УДК 719.711.3

В.А. ТИХОНОВ, О.В. ЗУБКОВ, Г.И. СИДОРОВ

ГЕНЕРИРОВАНИЕ КВАДРАТУРНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ СЛУЧАЙНОГО УЗКОПОЛОСНОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА НЕСУЩЕЙ ЧАСТОТЕ ПО ЗАДАННЫМ ПАРАМЕТРАМ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ

Описывается метод генерации квадратурных составляющих аналитического сигнала на несущей частоте по заданным параметрам спектральной плотности мощности (СПМ) с помощью комплексной модели авторегрессии (АР). Рассматривается аналитическая связь параметров АР модели с центральной частотой моды, шириной ее полосы по уровню 0,5 СПМ и значением несущей частоты. Для доказательства адекватности метода определяются среднеквадратические отклонения выборочных оценок центральных частот мод и ширины их полос от задаваемых значений.

В статистической радиотехнике при разработке методов и алгоритмов обработки сигналов, а также в теории информационно-измерительных систем необходимо проведение научных исследований с имитационными моделями реальных сигналов. Примерами подобных сигналов являются радио- или звуковые волны, рассеянные на неоднородностях атмосферы либо потоках жидкости при бесконтактных методах измерения скорости потока и интенсивности вихревых флуктуаций в нем. На этапе моделирования основная сложность заключается в получении имитационного процесса с заданными статистическими свойствами, в частности параметрами СПМ. В ряде случаев необходимо использовать модель аналитического сигнала на несущей частоте. Примером является узкополосный сигнал, принимаемый в системах радиоакустического зондирования атмосферы.

Следовательно, **актуальна задача** разработки модели аналитического сигнала на несущей частоте по заданным параметрам СПМ. Использование модели АР для решения данной задачи обеспечивает гибкость и простоту реализации.

Цель работы – создание модели АР аналитического сигнала по заданным значениям несущей частоты, центральной частоты моды и ширины ее полосы по уровню 0,5 СПМ.

Покажем, как строится модель АР такого сигнала. Уравнение АР в этом случае можно представить в форме

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{p} \dot{\Phi}(i) \cdot \dot{x}(t - i\tau) + \dot{a}(t), \qquad (1)$$

где $\dot{x}(t) = x(t) + j \cdot \tilde{x}(t)$ – узкополосное колебание; $\tilde{x}(t)$ – преобразование Гильберта от $x(t)$; $\dot{\Phi}(i)$ – комплексные коэффициенты модели авторегрессии; $\dot{a}(t)$ – комплексный белый шум.

В спектре такого сигнала содержится информация о скорости движения потока (смещение спектрального максимума), направлении его движения и среднеквадратических пульсациях скорости движения в потоке (ширина спектрального максимума). Как правило, спектр таких сигналов бывает одномодовым, реже двумодовым.

Найдем выражения для определения параметров модели (1). Умножим левую и правую части (1) на $0{,}5\dot{x}^*(t - l\tau)$ и возьмем математическое ожидание. Комплексное уравнение Юла-Уокера принимает вид

$$\dot{R}(l\tau) = \sum_{i=1}^{p} \dot{\Phi}(i)\dot{R}(l\tau - i\tau), \qquad (2)$$

где $$R(l\tau) = e^{-jl\omega_0\tau}[R_c(l\tau + jR_s(l\tau)], \quad (3)$$

$$R(l\tau - i\tau) = e^{-j(l\tau - i\tau)\omega_0}[R_c(l\tau - i\tau) + jR_s(l\tau - i\tau)], \quad (4)$$

а $R_c(l\tau)$ и $R_s(l\tau)$ – косинусная и синусная составляющие корреляционной функции комплексной огибающей комплексного сигнала. С учетом (3), (4) уравнение (2) легко преобразовать следующим образом:

$$R_c(l\tau) + jR_s(l\tau) = \sum_{i=1}^{p} \dot{\Phi}(i) e^{ji\omega_0\tau} \cdot [R_c(l\tau - i\tau) + R_s(l\tau - i\tau)]. \quad (5)$$

