

Г. А. АЛЕКСЕЕВ, канд. физ.-мат. наук, А. Г. ПИВОВАРОВА

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ ОРТОКЛИНОТРОННОГО ЭФФЕКТА

В лучевых приборах 0-типа с длительным взаимодействием при конечной величине фокусирующего магнитного поля энергообмен определяется взаимодействием с продольной относительно дрейфового движения электронов и поперечной к плоскости периодической структуры компонентами электрического ВЧ поля [1; 2]. При наличии угла между направлением распространения замедленной волны и направлением дрейфа электронов (например, в случае использования косых периодических структур) возникает компонента, поперечная к направлению дрейфа и параллельная плоскости структуры. Взаимодействие с этой компонентой, обусловленное движением электронов, может оказаться существенным. Эффект повышения эффективности энергообмена и улучшения стартовых условий прибора за счет такого взаимодействия был обнаружен экспериментально и назван ортоклиноotronным [3]. Проведены также оценки оптимального угла встречи отдельного электрона в поле поверхностной волны. Однако теоретический анализ ортоклиноotronного эффекта при коллективном взаимодействии, учитывающий трехмерность движения электронов, перемещающихся в статическом режиме по винтовым траекториям, однако отсутствует. Такой анализ в рамках кинематического подхода применительно к резонансному генератору 0-типа с бесконечно тонким электронным потоком проведен в настоящей статье. При этом используется одночастотное и одноволновое приближение, а распределение амплитуды синхронной поверхностной гармоники вдоль периодической структуры в рамках метода заданного поля предполагается однородным. Составляющие ВЧ поля имеют следующий вид:

$$E_x = Ee^{-\beta(x-x_0)} \sin(\omega t - \beta z); \quad E_y = Ee^{-\beta(x-x_0)} \sin \alpha \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_z = Ee^{-\beta(x-x_0)} \cos \alpha \cos(\omega t - \beta z). \quad (1)$$

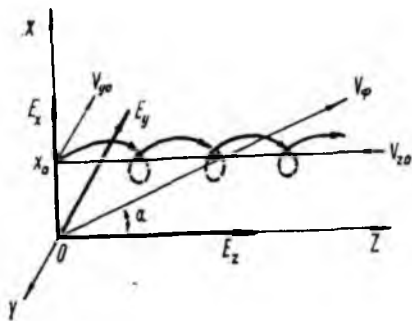


Рис. 1

Здесь ось x перпендикулярна плоскости yOz периодической структуры; ось z определяет направление дрейфовой скорости v_{z0} электронов, совпадающее с направлением фокусирующего магнитного поля с индукцией $B=B_z$; E — амплитуда на уровне прицельного расстояния луча x_0 на входе в пространство взаимодействия; α — угол между направлением дрейфа и направлением распространения волны (1), лежащий в плоскости yOz и отсчитываемый в направлении от оси z к оси y угол встрела луча в поле волны (см. рис. 1).

Статический режим движения электронов бесконечно тонкого потока определяется следующими кинематическими соотношениями для скоростей и координат в пространстве взаимодействия:

$$\begin{aligned} v_x^0 &= \omega_c R \cos \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right]; \\ y_y^0 &= \omega_c R \sin \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right]; v_z^0 = v_{z0}; \\ x^0 &= x_0 + R \left\{ \sin \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right] - \sin \left(\operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right) \right\}; \\ y^0 &= -R \left\{ \cos \left[\omega_c (t - t_1) + \operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right] - \cos \left(\operatorname{arctg} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right) \right\}; \\ z^0 &= v_{z0} (t - t_1). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\omega_c = eB/m$ — циклотронная частота; $R = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} / \omega_c$ — циклотронный радиус; v_{x0} , v_{y0} , v_{z0} — компоненты начальной скорости электронов в момент влета $t=t_1$ в магнитное поле и пространство взаимодействия. В дальнейшем для простоты будем полагать $v_{x0}=0$. При этом величина $v_{y0}/v_{z0} = \varepsilon$ характеризует угол встрела луча в магнитное поле, лежащий в плоскости yOz .

