

УДК519.85



РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОКУТНИХ ГРАФІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ПОЛІГРАФІЧНОМУ ВИРОБНИЦТВІ

О. В. Баранов¹, Д. В. Грищай², І. В. Гребеннік³, О. В. Панкратов⁴, А. М. Чугай⁵

¹ ХНУРЕ, м. Харків, Україна, aleksey.baranov@gmail.com

² ХНУРЕ, м. Харків, Україна, gdv_denys@yahoo.com

³ ХНУРЕ, м. Харків, Україна, stdep@kture.kharkov.ua

⁵ ІПМАШ НАНУ, м. Харків, Україна, pankratov@mail.ru

⁶ ІПМАШ НАНУ, м. Харків, Україна, chugay@ipmach.kharkov.ua

Аналізується проблема розкрою матеріалів при виробництві поліграфічної продукції, описуються її особливості. Будується математична модель розміщення множини прямокутних графічних елементів при розкрої матеріалу для видавничо-поліграфічного виробництва. Проводяться обчислювальні експерименти та аналізуються їх результати.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ГЕОМЕТРИЧНЕ ПРОЕКТУВАННЯ, УПАКОВКА, ОПТИМІЗАЦІЯ, Ф-ФУНКЦІЯ, NP-СКЛАДНА ЗАДАЧА

Вступ

В процесі підготовки книжково-журнальних видань виникає ряд задач, пов'язаних із розміщенням (*nesting problems*) [1, 2]. Як приклад, можна навести розміщення рекламних блоків, які мають фіксований набір розмірів, але розміщуватися можуть у різних форматах паперу; розміщення наліпок на окремі аркуші паперу, які доповнюють видання та надають йому більш цікавий вигляд, тощо. Взагалі графічні елементи можуть мати різні розміри, кількість та форми: прямокутну (*rectangular shaped objects*) або вільну (*irregular shaped objects*). Розміщення може враховувати ортогональну орієнтацію об'єктів, які розміщуються. Також слід враховувати технологічні вимоги, серед яких є розміщення із заданою відстанню між об'єктами, розміщення з урахуванням довжини ножів, розміщення об'єктів по групах, тощо. Все це впливає на складність розв'язання отриманої задачі розміщення [3, 4].

Метою роботи є побудова математичних моделей та методів розв'язання деяких задач розміщення прямокутних графічних елементів із заданою відстанню між елементами та врахуванням можливості повороту об'єктів.

1. Постановка задачі

Розглянемо постановку задачі. Нехай є множина графічних елементів, які необхідно розмістити в задану прямокутну область. Відстань між розміщуваними елементами регламентується технологічними вимогами до виготовлення штанц-форм, тобто відома заздалегідь, тому можна вважати, що цю відстань враховано у розмірах самих елементів (рис. 1).

Область розміщення завжди є прямокутною. Розмір області визначається форматом паперу, який використовується при друкуванні видання [2]. Кількість аркушів, які використовуються при формуванні області розміщення, визначається

ідеєю та собівартістю проекту, тобто у багатьох випадках відома до початку розміщення. Приклади областей розміщення наведені на рис. 2 у вигляді сірих прямокутників.

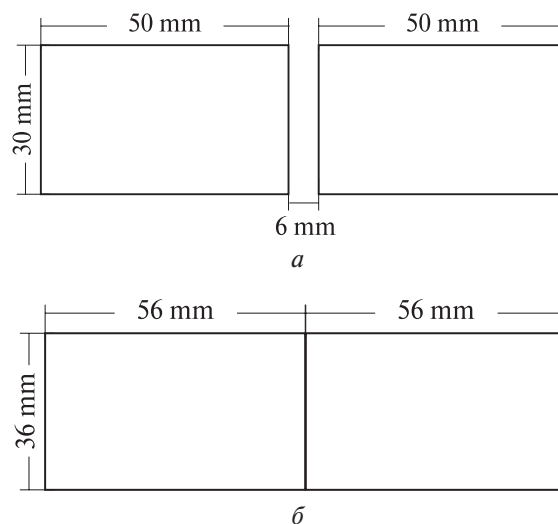


Рис. 1. Врахування відстані між елементами на етапі формування розмірів елементів (*a* — розміри елементів та відстань між ними, *b* — розміри елементів після врахування відстані між ними)

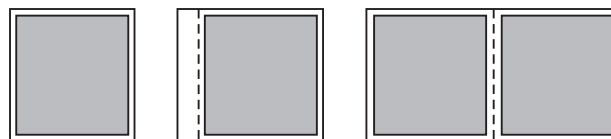


Рис. 2. Области розміщення графічних елементів

Розміщення графічних елементів може мати такі особливості.

