

Г.И. ЧУРЮМОВ, д-р физ.-мат. наук, Ю.Л. СТАРЧЕВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук,  
О.Г. ЛЕБЕДЕВ, канд. техн. наук, Р.А. ПЕРЕВЕРТАЙЛО

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ МОБИЛЬНЫМИ ТЕЛЕФОНАМИ И БАЗОВЫМИ СТАНЦИЯМИ

### Введение

Современное общество активно использует возможности и преимущества мобильной связи. Колоссальное количество людей используют мобильные телефоны на работе и в быту. Число абонентов мобильных операторов постоянно растет. Поэтому постоянно предъявляются все новые требования к мобильным телефонам и линиям связи, которые должны обеспечивать достаточную пропускную способность без потери качества.

В городских условиях, где мобильная связь особенно важна, ситуация осложняется еще и тем, что в окружающем пространстве присутствует большое количество помех и переотраженных сигналов от стен зданий, домов и сооружений. Известно, что существуют зоны, в которых прием достаточно надежный, и зоны, в которых он практически отсутствует. Это может быть связано как с мощностью передающих антенн и расстоянием между ними, так и с такими явлениями, как дифракция и интерференция электромагнитных волн, которые излучаются мобильными аппаратами в процессе их работы. Поэтому качество связи зависит не только от характеристик мобильных телефонов и базовых станций, но и от характеристик предметов и объектов, расположенных между ними и в окружающем пространстве. Известны случаи, когда в некоторых участках зданий мобильный телефон не может установить связь с базовой станцией, хотя расстояние между ними сравнительно небольшое. Причина этого часто кроется в том, что на этапе проектирования зданий не были проработаны вопросы распространения электромагнитных волн внутри помещений. Подобные расчеты в настоящее время приобретают такую же важность и актуальность, как расчеты сетей электроснабжения, кабельного телевидения, Интернета, отопления и водоснабжения.

Сейчас есть возможность приступить к решению данной проблемы на основе полномасштабного компьютерного моделирования путем использования современных подходов, изложенных в работах [1–5]. При достаточной мощности вычислительной техники подобная проблема может быть полностью решена.

Цель настоящей работы заключается в разработке методов исследования и моделирования электромагнитных полей в закрытых помещениях. В данной работе, с учетом ограниченности вычислительных ресурсов, решается задача определения уровня электромагнитного излучения от мобильного телефона и базовой станции в помещении с учетом наличия мебели.

### Постановка задачи

Рассмотрим классический вариант жилого помещения, изображенного на рис. 1. В помещении находится мебель и различные предметы, которые могут оказывать влияние на распространение электромагнитных волн. Для типовых частотных диапазонов мобильной связи (900 МГц, 1800 МГц, 1900 МГц) наибольшее влияние оказывают предметы, размеры которых соизмеримы либо значительно больше длины волны излучения (0.33 м, 0.167 м, 0.158 м соответственно), а характеристики (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$ , магнитная проницаемость  $\mu$  и проводимость  $\sigma$ ) отличаются от аналогичных величин для воздуха.

Модельное изображение такого помещения показано на рис. 2 (1 – базовая станция, 2 – мобильный телефон, 3 – стена, 4 – шкаф, 5 – кровать). В данном помещении в качестве наиболее существенных предметов следует рассматривать шкаф и кровать. Для построения математической модели необходимо задать толщину стен и взаимное расположение предметов в помещении, а также характеристики материалов, из которых они выполнены.



Рис. 1

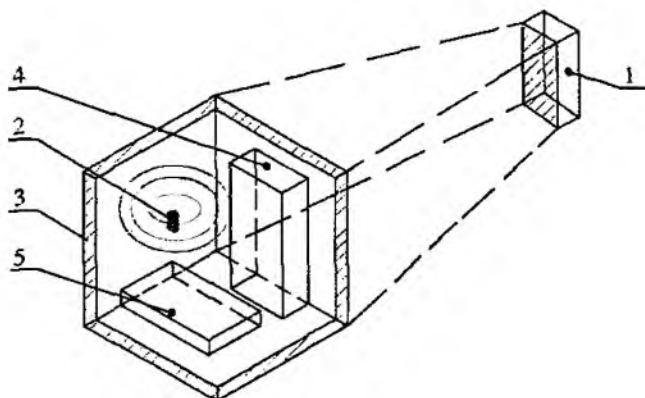


Рис. 2

Поскольку учитывать неоднородности формы предметов значительно меньших длин волны при решении данной задачи не имеет смысла, то предметы заменены параллелепипедами с габаритными размерами, соответствующими реальным предметам, а их характеристики усредняются и считаются одинаковыми во всех внутренних точках параллелепипеда. В качестве начальных условий необходимо задать положение мобильного телефона и базовой станции.

