось опираться при разработке вопросов компараторной идентификации.

КОМПАРАТОРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ, ЦВЕТОВОЕ ЗРЕНИЕ, ГИЛЬБЕРТОВО ПРОСТРАНСТВО

Введение

В настоящее время теория компараторной идентификации еще накрепко привязана к конкретной задаче математического описания процесса цветового зрения человека, излагается в ее терминах. Исторически это вполне объяснимо, поскольку именно из недр теории цветового зрения она и выросла. Но теория компараторной идентификации во многом бы выиграла, если бы она была изложена всецело в нейтральных математических терминах. Это способствовало бы ее более успешному применению в других областях науки и техники. В работе ставится задача изложить теорию идентификации линейных конечномерных объектов на чисто математическом языке, отделив ее от содержательных интерпретаций и приложений. Вместе с тем, ставится задача дать психологическую, техническую и социально-экономическую интерпретации теории компараторной идентификации с целью облегчить и стимулировать ее распространение на практике.

1. Прямая идентификация линейных объектов

Наиболее полно теория прямой идентификации разработана для линейных объектов, описываемых отображением вида:

$$y(t)=\int_a^b x(\tau)K(r,t)dr. \qquad (1)$$

Отображение (1) ставит в соответствие входному сигналу $x(\tau)$ объекта его выходной сигнал $y(t)$. Предполагается, что $x(\tau)$ и $y(t)$ – функции вещественных аргументов с вещественными значениями. Аргументы τ и t этих функций определены на интервале $[a,b]$, где a и b – фиксированные числа. Под знаком интеграла в выражении (1) стоит функция Грина, которая выступает в роли числовой характеристики линейного объекта [1].

В теории идентификации объектов, описываемых зависимостью (1), формулируют следующие две основные задачи: 1) задачу структурной идентификации, заключающуюся в отыскании системы свойств объекта, которая определяла бы вид отображения (1); 2) задачу параметрической идентификации, состоящую в определении функции K, характеризующей конкретное преобразование вида (1) [2, 3].

Для решения задачи структурной идентификации обычно используют свойства аддитивности

$$F(x_1(\tau)+x_2(\tau))=F(x_1(\tau))+F(x_2(\tau)) \qquad (2)$$

и однородности

$$F(\alpha x(\tau))=\alpha F(x(\tau)) \qquad (3)$$

объекта [4]. Символом F обозначено произвольное отображение сигнала $x(\tau)$ в сигнал $y(t)$. Отображение (1) удовлетворяет свойству аддитивности при любом выборе функций $x_1(\tau)$, $x_2(\tau)$ и свойству однородности при любом выборе функции $x(\tau)$ и вещественного числа α [5].

В трудах по идентификации иногда упоминается еще свойство непрерывности объекта [6]. Стандартный способ введения непрерывности отображения F сигнала $x(\tau)$ в сигнал $y(t)$ состоит в следующем [7]. Предполагается, что совокупность всевозможных входных сигналов $x(\tau)$ объекта образует вещественное гильбертово пространство $L_2[a,b]$, выходные сигналы $y(t)$ принадлежат тому же пространству. Для каждой функции $x(\tau)$ из $L_2[a,b]$, вводится ее норма по формуле:

$$\|x\|=\sqrt{\int_a^b x^2(\tau)d\tau}\,. \qquad (4)$$

По этой же формуле вычисляется норма и для функций $y(t)$. Далее определяется сходимость по норме, а именно принимается, что x_n сходится к x, если $\|x_n-x\|$ сходится к нулю. Сходимость числовой последовательности c_n к нулю означает, что для любого вещественного числа $\varepsilon>0$ найдется такой номер N, что при всех $n>N$ будет выполняться неравенство $|c_n|<\varepsilon$. Отображение F называют непрерывным относительно функции $x(\tau)$, если из сходимости x_n к x следует сходимость $y_n=F(x_n)$ к $y=F(x)$. Отображение называют непрерывным, если оно непрерывно относительно всех функций, принадлежащих пространству $L_2[a,b]$ [8].

Согласно теореме об общем виде линейного оператора [9] любое аддитивное и непрерывное отображение из пространства $L_2[a,b]$ в то же пространство имеет вид (1). Вместе с тем, известно [10], что аддитивность и однородность задают класс отображений более широкий, чем множество всех отображений вида (1).

Из учения о параметрической идентификации объектов, описываемых отображением (1), упомянем методы импульсного и ступенчатого возмущения. Метод импульсного возмущения [11] состоит в том, что на вход объекта при различных значениях параметра $r=\theta$ подается достаточно узкий импульс, диаграмма которого охватывает единичную площадь. Формально импульс описывается функцией Дирака $\delta=(\tau-\theta)$. Реакция объекта $y_\theta(t)=F(\delta(\tau-\theta))$ совпадает с функцией Грина

$$K(\tau,t)=y_\tau(t)\,. \tag{5}$$

Метод ступенчатого возмущения [12] заключается в том, что на вход объекта при различных значениях параметра $\tau=\theta$ подается единичный скачок:

$$J\,(\tau-\theta)=\begin{cases}0, \text{ если } \tau<\theta,\\ 1, \text{ если } \tau\geq\theta.\end{cases} \tag{6}$$

Пусть $y_\theta(t)=F(J(\tau-\theta))$ — реакция объекта на единичный скачок. Тогда функция Грина для отображения (1) может быть вычислена по формуле:

$$K(\tau,t)=\frac{\partial y_\tau(t)}{\partial t}. \tag{7}$$

При численных расчетах прибегают к квантованию интервала $[a,b]$, на котором заданы сигналы $x(\tau)$ и $y(t)$ [13]. Обычно используют равномерный шаг квантования. Число квантов на интервале может быть различным для входного и выходного сигналов. Пусть m — число квантов для входного сигнала, n — для выходного. Схема квантования входного сигнала показана на рис. 1.

