

ЧАСТОТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ШАХТНОЙ АВТОМАТИКЕ

В. А. Михайлов, А. Е. Божко

Харьков

Известно [3, 4, 5], что в реальных условиях шахтного производства аппаратура автоматики подвергается воздействию вибраций со случайными параметрами. Поэтому при испытаниях этой аппаратуры на вибрационных стендах необходимо воспроизводить вибрации, подобные реальным.

Идеальный закон воспроизведения реальных вибраций может быть представлен в виде

$$y(t)_{ид} = Kx(t - \tau_0), \quad (1)$$

где $y(t)_{ид}$ — сигнал на выходе вибростенда (колебания виброплатформы) при идеальном воспроизведении;

$x(t)$ — сигнал, соответствующий реальным вибрациям, записанным на виброграмму или магнитную ленту;

τ_0 — время запаздывания ($\tau_0 = \text{const}$);

K — масштабный коэффициент, учитывающий коэффициенты усиления виброзаписывающей и вибровоспроизводящей аппаратуры.

Однако обычно при воспроизведении вибраций условие (1) не выполняется, т. е.

$$y(t) \neq y(t)_{ид}, \quad (2)$$

поэтому существует погрешность воспроизведения

$$\eta(t) = y(t)_{ид} - y(t) = Kx(t - \tau_0) - y(t), \quad (3)$$

которая, подобно сигналам $x(t)$, $y(t)$, является случайной функцией, вот почему для построения оптимальной системы воспроизведения случайных вибраций в качестве критерия оптимальности выбирается минимум среднеквадратичной погрешности, определяемый формулой [1, 2]

$$\bar{\eta}^2(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [Kx(t - \tau_0) - y(t)]^2 dt. \quad (4)$$

Для воспроизведения случайных вибраций больше всего подходит электродинамический вибрационный стенд резонансного типа, граничная нижняя частота колебаний платформы которого лежит вдали от собственной частоты механического резонанса.

В этом случае система стенда представляет собой аналог фильтра низших частот. Произведем расчет среднеквадратичной погрешности $\eta^2(t)$ на основе идеального фильтра низших частот [1]. В воспроизводимом диапазоне частот искажающий фактор $n(t)$, вносимый аппаратурой записи, имеет равномерную спектральную плотность

$$G_n(\omega) = \varepsilon^2 = \text{const}. \quad (5)$$

Спектральную плотность вибраций в шахтном производстве определяем по корреляционным функциям вибраций [2, 3, 5].

Согласно работе [3], корреляционные функции реальных вибраций выражаются двумя формулами:

$$\begin{aligned} R_{x_1}(\tau) &= D_x e^{-\alpha |\tau|}; \\ R_{x_2}(\tau) &= D_x e^{-\alpha |\tau|} \cos \beta |\tau|, \end{aligned} \quad (6)$$

где D_x — дисперсия;

α — коэффициент затухания;

β — частота.

Применим к уравнениям (6) комплексную формулу преобразования Фурье:

$$G_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (7)$$

В результате вычисления интеграла (7) получим вид спектральных плотностей, соответствующих корреляционным функциям $R_{x_1}(\tau)$, $R_{x_2}(\tau)$:

$$\begin{aligned} G_{x_1}(\omega) &= \frac{D_x \alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)}; \\ G_{x_2}(\omega) &= \frac{D_x \alpha}{2\pi} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Из уравнения (8) очевидно, что спектральные плотности $G_{x_1}(\omega)$, $G_{x_2}(\omega)$ являются падающими функциями частоты, т. е. $G_x(\infty) = 0$.

Учитывая, что спектральная плотность искажений вибросписывающей аппаратуры постоянна во всем диапазоне воспроизводимых частот, можем считать сигналы $x(t)$ и $n(t)$ независимыми случайными процессами. В этом случае их взаимная корреляция отсутствует и среднеквадратичная погрешность $\bar{\eta}^2(t)$ определяется формулой [1]

$$\bar{\eta}^2(t) = \frac{k^2}{\pi} \int_{\omega_c}^{\infty} G_x(\omega) d\omega + \frac{k^2}{\pi} \int_0^{\omega_c} G_n(\omega) d\omega, \quad (9)$$

где ω_c — частота среза системы воспроизведения вибраций.

Определим оптимальное значение частоты среза $\omega_{c \text{ опт}}$, обеспечивающее минимум среднеквадратичной погрешности. Для этого при известных выражениях спектральных плотностей $G_x(\omega)$ и $G_n(\omega)$, используя уравнение (9), решаем задачу на экстремум, т. е.

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\eta}^2(t)}{d\omega_c} &= 0; \\ \frac{d^2\bar{\eta}^2(t)}{d^2\omega_c} &< 0 \\ \left| \frac{d\bar{\eta}^2(t)}{dt} \right| &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Решив уравнение (10) для спектральных плотностей $G_{x_1}(\omega)$ и $G_{x_2}(\omega)$, оптимальную частоту среза определяем следующими выражениями:

для

$$G_{x_1}(\omega) - \omega_{c \text{ опт}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \varepsilon^2}} \sqrt{D_x \alpha - \pi \varepsilon^2 \alpha^2};$$

для

$$G_{x_2}(\omega) - \omega_{c \text{ опт}} = \sqrt{-\frac{F}{2} - \sqrt{\left(\frac{F}{2}\right)^2 - C}}; \quad (11)$$

где

$$F = 2\alpha^2 - \frac{2}{A} - 2\beta^2;$$

$$C = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - \frac{2}{A}(\alpha^2 + \beta^2);$$

$$A = \frac{\varepsilon^2 2\pi}{D_{\chi^2}}.$$

При отсутствии искажений $\omega_{c \text{ опт}} = \infty$, что может быть применено к системе вибростенда при непосредственном воспроизведении записи реальных вибраций.