#### Описание математической модели

Известно, что процесс распространения электромагнитного поля описывается системой уравнений Максвелла [6], решить которую аналитически в общем виде проблематично. Однако использование вычислительной техники позволяет расширить возможности численных методов и получить решение поставленной задачи [4].

Численный расчет основан на дискретизации пространства и времени. В качестве приближения считаем, что все величины, входящие в уравнения Максвелла, постоянны в пределах ячейки четырехмерной сетки с размерами  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta t$ . Каждая ячейка идентифицируется по номеру шага  $i, j, k, n$  вдоль каждой из координатных осей  $x, y, z, t$  соответственно. Начальные условия определяют величины плотности токов, электрических и магнитных полей, диэлектрической и магнитной проницаемостей во всех узлах сетки в начальный момент времени.

Из уравнений Максвелла путем математических преобразований, используя трехточечную разностную схему, можно выразить все шесть вихревых компонент электрического и магнитного полей на следующем шаге по времени, если известны их значения, характеристики среды и плотности токов на текущем и предыдущем шаге. Также должна быть известна зависимость, по которой изменяется диэлектрическая и магнитная проницаемости со временем для определения их значений на следующем временном шаге.

$$E_x(i, j, k, n+1) = E_x(i, j, k, n-1) + \left[ \frac{H_z(i, j+1, k, n) - H_z(i, j-1, k, n)}{2 \cdot \Delta y} - \frac{H_y(i, j, k+1, n) - H_y(i, j, k-1, n)}{2 \cdot \Delta z} - j_{sx} - \varepsilon_0 \cdot E_x(i, j, k, n) \cdot \frac{\varepsilon(i, j, k, n+1) - \varepsilon(i, j, k, n-1)}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot \frac{2 \cdot \Delta t}{\varepsilon(i, j, k, n) \cdot \varepsilon_0}, \quad (1)$$

$$E_y(i, j, k, n+1) = E_y(i, j, k, n-1) + \left[ \frac{H_x(i, j, k+1, n) - H_x(i, j, k-1, n)}{2 \cdot \Delta z} - \frac{H_z(i+1, j, k, n) - H_z(i-1, j, k, n)}{2 \cdot \Delta x} - j_{sy} - \varepsilon_0 \cdot E_y(i, j, k, n) \cdot \frac{\varepsilon(i, j, k, n+1) - \varepsilon(i, j, k, n-1)}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot \frac{2 \cdot \Delta t}{\varepsilon(i, j, k, n) \cdot \varepsilon_0}, \quad (2)$$

$$E_z(i, j, k, n+1) = E_z(i, j, k, n-1) + \left[ \frac{H_y(i+1, j, k, n) - H_y(i-1, j, k, n)}{2 \cdot \Delta x} - \frac{H_x(i, j+1, k, n) - H_x(i, j-1, k, n)}{2 \cdot \Delta y} - j_{sz} - \varepsilon_0 \cdot E_z(i, j, k, n) \cdot \frac{\varepsilon(i, j, k, n+1) - \varepsilon(i, j, k, n-1)}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot \frac{2 \cdot \Delta t}{\varepsilon(i, j, k, n) \cdot \varepsilon_0}, \quad (3)$$

$$H_x(i, j, k, n+1) = H_x(i, j, k, n-1) + \left[ \frac{E_z(i, j+1, k, n) - E_z(i, j-1, k, n)}{2 \cdot \Delta y} - \frac{E_y(i, j, k+1, n) - E_y(i, j, k-1, n)}{2 \cdot \Delta z} + \mu_0 \cdot H_x(i, j, k, n) \cdot \frac{\mu(i, j, k, n+1) - \mu(i, j, k, n-1)}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot \frac{2 \cdot \Delta t}{-\mu(i, j, k, n) \cdot \mu_0}, \quad (4)$$

