

**СВОЙСТВА ОТОБРАЖЕНИЯ И БИОНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ. СООБЩЕНИЕ 3***

Для анализа свойств отображения ранее было введено понятие «пространство отображения» [1]. В этом пространстве различаются объекты трех типов: отображаемые, отображающие и отображаемые. Отмечалось также, что для целей исследования отображающих систем недостаточно разделить объекты и отношения на материальные и идеальные, объективные и субъективные. Необходимо учитывать конкретную природу сосуществующих объектов и переходить к ряду частных форм существования объектов различной природы. Так, в указанном пространстве отображаемыми объектами могут являться материальные предметы (отношения), материализованные идеальные предметы (отношения), отображенные ранее объекты, извлекаемые из памяти в виде соответствующих образов. Непосредственно отображающими могут быть материальные объекты и субъекты, косвенно отображающими — образы предметов и представления о предметах, изменяющиеся под действием других образов или внешних факторов. Наконец, отображенное как результат процесса отображения может существовать в форме образов — как субъективных, так и искусственных, «машинных», представляющих собой целостные образования в отображенном.

Каждой паре качественно различных объектов соответствует своя особая форма сосуществования, характеризующаяся специфическими отношениями и свойствами этих отношений. Однако в задачах отображения возникает необходимость отображать друг на друге множество сосуществующих объектов различной природы. Переход от одной формы существования к другой должен сопровождаться анализом различий отношений и их свойств в первой и второй формах существования.

В задачах отображения рассмотрение конкретной природы объектов приобретает первостепенное значение, так как вообще бессмысленно говорить об адекватности отображаемого и отображенного, не учитывая специфики каждого из них. Но при отсутствии единой основы для классификации и различения разнокачественных объектов и отношений вообще не ясно, как можно сравнивать, например, отображаемое и отображенное.

Анализ различных форм существования и соответствующих отношений необходим для решения и другой актуальной задачи — введения эффективных критериев сложности, уровня организации систем различной природы. В частности, нами используется

* Окончание. Начало см. в сб.: «Проблемы бионики», вып. 12 (Сообщение 1), вып. 13 (Сообщение 2).

предположение о том, что наиболее существенным в характеристике уровня организации любой системы является описание типов отношений (и их свойств) между элементами системы. Система сложнее, если ее элементы разнообразнее и отношения богаче. Существуют системы, отношения между элементами которых таковы, что критерии для оценки сравнительной сложности и возможности взаимного отображения этих систем могут практически отсутствовать.

Любые отношения в пространстве отображения есть частные формы существования вообще. Если воспользоваться способом классификации форм существования, описанным в предыдущих сообщениях, и распространить его на весь класс объектов пространства отображения, то для характеристики какой-либо конкретной формы существования достаточно перечислить все особенности соответствующего отношения. Простой перебор всех возможных комбинаций выделенных свойств отношений приводит к множеству любых мыслимых отношений и форм существования. Однако оказывается, что человек непосредственно использует для характеристики реальных объектов только некоторые формы существования. Большинство соответствующих этим формам существования отношений имеют специальные названия. К ним относятся отношения эквивалентности, обусловленности, причинности, противоречия и др.

Используемый способ классификации позволяет в принятом приближении указать на достаточно четкие отличия одних отношений от других. Далее предполагается, что любые отношения, используемые человеком, в конце концов могут быть полностью охарактеризованы некоторым перечнем свойств соответствующего отношения. Аналогичным образом поступают математики, описывая свойства отношений, вводимых при аксиоматическом построении теории [2, с. 125]. Отличие состоит лишь в том, что, например, в «чистой» математике не интересуются конкретной природой объектов и рассматривают только отношения в «чистом» виде. Построить такой перечень для всех важнейших отношений, вероятно, непросто, если иметь в виду, что многие свойства отношений находятся в области неявных и «неочевидных» предположений о свойствах отношений.

В настоящем сообщении описаны предварительные результаты сравнительного анализа отношений в пространстве отображения.

Характеристические функции отношений

Большинство отношений характеризуется достаточно длинным списком свойств, а результат сравнения отношений также выражается в виде перечня отличительных свойств, присутствующих или отсутствующих у данного отношения. Поэтому дальнейшее описание отношений неудобно проводить в словесной форме. Опишем отношения посредством характеристических функций, используемых в теории множеств [4, с. 144].

