

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Автоматики і комп'ютеризованих технологій
(повна назва)

Кафедра Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та мехатроніки
(повна назва)

АТЕСТАЦІЙНА РОБОТА

Пояснювальна записка

другий (магістерський)

(рівень вищої освіти)

ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОГРАМНОГО УПРАВЛІННЯ НАГРІВОМ
КОНСТРУКЦІЙ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ
ЕНЕРГОУСТАНОВОК

(тема)

Виконав: студент 2 курсу, гр. АУТПм-19-1
Піддубний Максим Андрійович
(прізвище, ініціали)

Спеціальність

151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

освітньої програми Автоматизоване управління технологічними процесами

(код і повна назва напрямку)

Тип програми освітньо-професійна

(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Ромашов Ю.В.

(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту
зав. кафедри

(підпис)

2020 р.

Невлюдов І.Ш.

(прізвище, ініціали)

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет	Автоматики і комп'ютеризованих технологій
Кафедра	Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та мехатроніки
Рівень вищої освіти	другий (магістерський)
Спеціальність	151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
Тип програми	освітньо-професійна
Освітня програма	Автоматизоване управління технологічними процесами (код і повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри _____

(підпис)

« _____ » _____ 2020 р.

ЗАВДАННЯ НА АТЕСТАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові _____ Піддубному Максиму Андрійовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Оптимізація програмного управління нагрівом
конструкцій для автоматизації перехідних режимів енергоустановок

затверджена наказом по університету від 02.11. 2020 р. № 1510 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 16.12

3. Вихідні дані до роботи FORTRAN 90, FORTRAN 77

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі:

4.1 Стан проблеми автоматизації енергоустановок

4.2 Математична постановка задачі оптимізації програмного
управління нагріванням плоскої стінки

4.3 Метод розв'язування задачі оптимізації програмного управління
нагріванням плоскої стінки

4.4 Розрахунки щодо оптимального програмного управління
нагріванням плоскої стінки

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (слайдів) Демонстраційний матеріал представлений у форматі презентації PowerPoint (*.ppt) – 13 с. формату А4

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Стан проблеми автоматизації енергоустановок	22.09–28.09	виконано
2	Математична постановка задачі оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки	06.10–15.10	виконано
3	Метод розв'язування задачі оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки	05.11–20.11	виконано
4	Розрахунки щодо оптимального програмного управління нагріванням плоскої стінки	22.11–28.11	виконано
5	Подання у ЕК	03.12 – 16.12	виконано
6			
7			
8			

Дата видачі завдання

Студент

(підпис)

Керівник роботи

(підпис)

Піддубний М.А.

(прізвище, ініціали)

проф. Ромашов Ю.В.

(посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 74 с., 1 табл., 34 рис., 41 джерел.

ЕНЕРГОУСТАНОВКИ, АВТОМАТИЗАЦІЯ, ПОГРАМНЕ УПРАВЛІННЯ, ОПТИМІЗАЦІЯ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, КЕРОВАНІСТЬ, ПЛОСКА СТІНКА, ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ, ПЕРЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС, ДИСКРЕТИЗАЦІЯ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ.

Об'єкт дослідження – програмне управління перехідними режимами роботи енергоустановок.

Мета роботи – розробка математичних моделей та обчислювальних методів для оптимізації програмного управління перехідними режимами роботи енергоустановок для забезпечення необхідних показників їхньої роботи при виконанні необхідних обмежень.

Методи дослідження – математичне моделювання процесів нестационарної теплопровідності на перехідних режимах роботи енергоустановок, що потребують охолодження та розігрівання елементів устаткування.

Розглянуто математичну постановку задачі оптимізації програмного управління перехідними режимами, що супроводжуються нагрівом плоскої стінки, яка представляє типовий елемент теплосилового устаткування теплових та ядерних енергоустановок. Запропоновано обчислювальний метод розв'язування задачі, заснований на дискретизації математичної моделі та інтегруванні розв'язувальних звичайних диференціальних рівнянь методом Рунге-Куты 4-го порядку. Розглянуто приклади розв'язування модельних задач та показано, що оптимізація програмного управління дозволяє майже удвічі скорочувати час нагріву плоскої стінки за умов виконання умов її міцності.

ABSTRACT

The explanatory note contains: 74 pages, 1 table application, 34 drawings, 41 sources.

POWER PLANTS, AUTOMATION, SOFTWARE MANAGEMENT, OPTIMIZATION, MATHEMATICAL MODEL, MANAGEABILITY, FLAT WALL, THERMAL CONDUCTIVITY, TRANSITION PROCESS, SAMPLING, COMPUTATIONAL METHODS.

The object of the research is a software management of the transition modes of power plants.

The purpose of the work is to develop mathematical and computational methods for optimization software management of the transition modes of the power plants for providing the required indicators with realization of necessary limitations.

Research methods – mathematical modeling of heat conduction processes on the transition modes of power plants, which elements are needed cooling and warming up.

The mathematical formulation of optimization of software control of transient modes was considered. A computational method for solving the problem based on the discretization of the mathematical model and the integration of solvable ordinary differential equations by the 4th order Runge-Kut method is proposed. Examples of solving model problems are considered and it is shown that the optimization of software control allows to reduce the heating time of a flat wall almost twice under the conditions of its strength.

ЗМІСТ

Вступ	6
1 Стан проблеми автоматизації енергоустановок	9
1.1 Енергоустановки як об'єкт автоматизації	9
1.2 Принципи будови систем управління енергоустановок	13
1.3 Перехідні та стаціонарні режими роботи енергоустановок	16
1.4 Оптимальне програмне управління перехідними процесами	18
2 Математична постановка задачі оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки	22
2.1 Формулювання задач теплопровідності	23
2.2 Теплопровідність плоскої стінки	29
2.3 Оптимізації програмного управління процесом нагрівання	33
3 Метод розв'язування задачі оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки	37
3.1 Диференціальне рівняння для визначення управління	37
3.2 Визначення закону швидкості управління	42
3.3 Програмне забезпечення для виконання розрахунків	46
4 Розрахунки щодо оптимального програмного управління нагріванням плоскої стінки	52
4.1 Вихідні данні розрахунків	52
4.2 Оптимізація управління процесом нагрівання	53
4.3 Дослідження процесу нагрівання	57
5 Охорона праці	60
5.1 Аналіз умов праці в лабораторії	60
5.2 Промислова безпека в лабораторії	63
5.3 Виробнича безпека в лабораторії	64

5.4 Висновки до п'ятого розділу	65
Висновки	67
Перелік джерел посилання	68
Додаток А Демонстраційний матеріал у вигляді презентації	72

ВСТУП

Енергоустановки різного призначення широко використовуються сьогодні для забезпечення енергією різного вигляду промислових, транспортних та побутових потреб сучасного суспільства. Удосконалення засобів автоматизації є одним із основних шляхів підвищення ефективності експлуатації енергоустановок, оскільки можливості удосконалення їхньої тепломеханічної частини суттєво обмежуються властивостями теплоносіїв та конструкційних матеріалів та іншими факторами.

Сучасні енергоустановки представляють собою досить складні технічні системи, що мають розвинені засоби автоматизації. Разом із тим, неважаючи на загальний високий рівень автоматизації, експлуатація сучасних енергоустановок передбачає постійне втручання спеціально підготовленого оперативного персоналу.

Сучасні засоби автоматизації забезпечують роботу енергоустановок на нормальних усталених режимах, а також різноманітні захисні функції. Нормальний усталений режим експлуатації енергоустановок, відповідний заданій потужності, забезпечується належною кількістю контурів регулювання, що підтримують значення відповідних параметрів технологічного процесу протягом тривалої роботи енергоустановок на стаціонарних режимах. Аварійні захисні системи автоматично активуються у випадку, коли значення характерних параметрів технологічних процесів енергоустановок раптом одержали великі зміни та не можуть бути компенсованими виключно автоматичними регуляторами, передбаченими для нормального режиму експлуатації. Крім цього, в засобах автоматизації енергоустановок передбачені захисні блокування, які виправляють очевидні помилки експлуатуючого персоналу. При тривалій роботі енергоустановок на заданих режимах оперативний персонал періодично контролює поточний стан та виправляє нескладні відмови.

Сучасний стан засобів автоматизації енергоустановок принципово вимагає ручного управління перехідними режимами роботи, що зв'язані, насамперед, із зміною потужності та включають як окремі випадки запуск та завершення роботи. Це виправдувалося тим, що перехідні режими роботи енергоустановок займають істотно менше часу порівняно із усталеними режимами, а також необхідністю розв'язування низки складних науково-технічних проблем щодо забезпечення автоматизованого управління перехідними режимами. Складність забезпечення автоматизації перехідних режимів енергоустановок пов'язана із тим, що параметри стану мають змінюватися у часі і необхідно визначати закон зміни у часі цих параметрів у залежності від поточного та бажаного кінцевого стану.

Автоматизації перехідних режимів роботи енергоустановок приділяється достатньо багато уваги сьогодні. Так, наприклад, із публікацій відомі результати, що впровадження автоматизації перехідних режимів роботи дозволяє оптимізувати роботу енергоустановок, наприклад за рахунок зменшення часу перехідних процесів, зменшення витрати палива та вібрацій устаткування на перехідних режимах роботи. Разом із тим, багато таких досліджень залишились незавершеними, неважаючи на інтересні та перспективні результати, що обумовлено складністю розглядуваної проблеми. Слід зазначити, що більшість сучасних досліджень з цього напрямку зосереджені на розгляді окремих часткових задач і пропонують їхні розв'язування, що, зрозуміло, є придатними тільки для відповідних часткових випадків. Такий підхід хоча й дозволяє розв'язувати окремі важливі технічні задачі, але не сприяє формуванню загальноприйнятого погляду на проблему автоматизації перехідних експлуатаційних режимів енергоустановок.

Таким чином метою магістерської випускної атестаційної роботи являється розробка математичних моделей та обчислювальних методів для оптимізації програмного управління перехідними режимами роботи енергоуста-

новок для забезпечення необхідних показників їхньої роботи при виконанні необхідних обмежень.

Об'єкт дослідження – програмне управління перехідними режимами роботи енергоустановок.

Предмет дослідження – розробка математичних моделей та обчислювальних методів для оптимізації програмного управління

Методи дослідження – математичне моделювання процесів нестационарної теплопровідності на перехідних режимах роботи енергоустановок, що потребують охолодження та розігрівання елементів устаткування.

Мета – скорочення часу перехідних процесів нагрівання плоскої стінки.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- проаналізувати стан проблеми автоматизації енергоустановок;
- математична постановка задачі оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки;
- запропонувати метод розв'язування задачі оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки;
- провести розрахунки щодо оптимального програмного управління нагріванням плоскої стінки;
- оформити пояснювальну записку згідно з рекомендаціями [1], та

вимогами ДСТУ 3008:2015 [2].

1 СТАН ПРОБЛЕМИ АВТОМАТИЗАЦІЇ ЕНЕРГОУСТАНОВОК

Енергоустановки широко використовуються в якості первинних джерел та перетворювачів енергії для наукових, промислових та побутових потреб, наприклад, для проведення спектроскопічних вимірювань [4]; для комунальних потреб [5]; на морському [6, 7], наземному [8] та повітряному транспорті [9] та в багатьох інших галузях індустрії. Широке використання енергоустановок практично неможливо без автоматизації їхньої роботи, тому енергоустановки є одним із типових об'єктів автоматизації.

1.1 Енергоустановки як об'єкт автоматизації

Енергоустановки представляють собою складні технічні системи, що містять взаємозв'язані комплекси різноманітних споруд та устаткування різного призначення відповідно до забезпечення функціонування з метою вироблення, перетворення, передачі, накопичення, розподілення та споживання енергії у різних її формах. Сьогодні існує багато видів енергоустановок відповідно до їхнього призначення (вироблення, перетворення енергії), форми енергії (хімічна, ядерна, теплова, електрична), сфери застосування (транспорт, технологічні процеси, енергетика). Слід зазначити, що тепломеханічна частина сучасних енергоустановок є досить досконалою і її конструктивні форми є відносно завершеними. Про це може свідчити, наприклад, порівняння загальної будови парового котла, який спроектований до 1950 року [7] (рис. 1.1) та загальної будови парового котла, який був спроектований навколо 1980 року [8] (рис. 1.2), яке показує, що за 30 років загальна будова парових котлів в цілому не змінилася і є концептуально завершеною.

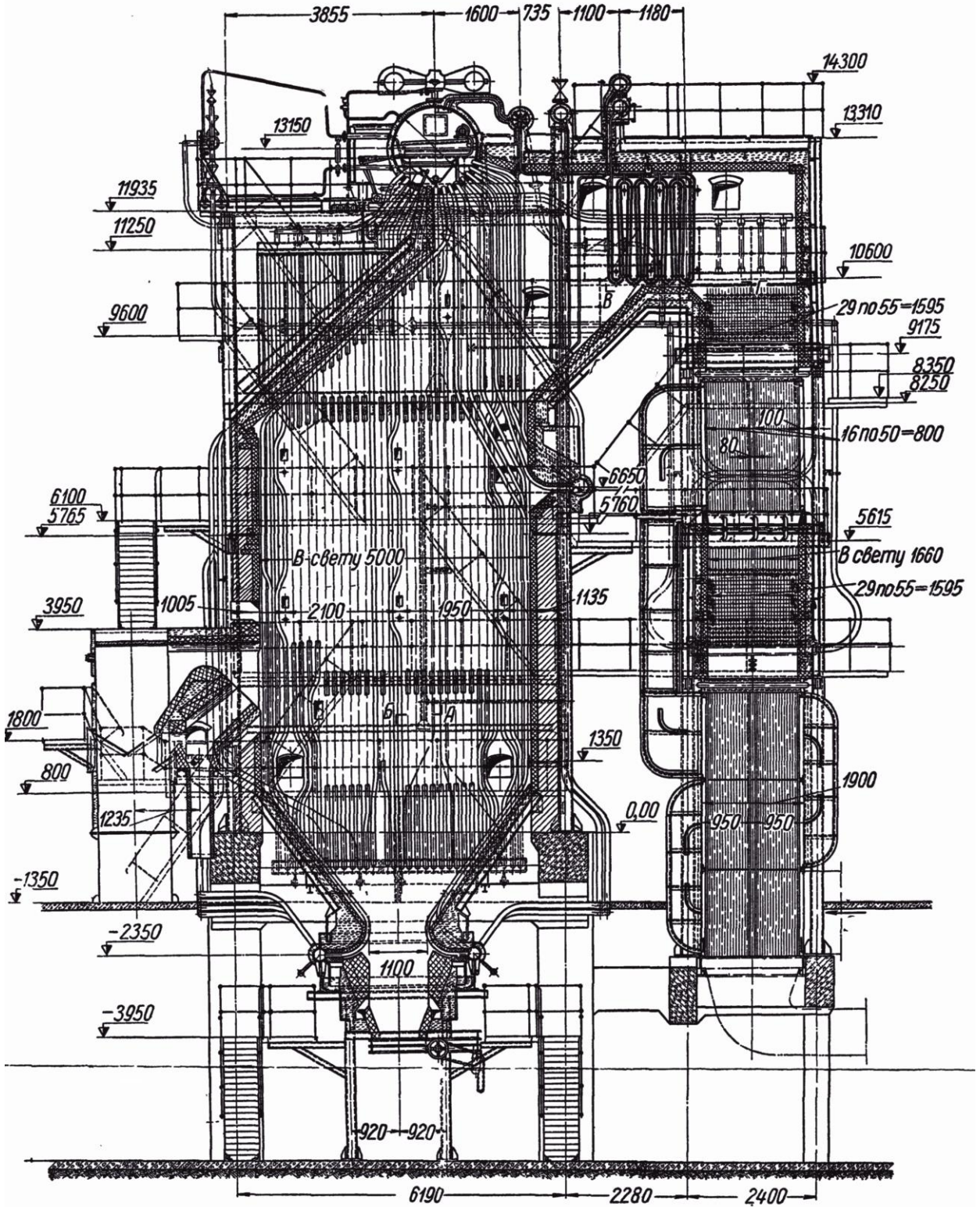
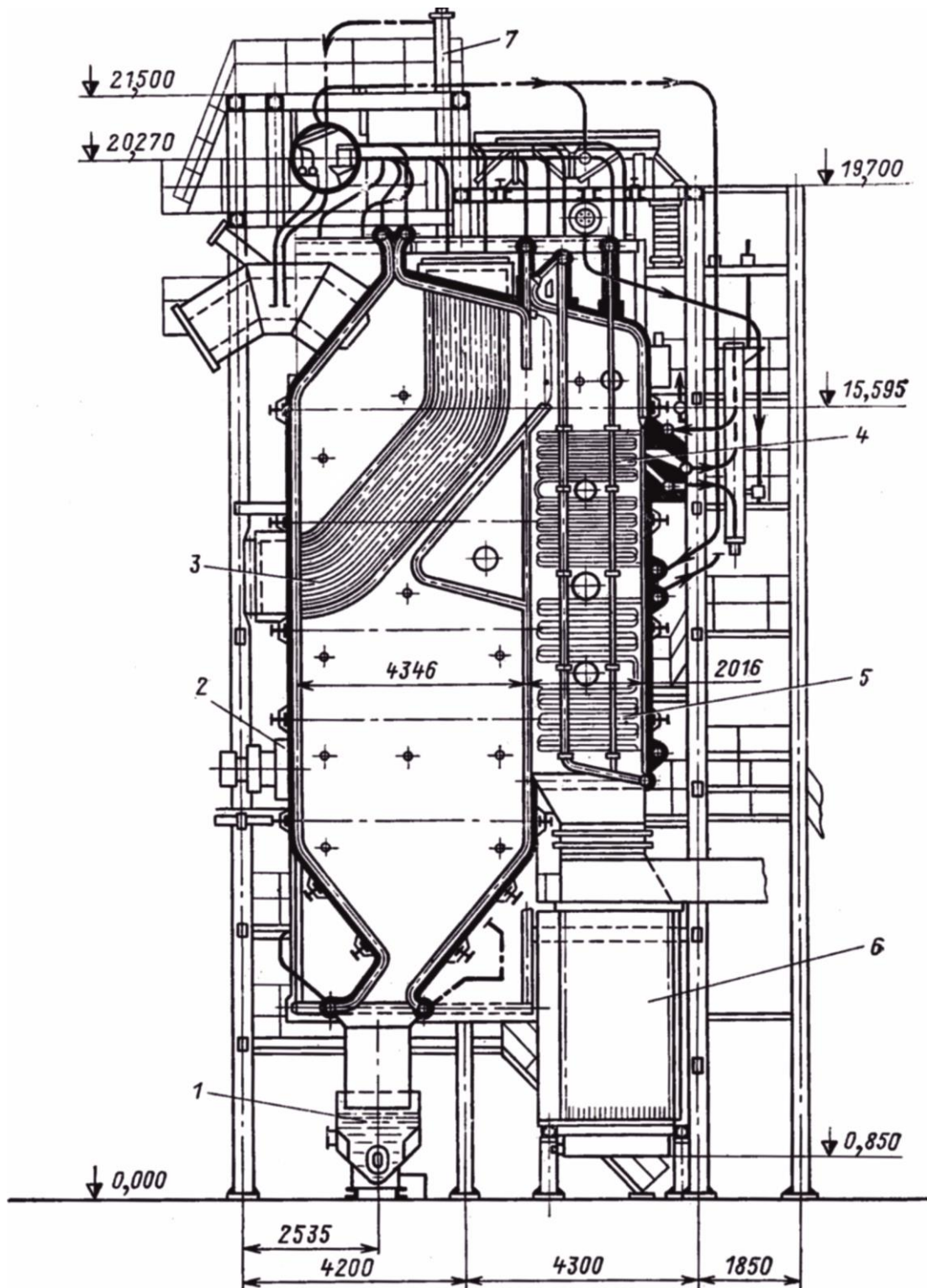


