УДК 621.396

Н. Н. МИНЕРВИН, д-р техн. наук, *В. П. СИРОТИН*

О ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

Измерение интегральной концентрации электронов вдоль траектории прохождения радиолокационного сигнала можно производить по регулярным искажениям его фазочастотного спектра [1], возникающим из-за дисперсионного эффекта распространения радиоволн в ионизированной среде, следствием турбулентного характера которой являются дополнительные фазовые искажения, снижающие качество получаемой оценки. Влияние модулирующей помехи, обусловленной наличием случайных неоднородностей, на точность оптимального в отсутствие этой помехи измерения параметров сигнала изучена недостаточно. Между тем эта задача сравнительно просто может быть решена для сигнала $u(t)$ с несущей частотой ω_0, намного большей критической частоты плазмы, и равными по амплитуде спектральными составляющими, максимальная разность частот которых $\Delta\Omega \ll \omega_0$.

Для простоты анализа рассмотрим случай равномерно распределенных по частоте $(2M+1)$ узких спектральных компонентов, При этом

$$u(t) = G_0 \sum_{i=-M}^{M} \exp(jxi)\exp(j\omega_0 t),$$

где $x_i = \Delta\Omega_i/2M$ — частота i-го компонента сигнала; G_0 — корень квадратный из его мощности.

Если $M \to \infty$, приходим к сигналу со сплошным прямоугольным спектром

$$u(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G_c(z)\exp(jzt)\exp(j\omega_0 t)\,dz,$$

$$G_c(z) = \begin{cases} \text{const}, & z \in [-1,\ 1] \\ 0 & z \notin [-1,\ 1], \end{cases}$$

где z — относительная частота, $z = 2\Omega/\Delta\Omega$.

Среднее по данной реализации значение случайных набегов фаз частотных составляющих сигнала образует его неинформативный параметр — начальную фазу φ_0. Вследствие распространения спектральных компонентов сигнала в ионизированной среде по несколько отличающимся, хотя и близким траекториям и наличия в ней большого количества мелкомасштабных неоднородностей фазовый набег i-го компонента отличается от среднего значения φ_0 на величину $n(x_i)$. Дискретную функцию частоты $n(x_i)$ будем считать распределенной по нормальному закону и стационарной на интервале $[-\Delta\Omega/2, \Delta\Omega/2]$. Амплитудно-частотную характеристику ионосферы можно полагать постоянной [2], и, пользуясь разложением ее фазочастотной характеристики в ряд в окрестности ω_0 по степеням $\Omega = \omega - \omega_0$ [1], ограничиваясь квадратичным приближением, принимаемый сигнал с точностью до постоянного амплитудного множителя и фазового набега на несущей частоте можем представить в виде

$$s(t) = \sum_{i=-M}^{M} \exp\{j[x_i(t - t_{\text{гр}} + \alpha\omega_0)\Delta\Omega/2 - \alpha x_i^2\Delta\Omega^2/4 -$$

$$- n(x_i - \varphi_0]\}\exp(j\omega_0 t),$$

где $t_{\text{гр}}$ — групповое запаздывание радиолокационного сигнала; α — параметр его квадратичных фазочастотных искажений, прямо пропорциональный интегральной электронной концентрации N_L ($1/\text{м}^2$),

$$\alpha = kN_L/\omega_0^3, \quad k = 53{,}9\cdot 10^{-7}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Основное внимание уделим нахождению потенциальной точности оценивания параметра α, которая полностью определяет при приведенных выше условиях качество оценивания интегральной электронной концентрации N_L.

Функция рассогласования по параметрам α и $t_{гр}$ принимаемого сигнала с ожидаемым вследствие наличия возмущающего воздействия в виде фазовых флуктуаций будет случайной

$$\rho(\Delta\vec{\eta}) = \frac{\sum\limits_{i=-M}^{M} \exp\{j[\Delta\vec{\eta}^T\vec{\theta}_i + n(x_i) + \varphi_0]\}}{\sqrt{\sum\limits_{i=-M}^{M} |\exp\{j[\vec{\eta}_и^T\vec{\theta}_i + n(x_i) + \varphi_0]\} \times \left|\sum\limits_{i=-M}^{M} |\exp\{\vec{\eta}_0^T\vec{\theta}_i + n(x_i) + \varphi_0]\}\right|}},$$

где $\Delta\vec{\eta}$ — разность истинного $\vec{\eta}_и$ и ожидаемого $\vec{\eta}_0$ векторных параметров сигнала,

$$\vec{\eta}^T = (\alpha,\ t_{гр});\ \vec{\theta}^T = x_i(x_i\Delta\Omega/2 - \omega_0,\ 1)\,\Delta\Omega/2.$$