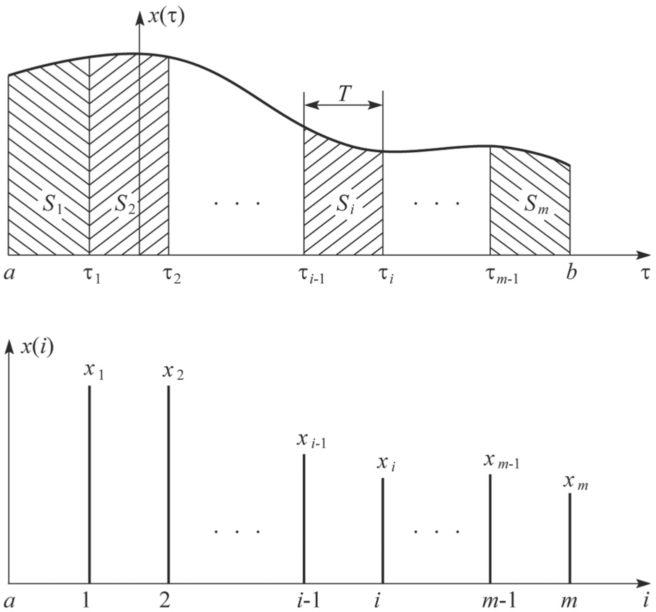

Рис. 1

Шаг квантования $T=(b-a)/m.$ Символами $s_1, s_2,...,s_i,...,s_m$ обозначены площади под кривой $x(\tau)$ на интервалах $[a,\tau_1],[\tau_1,\tau_2],...,\ [\tau_{i-1},\tau_i],...,$ $[\tau_{m-1},b]$, где $\tau_i=a+iT$. Функция $x(\tau)$ после квантования превращается в решетчатую функцию $x(i)$, значения которой $x_i=x(i)$ равны $x_i=S_i/T.$ Они теперь зависят от номера i, который изменяется в пределах от 1 до m. Аналогично квантуется выходной сигнал $y(t)$. После квантования он превращается в решетчатую функцию $y(i)$, зависящую от номера j, который изменяется в пределах от 1 до n [14].

После квантования входной сигнал объекта можно рассматривать как m-мерный вектор $x=(x_1,x_2,...,x_m)$, а его выходной сигнал — как n-мерный вектор $y=(y_1,y_2,...,y_n)$. Функция Грина отображения (1), реализуемого объектом, превращается в матрицу $K=\|\ k_{ij}\ \|$ размера $m\times n$. Само же отображение (1) превращается в линейный оператор, отображающий m-мерное вещественное векторное пространство в n-мерное вещественное векторное пространство и описываемый равенством:

$$y=x*k. \tag{8}$$

Операция, обозначенная звездочкой, есть умножение вектора на матрицу [15, 16].

2. Математическое описание цветового зрения человека

Идея компараторной идентификации впервые возникла при разработке учения о цветовом зрении человека. Именно там она получила свое развитие и признание. Поэтому учение о цветовом зрении человека выполняет роль фундамента, на котором основывается разработка теории компараторной идентификации. Глаз человека воспринимает световые лучи, исходящие от предметов окружающего мира. Преобразуясь в зрительной системе, они превращаются в субъективный цветовой образ этих предметов. Образ воспринимаемого внешнего мира формируется в поле зрения, в каждой точке которого возникает вполне определенный цвет. Последний представляет собой ответную реакцию органа зрения на световое излучение, действующее на определенный участок сетчатки глаза. Зрительную систему человека можно рассматривать как преобразователь сигналов, а именно — как преобразователь светового излучения, исходящего из данной точки внешнего предмета, в цвет этой точки.

Входные сигналы зрительной системы человека, то есть световые лучи, вполне доступны для объективного измерения и анализа. Этого, однако, нельзя сказать о цветах — выходных сигналах органа зрения. Цвет зрительного ощущения — это субъективное состояние человека, поэтому он недоступен для прямого физического наблюдения. Правда, можно измерить физические параметры процессов, разыгрывающихся в тех участках коры мозга, которые формируют зрительные ощущения. Но как убедиться в том, что именно эти параметры несут информацию о цвете? Сделать это можно единственным способом – сравнить результаты физиологических измерений с информацией о самом зрительном ощущении. А для этого надо располагать данными о субъективном цвете. Таким образом, круг замыкается.

Выход из этой тупиковой ситуации впервые указал И. Ньютон [17]. Он воспользовался тем обстоятельством, что сам испытуемый (то есть человек, над которым производятся опыты) способен установить, равны или нет цвета любых предъявленных ему световых излучений. Делает он это субъективным способом, анализируя цвета собственным сознанием. В результате такого анализа человек может выработать физический сигнал, принимающий одно из двух значений: 1, если цвета совпадают, и 0, если не совпадают. Эта двоичная реакция испытуемого вполне объективна, ее можно зарегистрировать физическими приборами. Гениальность Ньютона проявилась в том, что он обнаружил в таком, казалось бы побочном и малоинформативном сигнале, принимающем всего два значения, богатый источник информации о цвете. В работе [18] показано, что этот сигнал содержит в себе вообще всю информацию о цвете.

Другое принципиально важное достижение Ньютона состояло в том, что он ввел понятие спектра светового излучения, разработал способ измерения спектра и показал, что цвет однозначно определяется спектром вызвавшего его светового излучения. Этим Ньютон фактически создал метод математического описания входных сигналов зрительной системы человека. Благодаря этому результату входные сигналы органа зрения оказалось возможным формально представлять в виде точек линейного пространства.

Выбрав три фиксированные световые излучения, Ньютон с помощью специально созданной им аппаратуры сумел осуществить регулирование интенсивности каждого из них и последующее совмещение полученных в результате этого регулирования трех излучений в пространстве. Этим он практически осуществил сложение излучений и умножение их на коэффициенты. Пользуясь введенными операциями, Ньютон установил, что любое световое излучение можно подравнять по цвету к смеси трех фиксированных излучений, причем пропорции интенсивности излучений в смеси однозначно определяются цветом сравниваемого излучения. Этот опыт в дальнейшем послужил основой для математического описания цвета в виде трехмерного вектора. Ньютон первым стал изображать цвет в виде точки физического пространства, что, по существу, означает введение векторного пространства выходных сигналов зрительной системы человека.

Изучая закономерности подравнивания излучений по цвету, Ньютон установил, что вектор цвета смеси излучений может быть найден по тому же правилу, по которому в механике отыскивается центр тяжести системы точечных масс, расположенных в пространстве. Массы точек принимаются численно равными интенсивностям смешиваемых излучений. Эти массы должны быть расположены в точках трехмерного пространства, которые соответствуют цветам смешиваемых излучений. Тогда центр тяжести системы всех масс всегда оказывается совпадающим с точкой, характеризующей цвет смеси излучений. Этими опытами Ньютон вплотную подошел к выводу о линейности преобразования светового излучения в цвет зрительного ощущения.