Введем комплексный коэффициент АР, равный

$$\dot{\Phi}_0(i) = \dot{\Phi}(i) e^{ji\omega_0\tau}. \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) можно записать в виде

$$R_c(l\tau) + jR_s(l\tau) = \sum_{i=1}^{p} \dot{\Phi}_0(i) \cdot [R_c(l\tau - i\tau) + jR_s(l\tau - i\tau)]. \quad (7)$$

С другой стороны, связь комплексной корреляционной функции с коэффициентами авторегрессии комплексного узкополосного случайного процесса определяется выражением

$$R_c(l\tau) + jR_c(l\tau) = \sum_{i=1}^{p} \dot{\Phi}_0(i)[R_c(l\tau - i\tau) + jR_s(l\tau - i\tau)]. \quad (8)$$

Сравнивая уравнения (8) и (7), можно сделать вывод, что $\dot{\Phi}_0(i)$ по существу является комплексным коэффициентом модели АР аналитического сигнала на несущей частоте. Коэффициенты АР аналитического сигнала на несущей частоте выражаются через коэффициенты комплексной огибающей соотношением вида

$$\dot{\Phi}_0(i) = \dot{\Phi}(i) e^{ji\omega_0\tau} = \Phi_c(i)\cos\omega_0\tau + \Phi_s(i)\sin\omega_0\tau + j(\Phi_s(i)\cos\omega_0\tau - \Phi_c(i)\sin\omega_0\tau). \quad (9)$$

Как следует из (6), для нахождения $\dot{\Phi}_0(i)$ необходимо, используя (7), определить $\Phi(i)$, а затем помножить его на $e^{ji\omega_0\tau}$.

Для генерирования имитационного аналитического сигнала с одномодовым спектром достаточно использовать модель АР первого порядка. Уравнения Юла-Уокера для этой модели могут быть получены из [1]:

$$\vec{r} = r\vec{\Phi}, \quad (10)$$

где $\vec{r}$ – вектор-столбец коэффициентов комплексной корреляционной функции порядка p; $\vec{\Phi}$ – вектор-столбец коэффициентов модели АР порядка p:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_c(1) \\ r_c(2) \\ \vdots \\ r_c(p) \\ r_s(1) \\ r_s(2) \\ \vdots \\ r_s(p) \end{bmatrix}, \quad \vec{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_c(1) \\ \Phi_c(2) \\ \vdots \\ \Phi_c(p) \\ \Phi_s(1) \\ \Phi_s(2) \\ \vdots \\ \Phi_s(p) \end{bmatrix},$$

$$r = \begin{bmatrix} r_c(0) & r_c(1) & \dots r_c(p-1) & -r_s(0) & \dots -r_s(p-1) \\ r_c(1) & r_c(0) & \dots r_c(p-2) & -r_s(1) & \dots -r_s(p-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_c(p-1) & r_c(p-2) & \dots r_c(0) & -r_s(p-1) & \dots -r_s(0) \\ r_s(0) & r_s(1) & \dots r_s(p-1) & r_c(0) & \dots r_c(p-1) \\ r_s(1) & r_s(0) & \dots r_s(p-2) & r_c(1) & \dots r_c(p-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_s(p-1) & r_s(p-2) & \dots r_s(0) & r_c(p-1) & \dots r_c(0) \end{bmatrix},$$

здесь $r_c(1)\dots r_c(p), r_s(1)\dots r_s(p)$ – реальная и мнимая составляющие комплексного коэффициента корреляции; $\Phi_c(1)\dots\Phi_c(p), \Phi_s(1)\dots\Phi_s(p)$ – реальная и мнимая составляющие комплексных коэффициентов модели АР порядка p.

Для модели АР первого порядка из (2) получаем

$$r_c(i) = \Phi_c(1) r_c(i-1) - \Phi_s(1) r_s(i-1),$$
$$r_s(i) = \Phi_c(1) r_s(i-1) - \Phi_s(1) r_c(i-1). \quad (11)$$

Эта система разностных уравнений имеет характеристическое уравнение [2]

$$\begin{bmatrix} -c + \Phi_c(1) & -\Phi_s(1) \\ \Phi_s(1) & -c + \Phi_c(1) \end{bmatrix} = 0, \quad (12)$$

где c – его корни.