Определим оптимальную передаточную функцию системы управления стендом при непосредственном воспроизведении кривой записи реальных вибраций. Решение данной задачи основывается на приближении к условию (1). В этом случае, независимо от вида спектральной плотности входного сигнала, оптимальная передаточная функция всей системы воспроизведения в замкнутом состоянии равна (с целью упрощения примем $\tau_0 = 0$)

$$S(p) = K. \quad (12)$$

Для определения оптимальной передаточной функции системы управления стендом необходимо рассмотреть вибростенд как объект управления.

Структурная схема применяемого электродинамического стенда представлена на рис. 1. На рисунке принято: $\Phi(p)$ — передаточная функция системы управления стендом; $H(p)$ — передаточная функция стенда; $L(p)$ — передаточная функция обратной связи.

Учитывая, что оптимальная передаточная функция системы воспроизведения

$$S(p) = \frac{\Phi(p) H(p)}{1 + \Phi(p) H(p) L(p)}, \quad (13)$$

оптимальную передаточную функцию системы управления стендом определим из уравнения (13)

$$\Phi(p) = \frac{S(p)}{H(p) [1 - S(p) L(p)]}. \quad (14)$$

При этом передаточная функция $H(p)$ определяется выражением

$$H(p) = \frac{1}{T_k p + 1} \cdot \frac{a}{T_c^2 p^2 + 2\xi T_c p + 1}, \quad (15)$$

где T_k — постоянная времени электрической цепи подвижной катушки стенда;

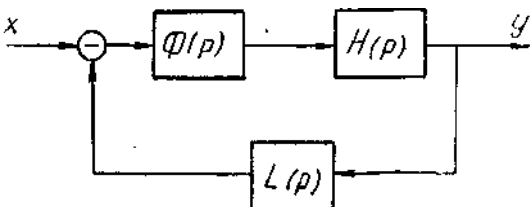
T_c — постоянная времени виброплатформы;

ξ — показатель затухания колебаний;

a — коэффициент усиления звена подвижной системы.

Обычно в электродинамических вибростендах в качестве обратной связи используется акселерометр с передаточной функцией, представляющий собой дифференцирующее звено второго порядка. Для того чтобы на входе системы сравнивались сигналы одной размерности, необхо-

Рис. 1.



димо в цепи обратной связи включить интегратор второго порядка. Поэтому передаточная функция

$$L(p) = K_{0.c}, \quad (16)$$

где $K_{0.c}$ — коэффициент усиления,

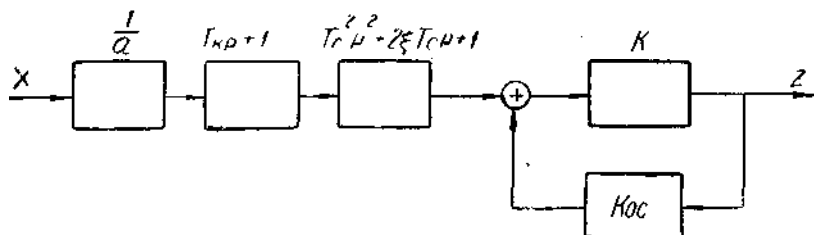


Рис. 2.

Подставляя выражения (13), (15), (16) в (14), получим передаточную функцию оптимальной системы управления

$$\Phi(p) = \frac{K(T_{кр}p + 1)(T_c^2 p^2 + 2\xi T_c p + 1)}{a(1 - KK_{0.c})}. \quad (17)$$

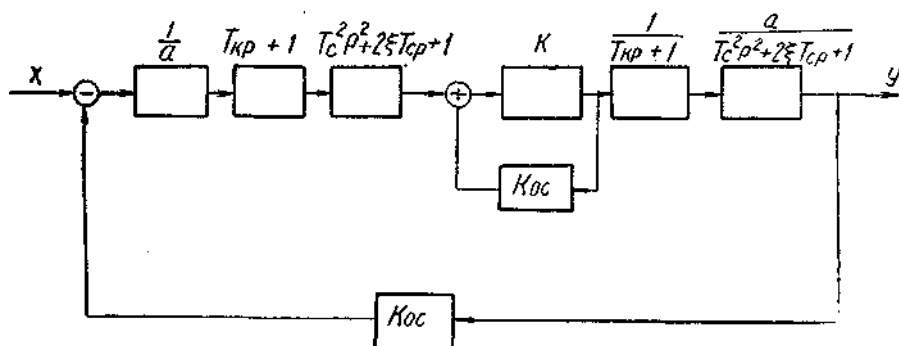


Рис. 3.

Структурная схема, соответствующая выражению (17), приведена на рис. 2, где $[T_{кр}p + 1]$, $[T_c^2 p^2 + 2\xi T_c p + 1]$ — форсирующие звенья первого и второго порядка соответственно; $[K]$ — усилитель с обратной связью $[K_{0.c}]$; $[\frac{1}{a}]$ — усилитель.

Вводя оптимальную систему управления (рис. 2) в общий тракт воспроизведения вибраций (рис. 1), получим оптимальную систему воспроизведения вибраций, изображенную на рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Фельдбаум и др. Теоретические основы связи и управления. Физматгиз, 1963.
2. В. В. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.
3. В. Н. Давиденко. Анализ связи сбоев элементов автоматики со случайными воздействиями среды. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1966.
4. Л. Певзнер. Изучение вибраций как случайного процесса. Сб. «Вибрационная техника», вып. 2. Изд-во «ЛДНТП», 1962.