Основываясь на опытах Ньютона, Т. Юнг [19, 20] первым сформулировал тезис о линейности преобразования светового излучения в цвет. Это преобразование он представил в виде следующих трех интегралов:

$$a_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} x(\lambda) K_1(\lambda) d\lambda,$$

$$a_2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} x(\lambda) K_2(\lambda) d\lambda,$$

$$a_3 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} x(\lambda) K_3(\lambda) d\lambda.$$

Спектр светового излучения Юнг представил в виде вещественной функции $x(\lambda)$ вещественного аргумента λ, взаимно однозначно связанного с длиной волны света. Числа λ_1 и λ_2 характеризуют граничные длины волн света, видимого испытуемым. Символами α_1, α_2, α_3 обозначены вещественные числа, играющие роль координат цвета, порождаемого излучением $x(\lambda)$ в сознании испытуемого. Юнг впервые ввел три функции $K_1(\lambda)$, $K_2(\lambda)$, $K_3(\lambda)$ для числовой характеристики преобразования светового излучения в цвет, которые назвал функциями спектральной чувствительности зрения.

К. Максвелл [21] был первым, кто поставил задачу опытного определения функций спектральной чувствительности зрения. Для ее решения он создал специальную оптическую установку, с помощью которой подравнивал по цвету монохроматические световые излучения единичной интенсивности с различными длинами волн к смеси трех фиксированных излучений (тоже монохроматических). В результате этих опытов Максвелл построил специальный график, названный им цветовым треугольником. Этими опытами Максвелл положил начало параметрической идентификации линейного объекта компараторным методом. По существу, здесь он впервые использовал прием, который в классической теории идентификации впоследствии был назван методом единичного импульсного возмущения.

Начало развитию структурной идентификации линейных объектов компараторным методом положил Г. Грассман [22]. Базируясь на опытах Ньютона подравнивания излучений по цвету, он впервые сформулировал некоторые из характеристических свойств поведения испытуемого, устанавливающего равенство или неравенство цветов световых излучений. Впоследствии эти свойства были названы законами Грассмана. Формулируются они следующим образом. Закон непрерывности: «Непрерывному изменению излучения соответствует непрерывное изменение цвета» [22, с. 72]. Закон трехмерности: «Для любого излучения можно подобрать одинаково выглядящую смесь белого излучения с некоторым чистым спектральным или же пурпурным излучением. Под пурпурным излучением понимается смесь крайних видимых излучений спектра» [22, с. 78]. Закон аддитивности: «Одинаково выглядящие излучения дают при сложении одинаково выглядящие излучения» [22, с. 82]. Впоследствии эти законы послужили отправным пунктом для поисков полной системы свойств, определяющей линейный объект при его компараторной идентификации.

Первым, кто поставил вопрос о разработке объективно проверяемой полной системы свойств поведения испытуемого, сравнивающего цвета световых излучений, был Э. Шредингер [23]. Он впервые дал строго физическое определение цвета как класса всевозможных световых излучений, порождающих один и тот же субъективный цвет (такие излучения называют метамерными). На этой основе он смог дать объективное определение операций сложения цветов и умножения цвета на вещественные коэффициенты. Это, в свою очередь, позволило ему по-новому сформулировать закон трехмерности: «Существует линейно независимая тройка цветов. Любые четыре цвета всегда линейно зависимы» [23, с. 431] и исключить элементы субъективизма при интерпретации закона непрерывности (теперь непрерывность изменения цвета понималась в строго физическом смысле). Шредингер был первым, кто привлек внимание к закону однородности как к одному из важных характеристических свойств линейного объекта при его компараторной идентификации. Он сообщает, что формулировка закона однородности принадлежит Э. Герингу: «Одинаково выглядящие излучения остаются одинаково выглядящими после повышения или понижения интенсивности каждого из них в одинаковых размерах» [23, с. 422].

Наконец, упомянем работу Г. Шайбнера [24], в которой впервые указывается на необходимость включения в число характеристических свойств поведения испытуемого, сравнивающего цвета излучений, законов рефлексивности (равные излучения порождают равные цвета), симметричности (равноцветные излучения после изменения порядка их предъявления испытуемому остаются равноцветными) и транзитивности (если цвет излучения x совпадает с цветом излучения y и цвет излучения y совпадает с цветом излучения z, то цвет излучения x совпадает с цветом излучения z).

3. Компараторная идентификация линейных объектов

Перечисленные в предыдущем разделе достижения теории цветового зрения стимулировали появление ряда чисто математических работ по компараторной идентификации линейных объектов. Впервые полная система свойств линейного объекта была описана и корректно математически обоснована в работе [25] для случая, когда этот объект отображает вещественное гильбертово пространство $L_2[0,1]$ в n-мерное арафметическое пространство R^n. В этой работе введено понятие линейно-функционального предиката E, заданного на декартовом квадрате пространства $L_2[0,1]$, который может быть представлен в виде:

$$E(x,y) = D(\int_0^1 x(t)a(t)\,dt, \int_0^1 x(t)a(t)dt). \qquad (10)$$

Здесь D – предикат равенства; $a(t) = (a_1(t), a_2(t), ..., a_n(t))$; $\{a_i\}_{i=1}^n$ – система линейно независимых функций из $L_2[0,1]$.

Предикат E называется симметричным, если из $E(x,y)=1$ следует $E(y,x)=1$; транзитивным, если из $E(x,y)=E(y,z)=1$ следует $E(x,z)=1$; и аддитивным, если из $E(x,y)=E(u,v)=1$ следует $E(x+u, y+v)=1$ для любых x, y, z, u, v из $L_2[0,1]$. Предикат E называется n-мерным, если существует система функций $\{e_k\}_{k=1}^n$ из $L_2[0,1]$ такая, что для всякой функции x из $L_2[0,1]$ найдется единственный набор вещественных чисел $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$, удовлетворяющий условию:

$$E(x, \sum_{i=1}^n \alpha_i e_i) = 1\,. \qquad (11)$$

Если функционалы $\alpha_1(x), \alpha_2(x), ..., \alpha_n(x)$ непрерывны в $L_2[0,1]$, то предикат E называется непрерывным.

Формулируется и доказывается следующая теорема об условиях существования линейно-функционального предиката. Для того чтобы предикат E был линейно-функциональным, необходимо и достаточно, чтобы он обладал свойствами симметричности, транзитивности, аддитивности, n-мерности и непрерывности. Кроме того, доказывается теорема о том, что свойства симметричности, транзитивности, аддитивности, n-мерности и непрерывности предиката E независимы.