Максимально правдоподобной оценкой параметра $\vec{\eta}$ в отсутствие модулирующей помехи является сумма вектора параметров ожидаемого сигнала $\vec{\eta}$ и радиус-вектора $\Delta\vec{\eta}_m$ точки ($\Delta\alpha_m$, $\Delta t_{грm}$) на плоскости ($\Delta\alpha$, $\Delta t_{гр}$), в которой максимален квадрат модуля функции рассогласования

$$|\rho(\Delta\vec{\eta})|^2 = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i,j=-M}^{M} \exp\{j[n(x_i) - n(x_j) + \Delta\vec{\eta}^T(\vec{\theta}_i - \vec{\theta}_j)]\}.$$

Для нахождения $\Delta\vec{\eta}_m$ воспользуемся методикой анализа флуктуаций максимума диаграммы направленности антенны по мощности [3], обобщив ее на случай двух координат. При малых флуктуациях норма вектора $\Delta\vec{\eta}_m$ также мала, и, учитывая приближенное соотношение

$$e^{j\varphi} \approx 1 + j\varphi - \frac{1}{2}\varphi^2,$$

ограничиваясь членами второго порядка малости относительно $n(x_i)$, получаем

$$|\rho(\Delta\vec{\eta})|^2 \approx 1 - \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^{M} (\Delta\vec{\eta}^T\vec{\theta}_i)^2 + \frac{1}{(2M+1)^2} \times$$

$$\times \left(\sum_{i=-M}^{M} \Delta\vec{\eta}^T\vec{\theta}_i\right)^2 + \frac{1}{(2M+1)^2}\left(\sum_{i=-M}^{M} n(x_i)\right)^2 - \frac{2}{2M+1} \times$$

$$\times \sum_{i=-M}^{M} \Delta\vec{\eta}^T \vec{\theta}_i n(x_i) + \frac{2}{(2M+1)^2} \left(\sum_{i=M}^{M} a\vec{\eta}^T \vec{\theta}_i \right) \times$$

$$\times \sum_{i=-M}^{M} n(x_i) - \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^{M} n^2(x_i).$$

Вычислив градиент функции $|\rho(\Delta\vec{\eta})|^2$ и приравняв его к нулю, находим

$$\Delta\alpha_m = \frac{4M^2}{\Delta\Omega^2} \frac{\sum\limits_{i=-M}^{M} i^2 n(x_i) - \frac{1}{2M+1} \sum\limits_{i=-M}^{M} i^2 \sum\limits_{i=-M}^{M} n(x_i)}{\frac{1}{2M+1} \left(\sum\limits_{i=-M}^{M} i^2 \right)^2 - \sum\limits_{i=-M}^{M} i^4}.$$

Соответственно для сигнала со сплошным спектром

$$\Delta\alpha_m = -\frac{45}{2\Delta\Omega^2} \left| \int_{-1}^{+1} z^2 n(z)\, dz - \frac{1}{3} \int_{-1}^{+1} n(z)\, dz \right|.$$

Среднее по ансамблю флуктуаций значение $\Delta\alpha_m$ равно нулю. Следовательно, потенциальная точность оценивания параметра α определяется дисперсией ошибок измерений

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{16M^4 \left\{ \sum\limits_{i,j=-M}^{M} i^2 j^2 \Psi_{ij} - \frac{2}{2M+1} \left(\sum\limits_{i=-M}^{M} i^2 \right) \sum\limits_{i,j=-M}^{M} i^2 \Psi_{ij} + \frac{1}{(2M+1)^2} \left(\sum\limits_{i=-M}^{M} i^2 \right)^2 \sum\limits_{i,j=-M}^{M} \Psi_{ij} \right\}}{\Delta\Omega^4 \left(\frac{1}{2M+1} \left(\sum\limits_{i=-M}^{M} i^2 \right)^2 - \sum\limits_{i=-M}^{M} i^4 \right]^2}, \quad (1)$$

где $\Psi_{ij}=n(x_i)n(x_j)$ — элемент корреляционной матрицы Ψ флуктуаций фаз частотных компонентов радиолокационного сигнала, которую можно представить в виде суммы двух матриц: диагональной, описывающей фазовые флуктуации, обусловленные аддитивным белым шумом, и корреляционной матрицы Φ флуктуаций фаз спектральных составляющих сигнала, обусловленных наличием случайных неоднородностей среды распространения радиоволн,

$$\Psi = \frac{1}{(2M+1)q^2} I + \Phi, \quad (2)$$

где I — единичная матрица; q^2 — отношение сигнал-шум по мощности для всего сигнала; $[(2M+1)q^2]^{-1}$ — дисперсия ошибок измерений фазы частотного компонента сигнала в отсутствие модулирующей помехи.

