

ФЛУКТУАЦИИ ФОКАЛЬНОГО ПЯТНА КРУГЛОЙ СФОКУСИРОВАННОЙ АПЕРТУРЫ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ОШИБОК

Должиков В. В., Сербин А. В.

Харьковский национальный университет радиозлектроники

61166, Харьков, пр. Ленина, 14, Украина

Тел.: 8(057) 7021430; e-mail: dolzhikovr@sa.net.ua

Аннотация – Рассмотрено влияние фазовых ошибок на флуктуацию положения фокального пятна сфокусированной круглой апертуры.

I. Введение

Флуктуации источников, всегда присутствующие в реальных антеннах, влияют на все их характеристики. Изучение этой проблемы составляет предмет статистической теории антенн [1]. Позднее развитая в [1] теория для дальней зоны была обобщена применительно к линейным антеннам и на зону Френеля [2, 3], значимость которой в последнее время существенно повысилась из-за увеличения её протяженности, в связи с ростом электрических размеров современных антенн, и обострения проблемы ЭМС.

В настоящей работе исследуется флуктуация положения фокального пятна сфокусированной в зону Френеля круглой апертуры. Фокусировка поля в зону Френеля используется в системах с синтезированной апертурой, при передаче энергии СВЧ, в технике антенных измерений, ближней радиолокации и т.д.

II. Основная часть

Антенна с круглой апертурой имеет радиус R , поле возбуждения имеет равномерное амплитудное распределение и линейно поляризовано. Интенсивность поля, создаваемого сфокусированной апертурой в точке $P(0, \varphi, z)$ зоны Френеля, при наличии флуктуаций фазы с точностью до несущественных в данном случае множителей определяется соотношением

$$|F(\psi, \zeta)|^2 = \left| \left(\frac{1}{\chi_0} - \frac{16}{\pi} \zeta \right) \int_S e^{i\Phi(u, \varphi_1)} e^{i[2\zeta u^2 + \psi u \cos(\varphi - \varphi_1)]} ds \right|^2$$

где $u = \rho_1 / R$ – безразмерная радиальная координата на апертуре; $k = 2\pi / \lambda$, λ – длина волны в свободном пространстве; $\Phi(\rho_1, \varphi_1)$ – случайная функция, описывающая флуктуации фазы поля возбуждения; S – площадь апертуры; $\psi = kR \sin \theta$ – обобщенный угол, θ – угол между осью z и направлением в точку P ; $\xi = \frac{\pi}{16\chi_0} \left(1 - \frac{\chi_0}{\chi} \right)$ – обобщенная продольная координата; $\chi = r / r_{fz}$, $\chi_0 = r_f / r_{fz}$, $r_{fz} = 8R^2 / \lambda$ – расстояние до дальней зоны; r, r_f – расстояние от центра апертуры до точки наблюдения и фокусное расстояние соответственно.

Полагается, что $\Phi(\rho_1, \varphi_1)$ – однородная случайная функция с нормальным законом распределения, нулевым средним значением и дисперсией $\alpha = \sigma^2 = \text{const}$. Коэффициент корреляции принят гауссового вида

$$r_\varphi = \exp \left\{ - \left[u^2 + u'^2 - 2uu' \cos(\varphi_1 - \varphi'_1) \right] / c^2 \right\},$$

где c – радиус корреляции в относительных единицах, связанный с радиусом корреляции в абсолютных единицах ρ_0 , соотношением $c = \rho_0 / R$.

Наличие фазовых ошибок приводит к флуктуациям фокального пятна – флуктуациям положения точки его максимума интенсивности поля (МИП). При изучении флуктуаций пятна ошибки полагаются малыми, поскольку именно в этом случае можно говорить о сформировавшемся в продольном измерении фокальном пятне не только при глубокой.

Положение точки МИП для отдельной реализации поля находится путем решения системы уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left\{ |F(\psi, \zeta)|^2 \right\} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ |F(\psi, \zeta)|^2 \right\} = 0 \quad (1)$$

Соотношения (1) позволяют найти поперечное и продольное смещения точки МИП относительно фокальной точки ($\psi = 0, \zeta = 0$). Обозначим смещения координаты точки МИП через $\Delta\psi_m, \Delta\zeta_m$ соответственно. При малых флуктуациях фазы величины этих смещения малы. Процедура их нахождения аналогична использованной при определении ухода направления главного максимума ДН [1].

