

УДК 519.6:536.2

МЕТОД ВИЯВЛЕННЯ ВМІСТУ ВАЖКИХ МЕТАЛІВ У ҐРУНТІ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНТЕРЛІНАЦІЇ ФУНКЦІЇ

Ковтун А.Д.

e-mail: artem.kovtun1@nure.ua

Науковий керівник – д-р фіз.-мат. наук, проф. Першина Ю.І.
Харківський національний університет радіоелектроніки,
кафедра прикладної математики
м. Харків, Україна

A mathematical model is proposed that describes the distribution of soil contamination by heavy metals due to industrial emissions. The input data are experimental results obtained by non-destructive testing methods. For this purpose, an interlineation operator is constructed for a function of three variables based on traces of an unknown function along a system of arbitrarily located parallel lines. The main properties of the constructed interlineation operator and the form of the error and the accuracy assessment of the method are given.

Математичне моделювання забруднення ґрунту важкими металами [1] є актуальним, особливо у сучасних умовах, та здійснюється на основі аналізу джерел викидів, зокрема промислових підприємств. Таке забруднення впливає на здоров'я людини, на сільськогосподарську продуктивність та екосистему. Масштабні бойові дії на території України радикально змінили структуру антропогенного навантаження на довкілля [2]. Застосування артилерійських боєприпасів та авіаційного озброєння перетворило значні площі сільськогосподарських угідь на зони накопичення токсичних речовин.

Існують неруйнівні методи, які дозволяють отримати просторові дані про можливе забруднення на певній глибині. Вони частіше використовуються для попереднього скринінгу, картування потенційно забруднених ділянок та визначення зон для детального відбору проб.

В даній роботі представлена математична модель розподілу забруднення ґрунту важкими металами на базі відомих слідів функції на заданій системі прямих, які отримуються за допомогою дистанційних методів дослідження.

Нехай невідома функція $u = f(x, y, z)$ описує просторовий розподіл забруднення ґрунту важкими металами. Експериментальні дані містять інформацію про концентрації важких металів у різних точках досліджуваної території: $G_n, (X_n, Y_n, z), X_n, Y_n \in E, E = [0, 1], 0 \leq z \leq H, n = 1, N$, та функцій $f_n(z), n = 1, N$, що описують вертикальний розподіл забруднюючих речовин у ґрунтовому шарі залежно від глибини z .

Таким чином, відомими є наступні дані: набір прямих G_n , $n = \overline{1, N}$; сліди функції на цих прямих, яка є невідомою $f_n(z) = f(X_n, Y_n, z)$, $n = \overline{1, N}$, $f(x, y, z) \in C^r(E^2 \times [0; H])$, $r \geq 0$.

Метою роботи є побудова математичної моделі розподілу забруднення ґрунту на основі відомих слідів функції на заданій системі прямих $L(x, y, z)$ з властивостями: $L(X_j, Y_j, z) = f_j(z)$, $j = \overline{1, N}$.

Теорема. Якщо $f_k(z) \in C(E)$, $k = \overline{1, N}$, то оператор

$$Lf(x, y, z) = \sum_{n=1}^N f_n(z) O_n(x, y), \quad O_n(x, y) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N \frac{\rho(P, P_i)^q}{\rho(P_n, P_i)^q},$$

$$P = (x, y), \quad \rho(P_n, P_i) = \sqrt{(X_n - X_i)^2 + (Y_n - Y_i)^2}, \quad q > 0,$$

є оператором інтерлінації та задовольняє властивостям: $Lf(X_k, Y_k, z) = f_k(z)$, $k = \overline{1, N}$.

Для залишку $Rf(x, y, z) = (I - L)f(x, y, z)$ наближення функції $f(x, y, z)$ оператором інтерлінації $Lf(x, y, z)$ виконується наступне інтегральне зображення:

$$Rf(x, y) = \sum_{n=1}^N \left(\int_0^1 \frac{\partial f(x_n + t(x - x_n), y_n + t(y - y_n), z)}{\partial t} dt \right) \cdot O_n(x, y),$$

$$|Rf(x, y, z)| \leq C \sum_{n=1}^M (|x - x_n| + |y - y_n|) O_n(x, y) \quad \forall f \in C^1(E \times [0, H]),$$

$$C = \max_{(x, y) \in E^2, 0 \leq z \leq H} \left(\left| \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \right|, \left| \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} \right| \right).$$

Оператор $L(x, y, z)$ представляє математичну модель розподілу забруднення ґрунту важкими металами.

Список використаних джерел:

1. Балюк С. А., Медведєв В. В., Мірошніченко М. М., Скрильник Є. В., Тимченко Д. О., Фатєєв А. І., Христенко А. О., Цапко Ю. Л. Екологічний стан ґрунтів України. *Український географічний журнал*. 2012. № 2. С. 38-42.
2. Твердохлебова Н. Є., Євтушенко Н. С. Регіональна екологічна безпека в умовах воєнного стану. *Сучасні технології у промисловому виробництві : матеріали та програма 10-ї Всеукр. наук.-техн. конф.*, 18-21 квітня 2023 р. / відп. ред. О. Г. Гусак ; Сум. держ. ун-т Суми : СумДУ, 2023. С. 177-178.