1. Необхідно розмістити всю множину графічних елементів таким чином, щоб кількість аркушів була якомога менша.

2. Необхідно розмістити якнайбільше графічних елементів, при цьому врахувати, що кількість аркушів повинна бути не більша за задану.

2. Математична модель задачі

Маємо N прямокутних елементів $P_i \subset R^2$ вигляду $P_i = \{x \in R^2 : x = (x_1, x_2) | 0 \leq x_j \leq a_{ij}, j \in \{1, 2\}\}$, де $x = (x_1, x_2)$ — полюс, $a_i = (a_{i1}, a_{i2})$ — вектор метричних характеристик P_i , $i \in J_N$, $J_N = \{1, 2, \dots, N\}$. Задана область розміщення $D_0 = \{x \in R^2, x = (x_1, x_2) | 0 \leq x_j \leq b_{0j}, j \in \{1, 2\}\}$, $b_0 = (b_{01}, b_{02})$ — вектор метричних характеристик прямокутника D_0 .

$D_0 = \bigcup_{i=1}^k D_i$ відповідає об'єднанню всіх k аркушів, на яких можуть бути розміщені елементи, в один прямокутник:

$$D_i = \left\{ x \in R^2, x = (x_1, x_2) | 0 \leq x_1 \leq b_{01}, \sum_{j=1}^{i-1} b_{j2} \leq x_2 \leq \sum_{j=1}^i b_{j2} \right\}.$$

Необхідно розмістити заданий набір елементів P_i в області D_0 з можливістю поворотів прямокутників на кут $\frac{\pi}{2}$ таким чином, щоб заповнення областей D_i в напрямку Ox_1 було мінімальним або коефіцієнт заповнення областей D_i був максимальним. Математичні моделі на основі Φ -функцій мають вигляд:

$$X^* = \arg \min_{X \in W \subset R^{2N+1}} F_1(X), F_1(X) = d, d = b_{01}, \quad (1)$$

тут b_{01} являє собою змінну величину, або

$$X^* = \arg \max_{X \in W \subset R^{2N+1}} F_2(X), F_2(X) = \frac{\sum_{j=1}^m a_{j1} \cdot a_{j2}}{b_{01} \cdot b_{02}}, \quad (2)$$

де $X = (u, v, d)$, $u = (u_1, u_2, \dots, u_l)$, $v = (v_1, v_2, \dots, v_l)$ — параметри розміщення, які визначають полюси та ортогональну орієнтацію елементів відповідно; m — кількість елементів, які були розміщені; W — область допустимих рішень, яка описується системою нерівностей:

$$\begin{cases} \Phi_{ij}(u_i, u_j, v_i, v_j) \geq 0, & i, j \in J_m, i < j, \\ \Phi_{0j}(u_0, u_j, v_j) \geq 0, & j \in J_m. \end{cases}$$

Тут Φ_{ij} — Φ -функція [3–5] двох прямокутників P_i та P_j із урахуванням їх ортогональної орієнтації, Φ_{0j} — Φ -функція об'єктів $D_0^* = cl(R^2 \setminus D_0)$ та P_j .

Область допустимих рішень задачі можна описати за допомогою комбінаторної множини композиції перестановок PW_m [6]. Кількість всіх можливих перестановок прямокутників P_i дорівнює $N!$. Різноманітні повороти прямокутників на кут $\frac{\pi}{2}$ описується за допомогою впорядкування лінійних розмірів P_i . Перестановка $a_{ii} = (a_{ik_{i1}}, a_{ik_{i2}})$, де $\{k_{i1}, k_{i2}\}$ — перестановка елементів індексної мно-

жини J_n , $t \in J_M$, $M = 2!$, відповідає всім можливим поворотам прямокутника на кут $\frac{\pi}{2}$, $i \in J_N$.

Застосування комбінаторної множини PW_m дає можливість використання її специфічних комбінаторних властивостей для методу околів, що звужуються [7], при розв'язанні поставленої задачі.

3. Метод розв'язання задачі

Для розв'язання задачі використано метод, який заснований на комбінації послідовно-одиначного алгоритму та методу околів, що звужуються (МОЗ). Приведемо основні кроки алгоритму.