Условия симметричности и транзитивности представляют собой формальную формулировку условий симметричности и транзитивности, указанных Шайбнером. Условие аддитивности математически формулирует закон аддитивности Грассмана. Условие n-мерности есть результат обобщения и формализации процедуры подравнивания излучений по цвету, предложенной Ньютоном. Условие непрерывности математически оформляет закон непрерывности, намеченный в работе Шредингера.

Смысл теоремы об условиях существования линейно-функционального предиката состоит в том, что он указывает полную систему свойств, определяющих линейный объект. Эта теорема решает задачу структурной идентификации линейного объекта в случае, когда он преобразует функции одного вещественного аргумента в n-мерные векторы с числовыми компонентами. Вторая теорема доказывает, что указанная система из пяти аксиом не может быть сокращена, то есть что все эти аксиомы должны быть проверены в эксперименте для решения вопроса о том, является ли данный объект линейным или нет. В работе [26] было установлено, что аксиомы симметричности и транзитивности в полной системе могут быть заменены одним условием рефлексивности (для любого x $E(x,x)=1$). Этим достигнуто определенное упрощение системы характеристических свойств линейного объекта.

В терминах учения о цветовом зрении человека изложенные математические результаты интерпретируются следующим образом. Элементы $x(t)$ пространства $L_2[0,1]$ интерпретируются как спектры излучений $x(\lambda)$, переход от переменной t к переменной λ осуществляется по формуле $\lambda=\lambda_1+t(\lambda_2-\lambda_1)$. Предикат $E(x,y)$ формально описывает поведение испытуемого, сравнивающего цвета излучений x и y. Значение 1 предиката E соответствует факту равенства цветов, значение 0 — факту их неравенства. Сложение элементов пространства $L_2[0,1]$ и их умножение на вещественные числа понимаются как сложение излучений и их умножение на коэффициенты. Число n принимается равным трем. Числа α_1, α_2, α_3, фигурирующие в законе n-мерности (при $n=3$), понимаются как пропорции интенсивности излучений e_1, e_2, e_3 в смеси, которые обеспечивают цветовое равенство этой смеси с излучением x. Выполнение в опытах на испытуемом системы свойств симметричности, транзитивности, аддитивности, n-мерности и непрерывности (или рефлексивности, аддитивности, n-мерности и непрерывности) означает, что преобразование светового излучения в цвет, осуществляемое органом зрения испытуемого, может быть формально описано интегралами Юнга (9).

Имеются работы [27–29], в которых исследуются условия существования линейного оператора, идентифицируемого компараторным методом, для положительной части линейного пространства $L_2[0,1]$ и для произвольного выпуклого подмножества. Появление этих работ мотивировано тем, что спектры световых излучений всегда неотрицательны и, кроме того, глаз человека не способен воспринимать излучения очень малой и очень большой интенсивности. Во всех этих работах авторы приходят к весьма сложным формулировкам характеристических свойств линейного объекта.

Следует отметить работу [30], в которой для случая положительной части гильбертова пространства удалось использовать простые характеристические свойства поведения испытуемого, совпадающие по форме с законами аддитивности, трехмерности и непрерывности, полученые Шредингером для всего пространства. Упрощение достигнуто за счет введения функции $\beta(\lambda)=x(\lambda)-y(\lambda)$, представляющей собой разность спектров $x(\lambda), y(\lambda)$ световых излучений, предъявляемых испытуемому для сравнения их цветов. В законах цветового зрения теперь вместо излучений используются соответствующие им функции $\beta(\lambda)$.

В работе [28] описаны три метода экспериментального определения функций $K_1(\lambda), K_2(\lambda), K_3(\lambda)$ для интегралов Юнга (9). Первый метод родственен методу единичного импульсного возмущения, используемого при прямой идентификации линейного объекта. В роли входного сигнала $x(\lambda)$ используются всевозможные монохроматические излучения единичной интенсивности $\delta(\lambda-\lambda_0)$ с длиной волны λ_0, изменяющейся в пределах от λ_1 до λ_2. Отыскиваемые для них значения подравнивающих коэффициентов $\alpha_1(\lambda_0)$, $\alpha_2(\lambda_0)$ и $\alpha_3(\lambda_0)$ используются в роли функций спектральной чувствительности зрения $K_1(\lambda_0)$, $K_2(\lambda_0)$, $K_3(\lambda_0)$. Этот метод по существу идентичен методу Максвелла и является его формальным оформлением в современных математических терминах.

Второй метод является аналогом метода единичного ступенчатого возмущения, используемого при прямой идентификации линейного объета. Испытуемому предъявляется световое излучение, спектр которого имеет вид единичного скачка при произвольном значении длины волны λ_0:

$$J(\lambda-\lambda_0)=\begin{cases}0, \text{ если } \lambda<\lambda_0,\\ 1, \text{ если } \lambda\geq\lambda_0.\end{cases} \quad (12)$$

Для него отыскиваются в эксперименте значения подравнивающих коэффициентов $\alpha_1(\lambda_0)$, $\alpha_2(\lambda_0)$ и $\alpha_3(\lambda_0)$. Функции спектральной чувствительности зрения отыскиваются по формуле:

$$K_i(\lambda) = \frac{d(\alpha_i(\lambda))}{d\lambda}, \ (i = 1,2,3). \qquad (13)$$

Третий метод можно назвать методом обобщенного скачка. Суть его состоит в том, что берется произвольное световое излучение $x(\lambda)$, с тем, однако, ограничением, что оно ни в одной из точек на интервале $[\lambda_1, \lambda_2]$ не обращается в нуль. С помощью призмы и ширмы от него отрезается участок спектра до длины волны λ_0, а для оставшейся части излучения $x_{\lambda_0}(\lambda)$ отыскиваются подравнивающие коэффициенты $\alpha_1(\lambda_0), \alpha_2(\lambda_0)$ 8 $\alpha_3(\lambda_0)$. Функции спектральной чувствительности зрения отыскиваются по формуле:

$$K_i(\lambda) = \frac{1}{x(\lambda)} \cdot \frac{d(\alpha_i(\lambda))}{d\lambda}, (i = 1,2,3). \qquad (14)$$

