

**ВІДНОВЛЕННЯ ФУНКЦІЙ, ЗАДАНИХ
У БАГАТОЗВ'ЯЗНИХ ОБЛАСТЯХ,
ЗА ДОПОМОГОЮ ПОДВІЙНИХ СУМ ФУР'Є ТА ФЕЙЄРА**

Ткаченко І.М., Белінський Я.В.

Науковий керівник – проф. Литвин О.Г.

Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харків, пр. Науки, 14, каф. Прикладної математики,
тел. (057) 702-14-36), e-mail: d_am@nure.ua

The task of restoring a function basing on the projections given is considered. For the solution of the problem the sum Fourier and Fejer is used. The functioning of the method has been verified using test problem. Satisfactory results have been received.

Задача томографічної реконструкції полягає у відновленні функції $f(x, y)$ за відомими проєкційними даними γ_k вздовж прямих L_k :

$$\int_{L_k} f(x, y) dl = \gamma_k, \quad k = 1, \dots, M. \quad (1)$$

У даній роботі досліджувався та тестувався новий метод реконструкції зображень, метод скінченних сум Фур'є та Фейєра, запропонований О. М. Литвином у роботі [1]. Згідно з цим методом розв'язок задачі відшукується у вигляді скінченної суми Фур'є.

$$f(x, y) \approx S_{N,N}(x, y) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N F_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)}, \quad (2)$$

де коефіцієнти Фур'є обчислюються за формулою:

$$F_{k,l} = \iint_D f(x, y) e^{-i2\pi(kx+ly)} dx dy. \quad (3)$$

Коефіцієнти Фур'є обчислювались за допомогою даних Радона (1). Використовувались також скінченні суми Фейєра.

$$SFE(x, y, N) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N \left(1 - \frac{|k|}{N+1}\right) \left(1 - \frac{|l|}{N+1}\right) F_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)}. \quad (4)$$

Використання сум Фейєра (4) дозволяє нівелювати вплив ефекту явища Гіббса [3], що дозволяє отримати більш адекватні результати при реконструкції зображень (див. рис. 2, 3).

Розглядаємо приклад відновлення функції $f_1(x, y)$, заданої у двозв'язній області – «трикутному кільці», що подається нерівністю $F(x, y) \geq 0$, яка будується за допомогою R -функцій [2].

$$f_1(x, y) = \begin{cases} f(x, y), & \text{якщо } F(x, y) \geq 0, \\ 0, & \text{якщо } F(x, y) < 0, \end{cases}$$

Графічна ілюстрація результатів наведена на рис. 1–3.

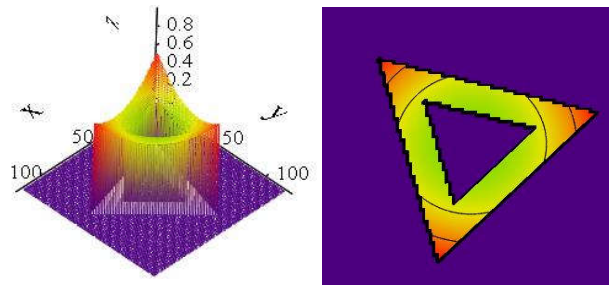


Рисунок 1 – Зображення заданої функції та її ліній рівня

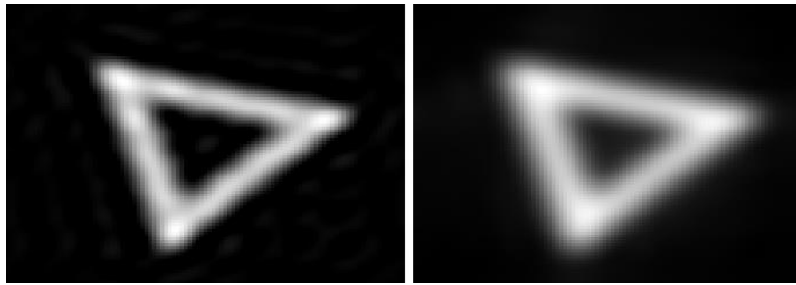


Рисунок 2 – Напівтонове зображення, отримане при відновленні $f_1(x, y)$ з використанням сум Фур'є та Фейєра при $N = 8$

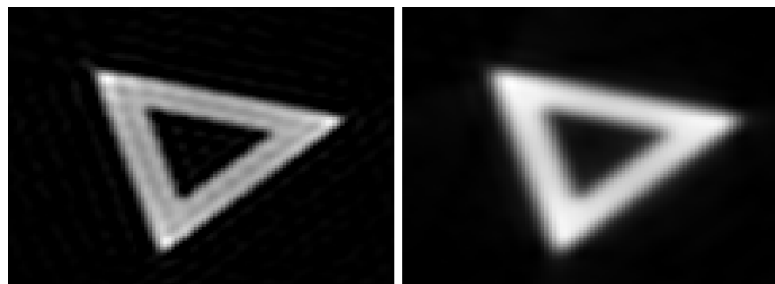


Рисунок 3 – Напівтонове зображення, отримане при відновленні $f_1(x, y)$ з використанням сум Фур'є та Фейєра при $N = 16$

Для збільшення точності відображення потрібно збільшувати число N у відповідних сумах, що веде до збільшення часу для розрахунків.

Список використаних джерел:

1. Литвин О.М. Періодичні сплайни і новий метод розв'язання плоскої задачі рентгенівської комп'ютерної томографії / Системний аналіз, управління і інформаційні технології: Вісник Харк. держ. політех. ун-ту. Збірка наукових праць. Випуск 125. – Харків: ХДПУ, 2000. – С. 27 – 35.
2. Рвачев В.Л. Геометрические приложения алгебры логики. Киев: Наукова думка, 1964. – 260с.
3. Явление Гиббса [Електронний ресурс] // В.С. Булыгин. 2012. URL: https://mipt.ru/education/chair/physics/S_III/Metod_3/G_t_an/BulyginGibbs.pd.