Рисунок 1.1 – Загальна будова парового котла ТП-35, що був спроектований до 1950 року на Таганрозькому котельному заводі



1 – водяна ємність шлаковидалення; 2 – пального пристрій; 3 – ширми; 4 – пароперегрівач; 5 – економайзер; 6 – повітря підігрівач; 7 – винесений циклон

Рисунок 1.2 – Загальна будова парового котла, що був спроектований навколо 1980 років на Белгородському котельному заводі

Як відомо із теорії автоматичного управління [9], будь-який об'єкт автоматизації може бути схематично представленим у вигляді динамічної ланки (рис. 1.3,а) із вхідним сигналом $u(t)$, що характеризує управління, та результуючим сигналом $x(t)$, що характеризує стан об'єкту, та залежать від часу t . Результуючий сигнал $x(t)$ визначатиметься у залежності від вхідного сигналу $u(t)$ через передаточну функцію $W(s)$ ланки, що породжується перетворенням Лапласу диференціальних рівнянь математичної моделі:

$$X(s) = W(s)U(s), \quad X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt, \quad U(s) = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt, \quad (1.1)$$

де $X(s)$ та $U(s)$ – відображення результуючого та вхідного сигналів.

Характерною рисою сучасних енергоустановок (рис. 1.3,б) є те, що їхнє управління та їхній стан визначаються декількома параметрами, тобто вхідний та результуючий сигнали є векторами:

$$\mathbf{u}(t) = (u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_M(t)), \quad \mathbf{x}(t) = (x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_N(t)), \quad (1.2)$$

де $u_k(t)$, $k = 1, 2, \dots, M$ – параметри, що визначають управління, та M – кількість таких параметрів; $x_k(t)$, $k = 1, 2, \dots, N$ – параметри, що визначають стан об'єкту автоматизації, та N – кількість таких параметрів.

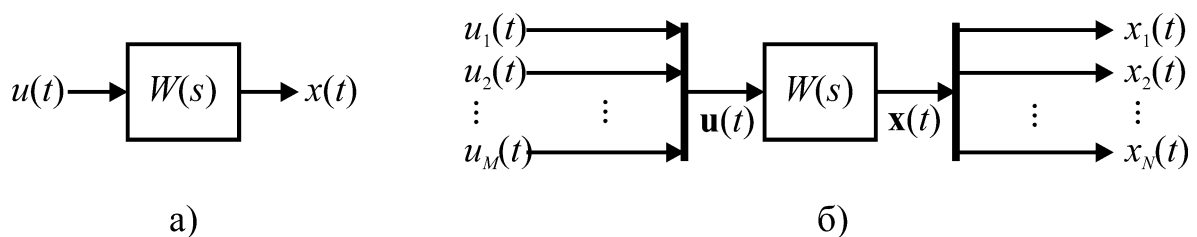


Рисунок 1.3 – Схематизація об'єкту автоматизації за допомогою динамічної ланки (а) та специфіка енергоустановок як об'єкту автоматизації (б)

У сучасних енергоустановок кількість M параметрів управління та кількість N контрольованих параметрів стану може бути достатньо великою та складати декілька десятків, а для потужних енергоустановок теплових та атомних електростанцій, навіть перевищувати сотню [13, 14].

1.2 Принципи будови систем управління енергоустановок

Велика кількість M параметрів управління та велика кількість N параметрів стану (див. рис. 1.3,б) суттєво ускладнює автоматизацію енергоустановок. Разом із тим, у багатьох випадках для кожного параметру стану $x_k(t)$ енергоустановки існує один, або декілька параметрів $u_k(t)$ управління, що мають вплив на цей параметр. Параметр стану та параметри управління, що мають вплив на цей параметр, природно утворюють контур управління і автоматизація енергоустановок зазвичай здійснюється шляхом регулювання окремих контурів управління. (рис. 1.4) [13–15]. Досить часто виявляється, що окремі контури управління енергоустановкою мають один управляючий параметр та один контрольований параметр і представляються у вигляді звичайної динамічної ланки (див. рис. 1.3,а).

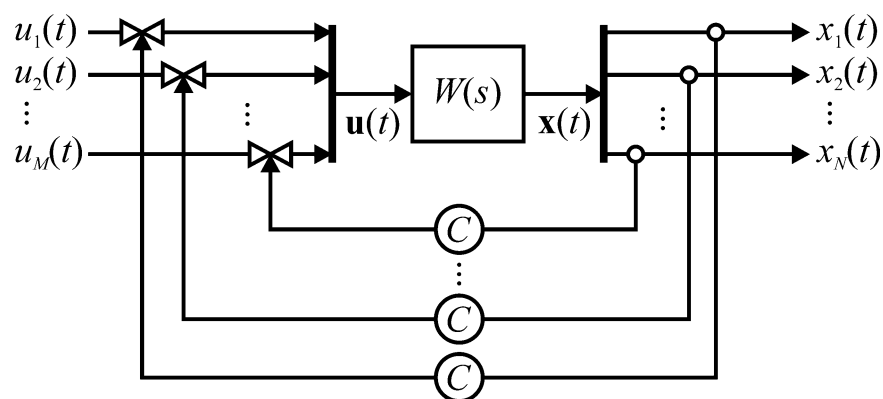
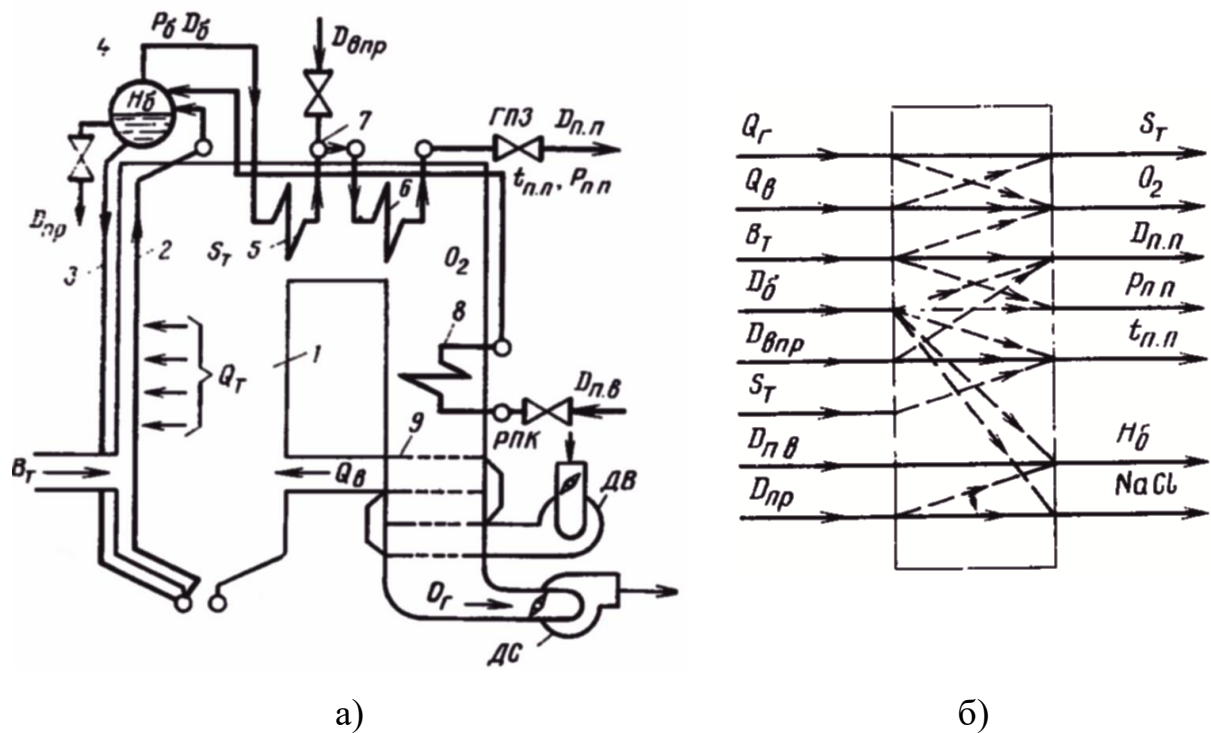


Рисунок 1.4 – Контури управління енергоустановки

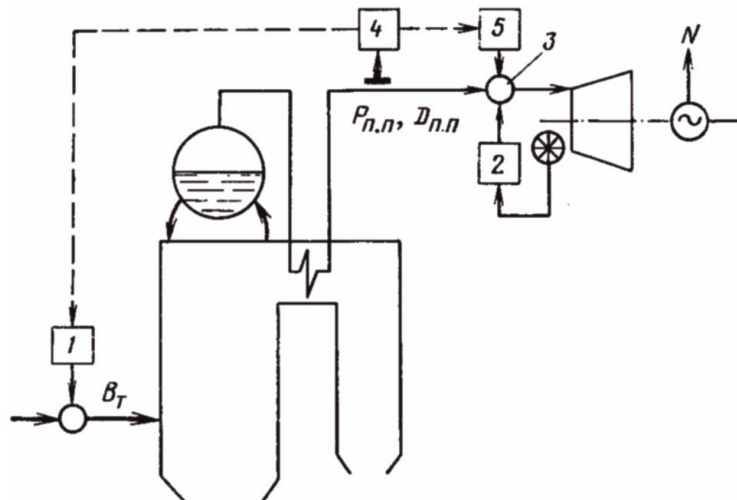
Приклад розділення системи автоматизації енергоустановки, – парового котла теплової електростанції, – на окремі контури управління [15] показаний на рис. 1.5, на якому Q_B – кількість повітря; B_T – витрата палива; $D_{ПВ}$ – витрата живильної води; $D_{пр}$ – витрата продувки барабану; H_6 , p_6 та D_6 – рівень води, тиск в барабані та витрата насиченого пару; Q_T – теплота від згоряння; S_T – розрідження у верхній частині топки; D_r – витрата димососів; $D_{впр}$ – витрата води для охолодження пару; $t_{пн}$, $p_{пн}$ та $D_{пн}$ – температура, тиск та витрата перегрітого пару; O_2 – концентрація кисню у продуктах згоряння; $NaCl$ – концентрація солей у котловій воді; ГПЗ – головна парова засувка; РПК – регулюючий клапан живлення; ДС – димосос; ДВ – вентилятор.



1 – топка; 2, 3 – підйомні та опускні труби; 4 – барабан; 5, 6 – пароперегрівачі; 7 – охолоджувач пару; 8 – водяний економайзер; 9 – підігрівач повітря

Рисунок 1.5 – Принципова технологічна схема барабанного парового котла (а) та взаємозв'язок (б) між його управляючими параметрами та параметрами стану

Завдяки властивостям взаємовпливу параметрів управління та параметрів стану (див. рис. 1.5) є можливим представити систему автоматизації енергоустановок, парових котлів тощо, у вигляді сукупності відносно нескладних контурів автоматизації (регулювання), як це роблять, наприклад для парових котлів [15]. В якості прикладу на рис. 1.6 показаний контур автоматичного регулювання тиску пари, який виробляється паровим котлом [15]. Регулювання тиску пари здійснюється за рахунок належного вибору витрати палива: якщо тиск пари стає більшим ніж потрібно, то витрата палива зменшується і навпаки, якщо тиск пари є меншим ніж потрібно, то витрата палива збільшується. Слід зазначити, що на рис. 1.6 показано автоматизоване управління не однією, а двома енергоустановками (паровий котел та турбіна), які взаємодіють між собою в процесі експлуатації, тобто подача палива може змінюватися не тільки через підвищення тиску пари, а і через змінення частоти обертання ротору турбіни, яка впливає на тиск пари при зміні положення регулюючого клапану турбіни.



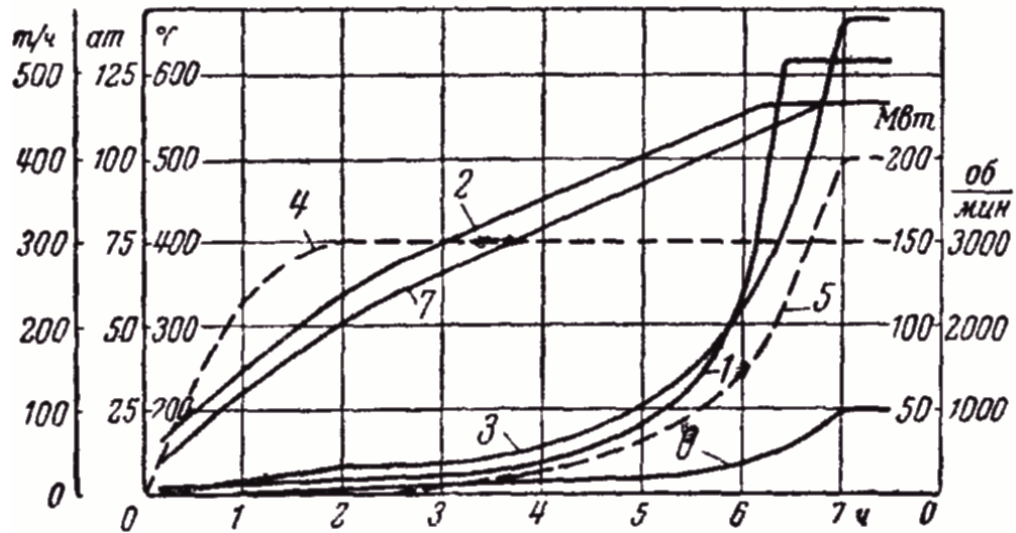
1 – регулятор подачі палива; 2 – регулятор частоти обертання; регулюючий клапан турбіни; 4 – регулятор тиску; 5 – електропривод синхронізатора турбіни

Рисунок 1.6. – Контур регулювання тиску пари перед турбіною

1.3 Перехідні та стаціонарні режими роботи енергоустановок

Автоматизація енергоустановок має довгу історію [16], але значні досягнення здобуті для стаціонарних режимів енергоустановок, а перехідні режими (типу зупинення, набір потужності, аварійні випадки) є недостатньо вивченими і потребують втручання оператора для ручного управління [17, 18], що потребує ретельного дослідження взаємодії оператора та систем автоматизації [19]. Такий стан проблеми обумовлений тією обставиною, що перехідні режими роботи займають малу частину загального часу роботи енергоустановок. За цим, саме стаціонарні режими роботи, які займають найбільший час роботи енергоустановок, були надважливими для автоматизації і найбільш цікавили дослідників та інженерів [16]. Так, наприклад, розпалювання парового котла (перехідний режим роботи) може здійснюватись продовж декількох годин [20] (рис. 1.7), але після цього протягом декілька місяців здійснюється стаціонарний режим роботи на заданій потужності із мінімальним втручанням операторів для усунення нескладних відмов обладнання, для швидкого переведення на декілька більшу, або меншу потужність та інших дій, що вимагають короткочасних перехідних режимів роботи. З урахуванням цих обставин, автоматизація перехідних режимів роботи енергоустановок довгий час не була пріоритетною проблемою. Крім цього, проблеми автоматизації перехідних режимів є суттєво більш складними у порівнянні із проблемами автоматизації стаціонарних режимів роботи енергоустановок, які є сьогодні добре розробленими і вже майже сто п'ятдесят років мають потужне наукове обґрунтування [16]. Таким чином, сьогодні загальноприйнятим є підходи, що передбачають автоматизацію стаціонарних режимів роботи, а перехідні режими роботи енергоустановок здійснюється за допомогою ручного управління спеціально підготовленими операторами, хоча існують певні тенденції щодо максимального виключення людини від управ-

ліття складними енергоустановками [21], у тому числі для зменшення ризиків аварійних ситуацій та пошкодження обладнання .