При определении динамического режима движения электронов будем полагать, что группировка электронов происходит без изменения формы винтовой траектории под воздействием продольной компоненты E_z . В рамках первой итерации метода последовательных приближений, учитывая только нулевую пространственную гармонику в разложении неоднородного действующего поля [1], получим

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_x^0(t); v_y(t) = \underline{v_y^0}(t); v_z(t) = v_{z0} \left\{ 1 + \nu I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/\Omega} \times \right. \\ &\quad \times \cos \alpha [\cos \tau \cdot \sin \Phi + \sin \tau (\cos \Phi - 1)] / \rho; \\ x(t) &= x^0(t); y(t) = y^0(t); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Phi(Z) &= Z + \nu I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/\Omega} \cos \alpha [\cos \tau (\cos Z - 1) + \\ &\quad + \sin \tau (Z - \sin Z)] / \rho, \end{aligned} \quad (5)$$

где $Z = \rho\omega z/v_{z0}$; $\Phi = \rho\omega(t - t_1)$; $\tau = \omega t_1$; $\rho = 1 - v_{z0}/v_\Phi$;
 $v = eE/m\omega v_{z0}$; $\Omega = \omega_c/\omega$; $I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$ — модифицированная функция
 Бесселя нулевого порядка. $v e^{\varepsilon/\Omega} I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$ — усредненная ампли-
 туда поля, действующая на электрон.

Используя закон сохранения заряда бесконечно тонкого лу-
 ча и переходя к переменным Лагранжа τ, Z , для полной мощ-
 ности взаимодействия луча в рамках приближения заданного
 движения можно получить следующие соотношения:

$$P_a = \frac{I_0 v_{z0}}{2\pi \sqrt{v_{y0}^2 + v_{z0}^2}} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(\frac{v_x^0}{v_z} E_x + \frac{v_y^0}{v_z} E_y + E_z \right) d\tau dZ =$$

$$= - \frac{P_0 \xi v_{z0}^3}{2N_0 (v_{y0}^2 + v_{z0}^2)^{3/2}} (F_x + F_y + F_z). \quad (6)$$

Здесь

$$F_x = \frac{\varepsilon}{2\pi\Phi_0} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} (1+q)^{-1} \sin \theta e^{\varepsilon(1-\cos\theta)/\Omega} \sin(\tau + Z + \vartheta) d\tau dZ;$$

$$F_y = \frac{\varepsilon \sin \alpha}{2\pi\Phi_0} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} (1+q)^{-1} \cos \theta e^{\varepsilon(1-\cos\theta)/\Omega} \cos(\tau + Z + \vartheta) d\tau dZ; \quad (7)$$

$$F_z = \frac{-\cos \alpha}{2\pi\Phi_0} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} e^{\varepsilon(1-\cos\theta)/\Omega} \cos(\tau + Z + \vartheta) d\tau dZ;$$

$$q = \xi I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/2} \cos \alpha [\cos \tau \sin Z + \sin \tau (\cos Z - 1)] / 2\pi N_0 \Phi_0;$$

$$\theta = \Omega (Z 2\pi N_0 / \Phi_0 + \vartheta); \quad \vartheta = \xi I_0 \left(\frac{\varepsilon}{\Omega} \right) e^{\varepsilon/2} [\cos \tau (\cos Z - 1) +$$

$$+ \sin \tau (Z - \sin Z)] / \Phi_0^2;$$

$\xi = \pi N_0 E L (v_{y0}^2 + v_{z0}^2) / U_0 v_{z0}^2$ — амплитуда поля на уровне x_0 ;
 $I_0 = \rho_0 l \sqrt{v_{y0}^2 + v_{z0}^2}$ и $P_0 = I_0 U_0$ — постоянный ток и мощность
 луча на входе в пространство взаимодействия, $U_0 = m (v_{y0}^2 +$
 $+ v_{z0}^2) / 2e$; $N_0 = L/l$; L и l — длина и период структуры; $\Phi_0 =$
 $= \rho \omega L / v_{z0}$.

