

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А. А. Волков, Э. А. Чернин

Харьков

Рассмотрим устойчивость одноконтурной структурной схемы системы, приведенной на рис. 1, эквивалентной структурной схеме логической системы управления проветриванием шахты [1], при воздействиях на систему случайных флуктуаций концентрации метана.

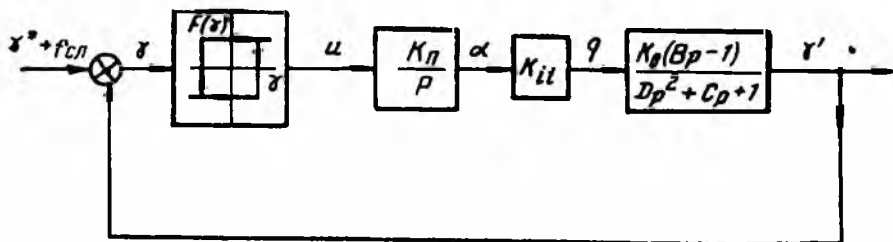


Рис. 1. Расчетная структурная схема логической системы управления

Особенность устойчивости нелинейной системы при случайных воздействиях — зависимость статистических коэффициентов усиления нелинейного звена (опережающая петлевая характеристика) по полезному сигналу K_m и флуктуациям K_x от дисперсии D_f концентрации метана γ , которая, в свою очередь, зависит от величины дисперсии флуктуаций D_f концентрации метана, являющихся входным воздействием на систему.

Поскольку коэффициенты K_m и K_x зависят от величины помехи D_f , то устойчивая при отсутствии помех система может стать неустойчивой при ее появлении.

Предположим, что при некоторых граничных значениях параметров системы управления в ней установился автоколебательный режим с амплитудой A и частотой Ω .

В случае фильтрации высших гармоник разложения нелинейного сигнала U (выход звена с опережающей петлевой характеристикой) линейной частью главного контура регулирования на входе этого звена автоколебания будут иметь вид синусоиды. Разлагая отклонение концентрации метана γ на входе нелинейного звена на случайную и регулярную составляющие, получим

$$\gamma = \gamma_m + \gamma_{сл}, \quad (1)$$

где регулярная автоколебательная составляющая

$$\gamma_m = A \sin \Omega t. \quad (2)$$

Регулярная составляющая процесса изменяется во времени, поэтому процесс не является стационарным. Однако, если γ_m изменяется медленно по сравнению со спектром частот случайных флуктуаций $\gamma_{сл}$, то приближенно случайный процесс можно считать стационарным.

Согласно работе [2], гармонически линеаризованный статистический коэффициент усиления нелинейного звена по полезному (регулярному) сигналу $a_{ст}$ равен

$$a_{ст}(A, \sigma_\gamma) = \frac{u}{A} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma_3}{\sigma_\gamma \sqrt{2}} \right)^{2i} \beta_i; \quad \beta_i = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+j} [2(i+j)]!}{(2i)!(j!)^2 (i+j)!(j+1)!} \left(\frac{A}{2\sigma_\gamma \sqrt{2}} \right)^{2i+1}, \quad (3)$$

где

$$D_\gamma = \int_0^\infty S_{ff}(\omega) \left| \frac{j\omega [D(j\omega)^2 + Cj\omega + 1]}{j\omega [D(j\omega)^2 + Cj\omega + 1] + K_x K_n K_{ll} K_g (Bj\omega - 1)} \right|^2 d\omega, \quad (4)$$

а $S_{ff}(\omega)$ — спектральная плотность случайной помехи (флуктуации концентрации метана).

Если спектр частот $\gamma_{сл}$ лежит значительно ниже частоты автоколебаний Ω , то в уравнение (4) необходимо подставить вместо K_x среднее значение $K_{x\text{ср}}$ за период автоколебаний [2]

$$K_{x\text{ср}} = \frac{u}{\sigma_\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma_3}{\sigma_\gamma \sqrt{2}} \right)^{2i} \xi_i; \quad (5)$$

$$\xi_i = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+j} [2(i+j)]!}{(2i)!(j!)^2 (i+j)!(j+1)!} \left(\frac{A}{2\sigma_\gamma \sqrt{2}} \right)^{2j}. \quad (6)$$

Таким образом, в случае, когда спектр частот случайного возмущения сдвинут относительно частоты автоколебаний, в характеристическое уравнение системы управления необходимо подставить гармонически линеаризованный статистический коэффициент усиления по полезному сигналу $a_{ст}$, а для определения σ_γ — коэффициент $K_{x\text{ср}}$ (при высокочастотных автоколебаниях) или K_x (при низкочастотных автоколебаниях).

Из анализа диапазонов возможных частот автоколебаний регулярного сигнала и помехи видно, что они совпадают.