1 та 2 – тиск та температура пари перед турбіною; 3 – паропродуктивність; 4 – число обертів ротору турбіни; 5 – навантаження турбіни; 6 – тиск пари за циліндром високого тиску; 7 – температура пари за проміжним перегрівачем

Рисунок 1.7 – Зміна параметрів котлотурбінної установки на перехідному режимі розпалювання парового котла ПК-33

Є цілком зрозумілим, що людина-оператор має об'єктивні фізичні обмеження, які у багатьох випадках не дозволяють йому ефективно та безпечно управляти енергоустановками, тому сьогодні багато уваги приділяється допоміжним засобам автоматизації, що забезпечують взаємодію із людиною-оператором [19] та дозволяють значно зменшити кількість можливих помилок людини-оператора. В той же час, технічні засоби автоматизації не зможуть повністю виключити помилки людини-оператора, тому останнім часом є тенденції щодо максимального виключення людини-оператора від управління складними енергоустановками, особливо таким, що мають велику потенційну небезпеку у випадку аварійних ситуацій як, наприклад, в атомній енергетиці. [21]. Таким чином, тема даного дослідження є актуальною, оскі-

льки відповідає сучасним тенденціям щодо підвищення ефективності та безпеки енергоустановок.

Зрозуміло, що перехідні режими роботи енергоустановок пов'язані, насамперед, зі зміною потужності та вимагають нагрівання (охолодження) їхніх конструкцій. Метою даного дослідження є розробка теоретичних основ програмного управління нагрівом конструкцій для автоматизації перехідних режимів роботи енергоустановок. Задачі дослідження містять ознайомлення із математичними формулюваннями задач теплопровідності, які складають теоретичну основу для розв'язування проблеми керованості температурними полями к конструкціях; створення теоретичних основ щодо розробки програмного управління нагрівом конструкцій на основі розв'язування задач керованості температурним станом; розгляд простішого прикладу про управління температурним полем уздовж товщини плоскої стінки, яка представляє типовий простіший елемент енергоустановок.

1.4 Оптимальне програмне управління перехідними процесами

Математичне обґрунтування автоматизації усталених режимів експлуатації енергоустановок здійснюється на основі теорії стійкості А.М. Ляпунова [22], тобто параметри регуляторів обирають із умови стійкості відповідного усталеного режиму. В такому підході розглядають малі початкові збурення стану енергоустановки із системою автоматизації від стану усталеного режиму, на якому ця енергоустановка має працювати і розглядають такі збурення як вхідний сигнал \mathbf{u} (1.2) (див. рис. 1.3). Стан енергоустановки із системою автоматизації визначають відхиленнями від стану усталеного режиму, на якому ця енергоустановка має працювати і розглядають такі відхилення як результуючий сигнал $\mathbf{x}(t)$ (1.2) (див. рис. 1.3). Оскільки розглядають малі початкові збурення, тобто збурення $\|\mathbf{u}\| < \varepsilon$, де $\varepsilon > 0: \varepsilon^2 \ll \varepsilon$, то це дозволяє

виконувати лінеаризацію диференціальних рівнянь, які визначають збурений стан енергоустановки із системою автоматизації, навколо стану досліджуваного усталеного режиму енергоустановки та представляти математичну модель об'єкту автоматизації у вигляді системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь із початковими умовами [20]:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{u}, \quad (1.3)$$

де \mathbf{A} – задана матриця розміром $N \times N$, що відповідає диференціальним рівнянням системи; початковий момент обрано відповідним нулю.

За допомогою математичної моделі (1.3) обґрунтування системи автоматизації зводиться до визначення умов, ким має задовольняти матриця \mathbf{A} , щоб розв'язок задачі (1.3) мав властивість [23]

$$\|\mathbf{x}(t)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty. \quad (1.4)$$

Умова (1.4) відповідає відсутності збурень стану усталеного режиму, на якому має працювати енергоустановка.

Запропонований А.М. Ляпуновим метод характеристичних показників дозволяє визначити умови стійкості енергоустановки із системою автоматизації першого наближення без розв'язування диференціальних рівнянь (1.3) математичної моделі. Для цього потрібно знайти розв'язки характеристичного рівняння

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0, \quad (1.5)$$

де λ – шукані корені рівняння; \mathbf{I} – діагональна одинична матриця.

Рівняння (1.5) має N коренів і по цих кореням можна робити висновок щодо стійкості стану усталеного режиму енергоустановки. Так, наприклад,

відомо [20], що у випадку від'ємної дійсної частини усіх коренів рівняння (1.5) стан системи буде відповідати асимптотичної стійкості. Виключення із розгляду процесу повернення системи із збуреного стану до стану, стійкість якого досліджується, суттєво спрощує розв'язування задачі про стійкість стану, тобто про визначення параметрів системи автоматизованого управління усталеними режимами енергоустановок.

Характерною рисою перехідних режимів є те, що необхідно визначити управління, що визначаються вектором $\mathbf{u}(t)$, які дозволятимуть перевести стан енергоустановки, що визначається вектором $\mathbf{x}(t)$, (див. рис. 1.3) із заданого поточного стану, що визначається вектором \mathbf{x}_{cur} до заданого потрібного стану, що визначається вектором \mathbf{x}_{req} . Крім цього управління $\mathbf{u}(t)$ має задовольняти певним обмеженням та забезпечувати якість перехідного процесу. Математична модель такого перехідного режиму енергоустановки після лінеаризації набуде вигляду

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_{\text{cur}}, \quad \mathbf{x}(t_{\text{tr}}) = \mathbf{x}_{\text{req}}, \quad (1.6)$$

де \mathbf{f} – задана векторна функція, що визначає диференціальні рівняння математичної моделі енергоустановки; t_{tr} – час перехідного процесу.

Якість перехідного процесу пропонується формулювати так [21]:

$$L \rightarrow \min, \quad L = \int_0^{t_{\text{tr}}} g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt, \quad (1.7)$$

де $g(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ – деяка задана функція.

В окремому випадку, коли $g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 1$, маємо важливу задачу $t_{\text{tr}} \rightarrow \min$ швидкодії, тобто мінімізації часу перехідного процесу. Вектор $\mathbf{u}(t)$ парамет-

рів управління можна називати програмою управління, і, таким чином, задача оптимізації програмного управління перехідними процесами зводиться [24] до визначення управління $\mathbf{u}(t)$, яке дозволяє перевести енергоустановку, яка представляється математичною моделлю (1.6) із заданого поточного стану до заданого потрібного стану (1.6) таким чином, щоб функціонал (1.7) мав мінімальне значення.

Розв'язування задачі оптимального управління є досить складною проблемою. Одним із найвідоміших результатів щодо проблеми оптимального управління є принцип максимуму, сформульований Л.С. Понтрягіним [24]ж останнім часом певної відомості набуває метод функції керованості [25]. Слід підкреслити, що саме математичні складності розв'язування задач оптимального управління є однією із обставин, що суттєво обмежує впровадження автоматизації перехідних режимів енергоустановок.

2 МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОГРАМНОГО УПРАВЛІННЯ НАГРІВАННЯМ ПЛОСКОЇ СТІНКИ

Перехідні режими роботи енергоустановок передбачають зміну температурного стану, яка реалізується шляхом відповідного впливу на температуру в окремих частинах їхніх елементів конструкцій, як це робиться, наприклад, при розпалюванні парового котла (див. рис. 1.7). Добре відомо [26], що наявність температурного градієнту, тобто наявність різниці між температурами частин твердого тіла, викликає температурні напруження, які за певних умов можуть привести до руйнування. Таким чином, температурні напруження істотно обмежують множину допустимих температурних станів елементів конструкцій, які представляють собою тверді тіла, що приводить до відповідних обмежень управління перехідними режимами роботи енергоустановок. Такі обмеження змушують досить обережно здійснювати зміни температурного стану на перехідних режимах роботи енергоустановок, щоб уникнути руйнувань та пошкоджень елементів їхніх конструкцій, що приводить до значного часу перехідних режимів та обмежує маневрові можливості енергоустановок, знижує ефективність їхньої експлуатації. Зрозуміло, що оптимізація програмного управління перехідними режимами роботи з урахуванням обмежень щодо міцності та жорсткості елементів конструкцій дозволить значно підвищити маневреність та ефективність експлуатації енергоустановок.

Можливості експериментальних методів щодо оптимізації програмного управління перехідними режимами роботи енергоустановок є принципово обмеженими, оскільки необхідні натурні експерименти на енергоустановках та випробування вимагають значних капітальних витрат і, крім цього, пов'язані із ризиком руйнування пошкодження устаткування. Єдиною можливістю щодо оптимізації програмного управління перехідними режимами роботи

енергоустановок є математичне моделювання процесів, які притаманні таким режимам, окільні проведення математичного моделювання потребує значно менших витрат та виключає ризики пошкодження устаткування енергоустановок при проведенні досліджень.

Робота розповсюджених типів енергоустановок, таких як парові котли (див. рис. 1.1 та рис. 1.2) та ядерні реактори, парові та газові турбіни тощо, передбачає обмін тепловою енергією між значними об'ємами рухомих теплоносіїв та робочих тіл. Такий теплообмін здійснюється скрізь теплообмінні поверхні, що розділяють рухомі теплоносії та робочі середовища, які мають обмінюватися теплом, тобто нагріватися та охолоджуватися. Теплообмінні поверхні можуть мати різну форму, але частіше всього використовують пластинчасті теплообмінники, що мають форму у вигляді поверхні близько нульової кривизни, а також трубчасті теплообмінні поверхні, що мають циліндричну форму. Плоска стінка представляє собою найпростішу схематизацію теплообмінних поверхонь, у тому числі пластинчастих та, навіть, трубчастих, якщо їхня кривизна не має істотного впливу на теплообмінні процеси, або таким впливом нехтують для спрощення задачі на етапі попереднього дослідження чи концептуального проектування. З урахуванням цих обставин, далі будуть розглянуті питання щодо оптимізації програмного управління нагріванням (або охолодженням) саме плоскої стінки.

2.1 Формулювання задач теплопровідності

Загальноприйнятий підхід щодо оптимізації управління [24] передбачає використання математичних моделей досліджуваних процесів. Оскільки перехідні режими енергоустановок передбачають нагрівання (охолодження) конструкцій, розглянемо загальні відомості теорії теплопровідності.

Теорія теплопровідності дозволяє визначати температурний стан елементів конструкцій з урахуванням їхніх властивостей в умовах їхньої тепло-

вої взаємодії із оточенням. Таке визначення є вкрай необхідним для побудови програмного управління зміною температурного стану елементів конструкцій, відповідно умовам експлуатації на перехідних режимах роботи енергоустановок. Теорія теплопровідності є досить вивченою галуззю знань [27–30], хоча вивчається менше двохсот років; первинні дослідження теплопровідності у сучасному її розумінні були запропоновані Фур'є в його відомій роботі [31], що буда опублікована французькою мовою.

В теорії теплопровідності надає можливості визначати тепловий стан елементів конструкцій, який характеризується температурою та тепловим потоком. Елементи конструкцій у загальному випадку представляють їхніми геометричними образами, тобто у вигляді множини точок тривимірного Евклідового простору, положення кожної точки P елементу конструкції визначаються зазвичай в декартовій системі координат $Oxyz$ (рис. 2.1,а), що позначатиметься як $P(x, y, z)$. Множину граничних точок елементу конструкції позначатимемо як \cup , а множину його внутрішніх точок, тобто точок, що не є граничними, позначимо як Y (рис. 2.1,а). Температура та теплові потоки в загальному випадку є різними к кожній точці елементу конструкції, та змінюються протягом часу $t \geq 0$, тобто температуру та теплові потоки є невідомими функціями декартових координат та часу:

$$T = T(x, y, z, t), \quad q_x = q_x(x, y, z, t), \quad q_y = q_y(x, y, z, t), \quad q_z = q_z(x, y, z, t), \quad (2.1)$$

де T – температура та q_x, q_y, q_z – проекції вектору теплового потоку в точках елементу конструкції.

Для визначення температури та теплових потоків (2.1) в теорії теплопровідності пропонується використовувати диференціальне рівняння балансу тепла в елементарному об'ємі елементу конструкції та рівняння закону теплопровідності Фур'є [15–17]:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + Q(x, y, z, t) \quad \forall P(x, y, z) \in Y, t > 0, \quad (2.2)$$

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \quad \forall P(x, y, z) \in Y \cup \upsilon, t \geq 0, \quad (2.3)$$

де c – теплоємність, ρ – густина та λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу елемента конструкції; Q – густина потужності внутрішніх джерел тепла.

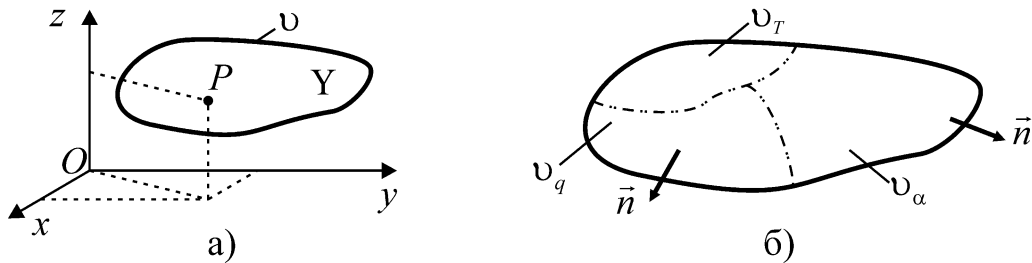


Рисунок 2.1 – Геометричний образ елемента конструкції (а) та частини його границі (б)

Внутрішні джерела тепла можуть виникати, наприклад, внаслідок ядерних реакцій ділення в елементі конструкції, що представляє собою компактний виріб керамічного ядерного палива. В більшості випадків маємо $Q = 0$.

Слід підкреслити, що рівняння (2.2) має виконуватися в моменти часу $t > 0$, а температура в момент часу $t = 0$ має бути заданою. З урахуванням цього, рівняння (2.2) має доповнюватися початковою умовою, що визначає температурний стан елемента конструкції у початковий момент часу:

$$T(x, y, z, 0) = T_{(0)}(x, y, z) \quad \forall P(x, y, z) \in Y, t = 0, \quad (2.4)$$

де $T_{(0)}$ – задане поле температури у внутрішніх точках елемента конструкції в початковий момент часу.

Також слід підкреслити, що рівняння (2.2) має виконуватися лише у внутрішніх точках елемента конструкції, а температурний стан граничних точок має визначатися граничними умовами, які визначають характер теплової взаємодії із зовнішнім оточенням. Теплова взаємодія із зовнішнім оточенням на різних ділянках границі υ елемента конструкції може бути різною, тому в теорії теплопровідності розглядають декілька типів граничних умов [27–30], і далі розглянемо най розповсюджені із них. Для цього уявлятимемо що гранична поверхня елемента конструкції складається із трьох частин, що не перетинаються між собою (див. рис. 2.1,б):

$$\upsilon = \upsilon_T \cup \upsilon_q \cup \upsilon_\alpha, \quad (2.5)$$

де υ_T , υ_q та υ_α – окремі ділянки граничної поверхні елемента конструкції.

Нехай на ділянці υ_T взаємодія елемента конструкції із зовнішнім оточенням приводить до того, що температура в точках цієї ділянки є заданою функцією часу. Тоді гранична умова в точках цієї ділянки має наступний вигляд [27–30]:

$$T = T_v(x, y, z, t) \quad \forall P(x, y, z) \in \upsilon_T, t \geq 0, \quad (2.6)$$

де $T_v(x, y, z, t)$ – задана функція координат та часу, яка визначає температуру ділянки υ_T граничної поверхні υ елемента конструкції.

Нехай на ділянці υ_q взаємодія елемента конструкції із зовнішнім оточенням здійснюється таким чином, що потік тепла через граничну поверхню елемента конструкції в точках цієї ділянки є заданою функцією часу. Тоді гранична умова в точках ділянки υ_q граничної поверхні елемента конструкції має наступний вигляд [27–30]:

$$q_x \cdot n_x + q_y \cdot n_y + q_z \cdot n_z = q_v(x, y, z, t) \quad \forall P(x, y, z) \in \upsilon_q, t \geq 0, \quad (2.7)$$

де $q_v(x, y, z, t)$ – задана функція координат та часу, яка визначає тепловий потік через ділянку υ_q граничної поверхні υ ; $n_x = n_x(x, y, z)$, $n_y = n_y(x, y, z)$ та $n_z = n_z(x, y, z)$ – проекції на координатні орти системи координат вектору зовнішньої одиничної нормалі граничної поверхні.

Нехай на ділянці υ_α елемент конструкції взаємодіє із середовищем що має задану температуру і така взаємодія приводить до теплопередачі через граничну поверхню елемента конструкції. Тоді гранична умова в точках цієї ділянки зводиться до теплового потоку наступного вигляду [27–30]:

$$q_x \cdot n_x + q_y \cdot n_y + q_z \cdot n_z = \alpha_v(T - T_\alpha(x, y, z, t)) \quad \forall P(x, y, z) \in \upsilon_\alpha, t \geq 0, \quad (2.8)$$

де α_v – коефіцієнт теплопередачі через ділянку υ_α граничної поверхні υ елемента конструкції, а $T_\alpha(x, y, z, t)$ – задана функція координат та часу, яка визначає температуру середовища, що оточує ділянку υ_α .