В линейном приближении, использовав разложение неоднородных амплитуд взаимодействующего поля по пространственным гармоникам соответственно, получим:

$$F_x = \frac{\varepsilon}{2\pi\Phi_0} e^{\varepsilon/2} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} e^{-\varepsilon \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) / \Omega} [\vartheta \cos(\tau + Z) \times$$

$$\times \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + \Omega \vartheta \sin(\tau + Z) \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + \varepsilon \vartheta \sin(\tau + Z) \sin^2(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) - q \sin(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) \} d\tau dZ;$$

$$F_y = \frac{-\varepsilon \sin \alpha}{2\pi \Phi_0} e^{z/\Omega} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} e^{-\varepsilon \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) / \Omega} [\vartheta \sin(\tau + Z) \times$$

$$\times \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + \Omega \vartheta \cos(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) - \varepsilon \vartheta \cos(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) + q \cos(\tau + Z) \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0)] d\tau dZ; \quad (8)$$

$$F_z = \frac{\cos \alpha}{2\pi \Phi_0} e^{z/\Omega} \int_0^{\Phi_0} \int_0^{2\pi} \vartheta e^{-\varepsilon \cos(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0) / \Omega} [\sin(\tau + Z) - \varepsilon \cos(\tau + Z) \sin(\Omega Z 2\pi N_0 / \Phi_0)] d\tau dZ.$$

Отсюда видно, что каждая компонента мощности является результатом аддитивного сложения механизмов взаимодействия, обусловленных автомодуляцией потока по продольной скорости, поперечной скорости и поперечному смещению электронов при движении последних по винтовой траектории с «замороженным» радиусом, но переменным сжатием.

Если в (8) учесть только нулевые гармоники в разложениях неоднородных амплитуд поля по пространственным гармоникам, формулы принимают следующий вид:

$$F_x \approx -\xi \varepsilon \cos \alpha e^{2z/\Omega} I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) \left\{ \Omega I_1\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) + \frac{\varepsilon}{2} \left[I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) - I_2\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) \right] \right\} f_{||};$$

$$F_y \approx \xi \frac{\varepsilon \sin 2\alpha}{2} e^{2z/\Omega} I_0\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) I_1\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) f_{||}; \quad (9)$$

$$F_z \approx -\xi I_0^2\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right) e^{2z/\Omega} \cos^2 \alpha f_{||};$$

где $f_{||} = [2(1 - \cos \Phi_0) - \Phi_0 \sin \Phi_0] / 2\Phi_0^3$; а $I_1\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$, $I_2\left(\frac{\varepsilon}{\Omega}\right)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго порядка.

В таком приближении взаимодействие криволинейного потока с разными компонентами поля описываются обычными формулами взаимодействия прямолинейного потока и поля с некоторой эквивалентной амплитудой. Эффекты автомодуляции по поперечным скоростям и смещениям проявляются при этом только в x -й компоненте мощности.

Поскольку анализ взаимодействия криволинейного потока с неоднородным полем, учитывающий различные механизмы

модуляции, фазировки и селекции электронов, даже в линейном приближении затруднителен, было проведено численное интегрирование функций F_x , F_y , F_z , представленных формулами (7) с использованием ЭВМ в зависимости от параметров задачи Φ_0 , Ω , ε и угла α .

Типичные кривые зависимостей F_x , F_y , F_z от угла пролета Φ_0 при различных значениях угла α приведены на рис. 2, а б ($\xi=8$; $\varepsilon=0,1$; $\Omega=0,1$ — сплошные линии, $\Omega=0,2$ — штриховые).