1. Генеруються послідовності прямокутників, які треба розмістити, та послідовності їх лінійних розмірів.

2. У відповідності до отриманих послідовностей прямокутників розміщуються у заданій області за допомогою алгоритму на основі методу послідовно-одиначного розміщення. На кожному кроці цього алгоритму будується множина «контейнерів» C_i — вільних місць прямокутної форми, в які може бути розміщено поточний прямокутник. Після розміщення ті контейнери, які перетинаються з розміщеним прямокутником, або повністю включаються в інший контейнер, або розбиваються на частини, або видаляються. Наприкінці кожного кроку контейнери сортуються в залежності від вказаного критерію якості. Алгоритм закінчується у разі, якщо всі прямокутники розміщені або немає контейнерів, у які можна розмістити решту прямокутників. В результаті отримуємо локальний екстремум задачі. Таким чином, кожній згенерованій послідовності прямокутників та їх лінійних розмірів ставиться у відповідність локальний екстремум задачі.

3. Обчислюються та зберігаються значення цільової функції в отриманих локальних екстремумах.

4. Генеруються нові послідовності прямокутників та обчислюються значення цільової функцій (аналогічно крокам 1-3). За допомогою методу околів, що звужуються, серед знайдених послідовностей обираються найбільш «перспективні».

5. Генеруються нові послідовності прямокутників в околицях визначених «перспективних» послідовностей.

6. У разі відсутності покращення значення цільової функції відбувається звуження околів пошуку оптимального рішення.

7. Якщо радіус околів досягає мінімального значення, то пошук припиняється.

8. Серед знайдених рішень задачі обирається таке, що найкраще задовольняє заданий критерій оптимальності.

4. Обчислювальні експерименти

Було розроблено програмний засіб, який реалізовує запропонований алгоритм. За допомогою цього засобу проводились обчислювальні експерименти та склалися графічні відображення отриманих результатів.

Обчислювальні експерименти проводились у три етапи. На першому етапі виконувалось розміщення однієї заданої послідовності прямокутників. На другому етапі випадковим чином генерувались послідовності прямокутників. Кожна згенерована випадкова послідовність розміщувалась, обчислювалось значення цільової функції. Поміж всіх результатів обирався найкращий. На третьому етапі для розв'язання задачі використовувався метод околів, що звужуються. Результати для функції цілі вигляду (2) приведено нижче в табл. 1:

Таблиця 1

Кількість прям-ків	Коефіцієнт заповнення		
	1 посл.	100 посл.	МОЗ
А) 15	0,84	0,89	0,94
Б) 25	0,82	0,88	0,92
В) 45	0,76	0,97	0,99
Г) 50	0,85	0,89	0,91
Д) 59	0,84	0,91	0,93

Графічне відображення найкращих результатів приведено на рис. 3.

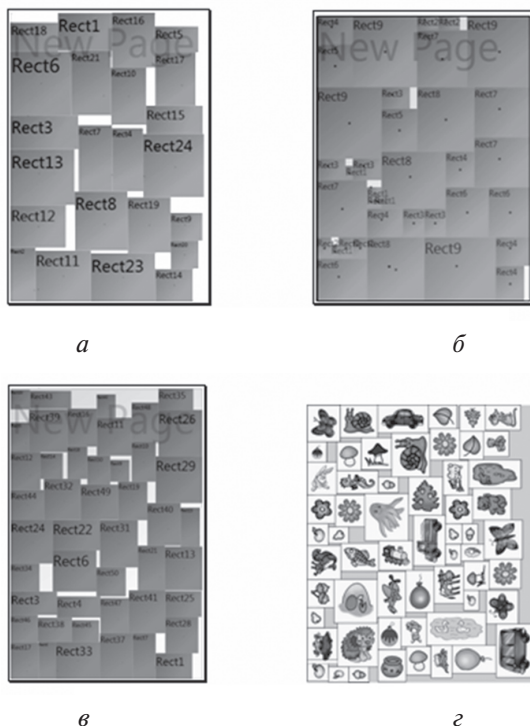


Рис. 3. Графічне відображення найкращих результатів для задач з функцією цілі (2)

Вхідні дані — лінійні розміри прямокутників — кожної задачі генерувались випадковим чином. Площа області розміщення вибиралась такою, яка б могла вмістити всі прямокутники.

Результати розв'язання задачі для функції цілі вигляду (1) приведено нижче в табл. 2.