Таким чином, задачі визначення теплового стану (2.1) елемента конструкції зводиться до визначення таких функцій, що задовольняють диференціальним рівнянням (2.2), (2.3), а також початковій умові (2.4) та граничним умовам (2.6)–(2.8) на ділянках граничної поверхні, що представляється у вигляді (2.5). В математиці таку задачу прийнято називати початково-крайовою задачею. Слід зазначити, що формулювання задачі теплопровідності можна звести до розгляду одного рівняння відносно температури. Для цього із рівняння (2.2) слід виключити компоненти вектору теплового потоку (2.3) та одержати рівняння теплопровідності у вигляді:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) + Q(x, y, z, t), \quad (2.9)$$

яке має задовольнятися $\forall P(x, y, z) \in Y, t > 0$.

У випадку, коли коефіцієнт теплопровідності λ матеріалу елемента конструкції є сталим та не залежить від температури та(або) координат, рівняння (2.9) суттєво спроститься та набуде вигляду:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q(x, y, z, t) \quad \forall P(x, y, z) \in Y, t > 0. \quad (2.10)$$

Для рівняння теплопровідності (2.9) слід переформулювати граничні умови (2.7) та (2.8). Для цього за допомогою закону Фур'є (2.3) слід виключити із умов (2.7), (2.8) компоненти вектору теплового потоку та представити ці умови в наступним чином:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) = q_v(x, y, z, t) \quad \forall P(x, y, z) \in v_q, t \geq 0, \quad (2.11)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) = \alpha_v (T - T_\alpha(x, y, z, t)) \quad \forall P(x, y, z) \in v_\alpha, t \geq 0. \quad (2.12)$$

Математичні формулювання початково-крайової задачі теплопровідності можна розглядати у вигляді (2.2)–(2.8) відносно теплового потоку та температури, але переважно такі задачі розглядають у вигляді (2.9), (2.4)–(2.6), (2.11), (2.12) відносно температури.

Розв'язування початково-крайових задач теплопровідності взагалі є складною математичною задачею, розв'язок якої і в аналітичному вигляді може бути одержаний лише в окремих випадках границі v нескладної форми

та за умов певних припущень щодо спрощення теплового стану (2.1). У загальному випадку розв'язок початково-крайових задач теорії теплопровідності може бути отриманий тільки наближено за допомогою обчислювальних методів, таких як метод скінченних різностей (метод сіток), або метод скінченних елементів.

2.2 Теплопровідність плоскої стінки

Нехай геометричний образ елемента конструкції енергоустановки або його фрагменту представляє собою плоску стінку – геометричну фігуру, у якій кривизна граничних поверхонь дорівнює нулю і один із характерних розмірів набагато менший двох інших характерних розмірів (рис. 2.2):

$$h \ll l, h \ll w, \quad (2.13)$$

де h , l та w – характерні розміри плоскої стінки, що є геометричним образом елемента конструкції енергоустановки (рис. 2.2).

Припустимо, що в плоскій стінці відсутні внутрішні джерела тепла:

$$Q(x, y, z, t) = 0. \quad (2.14)$$

Співвідношення між розмірами (2.13) плоскої стінки у випадку внутрішніх джерел тепла (2.14) веде до певних співвідношень між тепловими потоками в ній. Дійсно, можна припустити, що в центральній частині плоскої стінки навколо точки O (рис. 2.2), яка достатньо віддалена від країв, температура мало змінюється в напрямках уздовж осей x та y , направлених уздовж напрямків найбільших характерних розмірів l та w (рис. 2.2). Таке припущення

щодо температурного стану навколо віддаленої від країв точки O плоскої стінки приводить до теплових потоків:

$$q_x = 0, q_y = 0, \quad (2.15)$$

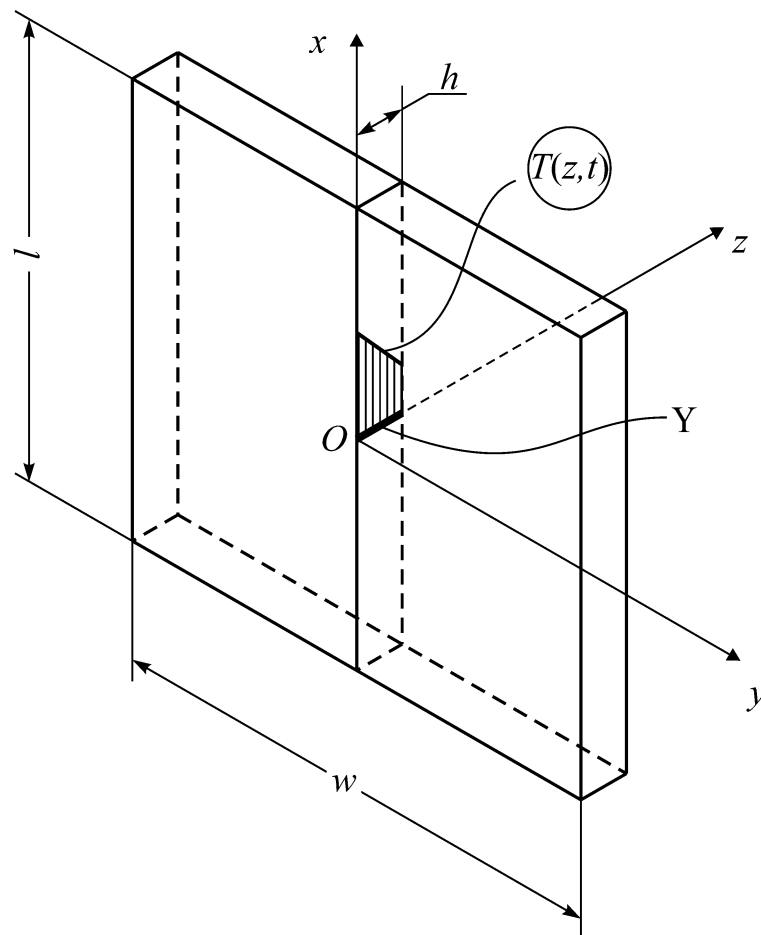


Рисунок 2.2 – Плоска стінка та її температурний стан

З урахуванням припущень (2.15) щодо теплових потоків навколо віддаленої від країв плоскої стінки точки O (рис. 2.2) із співвідношень закону Фур'є (2.3) матимемо:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \Rightarrow T = T(z, t), q_z = q_z(z, t). \quad (2.16)$$

Слід зазначити, що співвідношення (2.14)–(2.16) не суперечать також рівнянню (2.2). Таким чином, навколо відділеної від країв точки O можна наближено вважати, що теплопровідність здійснюється тільки уздовж осі z , що спрямована у напрямку найменшого характерно розміру h плоскої стінки (див. рис. 2.2). Завдяки цьому досліджувана область Y зводиться до відрізка, а її границя – відповідно до країв цього відрізка (див. рис. 2.2):

$$Y: 0 < z < h \cup (z = 0) \cup (z = h). \quad (2.17)$$

Завдяки припущенням (2.14)(2.17) диференціальні рівняння (2.2) та (2.3) значно спростяться:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q_z}{\partial z}, \quad 0 < z < h, t > 0, \quad (2.18)$$

$$q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}, \quad 0 \leq z \leq h, t \geq 0. \quad (2.19)$$

Замість двох рівнянь (2.18), (2.19) можемо розглядати одне рівняння відносно температури:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad 0 < z < h, t > 0. \quad (2.20)$$

Диференціальне рівняння (2.20) слід розглядати разом із початковою умовою, яка взагалі має вигляд (2.4), та із граничними умовами, які можуть мати один із типів (2.6), (2.11), (2.12).

Початкова умова (2.4) для диференціального рівняння (2.20) набуде наступного вигляду:

$$T(z, 0) = T_{(0)}(z), \quad 0 < z < h, t = 0. \quad (2.21)$$

де $T_{(0)}(z)$ – задана початкова температура яка є функцією тільки координати z внутрішніх точок плоскої стінки.

Гранична умова (2.6) для диференціального рівняння (2.20) набуде наступного вигляду:

$$T = T_v(t) \quad \forall P(z) \in \upsilon_T, t \geq 0, \quad (2.22)$$

де $T_v(t)$ – задана функція часу, яка визначає температуру на ділянці υ_T границі υ досліджуваної області (2.17) плоскої стінки; $P(z)$ – точка, що належить досліджуваній області (2.17); ділянка υ_T границі υ досліджуваної області (2.17) може визначатися як $z = 0$ або $z = h$ (див. рис. 2.2).

Гранична умова (2.11) для диференціального рівняння (2.20) з урахуванням припущень (2.14)–(2.16) суттєво спроститься:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} n_z = q_v(t) \quad \forall P(z) \in \upsilon_q, t \geq 0, \quad (2.23)$$

де $q_v(t)$ – задана функція часу, яка визначає тепловий потік через ділянку υ_q границі υ досліджуваної області (2.17) плоскої стінки; граничну поверхню; n_z – проекція на орт осі z (див. рис. 2.2) вектору зовнішньої одиничної нормалі граничної поверхні; ділянка υ_q границі υ досліджуваної області (2.17) може визначатися як $z = 0, n_z = -1$ або $z = h, n_z = 1$ (див. рис. 2.2).

Гранична умова (2.12) для диференціального рівняння (2.20) з урахуванням припущень (2.14)–(2.16) набуде суттєво простішого вигляду:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} n_z = \alpha_v (T - T_\alpha(t)) \quad \forall P(z) \in \upsilon_\alpha, t \geq 0. \quad (2.24)$$

де α_v – коефіцієнт теплопередачі через ділянку υ_α границі υ досліджуваної області (2.17) плоскої стінки; $T_\alpha(t)$ – задана функція координат та часу, яка визначає температуру середовища, що оточує ділянку υ_α ; ділянка υ_α границі υ досліджуваної області (2.17) може визначатися як $z = 0$, $n_z = -1$ або $z = h$, $n_z = 1$ (див. рис. 2.2).

Шляхом розв’язування диференціального рівняння (2.20) для відповідним чином вибраної початкової умови (2.21), а також граничних умов (2.22)–(2.24) можемо розглядати різноманітні задачі теплопровідності плоскої стінки (див. рис. 2.2).

2.3 Оптимізація програмного управління процесом нагрівання

Для розв’язування задач щодо оптимізації програмного управління процесом нагрівання (або охолодження) плоскої стінки слід запропонувати математичну модель її температурного стану, яка має містити управління, тобто набір параметрів, які характеризують процес управління цим температурним станом; також слід визначити обмеження щодо температурного стану, обумовлені, наприклад умовами міцності з урахуванням температурних напружень; крім цього, слід сформулювати вимоги щодо управління температурним станом та критерій його оптимальності.

Далі розглядатимемо випадок плоскої стінки із однорідного матеріалу, тобто такого матеріалу, що має однакові властивості в усіх точках плоскої стінки, та приймаємо, що характеристики матеріалу представлені своїми значеннями осередненими в широкому інтервалі температури, тобто вважаємо

характеристики матеріалу плоскої стінки заданими сталими. Ці припущення дозволяють значно спростити диференціальне рівняння (2.20):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad 0 < z < h, t > 0, \quad (2.25)$$

де $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу.

Приймаємо, що на початку нагрівання плоска стінка мала задану поточну температуру, яка визначатиме початкову умову (2.21) наступним чином:

$$T(z, 0) = T_{\text{cur}}, \quad 0 < z < h, t = 0, \quad (2.26)$$

де T_{cur} – задана поточна (current) температура у момент часу $t = 0$ на початку процесу нагрівання плоскої стінки.

Розглядаємо випадок, коли нагрівання плоскої стінки здійснюється за рахунок зміни (підвищення) температури її граничної площини $z = 0$ (див. рис. 2.2), що приводить до граничної умови типу (2.22), яка прийме наступний вигляд:

$$T = u(t), \quad z = 0, t \geq 0, \quad (2.27)$$

де $u(t)$ – шукане управління (параметр управління), яким визначається шукана програма управління процесом нагрівання плоскої стінки.

Вважаємо, що гранична площина $z = h$ плоскої стінки є теплоізолюваною, тобто на цій граничній площині маємо граничну умову типу (2.23), яка в даному випадку набуде вигляду:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad z = h, t \geq 0. \quad (2.28)$$

де теплоізоляція граничної поверхні уявляється рівність нулю теплового потоку скрізь цю граничну поверхню.

Обмеження температурного стану плоскої стінки, що обумовлені умовою міцності із урахуванням температурних напружень приймемо у наступному вигляді [19]:

$$|u(t) - T(h, t)| \leq \frac{2[\sigma]}{E\alpha}, \quad (2.28)$$

де $[\sigma]$ – допустиме еквівалентне напруження, що використовується в умові міцності [32, 33]; E та α – модуль Юнга та коефіцієнт температурного розширення [26, 32] матеріалу плоскої стінки.

Докладне обговорення щодо походження умови (2.28) обмеження температурного стану плоскої стінки не передбачається в цьому дослідженні, тому далі обмежмося виключно загальними поясненнями. Слід розуміти, що умову (2.28) одержано шляхом розв'язування спрощеної задачі термопружності [26, 32] про розтягування-стискання стрижня, що представляє переріз (2.17) плоскої стінки та має закріплені краї $z = 0$ або $z = h$ (див. рис. 2.2). при цьому враховано відомий в теорії теплопровідності [26–32] результат, що стаціонарне температурне поле в плоскій стінці характеризується лінійним законом уздовж товщини. Напруження із одержаного розв'язку використовуються в умові міцності, яку зазвичай використовують в опорі матеріалів [32]. Записана таким чином умова міцності після відповідних перетворень набуває вигляду (2.28).

Нагрівання плоскої стінки від її поточного стану (2.26) слід здійснити таким чином, щоб через певний час стінка була рівномірно розігрітою до заданої температури:

$$T(z, t) = T_{\text{req}}, \quad 0 \leq z \leq h, t = t_{\text{tr}}, \quad (2.29)$$

де $T_{\text{req}} > T_{\text{cur}}$ – задана потрібна (required) температура, яку має мати плоска стінка у деякий невизначений момент часу $t = t_{\text{tr}}$; t_{tr} – невизначений час перехідного процесу нагрівання плоскої стінки.

Задача оптимізації програмного управління нагрівання плоскої стінки полягає в тому, що визначити управління $u(t)$ із граничної умови (2.27) яке за умов обмеження (2.28) має забезпечити задану якість перехідного процесу нагрівання, що характеризується математичною моделлю (2.25)–(2.27) та умовою (2.29). Далі розглядатимемо задачу швидкодії процесу управління нагрівання плоскої стінки: визначити управління $u(t)$ із граничної умови (2.27) яке за умов обмеження (2.28) має забезпечити мінімальний час t_{tr} перехідного процесу нагрівання, що характеризується математичною моделлю (2.25)–(2.27) та умовою (2.29).

3 МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОГРАМНОГО УПРАВЛІННЯ НАГРІВАННЯМ ПЛОСКОЇ СТІНКИ

Оптимізація програмного управління нагрівання плоскої стінки зводиться до визначення управління $u(t)$ температурою граничної поверхні $z = 0$ цієї плоскої стінки (див. рис. 2.2), що забезпечуватиме необхідні властивості перехідного процесу за умов виконання наявних обмежень (див. підрозд. 2.3).

3.1 Диференціальне рівняння для визначення управління

Одним із способів визначення управління $u(t)$ температурою граничної поверхні $z = 0$ цієї плоскої стінки (див. рис. 2.2), що необхідно для оптимізації нагрівання плоскої стінки (див. підрозд. 2.3), може бути формулювання та розв'язування відповідного звичайного диференціального рівняння із початковою умовою:

$$\frac{du}{dt} = F(t, u), \quad u(0) = u_0, \quad (3.1)$$

де $F(t, u)$ – деяка функція часу та управління, що визначає швидкість управління; u_0 – початкове значення управління.

За умов відомої функції $F(t, u)$ та значення u_0 управління $u(t)$ може бути визначено шляхом інтегрування задачі Коші (3.1) за допомогою будь-якого відповідного обчислювального методу [34–37]. Таким чином, визначення закону $F(t, u)$ зміни швидкості управління та початкового значення u_0

управління дозволить розв'язати задачу оптимального управління нагріванням плоскої стінки.

Для визначення функції $F(t, u)$ пропонується використати нерівність (2.28), яка обмежує температурний стан плоскої стінки, що є природно, оскільки управління має задовольняти цій нерівності. Для цього врахуємо, що за фізичним змістом задачі швидкодії процесу нагрівання плоскої стінки (див. рис. 2.2) маємо:

$$u(t) \geq T(h, t). \quad (3.2)$$

Внаслідок нерівності (3.2), що віє наслідком фізичного змісту розглядуваної задачі, умова (3.1) набуде вигляду:

$$u(t) - T(h, t) \leq \frac{2[\sigma]}{E\alpha}. \quad (3.3)$$

Припускаємо, що мінімальний час перехідного процесу буде забезпечений у випадку рівності в умові (3.4), тобто замість нерівності (3.3) будемо розглядати обмеження у вигляді рівності:

$$u(t) - T(h, t) = \frac{2[\sigma]}{E\alpha}, \quad (3.4)$$

Шляхом диференціювання рівності (3.4) визначимо функцію $F(t, u)$:

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{\partial T(h, t)}{\partial t} \Rightarrow F(t, u) = \frac{\partial T(h, t)}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Початкове значення u_0 управління визначимо із умови (3.4) в початковий момент часу. Умова (3.4) при $t = 0$ з урахуванням початкової умови (2.26) та граничної умови (2.28), а також початкової умови (3.1) набуде наступного вигляду:

$$u_0 = T_{\text{cur}} + \frac{2[\sigma]}{E\alpha}. \quad (3.6)$$

Зрозуміло, що управління, яке визначається швидкістю (3.5) та початковою умовою (3.6) буде завжди задовольняти нерівності (2.28) з урахуванням фізичного змісту задачі (3.2). Таким чином, закон швидкості (3.5) та початкова умова (3.6), визначають управління $u(t)$, яке дозволяє збільшувати температуру плоскої стінки до нескінченності не порушуючи при цьому обмеження (2.28). Разом із тим, нагрівання плоскої стінки передбачає підвищення її температури до заданого значення T_{req} відповідно умові (2.29). Щоб виконати умову (2.29), слід у певний момент часу t_{sw} змінити закон управління, а саме здійснити стрибкоподібну зміну управління, тобто "переключення" (switching), таким чином, щоб температура плоскої стінки на граничній поверхні $z = 0$ дорівнювала заданому бажаному значенню T_{req} (рис. 3.1). Зрозуміло, що за умови, коли $u(t) = T_{\text{req}}$ температура в плоскій стінці протягом певного часу стане однорідною і буде дорівнювати T_{req} . Час перехідного процесу t_{tr} нагрівання плоскої стінки буде залежить від вибору часу t_{sw} "переключення" управління (рис. 3.1). Таким чином, закон швидкості управління має вигляд:

$$F(t,u) = \begin{cases} \frac{\partial T(h,t)}{\partial t}, & t \leq t_{sw}, \\ -\beta(T_{sw} - T_{req})e^{-\beta(t-t_{sw})}, & t > t_{sw}, \end{cases} \quad (3.7)$$

де T_{sw} управління (температура граничної поверхні $z=0$) в момент часу $t=t_{sw}$; $\beta > 0$, параметр, що визначає швидкість управління в момент часу $t=t_{sw}$ (рис. 3.1).