$$H_y(i, j, k, n+1) = H_y(i, j, k, n-1) + \left[ \frac{E_x(i, j, k+1, n) - E_x(i, j, k-1, n)}{2 \cdot \Delta z} - \frac{E_z(i+1, j, k, n) - E_z(i-1, j, k, n)}{2 \cdot \Delta x} + \mu_0 \cdot H_y(i, j, k, n) \cdot \frac{\mu(i, j, k, n+1) - \mu(i, j, k, n-1)}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot \frac{2 \cdot \Delta t}{-\mu(i, j, k, n) \cdot \mu_0}, \quad (5)$$

$$H_z(i, j, k, n+1) = H_z(i, j, k, n-1) + \left[ \frac{E_y(i+1, j, k, n) - E_y(i-1, j, k, n)}{2 \cdot \Delta x} - \frac{E_x(i, j+1, k, n) - E_x(i, j-1, k, n)}{2 \cdot \Delta y} + \mu_0 \cdot H_z(i, j, k, n) \cdot \frac{\mu(i, j, k, n+1) - \mu(i, j, k, n-1)}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot \frac{2 \cdot \Delta t}{-\mu(i, j, k, n) \cdot \mu_0}, \quad (6)$$

Формулы (1) – (6) представляют собой выражения для шести вихревых компонент электрического и магнитного полей, которые определяются в расчетной области, охватываемой сеткой.

Распределение энергии  $W(x, y, z)$  в пространстве определяется выражением

$$W(x, y, z) = \iiint_{V_{cell}} \left[ \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot |E(x, y, z)|^2}{2} + \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot |H(x, y, z)|^2}{2} \right], \quad (7)$$

где  $V_{cell}$  – объем физически бесконечно малого пространства (ячейка пространственной сетки), в котором считается значение энергии излучения.

Для однозначного решения системы дифференциальных уравнений Максвелла необходимо задать граничные условия [1, 5]. В зависимости от решаемой задачи граничные условия могут меняться. В случае моделирования свободного пространства, когда необходимо устранить влияние отраженных волн от границ сетки на результат решения задачи распространения электромагнитных волн, используются поглощающие граничные условия (Absorbing Boundary Condition – ABC).

Это важно при моделировании оконных и дверных проемов, когда существует жесткое ограничение на число узлов сетки, которое связано с объемом оперативной памяти вычислительной техники.

Для решаемой задачи подходящей моделью поглощающих граничных условий является слоистая структура поглощающих слоев (Perfect Matched Layers – PML) [1], которая позволяет моделировать неоднородности, влияние окружающей среды и дисперсию на границе сетки.

Такая структура имеет несколько слоев с номером  $m$ , которые отличаются значением оптимальной проводимости  $\sigma_{opt}$ . Эта проводимость определяется по формуле

$$\sigma_{opt} = \frac{0.8 \cdot (m + 1)}{\eta_0 \cdot \Delta \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}, \quad (8)$$

где  $\eta_0 = 377 \text{ Ом}$  – волновое сопротивление свободного пространства;  $\Delta$  – шаг сетки, который равен толщине слоя.

На рис. 3 показано схематическое изображение такой слоистой структуры, которая заканчивается слоем металла (Metal), с идеальными отражающими граничными условиями ( $H_n = 0, E_\tau = 0$ ).

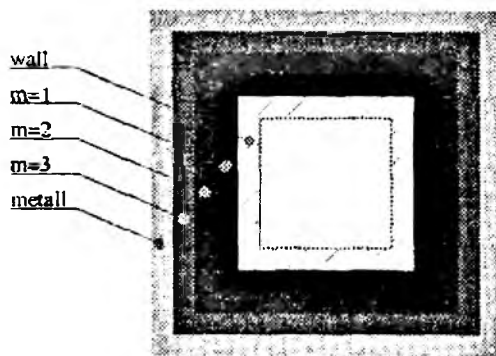


Рис. 3

На основании математической модели, которая представлена выражениями (1) – (8), можно рассчитать распределение энергии электромагнитного поля от мобильной и базовой станции в помещении с учетом влияния мебели.

