

нения и ударением, признаком смягчения и последней буквой основы. Все бинарные связи надо проиллюстрировать соответствующими двудольными графами. Теперь можно приступать к построению логической сети и испытывать ее действие с помощью уже имеющейся программы. Если выявятся погрешности в построении сети и в математическом описании объекта, то подправить их. В результате мы получаем готовый продукт — один из фрагментов *логической лингвистической сети*, который можно рекомендовать для реализации в виде микропроцессорного устройства.

Точно так же выполняются работы по описанию других лингвистических объектов. В перспективе есть необходимость в разработке методики соединения разрозненных логических сетей в единую сеть на базе имплицитивного разложения предикатов. Таким способом можно неограниченно наращивать логическую лингвистическую сеть по мере продвижения вперед ее математического описания — переходя от полных непротивительных имен прилагательных к кратким притяжательным, от прилагательных к существительным, причастиям, местоимениям, числительным, исчерпывая этим склонение всех видов имен. Затем переходим к описанию спряжения глаголов. Этим охватывается все словоизменение. Затем переходим к словообразованию, последовательно рассматриваем корневое, префиксальное и суффиксальное словообразование. Остается еще словосложение. Этим исчерпывается морфология. Более далекая перспектива работ в этом направлении — выход на фонетику и затем на синтаксис предложения.

## Выводы

*Научная новизна* заключается в том, что впервые разработан метод бинаризации алгебраической формульной записи семантических структур естественного языка на примере морфологического отношения склонений полных непротивительных имен прилагательных русского языка.

*Практическая значимость* определяется тем, что полученные таблицы бинарных связей позволяют реализовать модель объекта в виде логической сети программно и аппаратно.

*Сравнение с аналогами* показало, что ближайшим аналогом логической сети, хотя и достаточно далеким, является нейронная сеть. В отличие от последней, логическая сеть имеет ряд принципиальных преимуществ.

**Литература:** 1. Шабанов-Кушнарченко Ю.П. Проблема искусственного интеллекта // Радиотехника и информатика. 2002. №3. С. 100-106. 2. Бондаренко М.Ф., Дударь З.В., Ефимова И.А., Лещинский В.А., Шабанов-Кушнарченко С.Ю. О мозгоподобных ЭВМ // Радиотехника и информатика. 2004. № 2. С. 89-105.

Поступила в редколлегию 11.01.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Машталир В.П.

**Козяев Леонид Леонидович**, консультант по внедрению, компания “Открытые технологии-98”. Научные интересы: программирование БД, математическое моделирование. Адрес: Россия, 117997, Москва, ул. Обручева, 30, корп. 1, тел.: 8-095-7877027.

**Шабанов-Кушнарченко Сергей Юрьевич**, д-р техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник кафедры ПО ЭВМ ХНУРЭ. Научные интересы: идентификация механизмов интеллекта человека. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел.: 7-021-446.

УДК 621.391:51.142

## ЧИСЛЕННОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА СУММИРОВАНИЯ РЯДОВ В ГПВЯ

*ЧУМАЧЕНКО С.В.*

Приводятся численные результаты, иллюстрирующие справедливость некоторых тождеств, которые получены методом суммирования рядов по выборочным значениям в гильбертовом пространстве с воспроизводящим ядром (ГПВЯ).

### 1. Постановка цели и задач исследования

Данная работа продолжает цикл публикаций, связанных с исследованиями по суммированию рядов в ГПВЯ. Так, в [1, 5] приведены общие положения, на основе которых предлагается метод суммирования в ГПВЯ. Примеры применения метода в целях получения новых результатов для рядов, в том числе двойных, рассмотрены в [1, 2, 6]. В [3] показано, как можно доказывать интегральные тождества с использованием данного подхода. Также с помощью предлагаемого метода можно решать сумматорные, интегральные уравнения и их системы, имеющие прикладной характер [4].