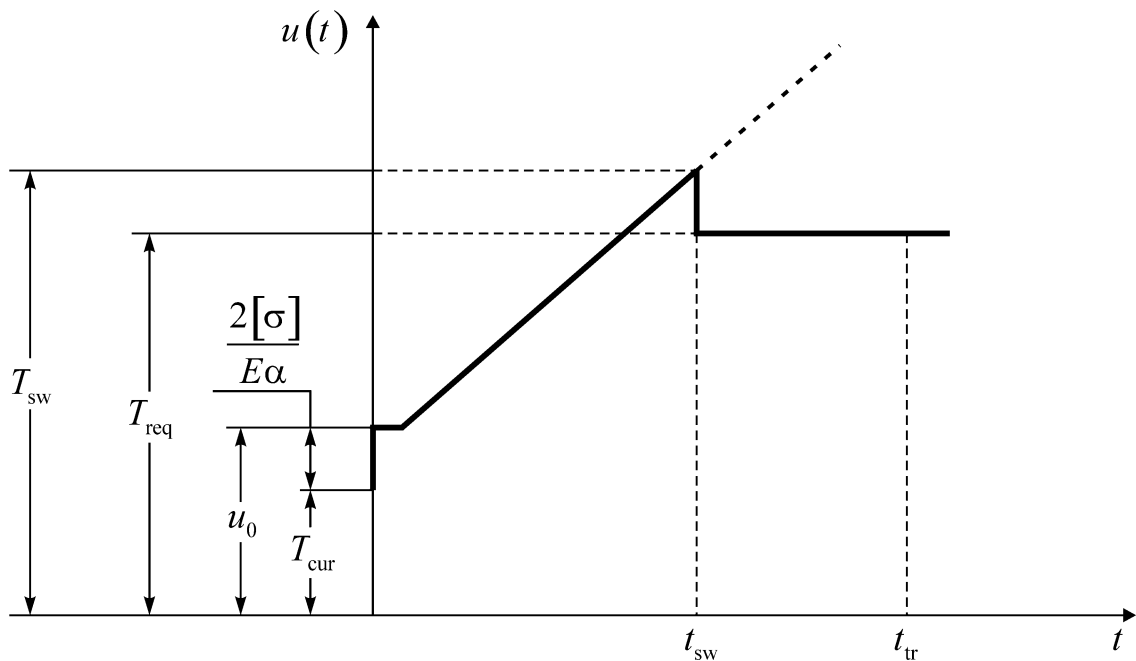


Рисунок 3.1 – Управління нагрівом плоскої стінки

Швидкість (3.7) управління в моменти часу $t > t_{sw}$ відповідає стрибкоподібній зміні температури від значення T_{sw} до значення T_{req} . При $\beta \rightarrow \infty$ стрибкоподібний закон зміни управління в момент часу $t = t_{sw}$ буде наближатися до стрибкового змінення температури від значення T_{sw} до значення T_{req} . Слід розуміти, що стрибкове змінення температури фізично неможливе, тому у подальшому приймаємо значення β у наступному вигляді:

$$\beta = 10. \quad (3.8)$$

Таким чином, оптимізація управління нагріванням плоскої стінки зведено до визначення часу t_{sw} , для чого пропонується використовувати умову:

$$T(z_{sw}, t_{sw}) = T_{req}, \quad (3.9)$$

де z_{sw} – координата точки в досліджуваній області (2.17), що обирається довільно.

Умова (3.9) означає, що момент часу t_{sw} відповідає моменту, коли температура в точці $z = z_{sw}$ плоскої стінки досягне потрібної величини T_{req} . За цим маємо:

$$t_{sw} = t_{sw}(z_{sw}), \quad (3.10)$$

де $0 \leq z_{sw} \leq h$ відповідно визначенню (2.17) досліджуваної області.

Зрозуміло, що кожному обраному значенню z_{sw} буде відповідати значення (3.10) часу t_{sw} , що буде визначатися умовою (3.9). В свою чергу, для кожного такого значення t_{sw} шляхом інтегрування диференціального рівняння (3.1), (3.6)–(3.8) за допомогою обчислювальних методів можемо одержати відповідне йому значення часу t_{tr} перехідного процесу нагрівання плоскої стінки. Таким чином у вигляді диференціального рівняння (3.1), (3.6)–(3.8) та умови (3.9) маємо неявно визначену функцію

$$t_{tr} = t_{tr}(z_{sw}), \quad 0 \leq z_{sw} \leq h, \quad (3.11)$$

Таким чином, визначення оптимального управління процесом нагрівання плоскої стінки, відповідне мінімальному часу перехідного процесу нагрівання (задача швидкодії) зводиться до мінімізації неявно заданої функції

(3.11). Основні складності мінімізації функції (3.11) пов'язані із тим, що така функція задана неявно і її значення для заданого аргументу визначається властивістю розв'язку відповідного диференціального рівняння.

3.2 Визначення закону швидкості управління

Оптимізація програмного управління нагріванням плоскої стінки потребує інтегрування звичайного диференціального рівняння із початковою умовою (3.1), (3.6)–(3.9) для заданого значення z_{sw} . Таке інтегрування потребує визначення швидкості управління (3.7) в моменти часу $0 < t \leq t_{sw}$ як функції часу та управління. Для цього слід використати математичну модель (2.25)–(2.28) процесу теплопровідності в плоскій стінці.

Дослідження процесу нестационарної теплопровідності (2.25)–(2.28) в плоскій стінці зручно здійснювати за допомогою методу напівдискретизації [34], відповідно до якого у досліджуваній області (2.17) (див. рис. 2.2) обираємо вузли з координатами (рис. 3.2).

$$z_k = k\Delta z, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, n+1, \quad \Delta z = \frac{h}{n+1}, \quad (3.12)$$

де k – номер вузла; n – кількість "внутрішній" вузлів, тобто вузлів, розташованих в області Y ; Δz – відстань між вузлами.

Сукупність вузлів з координатами (3.12) називатимемо сіткою (рис. 3.2) в досліджуваній області, а величину Δz – шагом сітки [33, 34]. Для наближеного розв'язування задачі теплопровідності (2.25)–(2.28) в якості невідомих розглядатимемо значення шуканої температури у вузлах сітки (3.12), тобто вузлові значення температури (рис.3.2):

$$T_k(t) = T(z_k, t), \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, n+1. \quad (3.13)$$

Щоб визначити вузлові значення (3.13) використаємо відомі формули наближеного диференціювання [34]:

$$\frac{d^2 T_k}{dz^2} = \frac{T_{k-1} - 2T_k + T_{k+1}}{\Delta z^2} + \frac{1}{12} \frac{d^4 T_k}{dz^4} \Delta z^2 + \dots, \quad (3.14)$$

$$\frac{dT_k}{dz} = \frac{3T_k - 4T_{k-1} + T_{k-2}}{2\Delta z} - \frac{1}{3} \frac{d^3 T_k}{dz^3} \Delta z^2 + \dots \quad (3.15)$$

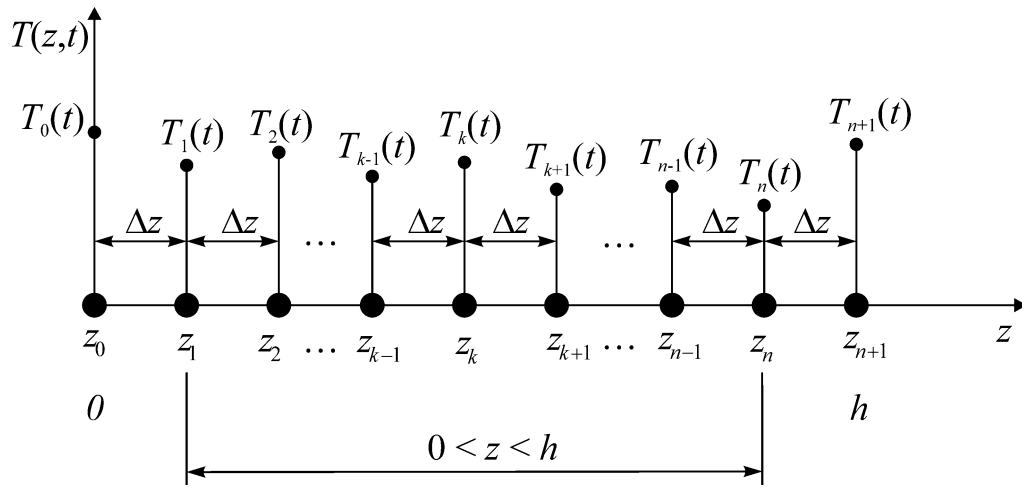


Рисунок 3.2 – Сітка та вузлові значення температури

З урахуванням введених сітки (3.12) та вузлових значень (3.13), а також формул (3.14) та (3.15) наближеного диференціювання гранична умова (2.27), диференціальне рівняння (2.25) та гранична умова (2.28), а також початкова умова (2.26) можуть бути представлені так:

$$T_0 = u(t), \quad (3.16)$$

$$\frac{dT_k}{dt} = a \frac{T_{k-1} - 2T_k + T_{k+1}}{\Delta z^2}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (3.17)$$

$$3T_{n+1} - 4T_n + T_{n-1} = 0. \quad (3.18)$$

$$T_k(0) = T_{\text{cur}}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (3.19)$$

Із диференціального рівняння (3.17), яке відповідає вузлу сітки (див. рис. 3.2) з номером $k=1$, можемо за допомогою співвідношення (3.16) виключити вузлове значення T_0 :

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{a}{\Delta z^2}(-2T_1 + T_2) + \frac{a}{\Delta z^2}u(t), \quad (3.20)$$

Співвідношення (3.18) дозволяє визначити температуру теплоізольованої границі плоскої стінки:

$$T_{n+1} = \frac{4}{3}T_n - \frac{1}{3}T_{n-1}. \quad (3.21)$$

Із диференціального рівняння (3.17), яке відповідає вузлу сітки (див. рис. 3.2) з номером $k=n$, можемо за допомогою співвідношення (3.21) виключити вузлове значення T_{n+1} :

$$\frac{dT_n}{dt} = \frac{a}{\Delta z^2} \frac{2}{3}(T_{n-1} - T_n). \quad (3.22)$$

Для скорочення записів введемо до розгляду вектор \mathbf{x} вузлових значень, а також квадратну матрицю \mathbf{A} , вектор \mathbf{b} та вектор \mathbf{x}_0 :

$$\mathbf{x} = (T_1 \quad T_2 \quad \dots \quad T_n)^T. \quad (3.23)$$

$$\mathbf{A} = \frac{a}{\Delta z^2} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 2/3 & -2/3 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \frac{a}{\Delta z^2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

$$\mathbf{x}_0 = (T_{\text{cur}} \quad T_{\text{cur}} \quad \dots \quad T_{\text{cur}})^T. \quad (3.25)$$

Тоді диференціальні рівняння (3.20), (3.17) для $k = 2, 3, \dots, n-1$ та (3.22), а також початкові умови (3.19) запишуться у вигляді:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (3.26)$$

Співвідношення (3.26) представляють дискретизацію математичної моделі (2.25)–(2.28) процесу теплопровідності.

Швидкість управління $\frac{\partial T(h,t)}{\partial t}$ в моменти часу $0 \leq t \leq t_{\text{sw}}$ визначимо за допомогою співвідношення (3.21), яке дозволить записати:

$$\frac{\partial T(h,t)}{\partial t} = \frac{4}{3} \frac{dT_n}{dt} - \frac{1}{3} \frac{dT_{n-1}}{dt}. \quad (3.27)$$

Введемо до розгляду вектор \mathbf{c} :

$$\mathbf{c} = \left(0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad -\frac{1}{3} \quad \frac{14}{9} \quad -\frac{11}{9} \right)^T. \quad (3.28)$$

Тоді з урахуванням диференціальних рівнянь (3.26) та введеного вектору (3.28) співвідношення (3.27) можна буде представити у вигляді:

$$\frac{\partial T(h,t)}{\partial t} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{x}. \quad (3.29)$$

Зрозуміло, що диференціальні рівняння (3.26) слід розглядати сумісно із диференціальним рівнянням (3.1), (3.6), (3.7), яке з урахуванням виразу (3.29) набуде вигляду:

$$\frac{du}{dt} = \begin{cases} \mathbf{c} \cdot \mathbf{x}, & 0 \leq t \leq t_{sw} \\ -\beta(T_{sw} - T_{req})e^{-\beta(t-t_{sw})}, & t > t_{sw} \end{cases}, \quad u(0) = u_0. \quad (3.30)$$

При розв'язуванні диференціальних рівнянь (3.26), (3.30) для заданого значення z_{sw} слід використовувати умову (3.9) для визначення часу t_{sw} . Для розв'язування диференціальних рівнянь (3.26), (3.30), (3.9) використовуватимемо метод Рунге-Кута 4-го порядку [34–37].

3.3 Програмне забезпечення для виконання розрахунків

Виконання розрахунків, необхідних для оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки відповідно до запропонованого підходу (див. підрозд. 3.1 та підрозд. 3.2) практично неможливо виконати без використання комп'ютеру через великі обсяги розрахунків. За цих умов, було створено пакет прикладних програм для виконання відповідних розрахунків; в якості мов програмування обрано FORTRAN 77 [38] та FORTRAN 90 [39], які є найбільш пристосованими [40] для виконання інженерних та наукових розрахунків (рис. 3.3).

Необхідність використання більш старого [38] стандарту FORTRAN 77 обумовлена намаганням використовувати попередньо розроблені допоміжні коди (підпрограми) для забезпечення сервісних функцій щодо автоматизації створення діалогового середовища, а також виконання математичних розрахунків (метод Рунге-Кута) та перетворень результатів математичних розрахунків в різні текстові формати для подальшого виведення у зручній формі, у тому числі у вигляді графіків. Розроблений пакет прикладних програм є проектом, що складається із великої кількості файлів програмних кодів.