Существование объектов любой природы — существование вообще — характеризуется полным набором свойств отношений, образующих множество S . Конкретной форме существования и определяющему ее отношению соответствует частный набор свойств отношений, образующих подмножество $S_k \subset S$. Определим на исходном множестве S характеристическую функцию подмножества S_k свойств некоторого отношения вида

$$\chi_k(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{если } \xi \in S_k, \\ 0, & \text{если } \xi \notin S_k, \end{cases}$$

где k — индекс отношения; ξ — некоторое свойство отношения ($\xi \in S$). Упорядочим произвольным образом конкретное множество свойств отношений, используя при этом введенные обозначения для свойств ξ_i . Предполагаем, что в пространстве отображения отношения могут быть: существенными ξ_1 и несущественными ξ_2 , полными ξ_3 и частичными ξ_4 , внутренними ξ_5 и внешними ξ_6 , непрерывными ξ_7 и прерывными ξ_8 , ограниченными ξ_9 и неограниченными ξ_{10} , непосредственными ξ_{11} и косвенными ξ_{12} , односторонними ξ_{13} и взаимными ξ_{14} , постоянными ξ_{15} и непостоянными ξ_{16} , транзитивными ξ_{17} и нетранзитивными ξ_{18} , симметричными ξ_{19} и несимметричными ξ_{20} , рефлексивными ξ_{21} и нерефлексивными ξ_{22} . Другие известные свойства отношений пока не рассматриваются. Как отмечалось в сообщении 1, свойства отношений не определяются, а задаются аксиоматически и лишь поясняются на примерах.

Характеристические функции любых отношений могут быть заданы в виде таблицы

ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_{22}	(1)
1	1	1	1	1	1	1	1	1	(2)
...	(3)
1	1	1	1	0	1	0	1	1	(4)
...	(5)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	(6)

Здесь элементы первой строки — аргументы характеристической функции, каждому из которых соответствует определенное свойство отношений. Во второй строке приведены значения характеристической функции (χ -функции) универсального отношения, обладающего всеми свойствами и определяющего существование вообще. Введем специальное обозначение χ_1 для этого универсального отношения. В третьей строке дан пример описания некоторого конкретного отношения, для которого χ -функция обращается в нуль при значениях аргументов ξ_5 и ξ_7 , т. е. отношение является для объектов внешним (не внутренним) и прерывным (не непрерывным). В четвертой строке формально описано отношение, не имеющее ни одного свойства. Обозначим χ -функцию этого отношения через χ_0 . Все реальные отношения могут быть описаны путем добавления некоторых признаков к

этому последнему отношению, что выражается формально в появлении единичных значений χ -функции при соответствующих значениях аргументов ξ_i или посредством уменьшения числа признаков универсального отношения с χ_1 -функцией.

В соответствии с определением χ -функции, если некоторое свойство (или ему противоположное) отсутствует у конкретного отношения, то при этих значениях аргументов χ -функция обращается в нуль.

Прежде чем приступить к детальному сравнительному анализу отношений, введем ряд операций над характеристическими функциями. При сравнении отношений необходимо будет выяснить, чем они отличаются, например, от универсального отношения или друг от друга, каковы их общие и отличительные свойства.

После введения χ -функций отношений операциям на множестве свойств отношений можно поставить в соответствие алгебраические операции над χ -функциями.

Введем понятие об одноэлементных отношениях. Назовем отношение одноэлементным, если оно обладает одним единственным свойством из полного перечня свойств универсального отношения с χ -функцией. Тогда набор свойств любого отношения как подмножество из множества всех свойств может быть получен операцией объединения одноэлементных подмножеств:

$$S_l = \bigcup_{\xi_i \in S_l} \{\xi_i\}. \quad (5)$$

Операции объединения подмножеств свойств в терминах характеристических функций соответствует операция сложения последовательностей из нулей и единиц, производимая по правилам булевой арифметики:

$$S_m \cup S_n \rightarrow \chi_m + \chi_n.$$

Пересечению подмножеств свойств соответствует операция умножения соответствующих χ -функций:

$$S_m \cap S_n \rightarrow \chi_m \cdot \chi_n.$$

В результате операции пересечения образуется подмножество элементов, общих для двух исходных множеств. Таким образом, мы получаем простой способ выделения общих свойств в отношениях.