## Результаты математического моделирования

Мобильный телефон находится в центре помещения на высоте 1 м. На рис. 4 показано распределение энергии излучения в сечении, находящемся на уровне кровати, параллельном полу. Рис. 4, а получен для случая, когда мебель в помещении отсутствует, а рис. 4, б построен с учетом эффективной диэлектрической проницаемости кровати, которая выполнена из дерева ( $\epsilon = 4$ ,  $\mu = 1$ ,  $\sigma = 10^{-9}$ ). Если учесть одновременно влияние шкафа и кровати, то распределение энергии в рассматриваемом сечении будет выглядеть, как показано на рис. 4, в.

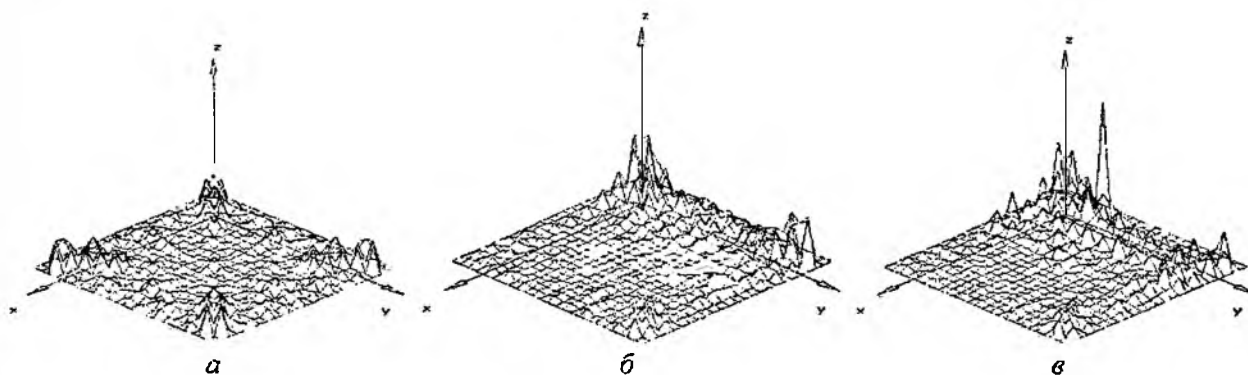


Рис. 4

Теперь рассмотрим распределение энергии излучения в помещении от базовой станции. Если станция находится на значительном расстоянии от помещения, то фронт ее волны на стенке можно считать плоским. В общем случае необходимо учесть угол между стенкой и волновой поверхностью. Предположим, что фронт волны параллелен стенке, которая находится за шкафом.

На рис. 5, а показано распределение энергии от базовой станции в помещении без мебели, а на рис. 5, б – с учетом мебели. Видно, что при отсутствии мебели в помещении наблюдаются два максимума энергии излучения. Один находится возле стены, где расположена базовая станция, а второй возле противоположной стены, который обусловлен отражением этого сигнала от стен. В случае наличия мебели второй максимум исчезает из-за поглощения в материале.

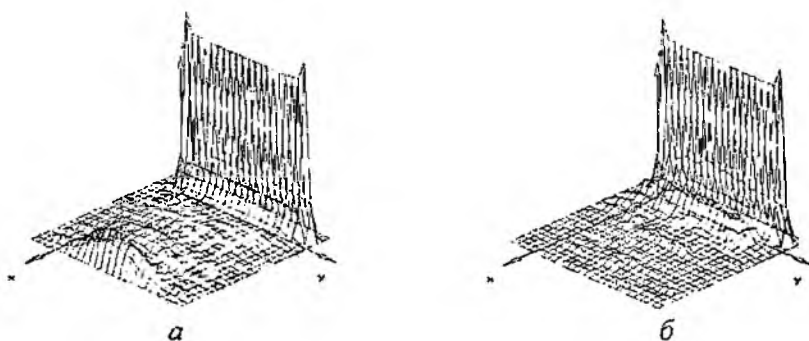


Рис. 5

На рис. 6, а показано распределение энергии от базовой станции в помещении без мебели в сечении, в котором находится мобильный телефон, а на рис. 6, б такая же задача решается с мебелью. При наличии мебели появляется максимум, расположенный между шкафом и стенкой. Это обусловлено наличием большого числа переотражений между ними. Уровень энергии поля над кроватью заметно уменьшается, поскольку она поглощает часть энергии излучения.

