МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОГРАНИЧЕНИЙ НА МИНИМАЛЬНО И МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ РАССТОЯНИЯ В ЗАДАЧАХ БАЛАНСНОЙ КОМПОНОВКИ

Коваленко А.А.

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины (ИПМаш), Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Задачи балансной компоновки (*Balance Layout Problems*, *BLP*) принадлежат классу *NP*-сложных задач размещения (*Cutting and Packing Problems, C&P*) [1]. Суть задачи состоит в поиске оптимального размещения заданного набора 3D-объектов в некоторой ограниченной области с учетом *ограничений поведения* (*behavior constraints*), обеспечивающих равновесие и устойчивость рассматриваемой системы [2]. Кроме того, учитываются *ограничения размещения* (*arrangement constraints*), отвечающие за непересечение объектов, их принадлежность области размещения и учет минимально и максимально допустимых расстояний между объектами. Одновременное выполнение всех приведенных выше ограничений необходимо, например, при решении задач логистики (при упаковке грузов для транспортировки или хранения), а также задач с инженерным применением (при компоновке летательных аппаратов, суден, подводных лодок и т.д.). Особый интерес представляют задачи класса *BLP* в области ракетно-космического машиностроения. Данной тематике посвящен ряд публикаций (см., например, [2], [3]), в которых рассматривается упрощенная модель спутника. Она представляет собой систему, образованную в результате расположения объектов (оборудования) на опорных стеллажах (*bearing plates*) контейнера (корпуса космического аппарата). Объекты и контейнер, как правило, аппроксимируются цилиндрами и параллелепипедами, а для решения задач класса *BLP* в основном используются трудоемкие эвристические и мета-эвристические алгоритмы, что приводит к потере оптимальных решений.

При создании современных информационных технологий решения задач *BLP* одной из важных задач является разработка конструктивных средств математического моделирования ограничений размещения с учетом минимально и максимально допустимых расстояний, что и определило цель данного исследования.

Наиболее мощным средством математического моделирования в классе задач *C&P* является метод *phi*-функций Стояна [4], [5], который позволяет строить математические модели *BLP* в виде задач математического программирования и применять для их решения методы нелинейного программирования и негладкой оптимизации. Метод *phi*-функций предназначен для аналитического описания ограничений размещения, в том числе ограничений на минимально и максимально допустимые расстояния между объектами, а также между объектами и боковой поверхностью контейнера. Кроме того, метод *phi*-функций позволяет учитывать пространственные формы объектов и контейнеров, которые являются математическими моделями реальных объектов (в частности, в ракетно-космическом машиностроении).

В данной работе рассматривается задача *BLP* в следующей постановке: разместить объекты (шары, цилиндры, торы, сфероцилиндры, прямые выпуклые призмы) на стеллажах контейнера (цилиндрической, параболической или конической формы) с учетом ограничений размещения и ограничений поведения так, чтобы функция цели достигала своего экстремума. Строятся классы псевдонормализованных *phi*-функций и псевдонормализованных квази-*phi*-функций, предназначенных для моделирования ограничений размещения с учетом минимально и максимально допустимых расстояний для задачи *BLP*. Приводится математическая модель в виде задачи нелинейного программирования.

В работе рассматривается тестовая задача равновесной компоновки шаров, цилиндров, торов, сфероцилиндров, прямоугольного параллелепипеда и правильной шестиугольной призмы внутри усеченного конуса, разделенного круговым стеллажом на два подконтейнера. Учитываются минимально и максимально допустимые расстояния. В качестве функции цели выбирается отклонение центра масс системы от центра масс контейнера. Строится математическая модель в виде задачи нелинейного программирования с использованием построенных классов *phi*-функций. Для решения задачи используется *NLP-solver* в системе *Mathematica 9.* Приводятся результаты численных экспериментов. На рисунке 1 показано локально оптимальное размещение объектов.

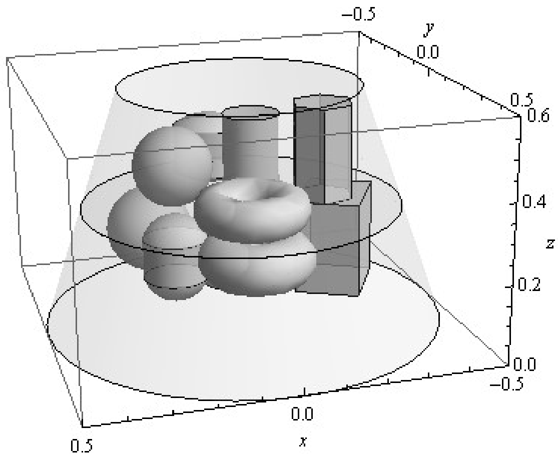

Рис. 1.

1. *Chazelle B., Edelsbrunner H., Guibas L.J.* The complexity of cutting complexes // Discrete & Computational Geometry. 1989. Vol. 4, № 2. P. 139–181.

2. *Che C., Wang Y., Teng H.* Test problems for quasi-satellite packing: Cylinders packing with behavior constraints and all the optimal solutions known // Optimization Online. URL: http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2008/09/2093.html

3. *Fasano G*., *Pinter J. D*. Modeling and Optimization in Space Engineering. Series: Springer Optimization and Its Applications // Problems and Applications. Publisher Springer New York. 2013. Vol. 73, XII. 404 p. – Online ISBN 978-1-4614-4469-5, Print ISBN 978-1-4614-4468-8.

4. *Chernov N., Stoyan Yu., Romanova T.* Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem // Computational Geometry: Theory and Applications. 2010. Vol. 43, № 5. P. 533-553.

5. *Стоян Ю.Г., Панкратов А.В., Романова Т.Е., Чернов Н.И.* Квази-*phi*-функции для математического моделирования отношений геометрических объектов // Доповіді Національної академії наук України. 2014. № 9. С. 53-57.