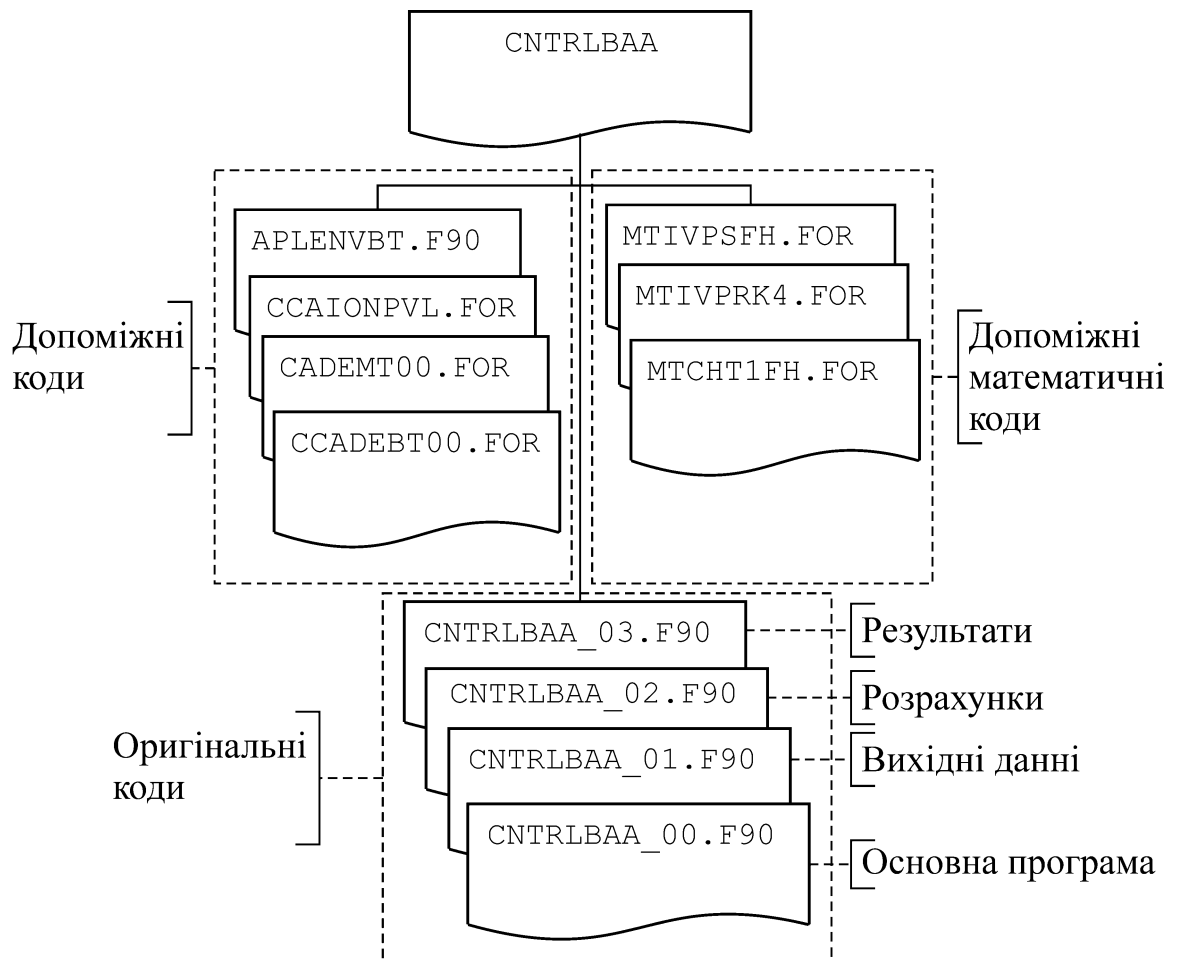


Рисунок 3.3 – Структура файлів проекту

Основна програма написана на FORTRAN 90, оскільки в цьому більш новому стандарті передбачено використання об'єктно-орієнтованого програмування та для цього введена спеціальна програмна компонента – модуль,

що дозволяє істотно спростити обмін даними між різними програмними компонентами проекту [39]. Модуль представляє собою програмну компоненту, яка містить в собі данні у вигляді змінних та параметрів різного типу, у тому числі масивів, а також набір підпрограм, які мають доступ до введених в цьому модулі даних. Модуль можна використовувати в інших програмних компонентах, у тому числі і в інших модулях, та надавати доступ до даних цього модулю та його підпрограм. Фрагмент коду модулю, в якому здійснюється обробка даних (виділення за звільнення пам'яті, визначення координат вузлів, збереження відображення результатів) сітки показаний нижче:

```

MODULE CNTRLBAA_GRID

REAL(8)  :: GRID_A=0,GRID_B=0,GRID_DZ=0
REAL(8) , DIMENSION(:) , PRIVATE, ALLOCATABLE :: NODES
INTEGER  :: GRID_INC=0,GRID_TNC=0
CHARACTER(LEN=255) , PRIVATE  :: GRIDFILENAME=''

CONTAINS

LOGICAL FUNCTION GRID_ALLOCATE (FLD)
...
END FUNCTION GRID_ALLOCATE

LOGICAL FUNCTION GRID_BUILD (FLD)
...
END FUNCTION GRID_BUILD

REAL(8) FUNCTION GRID_NODE (I)
...
END FUNCTION GRID_NODE

LOGICAL FUNCTION GRID_DEALLOCATE (FLD)
...
END FUNCTION GRID_DEALLOCATE

LOGICAL FUNCTION GRID_SAVERESULTS (FILE, FLD)
...
END FUNCTION GRID_SAVERESULTS

SUBROUTINE GRID_DISPLAYRESULTS

```

```

...
END SUBROUTINE GRID_DISPLAYRESULTS

SUBROUTINE GRID_CLEARRESULTS (FIELD)
...
END SUBROUTINE GRID_CLEARRESULTS

END MODULE CNTRLBAA_GRID

```

У наведеному вище кодї за допомогою трьох крапок показанї місця розташування інструкцій відповідних підпрограм. Повний текст однієї із підпрограм цього модулю має вигляд:

```

LOGICAL FUNCTION GRID_BUILD (FLD)
USE CNTRLBAA_ID, ONLY: ID_L
INTEGER FLD, TICKS, POS
CALL CADEBT_STARTACTION (-1, 'BUILD GRID DATA', FLD, TICKS)
POS=0
GRID_BUILD=.FALSE.
IF (.NOT.ALLOCATED(NODES)) GOTO 100
GRID_A=0.0
GRID_B=ID_L/1000
GRID_DZ=(GRID_B-GRID_A)/(GRID_INC+1)
NODES(0)=GRID_A
CALL CADEBT_STATEACTION(POS, 0.5, TICKS)
DO I=1, GRID_INC
NODES(I)=NODES(I-1)+GRID_DZ
CALL CADEBT_STATEACTION(POS, 0.5+0.5*I/GRID_INC, TICKS)
END DO
NODES(GRID_INC+1)=GRID_B
GRID_BUILD=.TRUE.
100 CONTINUE
CALL CADEBT_FINALACTION(POS, TICKS)
END FUNCTION GRID_BUILD

```

В цій підпрограмі здійснюється обчислення та збереження у вигляді масиву координат вузлів сітки. Для цього в наведеній підпрограмі використовується модуль, в якому визначені вихідні данні розрахунків, причому підпрограма отримує доступ тільки до тих вихідних даних, що їй потрібні.

Для забезпечення можливостей використання стандартних та спеціальних програм побудови та аналізу великої кількості графіків передбачається збереження результатів розрахунків у текстових файлах. За рахунок спеціального формату збереження даних можна імпортувати результати розрахунків і спеціальні стандартні програми, такі як Excel. Для побудови великої кількості графіків та для їхнього аналізу можна використовувати спеціально розроблені програми, як, наприклад, показана на рис. 3.3. Ця програма написана на мові програмування Object Pascal та розроблена в інтегрованому середовищі Delphi XE, яке, як відомо, надає широкі можливості щодо побудови графічних інтерфейсів [41].

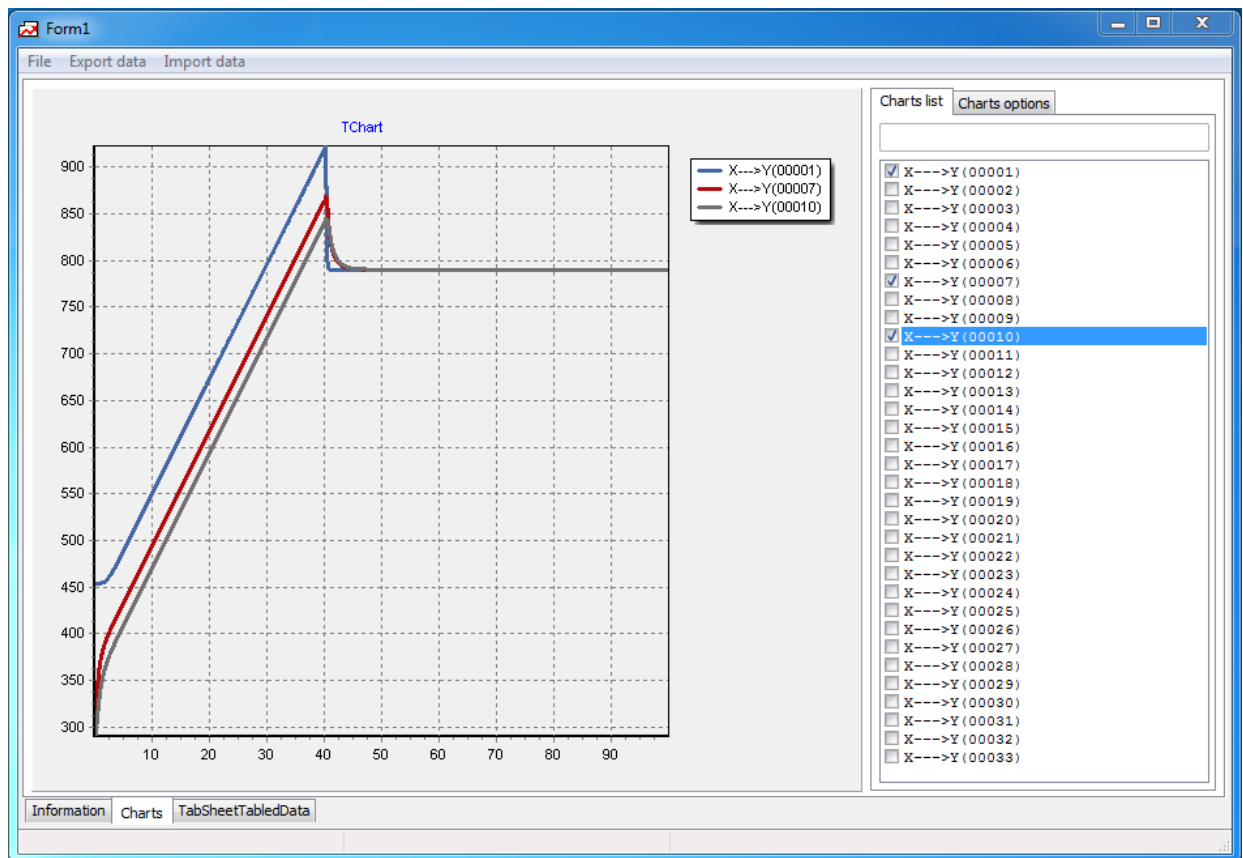


Рисунок 3.4 – Вікно програми автоматичної побудови двовірних графіків

Досвід створення програм для виконання розрахунків щодо оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки свідчить про доцільність використання декількох мов програмування, оскільки це значно спрощує ро-

зробку програмного забезпечення за рахунок використання можливостей мов програмування при розробці програмних компонентів різного призначення. Зрозуміло, що програми математичних розрахунків краще створювати на мові програмування FORTRAN, але допоміжні задачі введення вихідних даних, обробки та візуалізації результатів розрахунків та інші, що не зв'язані із складними математичними обчисленнями великих обсягів, можна програмувати на мовах програмування PYTHON, PASCAL, C та інших у залежності від характеру задачі.

4 РОЗРАХУНКИ ЩОДО ОПТИМАЛЬНОГО ПРОГРАМНОГО УПРАВЛІННЯ НАГРІВАННЯМ ПЛОСКОЇ СТІНКИ

На основі запропонованих підходів (див. розд. 2 та розд. 3) виконаємо розрахунки для визначення оптимального програмного управління нагріванням плоскої стінки та виконаємо дослідження процесу нагрівання.

4.1 Вихідні данні розрахунків

Розрахунки виконаємо за допомогою розроблених програм (див. під-розд. 3.3) для наступних вихідних даних:

$$\begin{aligned} a &= 15 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}, \quad l = 0,02 \text{ м}, \quad T_{\text{сир}} = 290\text{К}, \quad T_{\text{req}} = 790\text{К}, \\ \alpha &= 10 \cdot 10^{-6} \text{ 1/К}, \quad E = 195\text{ГПа}, \quad [\sigma] = 160\text{МПа}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

При наближеному інтегруванні звичайних диференціальних рівнянь за допомогою методу Рунге-Куты 4-го порядку крок інтегрування обираємо наступним чином:

$$\Delta t = 0,01\text{с}. \quad (4.2)$$

З урахуванням того, що значення температури визначатимуться тільки у вузлах (3.12) сітки (див. рис.3.2) маємо можливість обирати значення z_{sw} із умови (3.9) тільки із множини вузлів сітки (див. рис. 3.2):

$$z_{\text{sw}} = k_{\text{sw}} \Delta z, \quad k_{\text{sw}} = 0, 1, 2, \dots, n, n + 1, \quad (4.3)$$

де k_{sw} – параметр, що визначатиме час "переключення" закону швидкості управління процесом нагрівання.

З урахуванням співвідношення (4.3), розв'язування задачі оптимізації процесу нагрівання зводиться до визначення значення параметру k_{sw} , що відповідає мінімальному часу перехідного процесу відповідно до задачі швидкодії.

Розрахунки будемо розглядатимемо для різної кількості n "внутрішніх" вузлів сітки (див. рис. 3.2). Збільшення кількості вузлів обмежено часом машинного розрахунку, який помітно збільшується при збільшеній кількості $n > 35$ через необхідність зменшення кроку інтегрування (4.2) у часі; в той же час результати розв'язування задачі теплопровідності для кількості вузлів $n > 35$ не мають помітних відмінностей від результатів, що відповідають меншим значенням кількості вузлів, та не містять додаткової корисної інформації щодо температурного поля в пластині.

4.2 Оптимізація управління процесом нагрівання

Виконаємо розрахунки щодо оптимізації процесу нагрівання плоскої стінки для різної кількості n "внутрішніх" вузлів сітки (див. рис. 3.2). Результати таких розрахунків показані на рис. 4.1–4.4 та свідчать, що оптимізація дозволяє істотно зменшувати час перехідного процесу нагрівання плоскої стінки. Можна спостерігати (рис. 4.1–4.4), що при збільшенні кількості n вузлів сітки маємо зменшення розбіжностей між результатами розрахунків. Зрозуміло, що серед представлених результатів меншу похибку має результат, показаний на рис. 4.4, який відповідає більшій кількості вузлів сітки; цей результат свідчить про можливість зменшення часу перехідного процесу нагрівання плоскої стінки майже удвічі.

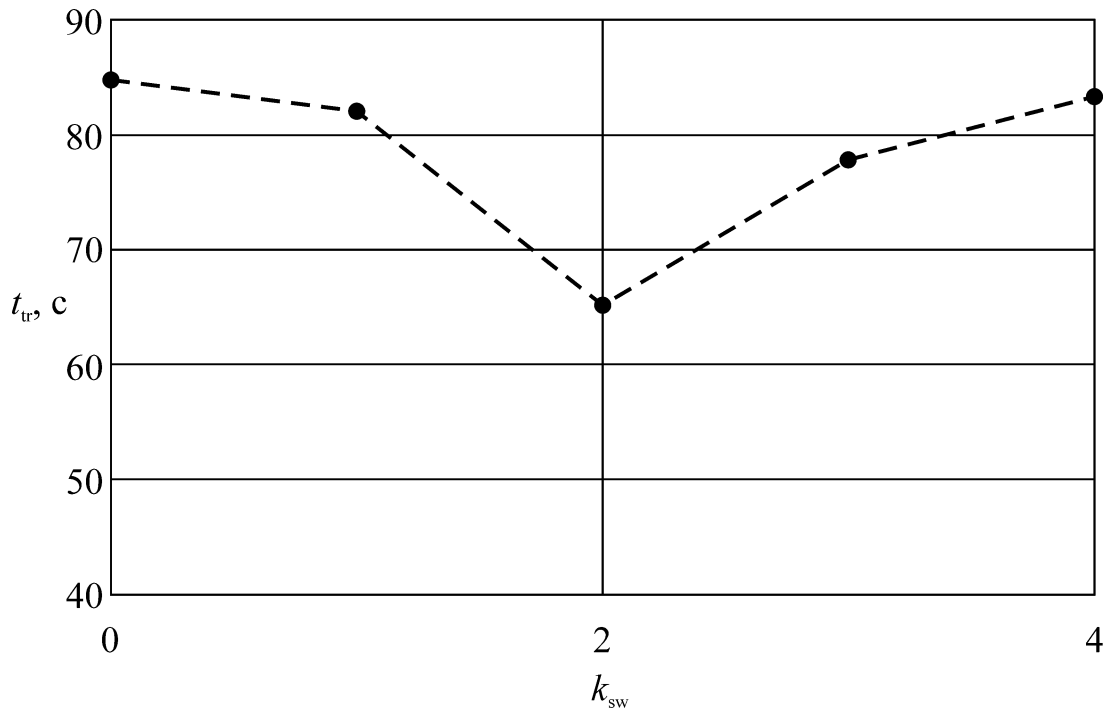


Рисунок 4.1 – Результати щодо часу перехідного процесу нагрівання плоскої стінки, одержані для кількості $n = 3$ "внутрішніх" вузлів сітки

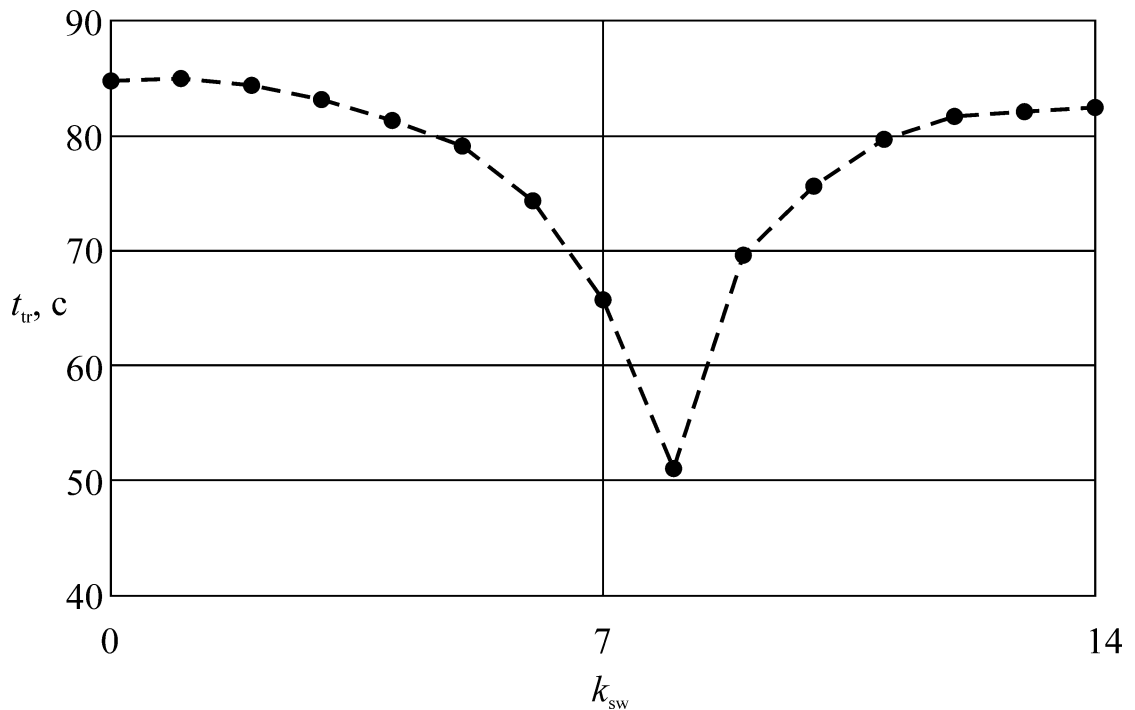


Рисунок 4.2 – Результати щодо часу перехідного процесу нагрівання плоскої стінки, одержані для кількості $n = 13$ "внутрішніх" вузлів сітки