Таблиця 2

Кількість прям-ків	b_{02}	X^*		
		1 посл.	100 посл.	МОЗ
А) 15	953	867	704	680
Б) 25	1253	1008	953	892
В) 45	400	500	450	450
Г) 50	1822	1471	1383	1348

Графічне відображення найкращих результатів приведено на рис. 4.

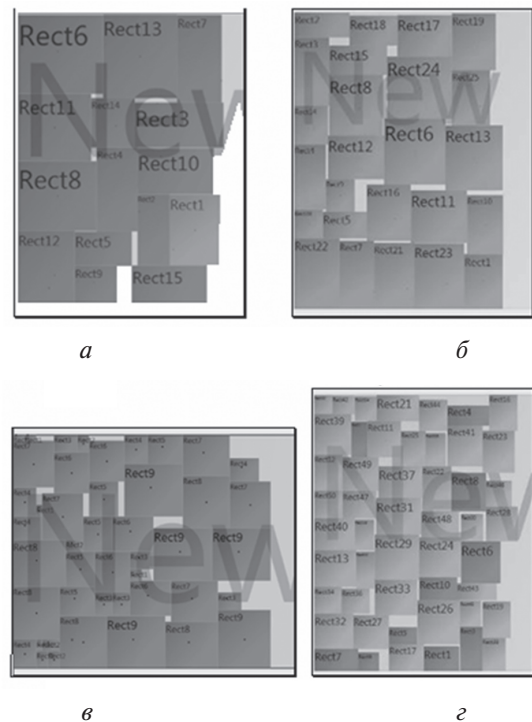


Рис. 4. Графічне відображення найкращих результатів для задач з функцією цілі (1)

Використання запропонованого методу дозволяє задавати декілька аркушів, на які треба розмістити прямокутники з P_i . Для цього в початковий перелік контейнерів C_i додаються аркуші заданого розміру. Аркуші розміщуються один під одним. Далі розв'язання задачі продовжується згідно з алгоритмом. Результати розв'язання задачі з декількома аркушами для функції цілі вигляду (2) приведено нижче в табл. 3.

Таблиця 3

N	N_A	Коефіцієнт заповнення			$t(c)$	N^*
		1 посл.	100 посл.	МОЗ		
А) 50	2	0,83	0,9	0,94	0,01	26
					0,46	25
					894	27
Б) 90	3	0,86	0,91	0,93	0,015	49
					0,9	46
					5620	49

В таблиці N_A — кількість аркушів, t — час розв'язання задачі, N^* — кількість розміщених

прямокутників відповідно для однієї послідовності, 100 послідовностей та при використанні метода околів, що звужуються.

Графічне відображення найкращих результатів приведено на рис. 5.

Найкращий результат було досягнуто при використанні метода околів, що звужуються, але процес розв'язання вимагав найбільше часу. Розміщення 100 послідовностей і вибір з них найкращих теж дало непоганий результат. При цьому час розв'язання був прийнятний — близько 2 секунд для 100 прямокутників. Поліпшити результат можна шляхом збільшення числа послідовностей, які треба розміщати, але це призведе також і до збільшення часу розв'язання. Найгірший результат досягнуто при розміщенні однієї випадкової послідовності прямокутників. Однак одну послідовність можна вибирати, не випадково відсортувавши прямокутники за зростанням площі, довжини діагоналі, тощо. Така модифікація також може поліпшити результат розміщення.

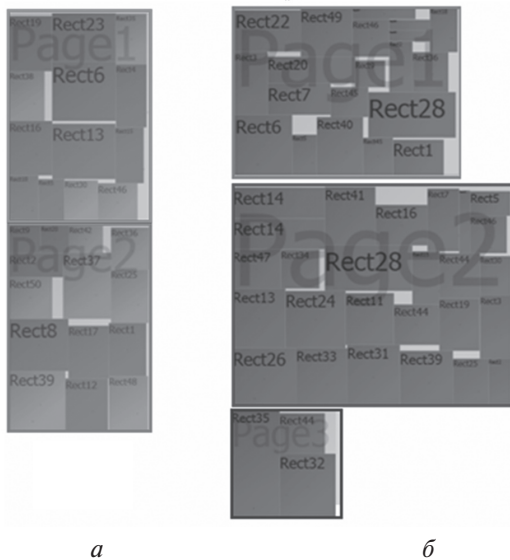


Рис. 5. Графічне відображення найкращих результатів для задач з функцією цілі (1) при використанні кількох аркушів

Висновки

Побудована в роботі математична модель, метод розв'язання задачі розміщення прямокутних елементів та його програмна реалізація можуть бути використані у якості оптимізаційного ядра у складі математичного забезпечення інтелектуальних систем автоматизації видавничої роботи, зокрема, при компонованні блоків реклами в газетній продукції, розміщенні ілюстрацій, розміщенні наліпок при виробництві різноманітних дитячих книжок, тощо.

