

## **ВИЯВЛЕННЯ ПАСТОК У ДИНАМІЦІ ФРАКТАЛЬНОГО БРОУНІВСЬКОГО РУХУ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДІВ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ**

Хацько Д.С.

Науковий керівник – д-р техн. наук, проф. Кіріченко Л.О.  
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ,  
м. Харків, Україна  
e-mail: [daryna.khatsko@nure.ua](mailto:daryna.khatsko@nure.ua)

This study aims to develop a Python-based model of fractional Brownian motion incorporating the effect of traps. The research further investigates this motion using machine learning methods, specifically cluster analysis. The concept of traps is introduced, representing localized regions where a Brownian particle experiences confinement for a defined period. By modeling fractional Brownian motion with incorporated traps, the study utilizes cluster analysis for a comprehensive analysis. The findings not only highlight the significance of incorporating trap mechanisms in Brownian motion modeling but also contribute to the identification and characterization of traps within this framework.

Броунівський рух представляє собою хаотичний рух частинок, які перебувають у рідині або газі. Цей феномен був вперше помічений Робертом Брауном у 1827 році та подальше пояснений Альбертом Ейнштейном у 1905 році. Фрактальний броунівський рух (ФБР) – це стохастичний процес, що моделює безперервний випадковий рух частинки або частинок у середовищі. Він є узагальненням класичного броунівського руху з додатковою властивістю – фрактальною структурою [1]. ФБР виступає популярною моделлю для явищ з короткотривалою та довготривалою залежностями в різних галузях, таких як фізика, біологія, гідрологія, дослідження мереж, фінансова математика і т.д.

У контексті фрактального броунівського руху термін "пастка" вказує на концепцію, пов'язану з утриманням частинки чи системи в обмеженому просторі. Пастка у цьому випадку може слугувати метою вивчення властивостей та поведінки системи в умовах обмеженості.

Присутність пасток може суттєво модифікувати поведінку броунівських частинок, викликаючи значущі наслідки для різних областей використання. Тому важливо провести глибокий аналіз та повністю розібратися у динаміці руху броунівських частинок (БЧ) у присутності пасток. Це дозволить отримати не лише загальне розуміння, але й висвітлити важливі наслідки цього явища для різноманітних сфер застосування [2].

При дослідженні для моделювання ФБР було використано мову програмування Python. Рух частинок моделюється відповідно до ФБР, моделі, яка відтворює броунівські та аномальні дифузійні процеси, налаштовуючи

кореляцію приростів за допомогою показника Херста (Hurst exponent  $H \in (0,1)$ ). ФБР є гауссівським процесом  $B_H(t)$  із коваріаційною функцією:

$$E[B_H(t)B_H(s)] = K(t^{2H} + s^{2H} - |t - s|^{2H}), \quad (1)$$

де  $K$  – це константа з одиницями  $length^2 \cdot time^{-2H}$  [3].

Для узагальнення фрактального броунівського руху в двох вимірах, траєкторія  $R(t)$  представлена як  $R(t) = \{X(t), Y(t)\}$ , де  $X(t)$  та  $Y(t)$  є незалежними фрактальними броунівськими рухами вздовж вісей  $x$  та  $y$  відповідно.

Програма моделює рух ФБР та зберігає координати руху БЧ у масиві. Крім того, маються окремі масиви з координатами пасток. Таким чином, таке зберігання даних дає можливість порівняти результати, які отримані при кластеризації, з дійсним розташуванням пасток.

У даній роботі було проведено кластеризацію пасток з використанням алгоритмів машинного навчання на мові програмування Python. Під час дослідження було розглянуто та порівняно кілька алгоритмів, але найкращі результати були досягнуті при застосуванні методів кластеризації, що ґрунтуються на аналізі щільності. Особливий акцент було зроблено на аналізі алгоритму DBSCAN та його покращеної версії – HDBSCAN. Детально вивчено принципи роботи обраних методів, їх переваги та недоліки. Розглянуті концепції щільності дозволяють ефективно виявляти та групувати пастки.

Основною метою дослідження є вивчення поведінки броунівських частинок у наявності пасток та розробка нового підходу для моделювання та аналізу цих систем за допомогою методів машинного навчання.

Список використаних джерел:

1. Russo F., Vallois P. Fractional brownian motion and related processes. Stochastic calculus via regularizations. Cham, 2022. С. 95–111. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-09446-0\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-031-09446-0_3) (дата звернення: 04.03.2024).
2. Kirichenko, L., Khatsko, D., Pichugina, O. Trap Detection in Brownian Particle Trajectories Using Machine Learning Clustering Methods International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies, 2023
3. Shevchenko G. Fractional Brownian motion in a nutshell. International journal of modern physics: conference series. 2015. Т. 36. С. 1560002. URL: <https://doi.org/10.1142/s2010194515600022> (дата звернення: 04.03.2024).