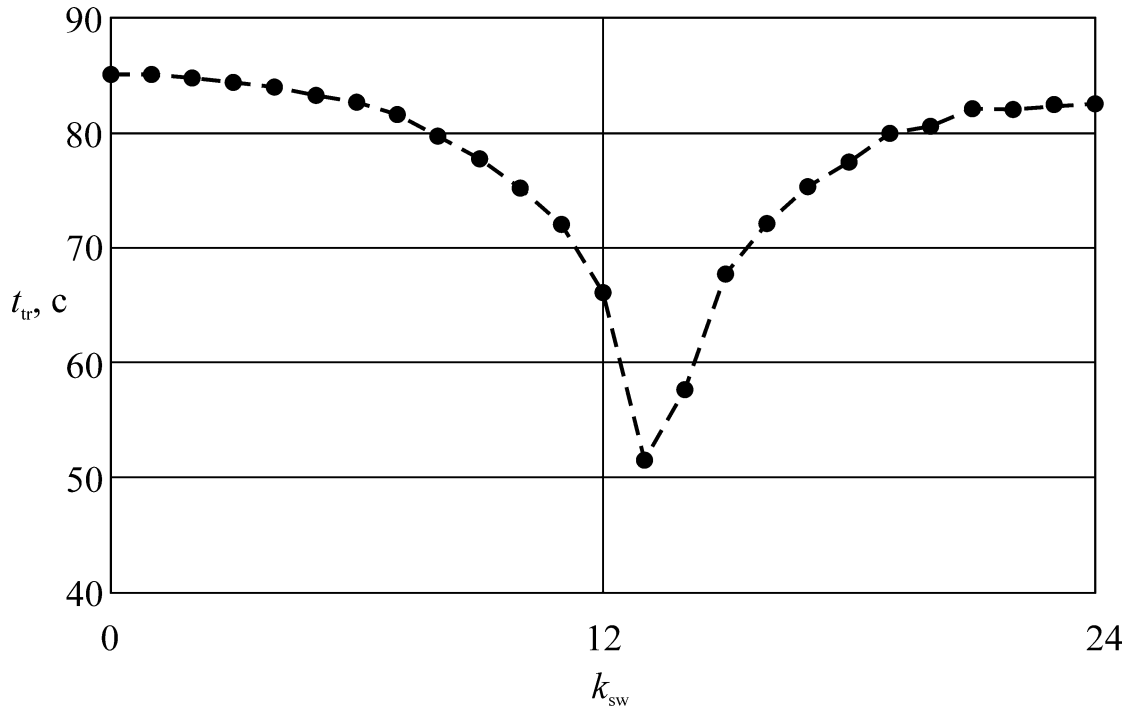


Рисунок 4.3 – Результати щодо часу перехідного процесу нагрівання плоскої стінки, одержані для кількості $n = 23$ "внутрішніх" вузлів сітки

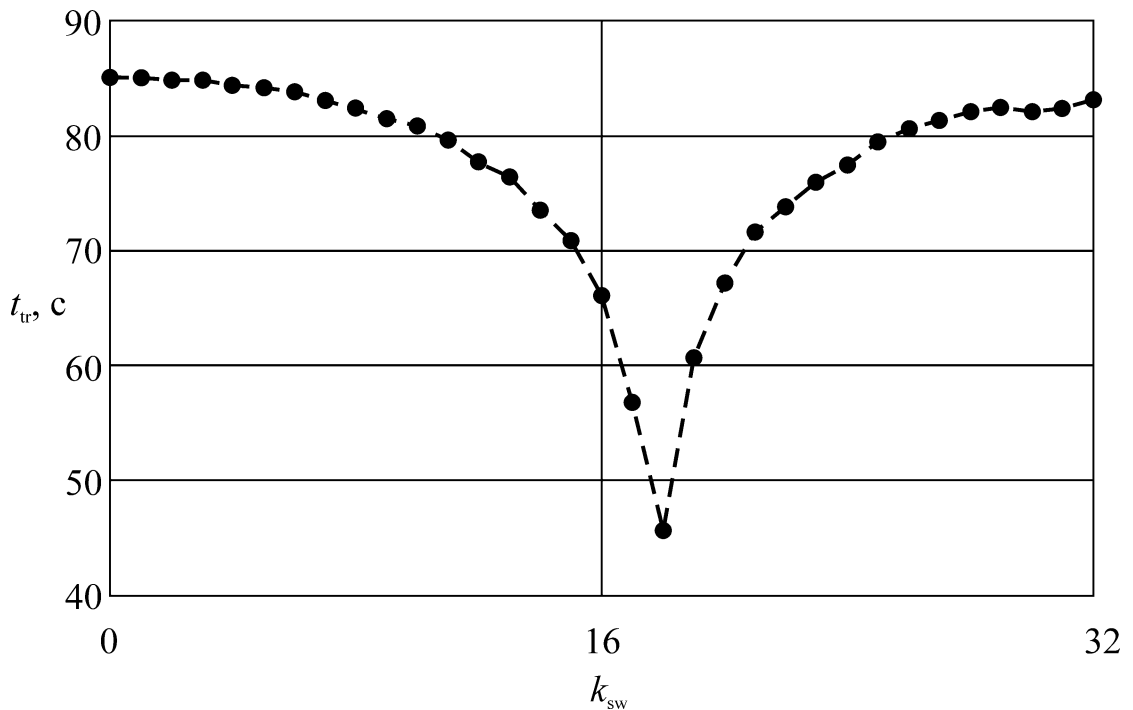


Рисунок 4.4 – Результати щодо часу перехідного процесу нагрівання плоскої стінки, одержані для кількості $n = 31$ "внутрішніх" вузлів сітки

Оптимальна програма управління нагріванням плоскої стінки при розрахунках із різною кількістю n вузлів сітки буде відповідати значенню k_{sw}^{opt} , яке відповідатиме мінімальному значенню t_{tr}^{min} часу t_{tr} перехідного процесу на залежностях, що представлені вище на рис. 4.1–4.4. За значенням k_{sw}^{opt} зможемо знайти оптимальне значення z_{sw}^{opt} координати z_{sw} , що визначає момент "переключення" закону швидкості управління, наступним чином:

$$z_{sw}^{opt} = k_{sw}^{opt} \frac{h}{n+1}, \quad (4.4)$$

Результати розрахунків щодо оптимізації процесу нагрівання плоскої стінки, які показані на рис. 4.5, свідчать про збіжність одержуваних розв'язків при збільшенні кількості вузлів сітки, що підтверджує достовірність запропонованого підходу.

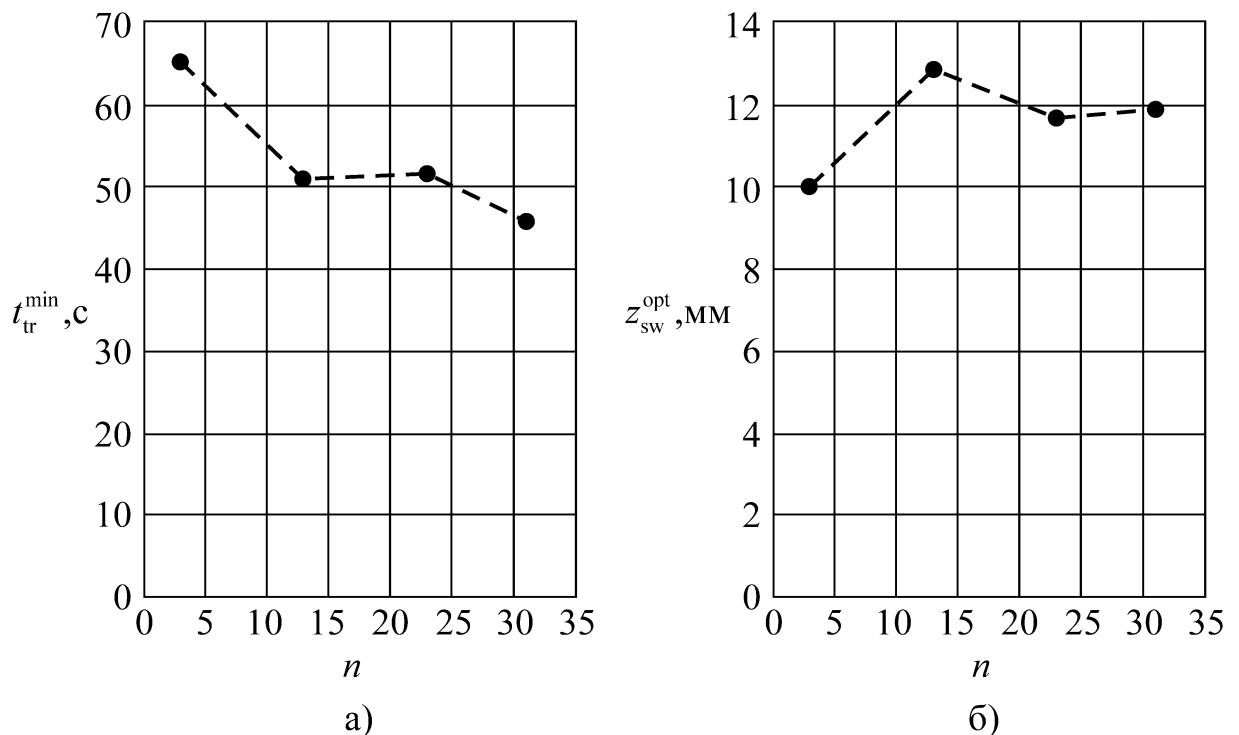


Рисунок 4.5 – Збіжність результатів розрахунків мінімального часу перехідного процесу (а) та координати (б), що визначає момент "переключення"

4.3 Дослідження процесу нагрівання

Я було показано вище у підрозд. 4.2 (див. рис. 4.4), оптимізація процесу управління нагрівом плоскої стінки дозволяє майже удвічі зменшити час перехідного процесу. Щоб зрозуміти фізичний зміст одержаних результатів, розглянемо далі хід процесу нагрівання плоскої стінки із використанням розв'язків, що одержані для кількості $n = 31$ (див. рис. 4.4) "внутрішніх" вузлів сітки (див. рис. 3.2). На рис. 4.6 у вигляді залежностей від часу управління та температури теплоізолюваної границі $z = h$ представлені процеси нагрівання плоскої стінки, що відповідають різним значенням введеному у виразі (4.3) параметру k_{sw} , що визначає час t_{sw} "переключення" закону швидкості управління процесом нагрівання (див. рис. 3.1).

Результати розрахунків (рис. 4.6,а) дозволяють зробити висновок, що у випадку $k_{sw} = 0$ час перехідного процесу нагрівання збільшується, оскільки "переключення" швидкості процесу нагрівання (див. рис. 3.1) здійснюється занадто рано, тобто відбувається "недогрів" плоскої стінки. Дійсно, бачимо, що в цьому випадку підвищення температури стінки в моменти часу $t > t_{sw}$ здійснюється виключно за рахунок теплопровідності при фіксованому управлінні, яке можна було б певний час підвищувати, що прискорити нагрівання.

За результатами розрахунків (рис. 4.6,в) можна зробити висновок, що у випадку $k_{sw} = n + 1$ час перехідного процесу нагрівання збільшується, оскільки "переключення" швидкості процесу нагрівання (див. рис. 3.1) здійснюється занадто пізно, тобто відбувається "перегрів" плоскої стінки. Дійсно, бачимо, що в цьому випадку температура теплоізолюваної границі плоскої стінки підвищується більше, ніж це потрібно, і час нагрівання збільшується через необхідність охолоджувати перегріту плоску стінку за рахунок теплопровідності.

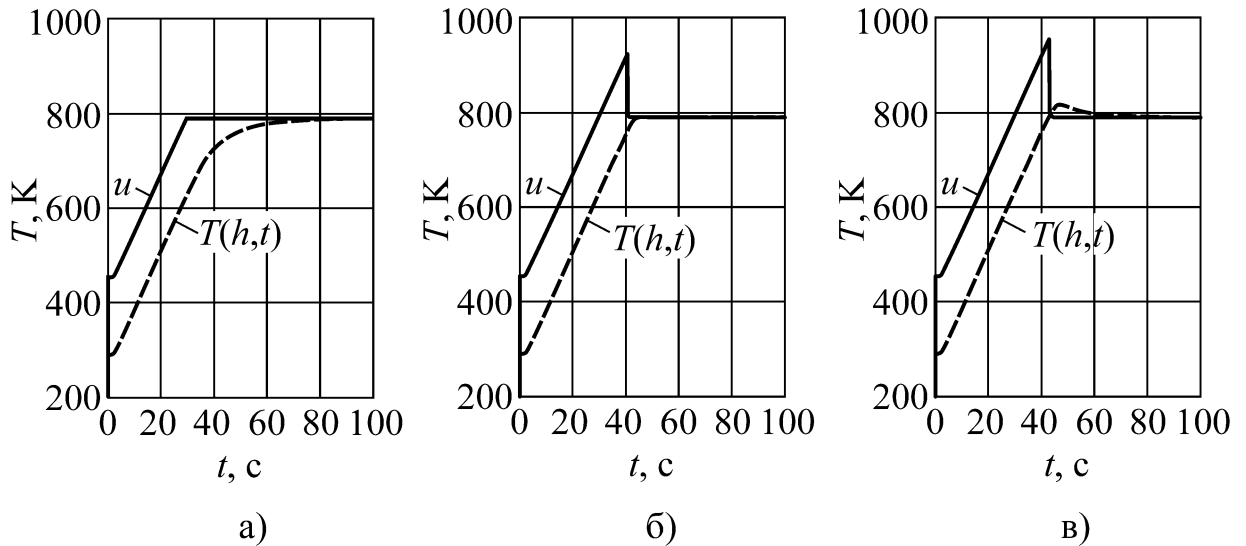


Рисунок 4.6 – Процес нагрівання плоскої стінки для програм управління, що відповідають значенню $k_{sw} = 0$ (а), $k_{sw} = k_{sw}^{opt}$ (б) та $k_{sw} = n + 1$ (в)

Як свідчать результати (рис. 4.6,б) оптимальна програма управління забезпечує мінімальний час перехідного процесу за рахунок раціонального вибору часу t_{sw} "переключення" закону швидкості управління процесом нагрівання (див. рис. 3.1), який дозволяє уникнути випадків "недогріву" та "перегріву" плоскої стінки. Бачимо (рис. 4.6,б), що температура теплоізолюваного краю плоскої стінки є дуже близькою до необхідного значення в моменти часу $t > t_{sw}$, що зводить до мінімуму час, необхідний для вирівнювання температури стінки за рахунок теплопровідності.

5 ОХОРОНА ПРАЦІ

5.1 Аналіз умов праці в лабораторії

Аналіз умов праці проводиться для приміщення: довжина 7 м, ширина 6,1 м, висота 3,2 м, площа вікон 3 м², споживана потужність обладнання 12 кВт. У приміщенні працює 6 осіб, розташовано 4 комп'ютера, розривна машина, токарний верстат, 3 лабораторних стола, 4 комп'ютерних стола, стіл овальний, шафа, TRADEX, OHASHI. Площа приміщення становить 47,2 м², обсяг – 151 м³. На одне робоче місце припадає 7,8 м² та 25,2 м³, що відповідає нормативному документу НПАОП 0.00–1.28–10.

Схематичне представлення системи «Ч–М–С» дозволяє проаналізувати вплив шкідливих чинників на організм людини. Елементи системи можна розділити на наступні функціональні частини:

– «Людина» – робочий виробництва:

а) Л1 – людина, яка управляє "машиною" для виконання основного завдання системи – виробництва продукту праці;

б) Л2 – людина, як біологічний об'єкт, який безпосередньо впливає на виробниче середовище (споживання кисню, тепло і вологовиділення);

в) Л3 – людина, яка розглядається з точки зору її психофізіологічного стану.

– «Машина» – прилади в приміщенні:

а) М1 – машина, що виконує основну технологічну функцію;

б) М2 – машина, що виконує функції аварійного захисту – (прилади, які попереджають виникнення небезпечних факторів);

в) М3 – машина, яка впливає на стан виробничого середовища і людини – (вплив, обумовлене шкідливими виробничими факторами).

– «Середовище» – виробниче середовище;

– ПТ – предмет праці.

«Ч–М–С». При аналізі конкретної системи «Ч–М–С» необхідно «наповнювати» реальним змістом цієї системи і зв'язку між ними (Рис. 4.1).