Другие операции над множеством свойств просто интерпретируются в терминах характеристических функций. Так, операции дополнения некоторого подмножества свойств S_n до всего множества S , формирующей отношение S_p , в которое входят все свойства из множества S , не содержащиеся в S_n , соответствует вычисление χ_n -функции из χ_1 -функции:

$$\bar{S}_n = S \setminus S_n \rightarrow \chi_1 - \chi_n.$$

Операции разности между произвольными подмножествами свойств уже не будет отвечать разность характеристических функций соответствующих отношений, так как в случае обычного вычитания произвольных последовательностей, состоящих из нулей и единиц, могут получаться отрицательные члены которые, по определению χ -функции, не входят в область допустимых значений. Однако если предварительно воспользоваться тождеством

$$S_k = S_n \setminus S_m = S_n \cap \bar{S}_m,$$

то соответствующая операция над χ -функциями примет вид

$$\chi_n [\chi_1 - \chi_m]$$

и ее результат даст χ -функцию подмножества S_k . Введение операции вычитания было необходимым, так как позволяло заключить для двух данных отношений, какие из описывающих их свойств принадлежат одному, но не принадлежат другому.

Если следует определить, по скольким признакам отличаются два данных отношения (сколько отличительных свойств отношению принадлежит и сколько не принадлежит из свойств другого отношения), то удобно ввести такую характеристику как расстояние между отношениями. Расстояниями между отношениями с наборами свойств S_n и S_m будем называть расстояние между соответствующими характеристическими функциями. Метрику на множестве χ -функций можно ввести аналогично метрике в пространстве сообщений [5, с. 90]. В нашем случае последовательность нулей и единиц, представляющая χ -функцию определенного отношения, можно рассматривать как сообщение, записанное в двоичном алфавите $U_r = \{0, 1\}$. В качестве расстояния между двумя последовательностями двоичных знаков можно рассматривать количество позиций, на которых у характеристических функций χ_n и χ_m стоят разные символы. Например, если два отношения имеют характеристические функции

$$\begin{aligned} \chi_n &= (x_1^n, x_2^n, x_3^n, \dots, x_R^n), \\ \chi_m &= (x_1^m, x_2^m, x_3^m, \dots, x_R^m), \end{aligned}$$

где x_i^n, x_i^m — «буквы» алфавита $U_r = \{0, 1\}$ и $x_i^n \neq x_i^m$ для $i = 1, 3, 8$, то две последовательности будут отличаться элементами в трех позициях и, по определению, расстояние между ними $d(\chi_n, \chi_m) = 3$.

Формула для вычисления расстояния имеет вид

$$d(\chi_n, \chi_m) = \sum_{r=1}^R (x_r^n \oplus x_r^m),$$

где \oplus — операция сложения по модулю 2;
 Σ — арифметическая сумма в обычном смысле.

Введенное таким образом расстояние удовлетворяет всем аксиомам метрики.

На основании произведенной формализации описания отношений можно заключить, что аксиоматический способ их задания позволяет осуществить необходимый анализ отношений при помощи простейших арифметических и логических операций, легко реализуемых на ЦВМ. Следствием такого анализа является выделение атрибутов соответствующих отношений, которые при подходящей интерпретации могут играть роль начальной организации систем.

В дальнейшем предполагается изучить ограничения, накладываемые на связи систем, обладающих высокой начальной организацией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бугай Ю. П. Свойства отображения и бионическое моделирование нервной системы. Сообщение 2. — В сб.: Проблемы бионики. Вып. 13. Харьков. «Вища школа», 1974, с. 86—93.
2. Петров Ю. А. Логические функции категорий диалектики. М., «Высшая школа», 1972. 271 с.
3. Шрейдер Ю. А. Равенство, сходство, порядок. М., «Наука», 1971. 254 с.
4. Вулих В. З. Краткий курс теории функции вещественной переменной. М. «Наука», 1965. 304 с.
5. Коршунов Ю. М. Математические основы кибернетики. М., «Энергия», 1972. 376 с.