

УДК 621.396.2.: 621.316.2

## МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ КАНАЛА СВЯЗИ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИК ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В.А. ТИХОНОВ, И.В. САВЧЕНКО, К.В. НЕТРЕБЕНКО

Предложен метод оценивания амплитудно-частотной характеристики канала связи, моделируемого линейной системой авторегрессии третьего ранга. Модель авторегрессии рассчитывается по моментной функции третьего порядка. Это позволяет значительно уменьшить влияние на точность оценивания сосредоточенных по спектру гауссовых помех. При оценке точности предложенного метода используется функция когерентности третьего порядка.

The method for estimating a gain-frequency characteristic of a communication channel which was simulated by a linear system of autoregressive of the third rank is proposed. For realization of the autoregressive model the third order moment functions are used. It makes possible greatly to reduce an influence on the estimation accuracy of the narrow-band Gaussian noises. To estimate the accuracy of the considered method a coherence function of the third order is used.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И СПОСОБ ЕЕ РЕШЕНИЯ

При разработке высокоскоростных цифровых систем связи необходимо принимать меры по уменьшению влияния межсимвольной интерференции (МСИ) на достоверность передачи информации. Для возможности применения большинства методов коррекции МСИ необходимо предварительно измерять амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) канала связи. При этом, эффективность подавления межсимвольной интерференции существенно зависит от точности оценки АЧХ канала связи.

В качестве модели реального канала связи рассмотрим инвариантную во времени линейную систему с одним входом и одним выходом и решим задачу оценки АЧХ такой системы при мешающем воздействии сосредоточенной по спектру аддитивной гауссовой помехи.

Анализируемый случай характерен для многих практических приложений [1, 2], в которых наблюдения входного процесса  $x[t]$  принципиально свободны от шума, а наблюдения выходного процесса  $z[t]$  равны идеальной реакции линейной системы  $y[t]$  на входной процесс плюс случайная гауссова помеха  $n[t]$  (рис. 1).

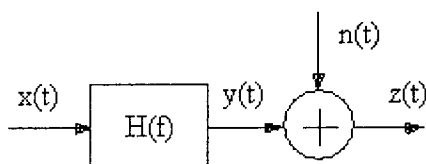


Рис. 1. Линейная система с одним входом и одним выходом

Оценка АЧХ системы, согласно [1], может быть получена с использованием выражения

$$|H_2(f)| = \left( \frac{G_{2z}(f)}{G_{2x}(f)} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

где  $G_{2z}(f)$  и  $G_{2x}(f)$  – односторонние спектральные плотности мощности (СПМ) второго порядка выходного и входного процессов соответственно.

Спектральные плотности мощности в (1) можно оценить по реализациям конечной длины с использованием одного из методов, описанных в [1, 2, 3]. В том числе можно применить параметрический метод спектральных оценок на основе модели авторегрессии [3].

Как видно из рис. 1, СПМ выходного процесса определяется выражением

$$G_{2z}(f) = G_{2y}(f) + G_{2n}(f) = |H_2(f)|^2 G_{2x}(f) + G_{2n}(f). \quad (2)$$

Следовательно, при значительном уровне сосредоточенной по спектру гауссовой помехи  $n[t]$  полученная согласно (1) оценка АЧХ неизбежно окажется смещенной.

В тех случаях, когда входное воздействие или тестовый сигнал является негауссовым процессом, можно значительно уменьшить влияние гауссовой помехи на точность оценки АЧХ. Целью статьи является разработка метода повышения точности оценки АЧХ узкополосной линейной системы при наличии аддитивной сосредоточенной по спектру гауссовой помехи.

Для повышения точности оценивания АЧХ линейной системы в присутствии аддитивной гауссовой помехи предлагается производить оценку СПМ вход-

ного и выходного процессов при помощи обобщенной модели авторегрессии третьего ранга [4]. Условием применения предлагаемого метода, является негауссовость входного  $x[t]$  и выходного  $y[t]$  процессов, которые должны иметь отличные от нуля моментные функции третьего порядка.