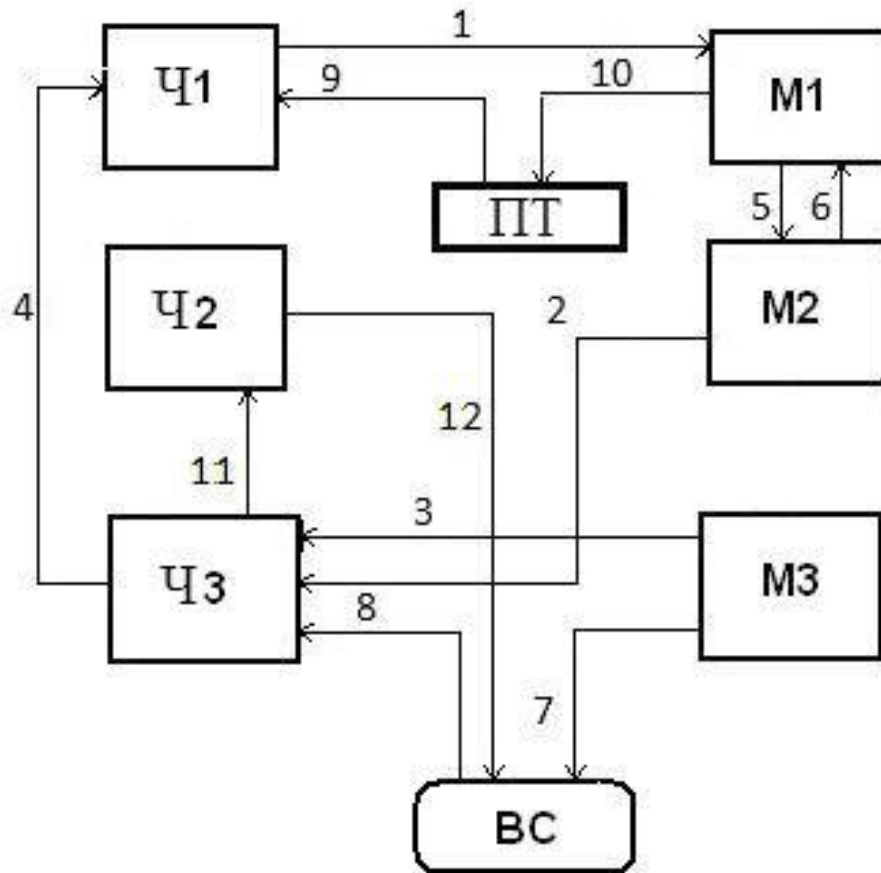


Рисунок 5.1 – Узагальнена структурна схема системи «Ч–М–С»

Нижче наведено докладний опис структурної схеми системи «Ч–М–С»:

– Ч1–М1. Вплив людини на технологічне обладнання. Працівник виконує роботу, використовує комп'ютер для написання і налагодження програми, проводить наукові дослідження, програмування і т.п.;

– М2–Ч3. Вплив аварійного захисту на психофізіологічний стан людини. При відсутності відповідного обладнання (занулення або автоматичного вимикача) працівник може бути підданий дії електричного струму. Тому

працівник може отримати фобію, внутрішнє хвилювання при роботі з обладнанням. Якщо ж обладнання, яке виконує ці функції справно, проводиться періодичний і постійний контроль його роботи, то людина буде впевнена у своїй безпеці в процесі праці;

– ЧЗ–Ч1. Вплив психофізіологічного стану людини на працездатність. При розвитку різних захворювань людина не в змозі повноцінно працювати, знижується працездатність, аж до її повної втрати. Коли людина знаходиться в роздратованому стані або коли спостерігається перенапруження аналізаторів або центральної нервової системи, працездатність падає;

– М1–М2. Вплив технологічного обладнання на функції аварійного захисту. Механічне або електричне пошкодження;

– М2–М1. Вплив функцій аварійного захисту на технологічне обладнання. При спрацьовуванні функції аварійного захисту технологічне обладнання відключається;

– МЗ–С. Вплив технологічного обладнання на виробничу середу. При технологічному процесі можуть змінюватися параметри мікроклімату;

– С–ЧЗ. Вплив середовища на психофізіологічний стан людини. Робота в приміщенні з несприятливими умовами викликає роздратування, нервові розлади, негативно впливає на працездатність;

– ПТ–Л1. Вплив предмета праці на працівника. Якщо НП не виходить, то працездатність людини може збільшитися, або навпаки – знизитися в результаті погіршення емоційного стану;

– М1–ПВ. Вплив технологічного обладнання на предмет праці;

– ЧЗ–Ч2. Вплив психофізіологічного стану людини на зміну інтенсивності протікання обмінних процесів в організмі. Перенапруження аналізаторів може викликати підвищення потовиділення, споживання кисню;

– Ч2–ВС. Вплив людини як біологічного об'єкта на виробниче середовище. Підвищення потовиділення, споживання кисню може змінити параметри мікроклімату в приміщенні.

Згідно ДСТУТ 12.0.003–74 в даній системі «Ч–М–С» мають місце фізичні і психофізіологічні небезпечні та шкідливі виробничі фактори, хімічні та біологічні фактори відсутні.

Фізичні небезпечні і шкідливі фактори:

- підвищене значення напруги в електричному ланцюзі, замикання якого може відбутися через тіло людини;
- підвищений рівень шуму;
- недостатня освітленість робочої зони.

До психофізіологічних факторів належать:

- емоційні перевантаження;
- перенапруження зорових аналізаторів; розумові перенапруги.

Згідно проведеної аналізу умов праці було визначено домінуючий шкідливий виробничий фактор недостатня освітленість робочої зони.

5.2 Промислова безпека в лабораторії

За ступенем небезпеки ураження електричним струмом згідно з НПА-ОП 40.1–1.21–98, приміщення лабораторії відноситься до класу приміщень без підвищеної небезпеки в яких відсутні умови, що створюють підвищену або особливу небезпеку. Електроживлення здійснюється від трифазної чотирьохдротового змінного струму з напругою 220/380 В, частотою 50 Гц, з глухо заземленої нейтраллю.

Відповідно до вимог НПАОП 40.1–1.32–01 для електроустановок змінного струму напругою живлення до 1000 В з глухо заземленої нейтраллю застосовується занулення, яке необхідно для забезпечення захисту від ураження електричним струмом у разі непрямого дотику за рахунок зниження напруги корпусу щодо землі і швидкого відключення електроустановки від мережі.

5.3 Виробнича безпека в лабораторії

Згідно ДСН 3.3.6–042–99 робота в лабораторії з ПК по категорії робіт відноситься до легких (категорія I_a– легкі фізичні роботи з енерговитратами до 139 Вт або 120 ккал/ч). Робота ведеться сидячи, не вимагає систематичного фізичного напруження і переміщення важких предметів.

У робочій зоні приміщення згідно з ДСН 3.3.6.042–99 повинні бути встановлені оптимальні значення параметрів мікроклімату. Для категорії робіт I_a в приміщенні повинні підтримуватися наступні параметри мікроклімату:

- температура повітря 22–24°C в теплий період і 23–25 °С в холодний період;
- відносна вологість повинна бути в межах 40–60%;
- швидкість руху повітря не повинна перевищувати 0,1 м/с. Для підтримки потрібної температури повітря в лабораторії рекомендується встановити кондиціонер;
- перепад температури повітря по висоті робочої зони при забезпеченні допустимих умов мікроклімату не повинен бути більше 3° С для всіх категорій робіт, а по горизонталі робочої зони та протягом робочої зміни — виходити за межі допустимих температур для даної категорії роботи.

Згідно ДБН В.2.5–28–2006 в лабораторії застосовується суміщений тип освітлення, рекомендована освітленість від загального рівномірного штучного освітлення при роботі з монітором становить 300–500 лк при використанні газорозрядних ламп білого кольору. Коефіцієнт природного освітлення – 1,5%. Рівень загального штучного освітлення приміщення можна перевірити за допомогою методу питомої потужності за формулою:

$$W = \frac{W_{\Sigma}}{S}, \quad (5.1)$$

де W – питома потужність Вт/м²;

S – площа приміщення, $S = 47,2$ м².

W_{Σ} – загальна потужність освітлювальної установки Вт, яка розраховується за формулою:

$$W_{\Sigma} = W_{\text{св}} \times n_{\text{св}}, \quad (5.2)$$

де $W_{\text{св}}$ – потужність одного світильника, $W_{\text{св}} = 72$ Вт;

$n_{\text{св}}$ – кількість світильників в приміщенні, $n_{\text{св}} = 9$.

$$W_{\Sigma} = 72 \times 9 = 648 \text{ (Вт)} \quad (5.3)$$

Розрахунок питомої потужності:

$$W = \frac{648}{47,2} = 13,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (5.4)$$

Питомої потужність 13,7 Вт/м² відповідає освітленість більше 300 лк, що задовольняє вимогам ДБН В.2.5.–28–2006.

Згідно ДСН 3.36.037–99 необхідно забезпечити рівень шуму в лабораторії не більше 50 дБ. Забезпечення необхідного рівня шуму досягається акустичної обробкою поверхонь лабораторії.

5.4 Висновки до п'ятого розділу

Було проведено аналіз умов праці проводиться для приміщення лабораторії. Побудовано схематичне представлення системи «Ч–М–С», що дозволяє проаналізувати вплив шкідливих чинників на організм людини. Було виявлено ступінь ураження електричним струмом. Були встановлені оптималь-

ні параметри мікроклімату в приміщенні. Було розраховано суміщений тип освітлювання.

ВИСНОВКИ

Розроблені математичні моделі та обчислювальні методи щодо оптимізації програмного управління перехідними режимами роботи енергоустановок для забезпечення необхідних показників їхньої роботи при виконанні необхідних обмежень.

Розглянуто задачу оптимізації програмного управління процесом нагрівання плоскої стінки, що представляє типові елементи конструкцій енергоустановок. На основі теорії теплопровідності запропоновано математичну модель об'єкту управління, а також сформульовано задачу оптимального управління, а саме – швидкодії процесу нагрівання плоскої стінки.

Для визначення оптимального програмного управління пропонується будувати спеціальне диференціальне рівняння, яким визначається множина управлінь, що тотожно задовольняють усім обмеженням задачі та обирати оптимальне управління із цієї множини відповідно до сформульованого критерію оптимальності.

Виконано дискретизацію математичної моделі процесу теплопровідності плоскої стінки, необхідну для розв'язування задачі оптимізації програмного управління процесом нагрівання. Створено пакет прикладних програм для виконання необхідних розрахунків. Досвід створення програм для виконання розрахунків щодо оптимізації програмного управління нагріванням плоскої стінки свідчить про доцільність використання декількох мов програмування.

Результати розрахунків за допомогою запропонованих підходів свідчать, що оптимізація програмного управління може майже удвічі скоротити час перехідного процесу нагрівання плоскої стінки. Це припускає можливість використання розроблених підходів для розробки математичного забезпечення засобів автоматизації перехідних режимів енергоустановок.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Невлюдов І.Ш. Методичні вказівки з «Розробки й оформлення магістерської атестаційної роботи» для студентів другого (магістерського) рівня вищої освіти галузі знань 15 Автоматизація та приладобудування за спеціальністю 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології освітні програми: «Автоматизоване управління технологічними процесами», «Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва», «Комп'ютеризовані та робототехнічні системи» / Упоряд. І.Ш. Невлюдов, В.В. Косенко, В.В. Євсєєв. – Харків: ХНУРЕ, 2019. – 55 с.
2. ДСТУ 3008-15. документація. звіти у сфері науки і техніки. структура і правила оформлення [Текст] – Введ. 2015-06-22. – К. Держстандарт України, 2017 – 29 с.
3. Загальне поняття автоматизації [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://elprivod.nmu.org.ua/ua/entrant/automation.php>
4. Liu X., Yu K., Zhang H., Zhang X., Zhang H., Zhang J., Gao J., Li N., Jiang J. A portable electromagnetic heating-microplasma atomic emission spectrometry for direct determination of heavy metals in soil // *Talanta*. – 2020. – Vol. 219. – 121348. DOI: 10.1016/j.talanta.2020.121348.
5. Brange L., Thern M., Sernhed K. Risks and opportunities for bottleneck measures in Swedish district heating networks // *Energy Procedia*. - 2018. - Vol. 149. - P. 380-389. DOI: 10.1016/j.egypro.2018.08.202.
6. Zhida Y., Longyu Z., Jie Z., Xiuchun L., Junling W. Simulation research on passive safety injection system of marine nuclear power plant based on compressed gas // *Annals of Nuclear Energy*. – 2020. – Vol. 145. – 107552. DOI: 10.1016/j.anucene.2020.107552.

7. Yao Z.-M., Qian Z.-Q., Li R., Hu E. Energy efficiency analysis of marine high-powered medium-speed diesel engine base on energy balance and exergy // *Energy*. – 2019. – Vol. 176. – P. 991–1006. DOI: 10.1016/j.energy.2019.04.027.
8. Li C., Xu C., Li X. A multi-criteria decision-making framework for site selection of distributed PV power stations along high-speed railway // *Journal of Cleaner Production*. – 2020. – Vol. 277. – 124086. DOI: 10.1016/j.jclepro.2020.124086.
9. Drünert S., Neuling U., Zitscher T., Kaltschmitt M. Power-to-Liquid fuels for aviation – Processes, resources and supply potential under German conditions // *Applied Energy*. – 2020. – Vol. 277. – 115578. DOI: 10.1016/j.apenergy.2020.115578.
10. Ицкович А.М. Котельные установки малой мощности. – Москва: Машгиз, 1958. – 228 с.
11. Ковалев А.П., Лебедев Н.С., Виленский Т.В. Парогенераторы: Учебник для вузов. – Москва: Энергоатомиздат, 1985. – 376 с.
12. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
13. Шальман М. П. Автоматизация крупных тепловых электростанций / Л. С. Бравин, В. Н. Охотин, Д. И. Рабкина и др.; Под общ. ред. М. П. Шальмана. – Москва : Энергия, 1974. – 239 с. :
14. Шальман М.П., Плютинский В.И. Контроль и управление на атомных электростанциях. – Москва : Энергия, 1979. – 271 с.
15. Плетнев Г.П. Автоматизированное управление объектами тепловых электростанций: Учебн. Пособие для вузов. – М: Энергоатомиздат, 1981. – 368 с.
16. Maxwell D.C. On governors // *Proceedings of the Royal Society of London*. – 1868. – Vol. 16. – P. 270–283. DOI: 10.1098/rspl.1867.0055
17. Zhang C., Tang P., Cooke N., Buchanan V., Yilmaz A., St. Germain S. W., Boring R. L., Akca-Hobbins S., Gupta A. Human-centered automation for resilient nuclear power plant outage control // *Automation in Construction*. – 2017. – Vol. 82. – P. 179–192. DOI: 10.1016/j.autcon.2017.05.001.

18. Lee S.M., Kim J.H., Seong P.H. Optimization of automation: I. Estimation method of cognitive automation rates reflecting the effects of automation on human operators in nuclear power plants // *Annals of Nuclear Energy*. – 2014. – Vol. 70. – P. 48–55. DOI: 10.1016/j.anucene.2014.03.003.

19. Janssen C.P., Donker S.F., Brumby D.P., Kun A.L. History and future of human-automation interaction // *International Journal of Human-Computer Studies*. – 2019. – Vol. 131. – P. 99-107. DOI: 10.1016/j.ijhcs.2019.05.006.

20. Стырикович М.А., Катковская К.Я., Серо Е.П. Парогенераторы электростанций. – Москва-Ленинград. – Энергия, 1966. – 384 с.

21. Lee D., Seong P.H., Kim J. Autonomous operation algorithm for safety systems of nuclear power plants by using long-short term memory and function-based hierarchical framework // *Annals of Nuclear Energy*. – 2018. – Vol. 119. – P. 287-299. DOI: 10.1016/j.anucene.2018.05.020.

22. Nevliudov I., Romashov Y. Mathematical foundations of engineering approaches to design the automated systems // *Manufacturing & Mechatronic Systems 2020: Proceedings of IV-th International Conference*, – Kharkiv: [electronic version], 2020. – 146 p. – p. 12-16.

23. Бабаков И. М. Теория колебаний . – М.: Дрофа, 2004. – 591 с.

24. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л.С. Понтрягин. – Москва: Едиториал УРСС, 2004. – 64 с.

25. Коробов, В.И. Метод функции управляемости / В.И. Коробов. – Москва: Институт компьютерных исследований; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2007. – 576 с.

26. Коваленко А. Д. Основы термоупругости / А. Д. Коваленко. – К.: Наук. думка, 1970. – 308 с.

27. Зарубин В. С. Инженерные методы решения задач теплопроводности / В. С. Зарубин. – М. : Энергоатомиздат, 1983 . – 326 с.

28. Лыков А. В. Теория теплопроводности / Лыков А. В. – М. : Высш. шк., 1967. – 600 с.

29. Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. – New York: Taylor & Francis Publishers, 1980. – 197 p.
30. Taler J., Duda P. Solving direct and inverse heat conduction problems. – Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. – 889 p.
31. Fourier J. Théorie analytique de la chaleur. – Paris, Chez Firmin Didot, Père et Fils, 1822. – 670 p.
32. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов : [учебник] / Феодосьев В. И. – [9-е изд., перераб.]. – М. : Наука, 1986. – 512 с.
33. Писаренко Г. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести : [справочное пособие] / Г.С. Писаренко, Н. С. Можаровский. – К.: Наук. Думка, 1981. – 496 с.
34. Ланс Дж. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин / Ланс Дж. Н. ; пер с англ. И. А. Бриана, под ред. В. М. Курочкина. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962. – 208 с.
35. Калиткин Н. Н. Численные методы / Калиткин Н. Н. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
36. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн : Пер. с англ. – М.: Наука, 1977. – 832 с.
37. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 504 с.
38. Катцан Г. Язык Фортран 77: Пер. с англ. – М. : Мир, 1982. – 208 с.
39. Меткалф М., Рид Дж. Описание языка программирования Фортран 90. Пер. с англ. – М.: Мир, 1995. – 302 с.
40. Chapman S.J. Fortran for Scientists and Engineers. - 4th ed. - New York: McGrawHill Education, 2018. - 1024 p.
41. Культин Н. Б. Основы программирования в Delphi XE. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 416 с.