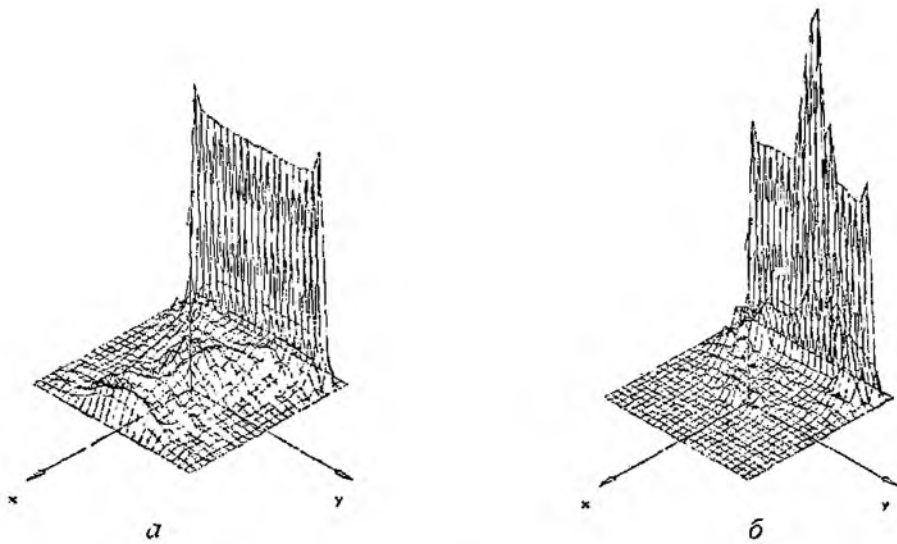


Рис. 6

## Выводы

Разработана математическая модель для расчета распределения электромагнитного излучения в помещении от мобильного телефона и базовой станции. Данная математическая модель позволяет решить задачу расчета распределения энергии электромагнитного поля в помещении с учетом отраженных сигналов от предметов, которые расставлены произвольным образом.

На основе этой модели написана программа, которая дает возможность пользователям определить электромагнитный фон в интересующем его сечении помещения. Разработанная программа может также применяться для анализа мобильной связи в уже существующих помещениях.

Из полученных результатов видно, где находится максимум энергии излучения в помещении от мобильного телефона и максимум энергии излучения от базовой станции, в который рекомендуется поместить мобильный телефон для увеличения надежности связи.

Также для повышения надежности связи рекомендуется заранее рассчитывать параметры мобильной связи в проектируемых зданиях для исключения в будущем излишних затрат на ее обеспечение. Кроме того, стены зданий можно делать из материалов с незначительным поглощением энергии излучения в полосе частот используемых мобильными операторами.

Предложенные рекомендации дадут возможность снизить уровень электромагнитного фона, повысить электромагнитную совместимость, увеличить надежность и, как следствие расширить каналы связи и увеличить число мобильных абонентов.

**Список литературы:** 1. *Taflove A., Hagness S.* Computational electrodynamics. The finite-difference time-domain method. Norwood, Artech House inc., 2005. 1006 P. 2. *Kunz K.S., Luebbers R.J.* The finite difference time domain method for electromagnetism. New York, CRC Press, 1993. 450 P. 3. *Sullivan D.M.* Electromagnetic simulation using the FDTD method. New York, IEEE Press, 2000. 165 P. 4. *Чурюмов Г.И., Максимов И.С., Еремеев Д.Б.* Математическое моделирование электромагнитных явлений методом конечных разностей. Ч. 1. Общие положения // Радиотехника. 2003. №135. С. 7–14. 5. *Чурюмов Г.И., Максимов И.С., Еремеев Д.Б.* Математическое моделирование электромагнитных явлений методом конечных разностей. Ч. 2. Граничные условия и практическое применение // Радиотехника. 2004 №136. С. 21–26. 6. 7. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 28.03.2008