4. Компараторная идентификация метрики конечномерного линейного пространства

Возьмем какое-нибудь световое излучение A со спектром $x(\lambda)$, которое на заданном фоне воспринимается испытуемым как белый цвет. Если уменьшить интенсивность излучения A в 50 раз, то получим излучение со спектром $0{,}02x(\lambda)$. Обозначим его буквой B. Если испытуемому предъявить излучение B на том же фоне, то он воспримет его как черный цвет. Возьмем, наконец, излучение C, среднее между A и B. Оно имеет спектр $0{,}51x(\lambda)$. На том же фоне испытуемый воспримет его как серый цвет. Поскольку преобразование излучения в цвет, осуществляемое зрительной системой человека, описывается линейной зависимостью, то естественно ожидать, что цвет излучения C будет выглядеть как средний между цветами излучений A и B. Однако опыт этого не подтверждает. Фактически цвет излучения C оказывается гораздо ближе к цвету излучения A, чем к цвету излучения B. Чтобы получить цвет, равноотстоящий от цветов, вызываемых излучениями A и B, потребуется излучение $0{,}25\,x(\lambda)$ по интенсивности примерно в два раза меньшее, чем излучение C [31].

Описанный факт наводит на мысль, что утверждение о линейности преобразования светового излучения в цвет неверно. В действительности противоречия между опытом и линейной теорией цветового зрения в данном случае нет, однако, дать объяснение этому парадоксу непросто. Чтобы разобраться в нем, придется опереться на результаты, изложенные в первом разделе этой статьи. Если предикат $E(x,y)$, заданный на каком-либо множестве M, рефлексивен, симметричен и транзитивен (а именно таков предикат, реализуемый испытуемым, который сравнивает цвета двух световых излучений), то всегда найдется множество N и функция $F: M \to N$ такие что

$$E(x,y) = D(F(x), F(y)) \qquad (15)$$

для всех $x, y \in M$. Имеется в виду, что D — это предикат равенства, заданный на множестве N. Элементы множества N можно интерпретировать как цвета, а функцию F — как преобразование светового излученния в цвет. Предикат D интерпретируется как выполняемая испытуемым операция сравнения цветов.

Если предикат E удовлетворяет также условиям аддитивности, трехмерности и непрерывности и задан на гильбертовом пространстве $L_2[\lambda_1, \lambda_2]$, то, как было сказано ранее, в роли множества N можно взять трехмерное векторное пространство R^3, а в роли функции F — линейный оператор, отображающий пространство $L_2[\lambda_1, \lambda_2]$ в пространство R^3. Обратим внимание на существенное различие между прямой идентификацией линейного объекта и его компараторной идентификацией. При прямой идентификации, если объект удовлетворяет условиям аддитивности и непрерывности, то отсюда с необходимостью следует, что он линеен и что его формальное описание должно иметь вид (1). При компараторной же идентификации, если предикат E удовлетворяет условиям аддитивности, n-мерности и непрерывности, то отсюда следует лишь то, что объект можно описать с помощью линейного оператора.

При прямой идентификации объекта описывающий его оператор оказывается единственным [32], при компараторной идентификации вариантов возможного формального описания объекта имеется много, и линейный оператор — это всего лишь один из них.

Если существуют два представления одного и того же предиката $E(x,y) = D(F(x), F(y))$ и $E(x,y) = D_1(F_1(y))$, где $F: M \to N$ и $M \to N$, то существует биекция $\varphi: N \to N$ такая, что $\varphi F(x)) = F_1(x)$ при любом $x \in M$.

Кроме того, если предикат E может быть описан в виде $E(x,y) = D(F(x), F(y))$, и известно, что существует биекция $\varphi: N \to N'$ такая, что $\varphi(F(x))=F_1(x)$ при любом $x \in M$, то предикат E может быть также формально представлен и в виде $E(x,y) = D_1(F_1(x), F_1(y))$. Перейдем от общего случая произвольной функции F к частному случаю, когда F — это линейный оператор из $L_2[\lambda_1, \lambda_2]$ на R^3. Тогда множество N превращается в трехмерное векторное пространство R^3. Будем считать, что множество N' — тоже трехмерное векторное пространство. Тогда φ — это произвольный взаимно однозначный оператор (в общем случае нелинейный), отображающий пространство N на пространство N'. Каждый объект идентификации, удовлетворяющий условиям рефлексивности, симметричности, транзитивности, аддитивности, трехмерности и непрерывности может быть формально описан любым из операторов вида $\varphi(F(x))$, причем других операторов, пригодных для такого описания, не существует.

Если брать в роли φ различные взаимно однозначные линейные операторы, отображающие пространство R^3 на R^3, то окажется, что один и тот же объект, удовлетворяющий условиям рефлексивности, симметричности, транзитивности, аддитивности, трехмерности и непрерывности, может быть формально описан многими линейными операторами вида $\varphi F(x) = \varphi(F(x))$. Таким образом, даже в классе линейных операторов объект, удовлетворяющий только что упомянутым условиям, при компараторной идентификации допускает различные варианты своего математического описания. Важно отметить, что все эти варианты описания объекта совершенно равноправны. Невозможно отдать предпочтение ни одному из них, если основываться только на той информации, которая содержится в предикате E. Таким образом, вид оператора φ остается неопределяемым, он не может быть выведен из поведения испытуемого, устанавливающего равенство или неравенство цветов предъявляемых ему световых излучений.

После сделанных замечаний уже нетрудно объяснить встретившийся выше парадокс. Несовпадение фактически наблюдаемого в опыте среднего цвета с цветом, определяемым как средний в предположении линейности оператора F_φ, означает лишь то, что функция φ не является линейной. Таким образом, оператор $F_\varphi = \varphi(F(x))$ нелинеен, он не совпадает с линейным оператором F. При таком положении дела идентификацию преобразования светового излучения в цвет нельзя считать завершенной. Математическое описание этого преобразования будет окончено лишь после того, когда, кроме линейной части F преобразования φF, будет найдена также и его нелинейная часть φ. Ниже описываются литературные данные, которые вносят вклад в решение этой задачи.

Впервые на факт нелинейности преобразования физического стимула в ощущение обратил внимание Э. Вебер [33]. Он сформулировал закон, которому впоследствии было присвоено его имя. Согласно ему едва заметные различия интенсивности светового излучения dJ пропорциональны уровню самого излучения J. Иными словами:

$$\frac{dJ}{J} = Const. \tag{16}$$

Г. Фехнер [34] вывел отсюда, пользуясь некоторыми дополнительными предположениями, логарифмическую зависимость, согласно которой светлота B цвета равна

$$B = a \lg bJ, \tag{17}$$

где a и b – константы, определяемые опытным путем.

