

УДК 519.86

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГІЛОК І МЕЖ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ЗАДАЧ З ДОДАТКОВИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

Кондратюк Д.С.

e-mail: daria.kondratiuk@nure.ua

Науковий керівник – канд. фіз.-мат. наук Луханін В.С.

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ
м. Харків, Україна

The paper describes an algorithm that ensures the determination of an optimal integer transportation plan while accounting for the real operating conditions of a logistics system. A transportation problem with additional constraints on the number of available vehicles and their carrying capacity is considered. A modified branch-and-bound method is applied, adapted to the specific nature of these resource constraints and incorporating them explicitly into the process of problem formulation and solution. The proposed approach is aimed at improving decision-making efficiency and optimizing logistics processes in goods distribution.

Ефективне планування перевезень у сфері логістики є критично важливим елементом, що дозволяє не лише організувати доставку товарів у встановлені терміни, а й мінімізувати витрати на ресурси та підвищити загальну ефективність логістичної системи.

Проте в реальних умовах часто виникають різні складнощі, і тоді транспортна задача доповнюється низкою додаткових обмежень: на кількість транспортних засобів, вантажопідйомність, ліміти на обсяг перевезень тощо [1].

Крім того, у більшості ситуацій виникає потреба в отриманні саме цілочислового розв'язку, оскільки кількість вантажівок, рейсів або сформованих партій вантажу не може бути дробовою величиною. Використання нецілих значень призводить до формально оптимального, але фактично непридатного плану перевезень. Саме тому розширена модель транспортної задачі переходить у клас задач цілочислового лінійного програмування.

Для врахування зазначених особливостей доцільно застосувати метод гілок і меж. Він дозволяє ефективно шукати оптимальний розв'язок, поступово розгалужуючи простір допустимих рішень на підзадачі та відокремлюючи ті області, які не містять цілочислових розв'язків або не покращують значення цільової функції [2].

У кінці процесу можна проілюструвати результати у вигляді дерева рішень, яке наочно демонструє, як під час пошуку оптимального розв'язку відбувається перехід від однієї підзадачі до наступної.

Далі розглянемо транспортну задачу з додатковими обмеженнями щодо кількості доступних транспортних засобів та їх вантажопідйомності. Алгоритм її розв'язання матиме наступний вигляд.

Етап 1. Формування математичної моделі задачі:

$$\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \\
\sum_{j=1}^n x_{ij} &\leq a_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j, \quad j = \overline{1, n}, \\
\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} &\leq t \cdot q, \\
x_{ij} \in \mathbb{Z} &\geq 0, \quad a_i \geq 0, \quad b_j \geq 0,
\end{aligned}$$

де c_{ij} – вартість перевезення однієї одиниці продукції від складу i до пункту призначення j , x_{ij} – обсяг продукції, що підлягає перевезенню зі складу i до пункту призначення j , a_i – обсяг продукції, що наявний на складі i , b_j – обсяг продукції, необхідний для забезпечення потреб j -ї торговельної точки, t – кількість транспортних засобів, що є у розпорядженні для здійснення перевезень, q – обсяг вантажу, який здатен перевезти один транспортний засіб.

Якщо $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$, тобто сукупний обсяг продукції на складах є меншим за сумарний попит, до моделі додається фіктивний склад із запасом $\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$ і додаткові змінні s_j , які коригують обмеження для замовників:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} + s_j \geq b_j, \quad \sum_{j=1}^n s_j \leq \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i, \quad s_j \geq 0.$$

Якщо $t \cdot q < \sum_{j=1}^n b_j$, тобто загальна провізна спроможність наявних транспортних засобів є меншою за необхідний обсяг перевезень, до моделі вводяться відповідні фіктивні змінні s_j та формується додаткове обмеження:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} + s_j \geq b_j, \quad \sum_{j=1}^n s_j \leq \sum_{j=1}^n b_j - t \cdot q, \quad s_j \geq 0.$$

Зауваження. Різниця $\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$ та $\sum_{j=1}^n b_j - t \cdot q$ можуть набувати дробових значень. У такій ситуації до цілої частини відповідної різниці слід додати одиницю та записати отримане значення до додаткового обмеження.

Етап 2. Розв'язуємо задачу симплекс-методом, без умови цілочисельності.

Якщо отриманий розв'язок є цілочисловим, то алгоритм закінчує свою роботу.

Якщо ж у ньому присутня дробова компонента x_{ks} , то переходимо до наступного кроку – виконання розгалуження.

Етап 3. Область допустимих планів G_0 , у якій знайдено оптимальний розв'язок X_0 з дробовою компонентою $x_{ks} = x_{ks}^{(0)}$, поділяється на підобласті:

$$G_1^{(1)} = \left\{ x : X \in G_0; x_{ks} \leq \left[x_{ks}^{(0)} \right] \right\} \text{ і } G_2^{(1)} = \left\{ x : X \in G_0; x_{ks} \geq \left[x_{ks}^{(0)} \right] + 1 \right\}.$$

Створюємо дві підзадачі лінійного програмування, що відповідають умовам множин $G_1^{(1)}$ та $G_2^{(1)}$, та повертаємося до етапу 2.

При реалізації запропонованого алгоритму особливу увагу необхідно приділити визначенню стратегії обходу дерева розв'язків, оскільки саме вона визначає порядок розгляду підзадач та безпосередньо впливає на ефективність роботи алгоритму.

Найбільш поширеними підходами є пошук у глибину (depth-first search) та пошук у ширину (breadth-first search). Пошук у глибину передбачає послідовне заглиблення в одну з гілок дерева розв'язків до досягнення кінцевої вершини або до моменту, коли подальше розгалуження стає недоцільним. Після цього алгоритм повертається до попереднього вузла та продовжує дослідження інших гілок. Натомість пошук у ширину передбачає одночасний розгляд усіх підзадач одного рівня дерева перед переходом до наступного. У цьому випадку алгоритм поступово розширює область пошуку, що дозволяє більш впорядковано та послідовно аналізувати простір можливих розв'язків [3].

Окремо також виділяють стратегію вибору за найкращою оцінкою (best-bound search), коли серед усіх активних підзадач обирається та, для якої оцінка цільової функції є найменшою, а отже, найбільш перспективною з точки зору покращення глобального результату. Така стратегія дозволяє зосередити обчислювальні ресурси на найбільш вигідних напрямках пошуку, що часто призводить до швидшого знаходження оптимального розв'язку.

Вибір конкретної стратегії залежить від розмірності задачі, обчислювальних ресурсів та вимог до швидкодії алгоритму.

Отже, наведений алгоритм дає змогу ефективно знаходити глобальний оптимум навіть у складних модифікаціях транспортної задачі та зберігати гнучкість при моделюванні реальних умов перевезень, забезпечуючи точне дотримання цілочисельних та логістичних вимог.

Список використаних джерел:

1. Меньшикова О. В., Чмир О. Ю., Карабин О. О. Дослідження операцій : навч. посіб. Львів : ЛДУ БЖД, 2019. 196 с.
2. Козар Л. М., Романович Є. В., Афанасов Г. М. Методи транспортної логістики : навч. посіб. Харків : УкрДАЗТ, 2015. 174 с.
3. Гороховатський В. О., Творошенко І. С. Методи інтелектуального аналізу та оброблення даних : навч. посіб. Харків : ХНУРЕ, 2021. 92 с.