Переходя от (12) к квадратному уравнению, получаем

$$c^2 - 2c\Phi_c(1) + (\Phi_c(1))^2 + (\Phi_s(1))^2 = 0. \quad (13)$$

Решение уравнения (12) в соответствии с [2] представляется в виде

$$\prod_{i=1}^{2} (c - c(i)) = 0, \quad (14)$$

здесь c(i) – корни уравнения (14). Из (13) и (14) можно получить связь корней характеристического уравнения с коэффициентом АР:

$$2\Phi_c(1) = c(1) + c(2),$$
$$(\Phi_c(1))^2 + (\Phi_s(1))^2 = c(1)c(2). \quad (15)$$

Комплексные корни данной системы уравнений согласно [3,4] являются комплексно-сопряженными и описываются выражениями

$$c(1) = e^{-\Delta\omega T/2} e^{j\omega_h T}, \; c(2) = e^{-\Delta\omega T/2} e^{-j\omega_h T}. \quad (16)$$

Комплексные корни характеристического уравнения (13) соответствуют случайному процессу с одномодовым спектром, мода которого находится на ненулевой частоте. Это просто показать, взяв производную от выражения для спектральной плотности мощности процесса АР при $p = 1$ и приравняв ее к нулю. Тогда частота, на которой находится мода СПМ, определяется выражением

$$\mathrm{tg}\,\omega_m T = \Phi_s(1)/\Phi_c(1). \quad (17)$$

Из (15), используя (16), получаем связь параметров СПМ и коэффициентов комплексной модели АР:

$$\Phi_c(1) = e^{-\Delta\omega T/2} \cos\omega_h T,$$
$$\Phi_s(1) = e^{-\Delta\omega T/2} \sin\omega_h T. \quad (18)$$

Взяв отношение мнимой части комплексного коэффициента АР к действительной, приходим к выражению для ω_h:

$$\mathrm{tg}\,\omega_h T = \Phi_s(1)/\Phi_c(1). \quad (19)$$

Сравнивая (17) с (19), приходим к выводу, что $\omega_h = \omega_m$.

Рассмотрим два примера комплексных процессов АР первого порядка. Для первого примера максимум находится на частоте $f = 10$ относительно нулевой его ширины полосы $\Delta f = 2$, значение несущей частоты $f_{нес} = 50$ при частоте дискретизации 256. Для второго $f = 50$, $\Delta f = 8$, $f_{нес} = 50$. Коэффициенты АР имитационных процессов, полученные с помощью выражений (11), составляли $\Phi_c(1) = -0{,}095$, $\Phi_s(1) = -0{,}971$ для первого процесса и $\Phi_c(1) = 0{,}7$, $\Phi_s(1) = -0{,}575$ для второго. СПМ для эти двух примеров показаны на рис. 1,а и б сплошной линией S1.

По коэффициентам АР, рассчитанным в соответствии с формулами (11), для двух примеров сгенерирован ансамбль из 1000 реализаций процесса АР длиной в 256 отсчетов (частота дискретизации 256). Для каждой реализации ковариационным методом [5] получены выборочные оценки коэффициентов АР, по которым рассчитана СПМ. На рис. 1 пунктирной линией S2 в качестве примера изображена выборочная СПМ для одной реализации из ансамбля. Среднеквадратическое