В этом случае необходимо произвести статистическую линеаризацию суммарного случайного процесса, имеющего синусоидальную регулярную и случайные составляющие, с плотностью вероятности $f_c(\gamma)$, равной [3]

$$f_c(\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(\gamma - A \sin \psi) d\psi, \quad (7)$$

где плотность распределения нормального закона

$$f(\gamma - A \sin \psi) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\gamma - A \sin \psi)^2}{\sigma_\gamma^2}}. \quad (8)$$

При статистической линеаризации нелинейного звена случайным суммарным процессом его выходная $F(\gamma)$ и входная γ величины будут связаны следующей зависимостью:

$$F(\gamma) = K_c \gamma = K_c (\gamma_{сл} + A \sin \psi). \quad (9)$$

Согласно работе [2],

$$K_c = \frac{a_{ст} + \frac{2D_1}{A^2} K_{х ср}}{1 + \frac{2D_1}{A^2}}. \quad (10)$$

Для определения устойчивости запишем уравнение замкнутой системы (рис. 1):

$$(\gamma_{сл} + \gamma_m) [p(Dp^2 + Cp + 1) + K_c K_n K_u K_0 \times (Bp - 1)] = p(Dp^2 + Cp + 1)(\gamma^* + f_{сл}), \quad (11)$$

где $f_{сл}$ — случайная помеха (флуктуация) по концентрации метана;
 γ^* — настроечное расчетное значение концентрации метана.

Разобьем уравнение (11) на два — для случайных составляющих ($\gamma_{сл}$, $f_{сл}$) и регулярных составляющих (γ_m , γ^*) процесса

$$\gamma_{сл} [p(Dp^2 + Cp + 1) + K_c K_n K_u K_0 (Bp - 1)] = p(Dp^2 + Cp + 1) f_{сл}; \quad (12)$$

$$\gamma_m [p(Dp^2 + Cp + 1) + K_c K_n K_u K_0 (Bp - 1)] = p(Dp^2 + Cp + 1) \gamma^*. \quad (13)$$

Из уравнения (12) определяем передаточную функцию логической системы по случайной помехе, а дисперсию D_γ из уравнения [4]

$$D_\gamma = \int_0^\infty S_{ff}(\omega) \left| \frac{j\omega [D(j\omega)^2 + Cj\omega + 1]}{j\omega [D(j\omega)^2 + Cj\omega + 1] + K_c K_n K_u K_0 (Bj\omega - 1)} \right|^2 d\omega. \quad (14)$$

Из уравнения (13), приравняв нулю правую часть, получим характеристическое уравнение логической системы при случайных помехах

$$p(Dp^2 + Cp + 1) + K_c K_n K_u K_0 (Bp - 1) = 0. \quad (15)$$

Подставив в уравнение (15) $p = j\omega$ и выделив мнимую и действительную его части, определим

а) частоту возможных автоколебаний

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{D + CB}}; \quad (16)$$

б) максимально допустимое значение

$$K_{с max} = - \frac{C}{K_n K_u K_0 (D + CB)}. \quad (17)$$

Для обеспечения устойчивости необходимо, чтобы

$$K_c < K_{с max}. \quad (18)$$

Следует отметить, что при $A \rightarrow 0$ знак K_c совпадает со знаком $K_{х ср}$, который для опережающей петлевой характеристики является отрицательным. Поскольку знак $K_{с max}$ также отрицательный, в неравенстве (18) знаки изменены на обратные.

Если бы логическая функция логического устройства соответствовала петлевой характеристике с отставанием, то знаки $K_{х ср}$ и K_c стали бы положительными, а знак $K_{с max}$ сохранился отрицательным, т.е. условие (18) можно было бы записать так:

$$K_c < -K_{с max}. \quad (19)$$

Удовлетворить этому условию нельзя, что свидетельствует о невозможности обеспечить устойчивость системы с такой логической функцией.

В уравнение (10) входит D_γ , для определения которого нужно подставить значение K_c в знаменатель уравнения (14). Так как знаменатель уравнения (14) представляет собой левую часть характеристического уравнения системы, при подстановке в него значения $K_c = K_{с max}$ знаменатель обращается в нуль, а $D_\gamma \rightarrow \infty$. Таким образом, уравнение (14)