Поскольку ошибки малы, то можно в (1) ограничиться членами второго порядка малости по Φ . Учитывая одновременно малость величин $\Delta\psi_m$ и $\Delta\zeta_m$, находим, решая уравнения (2), следующие выражения

$$\psi_m = - \frac{4}{\pi} \int_S \Phi(u, \varphi_1) \cos(\varphi - \varphi_1) u^2 du d\varphi \quad (2)$$

$$\zeta_m = \frac{48}{\pi \left(1 - \frac{768\chi_0^2}{\pi^2} \right)} \left[\chi_0 - \frac{1}{8} \int_S \Phi(u, \varphi_1) \left(u^2 - \frac{1}{2} \right) u du d\varphi_1 \right] \quad (3)$$

Заметим, что (2) совпадает с полученным в [3] выражением для величины ухода направления главного максимума ДН круглой апертуры в дальней зоне, а первое слагаемое в квадратной скобке выражения (3) определяет положение главного максимума интенсивности поля в отсутствие флуктуаций и оно совпадает с полученным в [4].

Дисперсии этих величин соответственно равны

$$\sigma_\psi^2 = \alpha 4c^2 \left\{ 1 - e^{-\frac{2}{c^2}} \left[I_0\left(\frac{2}{c^2}\right) + 2I_1\left(\frac{2}{c^2}\right) + I_2\left(\frac{2}{c^2}\right) \right] \right\}, \quad (4)$$

$$\sigma_\zeta^2 = \alpha \frac{3c^2}{\left(1 - \frac{768}{\pi^2} \chi_0^2 \right)} \left\{ 1 - e^{-\frac{2}{c^2}} \left[I_0\left(\frac{2}{c^2}\right) + 2I_1\left(\frac{2}{c^2}\right) + 2I_2\left(\frac{2}{c^2}\right) + I_3\left(\frac{2}{c^2}\right) \right] \right\}, \quad (5)$$

где α – дисперсия фазовых ошибок.

Эти выражения справедливы при любых c и малых ($\chi_0 < 0,1$) расстояниях фокусировки.

При малых c :

FOCAL SPOT FLUCTUATION OF THE CIRCULAR FOCUSED APERTURE IN THE PRESENCE OF PHASE ERRORS

Dolzhikov V. V., Serbin A. V.

Kharkov National University of Radioelectronics

Lenin av., 14, Kharkov - 61166, Ukraine

Ph.: 8(057) 7021430, e-mail: dolzhikovr@sa.net.ua

Abstract - the phase errors influence on the focal spot fluctuation of the focused circular aperture is considered.

I. Introduction

Source fluctuations, which always present in the real antennas, have the influence on all their characteristics. The study of this problem has been the subject of statistical antennas theory [1]. Later developed in [1] theory for the far zone antennas was generalized as it applies to antennas for the Fresnel zone [2, 3].

In this paper the position of the focal spot fluctuation of the round focused aperture in the Fresnel zone is examined. The Fresnel zone field focusing is used in the systems with the synthetic aperture, at the microwave energy transmission, in the antenna measuring technique, in the short-range radiolocation etc.

II. Main Part

The circular uniformly excited aperture focused in the Fresnel zone is considered. It is known that phase errors result in the focal spot fluctuations – fluctuations of maximum intensity position (MIP) point. It was supposed that phase errors are uniform, submit to the normal distribution law. The correlation coefficient is chosen as the Gaussian, the errors dispersion is small ($\alpha \ll 1$). The short focusing case – focusing distance to the far zone $r_f < 0.125$ was considered. The expressions for the angular and longitudinal coordinates dispersions of the MIP point (σ_ψ^2 and σ_ξ^2 accordingly) which are accurate at any correlation coefficient values are received. Dependences of both dispersions from the correlation coefficient have clear maximum. The maximum σ_ξ^2 is observed at $c \approx 0.6$, and σ_ψ^2 – at $c \approx 0.9$. The maximum value of the σ_ξ^2 depend on the focusing distance and grows with its increasing. The maximum $\sigma_\psi^2 = 0.68\alpha$ does not depend on the focusing distance. It is found that at $c \ll 1$ longitudinal dispersion can be both more and less angular and at $c \gg 1$ always $\sigma_\psi^2 \gg \sigma_\xi^2$.