Задачами статьи являются: получение выражений для оценивания АЧХ канала связи с использованием спектров третьего порядка входного и выходного процессов; обоснование возможности применения моментной функции третьего порядка для вычисления коэффициентов обобщенной модели авторегрессии третьего ранга и параметрического спектрального оценивания негауссовых сигналов; сравнение точности предложенного и ранее разработанных методов идентификации каналов связи при помощи функции когерентности третьего порядка.

Решение поставленной задачи основано на оценке спектров высших порядков. Исследованию спектров высших порядков посвящены работы [5–8]. Различия в вероятностном распределении сигнала и помехи часто приводят к появлению различий в спектральных плотностях высших порядков. Это связано с тем, что моментные и кумулятивные функции сигнала и помехи могут заметно отличаться. У гауссовой помехи моментная функция третьего порядка равна нулю. Поэтому моментная функция смеси негауссового полезного сигнала и гауссовой помехи будет определяться характеристиками сигнала. Так как полезный сигнал и помеха будут иметь разные моментные функции, то будут отличаться параметры обобщенных моделей авторегрессии и соответствующие им параметрические оценки спектров.

СПМ третьего порядка негауссового случайного процесса преобразуется линейной системой согласно выражению [9]

$$\begin{aligned} |G_{3z}(f_1, f_2)| &= |H_3(f_1)| |H_3(f_2)| \times \\ &\times |H_3(f_1 + f_2)| |G_{3x}(f_1, f_2)|. \end{aligned} \quad (3)$$

Из этого выражения следует, что при  $f_2 = 0$  оценка АЧХ линейной системы может быть рассчитана по формуле

$$|H_3(f)| = \left( \frac{|G_{3z}(f)|}{|G_{3x}(f)|} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где  $G_{3z}(f)$  и  $G_{3x}(f)$  – оценки нулевых сечений одно-стороннего спектра третьего порядка выходного и входного процессов соответственно. Если в качестве тестового сигнала используют негауссовый белый шум, то  $G_{3x}(f) = m_{3a}$  – постоянная величина, равная третьему моменту случайного процесса. В этом случае выражение (4) упрощается:

$$|H_3(f)| = \left( \frac{G_{3z}(f)}{m_{3a}} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Если оцениваемая система описывается моделью авторегрессии, то в качестве  $G_{3z}(f)$  удобно брать параметрическую спектральную оценку.

## 2. МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ ТРЕТЬЕГО РАНГА НЕГАУССОВОГО ПРОЦЕССА

Обобщенная модель авторегрессии (ОАР) негауссовых процессов может использоваться для получения параметрических спектральных оценок случайных процессов [4]. Параметры, входящие в формулы для спектральных оценок, находятся из соответствующих систем уравнений по оценкам моментной функции.

Приведем выражения для расчета коэффициентов модели ОАР третьего ранга, которые получают с помощью моментных функций третьего порядка. Модель ОАР третьего ранга стационарного негауссового процесса с ненулевой моментной функцией третьего порядка с нулевым средним описывается рекуррентным уравнением

$$x[t] = \sum_{i=1}^p \Phi_3[i] x[t-i] + a_3[t], \quad (6)$$

где  $\Phi_3[i]$  – коэффициенты ОАР,  $p$  – порядок модели ОАР,  $a_3[t]$  – негауссовая ошибка предсказания модели с нулевым средним. Для вывода уравнений для расчета коэффициентов ОАР используется условие статистической независимости ошибок предсказания  $E\{a_3[t] a_3[t-j] a_3[t-v]\} = 0$ , при  $0 < j \leq p$ ,  $v \geq 0$ . Третий момент ошибок предсказания определяется выражением  $E\{(a_3[t])^3\} = m_{3a}$ .