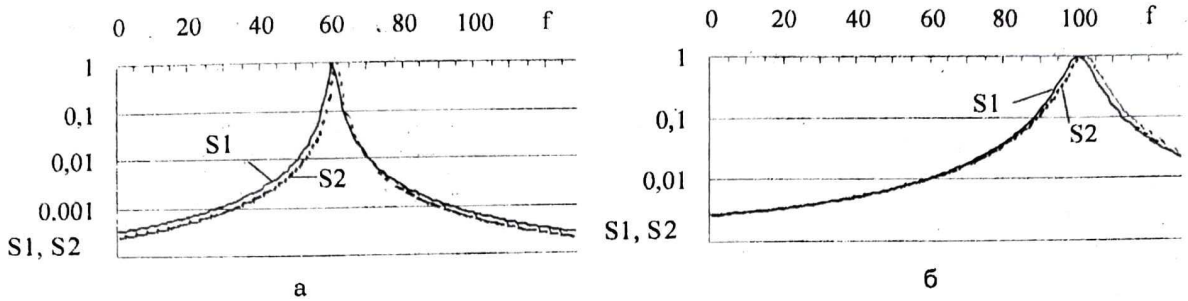

Рис. 1. Теоретическая и выборочная СПМ одномодового спектра аналитического сигнала на несущей частоте

отклонение по ансамблю выборочных оценок положения максимума σ_f и его ширины $\sigma_{\Delta f}$ от задаваемых составили $\sigma_f = 0{,}45$, $\sigma_{\Delta f} = 0{,}18$ для первого примера и $\sigma_f = 0{,}86$, $\sigma_{\Delta f} = 0{,}28$ – для второго.

Как видно из полученных результатов, выборочные оценки ширины полосы отличаются от задаваемых на 9 и 3,5%, положения спектрального максимума – на 0,75 и 0,86% соответственно. Поэтому можно считать, что данный метод получения имитационного процесса с заданными параметрами СПМ обладает малой относительной погрешностью.

При построении модели АР аналитического сигнала с двумодовым спектром уравнения Юла-Уокера, как следует из (10), имеют вид

$$\begin{aligned} r_c(k) &= \Phi_c(1)r_c(k-1) + \Phi_c(2)r_c(k-2) - \Phi_s(1)r_s(k-1) - \Phi_s(2)r_s(k-2), \\ r_s(k) &= \Phi_c(1)r_s(k-1) + \Phi_c(2)r_s(k-2) + \Phi_s(1)r_c(k-1) + \Phi_s(2)r_c(k-2). \end{aligned} \qquad (20)$$

Для определения коэффициентов АР необходимо решить систему четырех уравнений, полученных из (20) при $k = 1,2$.

Характеристическое уравнение системы разностных уравнений (13) имеет вид

$$\begin{vmatrix} -c^2 + \Phi_c(1)c + \Phi_c(2) & -\Phi_s(1)c - \Phi_s(2) \\ \Phi_s(1)c + \Phi_s(2) & -c^2 + \Phi_c(1)c + \Phi_c(2) \end{vmatrix} = 0. \qquad (21)$$

Из (21) получаем алгебраическое уравнение четвертой степени:

$$c^4 + 2\Phi_c(1)c^3 + \left(\Phi_s^2(1) - 2\Phi_c(2) + \Phi_c^2(1)\right)c^2 + \left(2\Phi_c(1)\Phi_c(2) + 2\Phi_s(1)\Phi_s(2)\right)c + \Phi_c^2(2) + \Phi_s^2(2) = 0. \qquad (22)$$

Его можно также представить в виде [2]

$$\prod_{i=1}^{4}(c - c(i)) = 0, \qquad (23)$$

где $c(i)$ – корни выражения (22).

Приравняв коэффициенты при соответствующих степенях c в уравнениях (22) и (23), получим соотношения

$$\begin{aligned} 2\Phi_c(1) &= c(1) + c(2) + c(3) + c(4), \\ \Phi_s^2(1) - 2\Phi_c(2) + \Phi_c^2(1) &= c(1)c(2) + c(1)c(3) + c(1)c(4) + c(3)c(4) + c(2)c(3) + c(2)c(4), \\ -2\Phi_c(1)\Phi_c(2) - 2\Phi_s(1)\Phi_s(2) &= c(1)c(2)c(3) + c(1)c(2)c(4) + c(1)c(3)c(4) + c(2)c(3)c(4), \\ \Phi_c^2(2) + \Phi_s^2(2) &= c(1)c(2)c(3)c(4). \end{aligned} \qquad (24)$$

Характер изменения корреляционной функции, а следовательно, и вид СПМ, определяется значениями соответствующих корней характеристического уравнения (22).