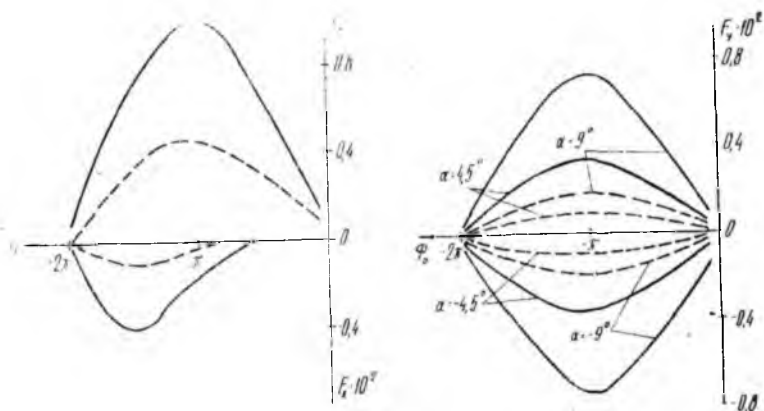


Рис. 2

Из рис. 2 и соотношений (7) — (9) следует, что вклад компоненты F_x в полную мощность взаимодействия всегда отрицателен, что объясняется неоптимальностью автофазировки электронов по поперечному смещению. Вклад компоненты F_y , обусловленный орбитальным движением электронов со средней скоростью ε существенно зависит от величины и знака угла α , хотя и составляет при рассмотренных величинах параметров не более 1%. Как отмечено в работе [3], существует оптимальный угол $\alpha_{\text{опт}}$, при котором мощность P_a достигает наибольшего значения. Кривые зависимостей $\alpha_{\text{опт}}$ от относительной поперечной скорости ε при $\Omega=0,1$; $0,2$, построение по результатам численного счета, приведены на рис. 3 для оптимальных углов пролета Φ_0 , соответствующих максимуму мощности в пределах зоны генерации, (сплошные линии) и для фиксированного угла пролета $\Phi_0 = -\pi/10$ (штриховые линии).

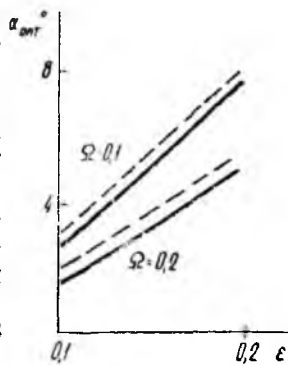


Рис. 3

Из рис. 3 следует, что увеличение скорости ε при фиксированной частоте Ω и уменьшение Ω при фиксированной ε при-

водит к увеличению оптимального ортоклиноotronного угла $\alpha_{\text{опт}}$, что объясняется ростом относительного вклада компоненты F_y . При неизменном циклотронном радиусе орбиты электронов ($\epsilon/\Omega = \text{const}$) с ростом ϵ также наблюдается увеличение $\alpha_{\text{опт}}$, обусловленное повышением орбитальной скорости движения электронов при неизменной форме статической траектории. При ускоряющих напряжениях, соответствующих началу зоны генерации ($\Phi_0 = \pi/10$), относительный вклад компоненты F_y возрастает, что приводит, соответственно, к некоторому увеличению оптимального ортоклиноotronного угла (штриховые линии на рис. 3).

Кривые на рис. 2, 3 свидетельствуют о том, что $\alpha_{\text{опт}}$ изменяется в зависимости от принятых параметров от 2° до 8° , что согласуется с экспериментальными значениями.

При изменении направления магнитного поля на противоположное ортоклиноotronный эффект будет наблюдаться, как отмечено в [3] и следует из рис. 2, при таких же по абсолютной величине, но только отрицательных углах α .

В заключение следует отметить, что, хотя в настоящей работе и получено качественное и количественное соответствие между теоретическими и экспериментально наблюдаемыми оптимальными ортоклиноotronными углами, принятое в [3] объяснение ортоклиноotronного эффекта нельзя считать удовлетворительным, так как относительный вклад мощности взаимодействия, обусловленной орбитальным движением электронов, оказывается малым и не объясняет сильных изменений мощности взаимодействия и стартового тока, наблюдаемых экспериментально, при изменении ортоклиноotronного угла.

Список литературы: 1. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М., 1970. 584 с. 2. Андрушкевич В. С. Влияние формы статических траекторий электронов на работу приборов 0-типа в линейном режиме//Вопр. электроники сверхвысоких частот. Саратов, 1964. Вып. 1. С. 35—46. 3. Кириченко А. Я., Солодовник В. А. Влияние угла встречи электронного потока на стартовый ток лампы обратной волны//Радиотехника и электроника. 1981. № 1. С. 127—131.

Поступила в редколлегию 22.12.86