Уравнение для вычисления коэффициентов ОАР можно найти, домножив левую и правую части (6) на  $x[t-j]x[t-v]$  и взяв математическое ожидание. После преобразований оно имеет вид

$$\begin{aligned} m_3[j, j-v] &= \sum_{i=1}^p \Phi_3[i] m_3[j-i, j-v], \\ 0 < j \leq p, \quad v \geq 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где моментная функция третьего порядка равна

$$E\{x[t-i]x[t-j]x[t-v]\} = m_3[j-i, j-v].$$

Сдвиг  $v$  выбирается, исходя из условий решаемой задачи и негауссовых свойств моделируемого процесса. Если моделируемый негауссовый процесс является процессом авторегрессии, то параметры модели не должны существенно зависеть от  $v$ . Однако при моделировании линейной моделью ОАР негауссового процесса, полученного при нелинейном преобразовании порождающего процесса, параметры модели ОАР для разных  $v$  могут заметно отличаться.

Нулевое сечение СПМ третьего порядка (биспектра) случайного процесса  $x[t]$  при  $f_2 = 0$ , оцениваемое при помощи модели ОАР третьего ранга, определяется выражением [10]:

$$G_3(f) = \frac{m_{3a} K_3}{\left| 1 - \sum_{k=1}^p \Phi_3[k] e^{-j2\pi f T k} \right|^2},$$

$$K_3 = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^p \Phi_3[k]}. \quad (8)$$

С точностью до постоянного множителя выражение (8) совпадает с формулой для авторегрессионной оценки СПМ второго порядка [3]:

$$G_2(f) = \frac{\sigma_{2a}^2}{\left| 1 - \sum_{k=1}^p \Phi_2[k] e^{-j2\pi f T k} \right|^2}, \quad (9)$$

где  $\Phi_2[k]$  – коэффициенты модели авторегрессии (АР) второго ранга,  $\sigma_{2a}^2$  – дисперсия ошибки предсказания  $a_2[t]$ . Используя выражения (8) и (9), удобно сравнивать спектры третьего и второго порядков негауссовых процессов.

### 3. ФУНКЦИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Для анализа случайных и систематических ошибок, возникающих при оценивании частотных характеристик, удобно пользоваться функцией когерентности [1]. Функция когерентности второго порядка между выходным процессом линейной системы  $z[t]$  и входным процессом  $x[t]$  определяется как

$$\psi_{2xz}^2(f) = \frac{G_{2xz}^2(f)}{G_{2x}(f)G_{2z}(f)}, \quad (10)$$

где  $G_{2xz}(f)$  – взаимная спектральная плотность мощности (СПМ) выходного и входного процесса.

Преобразуя выражение (2) с учетом (10), получаем

$$G_{2y}(f) = \left| \frac{G_{2xz}(f)}{G_{2x}(f)} \right|^2 G_{2x}(f) = \psi_{2xz}^2(f) G_{2z}(f). \quad (11)$$

$G_{2y}(f)$  называется когерентным спектром мощности выходного процесса. Уравнение (11) позволяет интерпретировать функцию когерентности как долю выходного спектра  $z[t]$ , обусловленную линейным преобразованием  $x[t]$  на частоте  $f$ :

$$\psi_{2xz}^2(f) = \frac{G_{2y}(f)}{G_{2z}(f)}. \quad (12)$$

Выходной спектр шума тогда равен

$$G_{2n}(f) = G_{2z}(f) - G_{2y}(f) = [1 - \psi_{2xz}^2(f)] G_{2z}(f) \quad (13)$$

и может быть интерпретирован как часть выходного спектра, не связанная с линейными операциями над  $x[t]$  на частоте  $f$ .

Необходимо заметить, что в случае использования для спектрального оценивания параметрических методов, функция когерентности  $\psi_{2xz}^2(f)$  не обязательно всегда меньше или равна единице. Поэтому она не может быть истолкована как доля выходного спектра  $z[t]$ . При этом близость функции когерентности  $\psi_{2xz}^2(f)$  к единице характеризует точность оценивания амплитудно-частотной характеристики.