Рассмотрим случай комплексных корней характеристического уравнения

$$c(1,2) = e^{-\Delta\omega_1 T/2 \pm j\omega_{h1}T}, \quad c(3,4) = e^{-\Delta\omega_2 T/2 \pm j\omega_{h2}T}. \qquad (25)$$

При решении системы (23) могут быть получены 6 совокупностей коэффициентов модели АР второго порядка. После нахождения всех возможных

решений системы осуществлялась проверка на соответствие задаваемых и полученных положений мод на частотной оси для выбора решения, удовлетворяющего начальным условиям.

В качестве примеров рассмотрим нахождение коэффициентов АР с параметрами СПМ $f_1=10$, $f_2=35$, $\Delta f_1=2$, $\Delta f_2=2$, $f_{нес}=30$ и $f_1=20$, $f_2=50$, $\Delta f_1=4$, $\Delta f_2=8$, $f_{нес}=60$. Коэффициенты АР, найденные в результате решения (17), равны $F_c(1)=0{,}518$, $F_s(1)=1{,}786$, $F_c(2)=0{,}804$, $F_s(2)=-0{,}509$ для первого примера и $F_c(1)=-1{,}183$, $F_s(1)=1{,}267$, $F_c(2)=0{,}042$, $F_s(2)=0{,}862$ – для второго. Графики СПМ изображены на рис. 2, а,б.

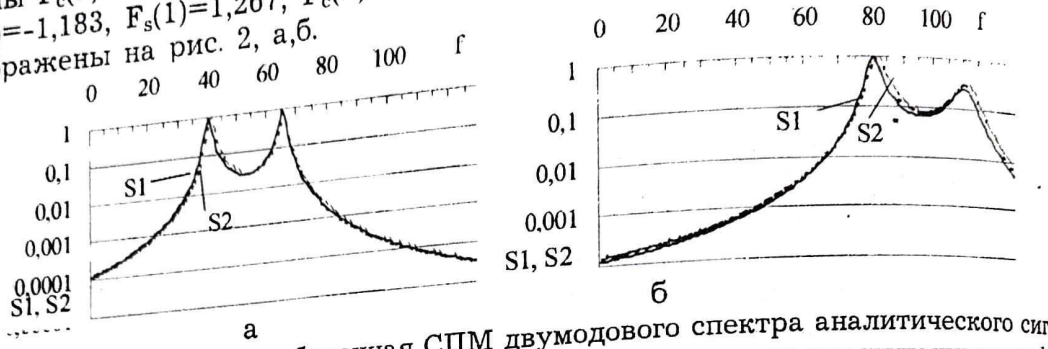

Рис. 2. Теоретическая и выборочная СПМ двумодового спектра аналитического сигнала на несущей частоте: сплошная линия S1 – СПМ построена по рассчитанным коэффициентам АР, пунктирная линия S2 – выборочная СПМ

По найденным коэффициентам АР сгенерирован ансамбль из 1000 реализаций случайного процесса длиной в 256 отсчетов и для каждой реализации из ансамбля получены выборочные оценки коэффициентов АР ковариационным методом [5]. По этим коэффициентам для каждой реализации рассчитана СПМ случайного процесса, определены среднеквадратические отклонения ширины спектральных максимумов, которые составили $\sigma_{\Delta f_1}=0{,}19$, $\sigma_{\Delta f_2}=0{,}18$ для первого примера и $\sigma_{\Delta f_1}=0{,}3$, $\sigma_{\Delta f_2}=0{,}49$ – для второго. СКО положений мод спектра составили: $\sigma_{f_1}=0{,}48$, $\sigma_{f_2}=0{,}46$ для первого примера и $\sigma_{f_1}=0{,}64$, $\sigma_{f_2}=0{,}91$ – для второго.

Анализ полученных результатов показывает, что СКО выборочных оценок ширины полосы составляет 9% от Δf для первой и второй мод в первом примере и 7,5; 6% - во втором примере.