Д. Шкловер [35] распространил эту зависимость на все трехмерное пространство цветов, предложив производить логарифмическое преобразование его по осям физиологической системы КЗС. Пользуясь этими предпосылками, он нашел конкретный вид преобразования φ, обеспечивающий приблизительное совпадение фактических средних цветов с цветами, найденными по зависимости F_φ как средние. Поискам положения осей физиологической системы посвящены исследования многих авторов [36, 37]. Информация о положении осей извлекается из сравнения реакций на свет лиц с патологией цветового восприятия, у которых зрение двухкомпонентно (дихроматов). Имеется три вида такой частичной цветовой слепоты – протанопия, дейтеранопия и тританопия. Дихроматы не различают цвета, которым в цветовом пространстве N соответствуют точки, лежащие на определенным образом ориентированных прямых линиях. Каждому виду цветовой слепоты соответствует свое семейство прямых линий, параллельных одной из осей цветового пространства в системе КЗС.

Другое направление исследований, также приводящее к установлению нелинейной связи светлоты цвета с интенсивностью соответствующего светового излучения, основывается на практике построения цветовых атласов. Дело в том, что цветовые атласы стремятся строить таким образом, чтобы соседние цветные накраски в любом месте атласа находились друг от друга по цвету на одном и том же расстоянии [38]. Наилучшим с этой точки зрения считается атлас А. Манселла [39], построенный на базе степенной зависимости светлоты цвета от интенсивности вызвавшего его излучения [40]:

$$B = cJ^d, \tag{18}$$

где c и d – константы, определяемые опытным путем. Вопрос о том, какая зависимость – логарифмическая или степенная (или какая-либо иная) лучше соответствует фактам зрения, пока еще окончательно не решен.

Большое число исследований было предпринято с целью построения равноконтрастной диаграммы цветности. Задача состоит в том, чтобы так деформировать цветовой треугольник Максвелла, чтобы геометрическое расстояние между любыми его точками стало равным психологическому расстоянию между любыми цветами, соответствующими этим точкам. Первая практически приемлемая диаграмма цветности была построена Д. Джаддом [41, 42], изучавшим величину цветового порога по разным направлениям для различных точек цветового треугольника. На основании этих опытов Джадд предложил проективное преобразование цветового треугольника в диаграмму цветности, обеспечивающее приближенно ее равноконтрастность.

Д. Мак-Адам [43] на основании более точных экспериментов скорректировал вид искомого проективного преобразования. Л. Зильберштейн [44] исследовал погрешность приближения, получаемую при проективных преобразованиях цветового треугольника и сопоставил ее с точностью выполненных Мак-Адамом опытов. В результате он пришел к обоснованному выводу о невозможности получения проективными преобразованиями равноконтрастной диаграммы, согласующейся с экспериментальными данными. Н.Г. Болдырев и К.Б. Мартынов [45] применили к цветовому треугольнику преобразование более общего вида, а именно – гомеоморфизм, то есть произвольное взаимно однозначное непрерывное отображение плоскости на себя. Ими впервые эмпирически получена равноконтрастная диаграмма и тем самым доказана возможность введения в цветовом пространстве евклидовой метрики.

В свете описанных исследований возникает задача идентификации нелинейного отображения φ цветового пространства N на цветовое пространство N'. Цветовое пространство N называют объективным, пространство N' – субъективным. Из приведенных выше фактов и соображений явствует, что само существование нелинейного отображения φ выводится из факта изменения расстояния между цветами при переходе от пространства N к пространству N'. Значит, существует вполне определенный механизм, с помощью которого зрительная система человека определяет расстояние между точками пространства N'. С математической точки зрения этот факт означает, что на пространстве N' введена некоторая метрика, по всей вероятности евклидова. Именно она и определяет вид функции φ.

Выводы

Выполненный выше анализ источников свидетельствует о том, что учение о компараторной идентификации объектов имеет длительную и богатую историю и большие достижения. Имеется реальный объект – цветовое зрение человека, для которого компараторная идентификация является пока единственным методом математического описания. Весьма вероятно, что компараторная идентификация может быть применена также и для целей математического описания других функций человеческого интеллекта (слух, осязание, узнавание, понимание). Компараторная идентификация была успешно применена для математического описания технических [26, 28, 29] и социально-экономических [46] объектов. Вместе с тем, многие задачи, выдвинутые компараторной идентификацией, еще ждут своего научного и практического решения.

Прежде всего, обнаружилось, что компараторная идентификация имеет принципиальные отличия от прямой идентификации объектов. В отличие от прямой идентификации она расчленяется на две самостоятельные задачи. Первая задача состоит в математическом описании процесса факторизации (объединения в классы) входных сигналов. Если объект линейный, то факторизация представляет собой процесс линейного проектирования некоторого пространства в пространство меньшей размерности. Вторая задача состоит в математическом описании второго этажа преобразования сигналов. Это преобразование нелинейно, оно осуществляет взаимно однозначное преобразование (деформацию) пространства.

Оба преобразования, встречающиеся как в природных, так и технических объектах, имеют ясно выраженный целесообразный характер. Первое (линейное) преобразование производит сжатие потока информации, сокращение его объема до приемлемых размеров, то есть своего рода обогащение информации. Второе (нелинейное) – преобразует информацию к виду, наиболее удобному для использования. Второе преобразование вводит на множестве выходных сигналов линейного объекта некоторую метрику, обеспечивающую равноточность измерения сигналов. В то время как компараторная идентификация первого преобразования сигналов во многом родственна задаче прямой идентификации линейных объектов, компараторная идентификация второго преобразования сигналов представляет собой нечто новое, не имеющее аналога в учении о прямой идентификации объектов.

В статье поставлена задача исследования обоих видов компараторной идентификации. В области идентификации линейного преобразования сигналов в качестве центральной стоит задача избавиться от использования свойства непрерывности объекта. Непрерывность формулируется гораздо более сложно, чем все остальные свойства линейного объекта. Вместе с тем возникает подозрение, что она привлекается искусственно, и по существу не обязательна. Дело в том, что пространство выходных сигналов линейного объекта аффинно, оно не имеет своей метрики. Как мы видели, метрика появляется только в результате выполнения второго этапа преобразования сигналов. Однако без фактического использования метрических свойств пространства выходных сигналов линейного объекта непрерывность на нем ввести непросто.