Выберем степень близости функции когерентности к единице в качестве меры точности оценивания АЧХ. Для сравнения эффективности предложенного метода оценивания АЧХ канала связи, основанного на вычислении спектров третьего порядка (4), с методом, использующим выражение (1), введем понятие функции когерентности третьего порядка.

По аналогии с выражением (12) функция когерентности третьего порядка между выходным процессом линейной системы  $z[t]$  и входным процессом  $x[t]$  определяется как

$$\psi_{3xz}^2(f) = \frac{G_{3yz}(f)}{G_{3z}(f)} \quad (14)$$

и характеризует степень отличия в спектрах третьего порядка процессов  $y[t]$  и  $z[t]$ .

В случае если спектры третьего порядка рассчитываются при помощи модели ОАР третьего ранга, то функция когерентности третьего порядка может быть вычислена лишь для негауссовых процессов  $y[t]$  и  $z[t]$ , имеющих ненулевую моментную функцию третьего порядка.

### 4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Преимущества предложенного способа оценивания АЧХ канала связи при наличии помех подтверждаются результатами модельных экспериментов, которые были проведены методом статистического моделирования. Через линейную систему, моделирующую канал связи с амплитудно-частотной характеристикой, представленной кривой 1 на рис. 2, пропускался белый негауссовый тестовый сигнал с нулевым средним и распределением плотности вероятности Парето. Коэффициент формы распределения Парето был выбран равным 2. К сигналу на выходе канала добавлялась коррелированная гауссова помеха.

АЧХ формирующей помеху авторегрессионного фильтра представлена кривой 2 на рис. 2. Здесь и далее на оси абсцисс приведены значения нормированной частоты  $f' = (2f)/f_d$ , где  $f_d$  – частота дискретизации. С использованием модели авторегрессии второго ранга согласно выражению (9) были получены нормированная оценка когерентной СПМ сигнала на выходе канала, представленная кривой 1 на рис. 3, и нормированная оценка СПМ смеси

сигнала и помехи (кривая 2 на рис. 3). Соответствующие нормированные оценки когерентной СПМ сигнала и СПМ смеси сигнала и помехи, полученные с использованием обобщенной модели авторегрессии третьего ранга (8), представлены кривыми 1 и 2 на рис. 4. Отношение сигнал/помеха составляло 3 дБ.

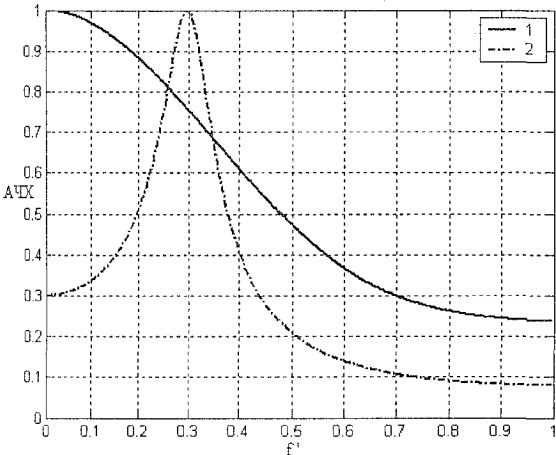


Рис. 2. АЧХ канала связи и формирующего помеху фильтра

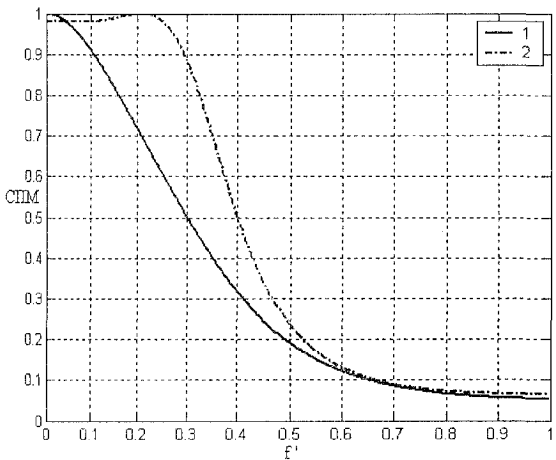


Рис. 3. Оценки СПМ второго порядка сигнала и смеси сигнала и помехи на выходе канала связи при отношении сигнал/помеха 3 дБ