не пригодно в резонансном случае, когда частота автоколебаний Ω совпадает с одной из частот спектральной плотности $S_{ff}(\omega)$ случайной помехи. Это затруднение можно преодолеть, подставив в уравнение (14) не $K_c = K_{c \max}$, а несколько большее значение (при этом мы допускаем незначительную погрешность в сторону увеличения области устойчивости), например,

$$K_c = 1,05 K_{c \max}. \quad (20)$$

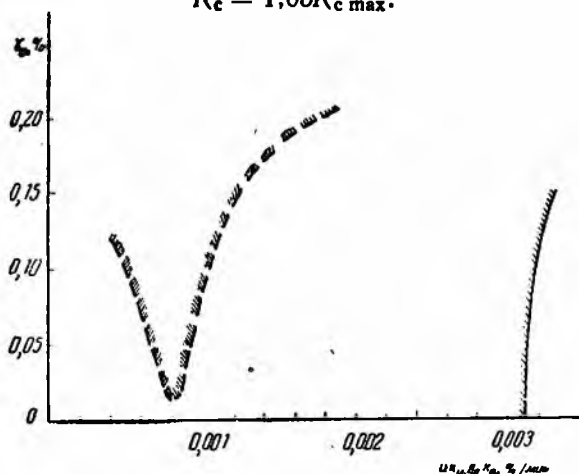


Рис. 2. Область устойчивости логической системы управления при случайных и детерминированных процессах изменения концентрации метана.

Подставив в уравнение (10) значения K_c , $a_{ст}$ и $K_{х ср}$, получим следующее уравнение для определения границы области устойчивости в резонансном случае:

$$UK_n K_{a0} K_0 = - \frac{1,05 \frac{C}{D + CB} \sigma_1 \sqrt{\frac{\pi}{2}} (b^2 + 2)}{b^2 S_1 - 2S_2}, \quad (21)$$

$$\left(b = \frac{A}{\sigma_1}, \quad l = \frac{\gamma_3}{\sigma_1} \right);$$

$$S_1 = \left(1 - \frac{1}{8} b^2 + \frac{1}{64} b^4 - \dots \right) - \frac{1}{2} l^2 \left(1 - \frac{3}{8} b^2 + \frac{5}{64} b^4 - \dots \right) + \frac{1}{8} l^4 \left(1 - \frac{1}{8} b^2 + \frac{7}{192} b^4 - \dots \right) - \frac{1}{48} l^6 \left(1 - \frac{7}{8} b^2 + \frac{21}{64} b^4 - \dots \right) + \dots; \quad (22)$$

$$S_2 = \left(1 - \frac{1}{4} b^2 + \frac{3}{64} b^4 - \dots \right) - \frac{1}{2} l^2 \left(1 - \frac{3}{4} b^2 + \frac{15}{64} b^4 - \dots \right) + \frac{1}{8} l^4 \left(1 - \frac{1}{4} b^2 + \frac{35}{64} b^4 - \dots \right) - \frac{1}{48} l^6 \left(1 - \frac{7}{4} b^2 + \frac{63}{64} b^4 - \dots \right) + \dots, \quad (23)$$

а величину σ_1 определим из уравнения (14) при подстановке в него значения K_c , согласно уравнениям (17), (20).

Задавшись максимально допустимой величиной диапазона регулирования дебита воздуха через дроссель, мы однозначно ограничиваем максимально возможную при данной частоте амплитуду автоколебаний A концентрации метана. При этом по уравнению (21) с учетом уравнений (22), (23) можно построить область устойчивости логической системы

управления в плоскости параметров: γ_3 (зона нечувствительности релейного датчика концентрации метана) и $UK_n K_u K_o$. Для определенных по экспериментальным данным параметров объекта проветривания [5] уравнение (21) в численном виде имеет следующий вид:

$$UK_n K_u K_o = \frac{0,0047}{1,50 - 3,72\gamma_3^2 + 7,58\gamma_3^4 - 3,63\gamma_3^6 + \dots} \quad (24)$$

На рис. 2 показана область устойчивости логической системы управления при наличии случайной внешней помехи (сплошная линия), а также область устойчивости логической системы при детерминированных процессах (пунктир).

Из сравнения указанных областей видно, что область устойчивости логической системы управления при случайных воздействиях больше области устойчивости при детерминированных процессах. Поэтому для обеспечения устойчивости логической системы необходимо выбирать ее параметры, исходя из детерминированных процессов регулирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Волков, Э. А. Чернин. Об одном принципе построения саморегулирующейся системы авторегулирования проветриванием шахты. Сб. «Приборы и системы автоматики», вып. 6. Изд-во ХГУ, Харьков, 1967.
2. А. А. Первозванский. Приближенный метод исследования автоколебательных систем при наличии случайных воздействий. Изв. АН СССР, № 3, 1958.
3. S. O. Rice. Mathematical Analysis of Random Noise. BSTI, v. 23, No 3, ч. 24, No 1.
4. В. С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Физматгиз, 1960.
5. И. М. Местер. Горный добычный участок как объект регулирования концентрации метана. В кн. «Вопросы механизации и автоматизации в горной промышленности», вып. 11. Гостехиздат, 1962.