Задача построения теории структурной компараторной идентификации линейного объекта без привлечения свойства непрерывности решается за счет перехода от бесконечномерного гильбертова пространства входных сигналов идентифицируемого объекта к конечномерному. Выше говорилось, что при практических расчетах переходят от описания входных сигналов, заданных первоначально в виде функций, к их описанию в виде конечномерных векторов. При этом никакой потери информации об объекте идентификации фактически не происходит. Ничто не мешает совершить такой переход не только в практике, но и в теории. Ограничение задачи исследования конечномерной постановкой дает еще и ту дополнительную выгоду, что позволяет перевести теорию компараторной идентификации полностью на абстрактную основу, как это принято в линейной алгебре, рассматривая коэффициенты как скаляры произвольной природы, а не обязательно как вещественные числа. Тем самым достигается более высокий уровень общности теории.

Переход на конечномерный вариант теории дает возможность, кроме того, избавиться от необходимости специально рассматривать различные части пространства (например, положительный конус, выпуклые части пространства). Благодаря существенному упрощению теории оказывается возможным переходить ко всему пространству от любой его части простым ее доопределением и тем самым подводить все встречающиеся задачи линейной идентификации под простейшую теорию, разработанную для всего пространства.

Методы компараторной идентификации метризующего отображения (то есть деформирующего преобразования пространства), как это видно из обзора литературы, разработаны в гораздо меньшей степени, чем методы идентификации факторизующего (линейного) отображения. Здесь можно говорить пока лишь о разрозненных находках в области параметрической идентификации, вопрос же о структурной идентификации в данной области фактически еще и не ставился.

Дж. Нейман и О. Моргенштерн [47] впервые обратили внимание на глубокую аналогию между задачей идентификации цветового зрения и задачами математического описания социально-экономического поведения людей, подчеркнув психофизический характер последнего. Этим они, по существу, открыли дорогу для применения методов компараторной идентификации при изучении социально-экономических процессов. Значительные результаты в этом направлении получены проф. Э.Г. Петровым [46].

Продемонстрируем метод формального описания социально-экономических процессов на примере выбора человеком места работы. Место работы оценивается человеком по ряду параметров: размер зарплаты, удаленность от места жительства, срок предоставления жилплощади и ее размер, уровень обеспеченности дошкольными учреждениями и тому подобное. Оценка места работы характеризуется вещественным числом, содержательно интерпретируемым как степень привлекательности места работы для лица, занимающегося трудоустройством. Сравнивая два места работы, человек устанавливает, какое из них для него более предпочтительно. Он может также сказать, равноценны ли эти места или нет.

Таким образом, задача выбора места работы аналогична задаче компараторной идентификации процесса преобразования светового излучения в цвет, о которой шла речь выше. Набор чисел, характеризующих место работы, является аналогом спектра светового излучения. Отдельные числа в этом наборе соответствуют линиям спектра светового излучения. Оценка места работы соответствует цвету светового излучения. Она, как и цвет, субъективна и поэтому недоступна для измерения физическими приборами. В отличие от цвета, который трехмерен, оценка места работы одномерна и в этом она больше похожа на яркость, которая тоже одномерна. Человек способен установить, какое место работы лучше, подобно этому наблюдатель определяет, какое световое излучение ярче. Усиливая или ослабляя световое излучение, можно добиться его равенства по яркости любому другому излучению. Подобно этому, изменяя параметры, характеризующие место работы, можно подравнять его по привлекательности к другому месту работы. Операция сравнения оценок двух мест работы соответствует операции сравнения цветов (или яркостей) двух световых излучений.

Отмеченная аналогия обусловливает возможность того, что процесс формирования человеком оценки степени привлекательности места работы можно будет идентифицировать тем же методом, что и процесс преобразования светового излучения в цвет или яркость. Однако при попытке двигаться в этом направлении обнаруживается серьезное препятствие, заключающееся в следующем. Механизм цветового зрения человека, как указывалось выше, был формально представлен в виде линейной модели. Для применения этой модели к только что рассмотренной задаче из области социально-экономического поведения людей необходимо, чтобы поведение человека, сравнивающего оценки мест работы, подчинялось условиям аддитивности и однородности.

Однако опыт свидетельствует, что фактически эти условия не выполняются. И тем не менее, из этого еще не следует, что линейная модель в данном случае неприменима. Не исключено, что изучаемый процесс выглядит нелинейным лишь потому, что были неудачно выбраны шкалы, в которых численно выражены параметры, характеризующие место работы. Поясним сказанное следующим примером. Предположим, что изучая преобразование светового излучения в цвет, мы измеряли бы мощность на отдельных участках спектра светового излучения не в линейной шкале мощности, а в шкале логарифма мощности. Ясно, что при этом мы не получили бы для данного преобразования ни аддитивности, ни однородности. Однако при использовании для измерения световых излучений другой шкалы, а именно — обычной шкалы мощности, рассматриваемое преобразование становится линейным.

Таким образом, столкнувшись с фактом неаддитивности и неоднородности какого-либо социально-экономического поведения людей, не следует отсюда сразу же выводить его нелинейность. Надо прежде попытаться найти такие шкалы. при которых это поведение стало бы линейным. Итак, в рамках метода компараторной идентификации мы приходим к задаче отыскания шкал, превращающих нелинейный процесс в линейный. Если ее удастся решить, то это может привести к такому расширению области применения линейных моделей, которое позволит включить в нее многие виды социально-экономического поведения людей [48].