Використання програмного засобу, створеного на базі запропонованих моделей, методів та алгоритмів, дозволить мінімізувати залишки матеріалу, скоротити час підготовки поліграфічного матеріалу до друку та більш дорогий труд людини. Крім того, отримане рішення можна використовувати як початкове і надавати користувачу можливість в діалоговому режимі змінити деякі параметри розміщення.

Окреслені недоліки запропонованого алгоритму, визначені шляхи подальших досліджень, серед яких: урахування більшого числа особливостей задачі розміщення графічного матеріалу, покращення швидкості роботи методу, покращення інтерфейсу програмного засобу, інтеграція із відомими поліграфічними пакетами та інше. Крім того ведуться дослідження щодо покращення послідовно-одиначного алгоритму таким чином, щоб мінімізувати кількість та загальну площу так званих «дірок» між розміщеними елементами в середині області розміщення.

Список літератури: 1. Дурняк, Б. В. Системний аналіз та оптимізація параметрів книжкових видань: Монографія [Текст] / Б. В. Дурняк, І. В. Піх, В. М. Сеньківський. — Львів: Українська академія друкарства, 2006. — 197 с. 2. Пикок, Джон. Издательское дело: Пер. с англ. 2-е издание, исправленное и дополненное [Текст] / Д. Пикок. — М.: Издательство ЭКОМ, 2002. — 424 с.: илл. 3. Стоян, Ю. Г. Об одном обобщении функции плотного размещения [Текст] / Ю. Г. Стоян // Доклады АН УССР. — 1980. — N 8. — С. 70–74. 4. Стоян, Ю. Г. Ф-функция n -мерных параллелепипедов [Текст] / Ю. Г. Стоян, Н. И. Гиль, М. С. Муравьева // Доповіді НАН України. — 2005. — N 3. — С. 22–27. 5. Размещение n -мерных параллелепипедов с возможностью изменения их ортогональной ориентации в n -мерном параллелепипеде // Материалы 13-го международного молодежного форума “Радиоэлектроника и молодежь в 21 веке”, 30 марта 2009 г. — Х.: ХНУРЕ, 2009. — 314 с. 6. Гребенник, И. В. Решение некоторых экстремальных задач на множестве композиций перестановок [Текст] / И. В. Гребенник, А. В. Баранов // Радиотехника. — 2007. — Вып. 149. — С. 12–17. 7. Стоян, Ю. Г. Решение некоторых многоэкстремальных задач методом сужающихся окрестностей [Текст] / Ю. Г. Стоян, В. З. Соколовский. — К.: Наук. думка, 1980. — 208 с.

Надійшла до редколегії 23.02.2010 р.

УДК 519.85

Размещение прямоугольных графических элементов в полиграфическом производстве / А. В. Баранов, Д. В. Грицай, И. В. Гребенник, А. В. Панкратов, А. М. Чугай // Бионика интеллекта: научн.-техн. журнал. — 2010. — № 1 (72). — С. 29–32.

Рассматривается задача размещения набора графических элементов (иллюстраций, блоков рекламы, наклеек) прямоугольной формы с возможностью изменения их ортогональной ориентации на листах материала при раскрое материала для издательско-полиграфического производства. Построена математическая модель, предложен метод на основе комбинации последовательно-одиначного алгоритма и метода сужающихся окрестностей. Проведены вычислительные эксперименты.

Ил. 5. Библиогр.: 7 назв.

УДК 519.85

Placement of the rectangular graphical elements in printing production / A. V. Baranov, D. V. Gritsay, I. V. Grebennik, A. V. Pankratov, A. M. Chugai / Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2010. — № 1 (72). — P. 29–32.

The given article is devoted to the problem of packing a set of graphical elements (images, blocks of ads, labels) of rectangular shape with the ability to change their orthogonal orientation to the sheet of material when cutting material for publishing in printing production. Mathematical model and solution method based on a combination of series-single algorithm and the method of shrinking neighborhoods are proposed. Computational experiments are implemented.

Fig. 5. Ref.: 7 items.