Как видно из графиков, оценка СПМ смеси сигнала и помехи при помощи модели ОАР третьего ранга практически совпадает с оценкой когерентной СПМ сигнала даже при значительном уровне гауссовой помехи. Это связано с тем, что коэффициенты модели ОАР третьего ранга рассчитываются по моментной функции третьего порядка, которая является нулевой для гауссовых процессов. СПМ смеси сигнала и помехи, полученная с использованием традиционного авторегрессионного метода спектрального оценивания (на основе модели АР второго ранга), существенно отличается от оценки когерентного спектра сигнала.

Функция когерентности второго порядка для рассмотренного случая изменяется в пределах  $\psi_{2xz}^2(f') = 0,56 \div 1,02$ , тогда как функция коге-

рентности третьего порядка находится в пределах  $\psi_{3xz}^2(f') = 0,90 \div 1,01$ .

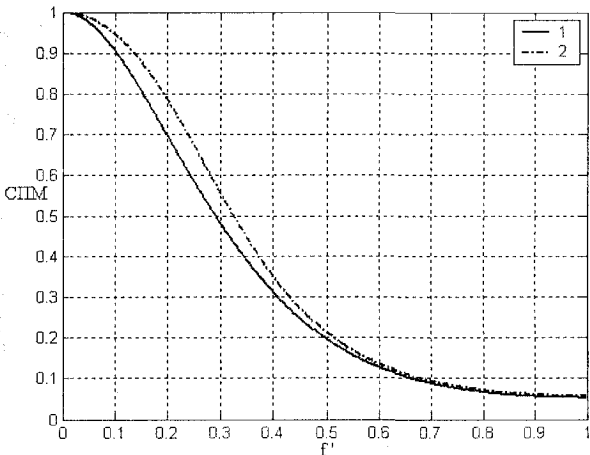


Рис. 4. Оценки СПМ третьего порядка сигнала и смеси сигнала и помехи на выходе канала связи при отношении сигнал/помеха 3 дБ

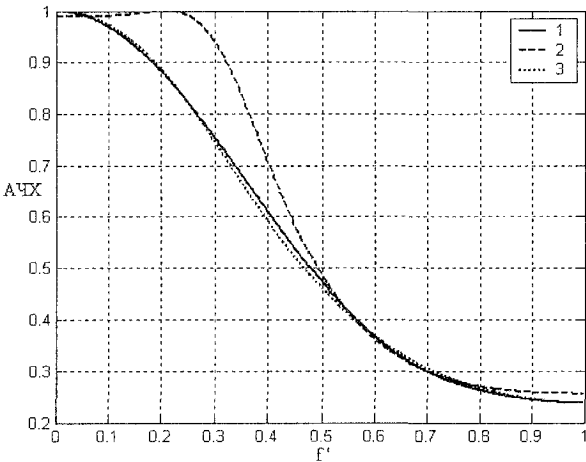


Рис. 5. АЧХ канала связи и оценки АЧХ канала связи

Полученные оценки спектра были использованы для вычисления согласно (1) и (4) оценок АЧХ модели канала связи. При этом спектр сигнала на входе канала полагался равномерным, т. е.  $G_{2x}(f) = \sigma_{2a}^2$  – дисперсия ошибки предсказания  $a_2[t]$ , а  $G_{3x}(f) = m_{3a}$ . На рис. 5 кривая 1 представляет АЧХ канала связи, а кривые 2 и 3 – оценки АЧХ канала связи согласно (1) и (4) соответственно.

Как видно из рис. 5, предложенный метод оценивания АЧХ канала связи, в отличие от традиционных, оказывается менее чувствительным к воздействию гауссовой коррелированной помехи и обеспечивает высокую точность оценивания при низком отношении сигнал/помеха, равном 3 дБ.