СКО положения спектральных максимумов составляет 1,2; 0,7% от f_1 и f_2 соответственно для первого примера и 0,8; 0,82% – для второго примера. При анализе точности оценок параметров имитационных моделей следует учитывать, что достаточно близко расположенные моды СПМ взаимно влияют друг на друга. Это приводит к некоторому смещению положения мод и увеличению ширины полосы. Поэтому реальная точность параметров СПМ имитационных сигналов может быть несколько выше.

Графики выборочной СПМ для одной реализации из ансамбля сгенерированных имитационных процессов изображены на рис. 2 пунктирной линией S2.

Научная новизна полученных результатов

Предложен простой и эффективный в реализации способ генерирования случайного аналитического сигнала на несущей частоте по заданным параметрам СПМ с использованием модели АР. Получены аналитические выражения, связывающие комплексные коэффициенты АР случайного сигнала с заданными параметрами СПМ на нулевой частоте с коэффициентами АР аналитического сигнала на несущей частоте.

Практическая ценность полученных результатов

Анализ результатов статистического моделирования доказал возможность генерирования квадратурных составляющих имитационных случайных процессов с использованием соотношений (18), (24). Как показали эксперименты с моделями АР первого и второго порядка, отклонения выборочных оценок параметров СПМ от задаваемых незначительны и удовлетворяют предъявляемым требованиям к имитационным случайным процессам при решении ряда

задач статистической радиотехники. Предлагаемые модели могут быть использованы для моделирования сигналов, отраженных от турбулизованных воздушных и жидкостных потоков.

Список литературы: 1. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов.Прогноз и управление: Пер. с англ. Вып. 1/ Под ред. В.Ф.Писаренко. М.:Мир, 1974. 406 с. 2. *Филипов А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Учеб. пособие для студентов вузов. М.: Наука, 1985. 128 с. 3. *Тихонов В.А., Русановский Д.Е., Тихонов Д.В.* Генерация узкополосных имитационных случайных процессов // Радиоэлектроника и информатика. 1999. №4. С. 83-85. 4. *Кармалита В.А.* Цифровая обработка случайных колебаний. М.: Машиностроение, 1986. 88с. 5. *Марпл С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

Поступила в редколлегию 17.03.2003

Тихонов Вячеслав Анатольевич, канд. техн. наук, доцент кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: радиолокация, распознавание образов, статистические модели. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-15-87.

Зубков Олег Викторович, ассистент кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: радиолокация, статистическое моделирование, цифровая обработка сигналов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-15-87.

Сидоров Геннадий Иванович, канд. техн. наук, профессор кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: радиолокация, статистические модели. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-15-87.

УДК 519.8.517.5

В. А. ДОРОВСКОЙ

ЭНТРОПИЙНАЯ МОДЕЛЬ ДИАЛОГОВОГО ПОВЕДЕНИЯ ПАРТНЕРОВ

Рассматриваются некоторые аспекты построения модели самообучающейся системы, основанной на механизме оценки степени неполноты знаний. Предлагается оригинальный подход к оценке полноты информации в данной предметной области.

1. Актуальность исследований

При разработке интеллектуальных систем поддержки принятия решений возникает необходимость оценки полноты информации в конкретной предметной области. При этом систему «тьютор – ЛПР» будем считать с активными элементами. Поведение системы, накапливающей знания (первый период), можно представить как формирование модели предметной области или построение «информационного фантома действительности» [1]. Для моделирования информационной потребности и связанной с ней потребности обращаться к партнеру (эксперту в данной проблемной сфере) за новыми знаниями необходимо оценить степень «незнания». Сопоставить уровень знаний («незнаний») с отражаемыми в них объектами предметной области можно, оценив степень симметрии (асимметрии) этой информации и действительности. Асимметрия фактически определяет адекватность информационной модели объекту моделирования (проблемной области). Для измерения этого уровня следует ввести количественную меру, представляющую собой оценку энтропии информации.

2. Постановка задачи

Чтобы оценить степень полноты информации в данной предметной области, необходимо построить формальную модель активизации системы «тьютор - ЛПР» для приобретения знаний, базирующихся на механизме оценки их неполноты.

3. Решение задачи

Рассмотрим систему «тьютор –ЛПР», состоящую из партнеров, обладающих знаниями, которую считаем системой с активными элементами. Партне-