Список литературы: 1. *Юсупов Р.М.* Получение информации об управляемом процессе в самонастраивающихся системах. – М.-Л.: Энергия, 1966. – 140 с. 2. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Линейная алгебра. – М.: Наука, 1974. – 296 с. 3. Основы кибернетики. Теория кибернетических систем / Под ред. *К.А. Пупкова*. – М.: Высшая школа, 1976. – 405 с. 4. *Ордынцев В.М.* Математическое описание объектов автоматизации. – М.: Машиностроение, 1965. – 357 с. 5. *Ахиезер Н.И., Глазман И.М.* Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – Х.: Вища школа, 1977. – 315 с. 6. *Райбман Н.С., Чадеев В.М.* Построение моделей процессов производства. – М.: Энергия, 1975. – 372 с. 7. *Люстерник Л.А., Соболев В.И.* Элементы функционального анализа. – М.: Наука, 1965. – 520 с. 8. *Попов Е.П.* Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1989. – 190 с. 9. *Леви П.* Конкретные проблемы фукционального анализа. – М.: Наука, 1967. – 510 с. 10. *Рисс Ф., Секефальви-Надь Б.* Лекции по функциональному анализу. – М.: Мир, 1979, – 581 с. 11. Современные методы идентификации систем / Под редакцией *П. Эйкхоффа*. – М.: Мир, 1983. – 399 с. 12. *Сейдж Э., Мелса Дж.* Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 246 с. 13. *Галкин В.Я.* Численные методы обработки сигналов в задачах идентификации. – М.: Энергия, 1987. – 90 с. 14. *Спиди К., Браун Р., Гудвин Дж.* Теория управления. Идентификация и оптимальное управление. – М.: Мир, 1973. – 247 с. 15. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 548 с. 16. *Райбман Н.С.* Что такое идентификация? – М.: Наука, 1970. – 117 с. 17. *Ньютон И.* Оптика или трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света. – М.: Гостехтеориздат, 1954. – 365 с. 18. *Шабанов-Кушнаренко С.Ю.* Компараторная идентификация конечномерных процессов количественной оценки. – дисс. ... доктора техн. наук. Харьков. 1994. – 270 с. 19. *Кравков С.В.* Глаз и его работа. – М.: Изд-во АН СССР, 1950. – 487 с. 20. *Young T.* On the Theory of Light and Colours // Phil. Trans. Roy. Soc., V.21, 1801. – P. 12-49. 21. *Maxwell J.C.* On the theory of compound colours and the relations of the colours of the spectrum // Proc. Roy. Soc. V. 10, 1860. – P. 404-409. 22. *Grassman H.* Zur Theorie der Farbenmischung // Ann. d. Phys. u. Chemie, Bd. 89, №5, 1853. – P. 69-84. 23. *Schrodinger E.* Grundlinien einer Theorie der farbenmetrik im Tagessehen. (I Mitteilung) // Ann. d. Phys, Vierte folge, Bd. 63, 1920. – S. 397-426. 24. *Scheibner H.* On colours of the same appearance // Optica acta, 1966, Vol. 13, №3. – P. 73. 25. *Ицков Ф.Э., Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Об условиях существования линейно-функционального предиката // Проблемы бионики. – Харьков: Вища школа, 1983. – Вып. 30. – С. 3-10. 26. *Шляхов В.В.* Математические модели линейных процессов рецепции и их технические приложения: дисс. ... кандидата техн. наук: Харьков, 1984. – 137 с. 27. *Сарнавский Н.Г., Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Формальные аспекты теории цветового зрения // АСУ и приборы автоматики. – Харьков: Вища школа, 1981. – Вып. 58. – С. 107-114. 28. *Пчелинов В.П.* Математические модели спектральной чувствительности органа зрения и их технические приложения: дисс. ... кандидата техн. наук: Харьков, 1979. – 176 с. 29. *Наталуха Ю.В.* Идентификация линейных динамических систем методом нуль-органа: дисс. ... кандидата техн. наук: Харьков, 1985. – 147 с. 30. *Путятин Е.П.* Математические модели статических процессов зрения и их использование в технике ввода оптической информации: дисс. ... кандидата техн. наук: Харьков, 1967. – 165 с. 31. *Майзель С.О., Ратнер Е.С.* Цветовые расчеты и измерения. – М.: Госэнергоиздат, 1941. – 187 с. 32. *Ту Дж., Гонсалес Р.* Принципы распознавания образов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 411 с. 33. *Weber E.* Tastsinn und Gemeingefuhl // Wagner's Handbuch der Physiologie, 1846, Bd. 3. – P. 96. 34. *Fechner G.* Elemente der Psychophysik. – Leipzig: 1860. – 237 p. 35. *Schklover D.* Methodes photoelectriques et appareils pour mesurer la couleur. – Zurich, Comm. int. de l'eclairage, 1955. – 30 p. 36. Нюберг Н. Д. Определение положения в цветовом треугольнике основного синего цвета // ДАН, АН СССР, том XV, 1949, № 2. 37. *Мешков В.В.* Основы светотехники. Ч. 2. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 416 с. 38. *Луизов А.В.* Глаз и свет. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – 137 с. 39. Munsell book of color. – Standard edition, Baltimore, 1929.- 192 p. 40. *Мешков В.В., Матвеев А.Б.* Основы светотехники. Ч.2. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 429 с. 41. *Джадд Д., Вышецки Г.* Цвет в науке и технике. – М.: Мир, 1978. – 592 с. 42. *Judd D.* A Maxwell triangle yielding uniform chromaticity diagram // JOSA, 1935, Vol. 25. – P. 24. 43. *Mac-Adam D.L.* Representations of colour tolerance on the chromaticy diagram // JOSA, 1939, Vol. 4. – P. 46. 44. *Silberstein L., Mac-Adam D.* The distribution of color matchings around a color center // JOSA, 1945, Vol. 1. – P.22. 45. *Болдырев Н.Г., Мартынов К.Б.* Равноконтрастный цветовой график // Проблемы физиологической оптики, т. VIII, 1953. – С.54-63. 46. *Петров Э.Г.* Организационное управление городом и его подсистемами (методы и алгоритмы). – Харьков: Вища школа. 1986. – 142 с. 47. *Нейман Дж., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. – М.: ИЛ, 1970. – 520 с. 48. *Орлов А.И.* Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. – 296 с.

Поступила в редколлегию 21.08.2008

УДК 519.7

Компараторна ідентифікація кольорового зору людини / М.Ф. Бондаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал – 2008. – № 2 (69). – С. 3-12.

У статті розвивається теорія компараторної ідентифікації. Розглядаються досягнення класичної теорії ідентифікації, на які довелося опиратися при розробці питань компараторної ідентифікації. Проаналізовано застосування теорії компараторної ідентифікації до кольорового зору людини та соціально-економічного поводження людей.

Ил. 1. Бібліогр.: 48 найм.

UDC 519.7

The person colour sight comparator identification / M.F. Bondarenko, S.Yu. Shabanov-Kushnarenko, Yu.P. Shabanov-Kushnarenko // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. – 2008. – № 2 (69). – P. 3-12.

In article the comparator identifications theory is develops. The classical identification theory achievements which it was necessary to lean by working out of questions comparator identifications are considered. The application of the comparator identifications theory to colour sight of the person and social and economic behaviour of people is analysed.

Fig. 1. Ref.: 48 items.