III. Conclusion

Results obtained are suitable for the different mechanisms of the fluctuations either to the ensemble or temporal statistics which generated either within the antenna or medium heterogeneity. These results can be useful at the estimation of the different focusing systems real descriptions used in the radio engineering, optics, acoustics, justify of the reasonable requirements to the tolerance, parameters stability of the elements entering in the structure of these systems.

$$\sigma_\psi^2 = 4\alpha c^2, \quad \sigma_\xi^2 = \frac{\alpha c^2}{\left(1 - \frac{768}{\pi^2} \chi_0^2\right)}, \quad \frac{\sigma_\xi^2}{\sigma_\psi^2} = \frac{0.75}{\left(1 - \frac{768}{\pi^2} \chi_0^2\right)} \quad (6)$$

При больших c :

$$\sigma_\psi^2 = \frac{2\alpha}{c^2}, \quad \sigma_\xi^2 = \frac{\alpha}{2\left(1 - \frac{768}{\pi^2} \chi_0^2\right)c^4}, \quad \frac{\sigma_\xi^2}{\sigma_\psi^2} = \frac{1}{4\left(1 - \frac{768}{\pi^2} \chi_0^2\right)c^2} \quad (7)$$

При $c \rightarrow 0$ и $c \rightarrow \infty$ величины σ_ψ^2 и $\sigma_\xi^2 \rightarrow 0$. Результаты расчета этих величин по (4) и (5) для произвольных c представлены на рис. 1.

Как видно из этого рисунка, величина σ_ψ^2 достигает максимума при $c \approx 0.9$, а величина σ_ξ^2 – при $c \approx 0.6$. Максимумы σ_ψ^2 соответственно равен 0.68α а максимум σ_ξ^2 зависит от расстояния фокусировки χ_0 .

Дисперсии реальных физических координат точки МИП, то есть величин θ и r определяются соотношениями:

$$\sigma_\theta^2 = \left(\frac{\lambda}{\pi D}\right)^2 \sigma_\psi^2; \quad \sigma_r^2 = \frac{16}{\pi} r_f^4 \left(\frac{\lambda}{8R^2}\right)^2 \sigma_\xi^2 \quad (9)$$

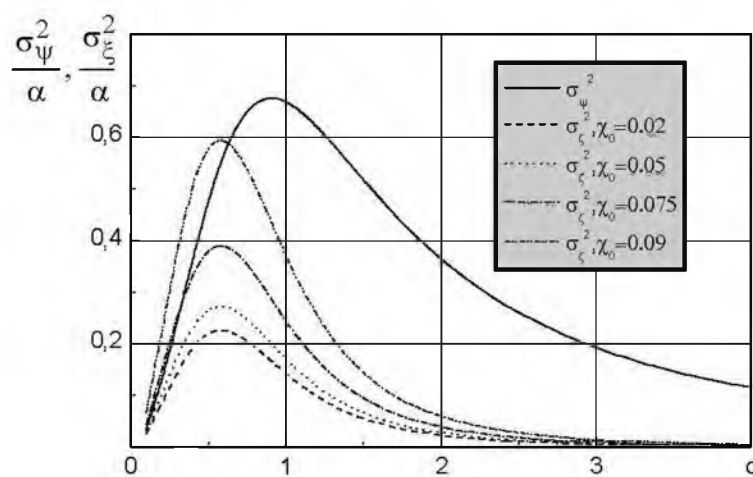


Рис. 1.

Fig. 1.

III. Заключение

Результаты проведенного исследования пригодны при разных механизмах происхождения флуктуаций, соответствующих либо ансамблевой либо временной статистике порождаемых либо внутри антенны, либо неоднородностями среды, они могут быть полезны при оценке реальных характеристик разных фокусирующих систем, используемых в радиотехнике, оптике, акустике, обосновании разумных требований к допускам, стабильности параметров элементов, входящих в состав этих систем.

IV. Список литературы

- [1] Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн – М.: Сов. радио, 1970
- [2] Шифрин Я. С., Бородавко Ю. М. О статистике поля линейной антенны в зоне Френеля. Радиотехника и электроника. 1988. Т.33. №9. С. 1870.
- [3] Должиков В. В. Средние характеристики круглой апертуры при наличии флуктуаций фазы // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2002. – №10. – С. 58-67.
- [4] Должиков В. В. Продольное распределение интенсивности поля в зоне Френеля круглой сфокусированной апертуры // Радиотехника: Всеукр. Межвед. науч.-техн. сб. – Харьков, 1998. – Вып. 106. – С. 97-108.