Еще большее преимущество предложенного метода перед традиционными получено при отношении сигнал/помеха 0 дБ. Степень отличия оценки СПМ смеси сигнала и помехи от оценки когерентной СПМ сигнала, характеризуемая функцией когерентности вто-

рого порядка, составляла  $\psi_{2xz}^2(f') = 0,51 - 2,47$ . Оценивание СПМ смеси сигнала и помехи при помощи модели ОАР третьего ранга позволяет добиться существенного повышения точности оценивания спектра сигнала и характеризуется функцией когерентности третьего порядка, равной  $\psi_{3xz}^2(f') = 0,92 - 1,07$ . Близость функции когерентности  $\psi_{xz}^2(f)$  к единице во втором случае характеризует увеличение точности оценивания амплитудно-частотной характеристики канала связи при использовании статистик третьего порядка. Исследования показывают, что можно получить повышение точности оценивания АЧХ и в случае, когда помеха  $n[t]$  негауссова. При этом асимметрия помехи должна быть ниже, чем у реакции линейной системы  $y[t]$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье впервые предложен метод идентификации канала связи, основанный на спектральном оценивании при помощи обобщенной модели авторегрессии третьего ранга входного и выходного процессов, введено понятие функции когерентности третьего порядка. Показано, что использование предложенного метода идентификации канала связи позволяет существенно уменьшить влияние на точность оценивания АЧХ канала сосредоточенных по спектру гауссовых помех. Предложенный метод может быть использован для идентификации каналов связи при низких отношениях сигнал/шум в случае применения негауссового тестового сигнала. Точное оценивание АЧХ канала связи позволит обеспечить более эффективное подавление межсимвольной интерференции с помощью алгоритма Витерби и других методов, требующих априорного знания характеристик канала.

**Литература.** 1. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983. — 312 с., ил. 2. Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. — М.: Радио и связь, 2000. — 797 с. 3. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ

и его приложения. — М.: Мир, 1990. — 584 с. 4. Тихонов В.А. Обобщенная модель авторегрессии негауссовых процессов // Радиотехника, 2003. — № 132. — С. 78–82. 5. Шелухин О.И., Беляев И.В. Негауссовские процессы. — СПб.: Политехника, 1992. — 312 с. 6. Бриллинджер Д.Р. Временные ряды. Обработка данных и теория. — М.: Мир, 1980. — 536 с. 7. Ширяев А.Н. Некоторые вопросы спектральной теории старших моментов // Теория вероятности и ее применение. 1960, № 5. — С. 293–313. 8. Леонов В.П. Некоторые применения старших семиинвариантов в теории стационарных случайных процессов. — М.: Наука, 1964. — 124 с. 9. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. — М.: Сов. Радио, 1978. — 376 с. 10. Тихонов В.А., Нетребенко К.В. Параметрическое оценивание спектров высших порядков негауссовых процессов // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. — 2004. — Вып. 127. — С. 68–73.

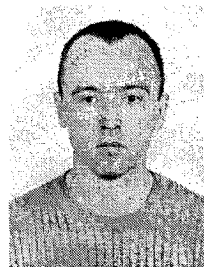
Поступила в редколлегию 04.04.2005



**Тихонов Вячеслав Анатольевич**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры РЭС ХНУРЭ. Область научных интересов: теория линейного предсказания, негауссовы процессы, распознавание и кодирование речи, экономическая статистика.



**Савченко Игорь Васильевич**, ассистент кафедры РЭС ХНУРЭ, аспирант кафедры РЭС ХНУРЭ. Область научных интересов: методы коррекции межсимвольной интерференции, негауссовы процессы, теория линейного предсказания, помехоустойчивое кодирование.



**Нетребенко Константин Владимирович**, аспирант кафедры РЭС ХНУРЭ. Область научных интересов: распознавание и кодирование речи, негауссовы процессы, теория линейного предсказания.