Запишем (1) в матричном виде

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{180^2 M^2}{(\Delta\Omega/2)^4}\left\{4\vec{B}^T\psi\vec{b} - \frac{4}{3}(M+1)(2M+1)\vec{b}^T\psi\vec{1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{9}(M+1)^2\vec{1}^T\psi\vec{1}\right\}, \qquad (3)$$

где $\vec{b} = (b_i) = \frac{1}{\Delta\Omega^2}(x_i^2)$, $\vec{1}^T = (1, 1, \ldots, 1)$.

Дисперсия ошибок измерений σ_α^2 с учетом (2) и (3) есть сумма двух слагаемых, первое из которых $\sigma^\alpha_{2бш}$ характеризует флуктуационную ошибку из-за шумов аппаратуры, а второе — за счет среды распространения

$$\sigma_\alpha^2 = \sigma_{\alpha бш}^2 + \sigma_{\alpha к}^2.$$

Корреляционная матрица Ф однозначно определяется параметрами корреляционной функции $K(z-z_1) = K(\Delta z)$, описывающей статистические характеристики обусловленных влиянием среды флуктуаций фаз частотных составляющих сигнала, имеющего сплошной спектр. Функция $K(\Delta z)$ с заданной точностью может быть аппроксимирована линейной комбинацией экспоненциальных вида $\sigma_\varphi^2\exp(-(\Delta z/c)$ и осциллирующих вида $\sigma_\varphi^2\exp(-|\Delta z/c)/\cos(D\Delta z)-$ $-\gamma\sin(|D\Delta z|)]$ функций, где σ_φ^2 — дисперсия фазовых флуктуаций [4]. На рис. 1 представлен график зависимости дисперсии ошибок измерений $\sigma_{\sigma_к}^2$ от относительного частотного радиуса корреляции c при экспоненциальной корреляционной функции (КФ) флуктуа-

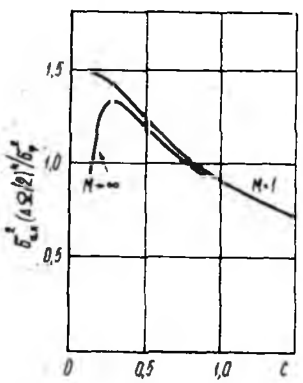

Рис. 1

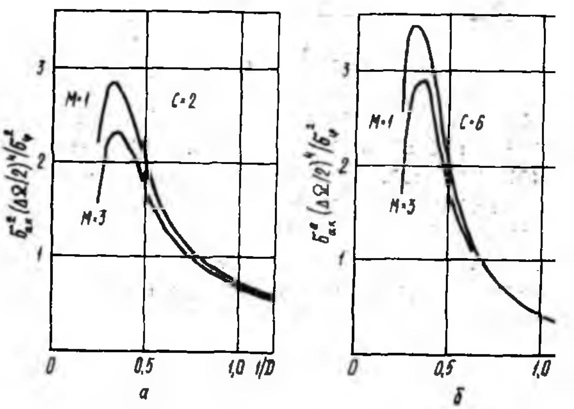

Рис. 2

ций. Аналогичные зависимости для осциллирующей КФ от величины, обратной параметру осцилляций D, при различных значениях параметра затухания осцилляций c изображены на рис. 2 для случая, когда $\gamma = 0$. Флуктуационная ошибка измерения интегральной электронной концентрации, возникающая за счет влияния турбулентной среды распространения, максимальна, когда радиус частотной корреляции определяемых случайными неоднородностями среды фазовых флуктуаций соизмерим с шириной спектра сигнала. Она может быть уменьшена за счет применения сигнала с большим числом частотных дискрет или со сплошным спектром, что обеспечивает частичное сглаживание флуктуаций. Однако при этом необходимо учитывать снижение эффективной ширины спектра сигнала, что приводит в свою очередь к некоторому росту другой составляющей ошибки измерения.

Таким образом, турбулентный характер среды распространения сигнала приводит к появлению дополнительной ошибки измерения интегральной электронной концентрации N_L. Это ограничивает возможности по повышению точности оценивания за счет увеличения отношения сигнал-шум. Обусловленная неоднородностями среды ошибка измерения N_L может оказывать существенное, а в ряде случаев и определяющее влияние на качество оценивания интегральной электронной концентрации, производимого по искажениям фазочастотного спектра широкополосного сигнала.

Список литературы: 1. *Кривелев А. П., Франков В. Н.* Об анализе фазочастотных искажений сигналов//Радиотехника и электроника. 1973. 18, вып. 10. С. 2066—2074. 2. *Гинзбург В. Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М., 1967. 683 с. 3. *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн. М., 1970. 383 с. 4. *Пугачев В. С.* Введение в теорию вероятностей. М., 1968. 368 с.

Поступила в редколлегию 16.06.89