В перечисленных работах до сих пор приводились теоретические обоснования полученных результатов. Однако не все новые формулы доказываются приведением к уже известным фактам. Кроме того, для оценки погрешности вычислений, обусловленной усечением ряда, необходимо проводить некоторые численные расчеты с использованием компьютерных средств и программных приложений. С учетом того, что в настоящее время существуют достаточно авторитетные математические пакеты такие, как MathLab, MathCAD, Mathematica, они могут и должны быть использованы для практического подтверждения состоятельности полученных теоретических доказательств. Такая практика позволяет не только определить валидность результатов, но и показать погрешность теоретического метода или уже признанных программных средств, что может быть более важным для исследователя. В данном случае можно показать эффективность предложенного метода суммирования рядов и практическую целесообразность его имплементации для решения задач, критичных к погрешности вычислительных методов по отношению к предлагаемому точному решению. Например, такими являются задачи, связанные с моделированием неоднород-

ных волноводных структур, объемных электромагнитных резонаторов, фазированных антенных решеток.

*Цель* исследования – уменьшение вычислительной сложности технологических расчетов при моделировании/проектировании радиоэлектронных устройств благодаря использованию нового метода суммирования рядов в ГПВЯ.

*Задачи* данного исследования:

1. Подтвердить численно полученный аналитический результат для определения суммы ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{kF(k)}{a^n - k^n}.$$

2. Проверить справедливость формулы для нахождения суммы билатерального знакопеременного

$$\text{ряда } \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\alpha - k\pi)^p}.$$

3. Оценить погрешность проведенных вычислений.

## 2. Результаты численного моделирования

В [7] для знакопеременного ряда, общий член которого содержит разность степеней в знаменателе:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{kF(k)}{a^n - k^n}, \quad (1)$$

была определена его сумма для отдельных значений  $n$ . Используя метод суммирования в ГПВЯ, можно показать, что сумма ряда (1) для натуральных значений показателя степени  $n$  определяется как:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{kF(k)}{a - k} = \frac{\pi F(a)}{a - k}, \quad n=1; \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{kF(k)}{a^{2p} - k^{2p}} = \frac{\pi F(a)}{2pa^{2p-2} \sin \pi a}, \quad n=2p, p=1,2,3,\dots; \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{kF(k)}{a^{2p-1} - k^{2p-1}} = \frac{\pi F(a)}{(2p-1)a^p \sin \pi a}, \quad n=2p-1, p=2,3,\dots; \quad (4)$$

Приведем численное обоснование формул (2)-(4). Для этого рассмотрим следующие примеры.

**Пример 1.** Пусть  $n=4$ , тогда согласно (1) и (3) имеем:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{kF(k)}{a^4 - k^4} = \frac{\pi F(a)}{4a^2 \sin \pi a}, \quad -\pi < x < \pi. \quad (5)$$

На рис. 1 приведены графики зависимостей, построенные для левой и правой частей (5) при

$F(k)=\sin kx$ ,  $a=2,5$ . График абсолютной погрешности вычислений показан на рис. 2.

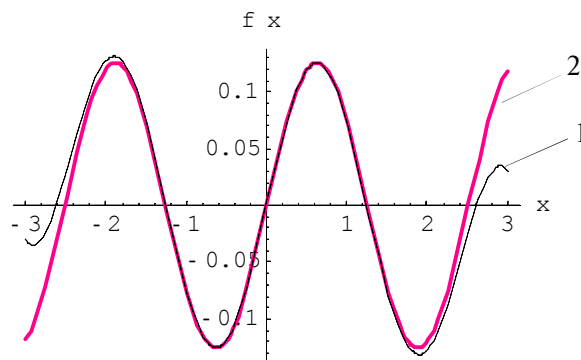


Рис. 1. Графическая идентичность результатов по формуле (1) при  $F(k)=\sin kx$ : кривая 1 – ряд; кривая 2 – прямая формула

**Пример 2.** Рассмотрим графики зависимостей, построенные по формуле (1) при  $n=5$ . На рис. 2 представлены результаты вычислений при  $F(k)=\sin kx$  для значений параметра  $a=1,5$ . Кривая 1 демонстрирует зависимость, полученную усечением ряда, кривая 2 получена путем вычислений по прямой формуле.

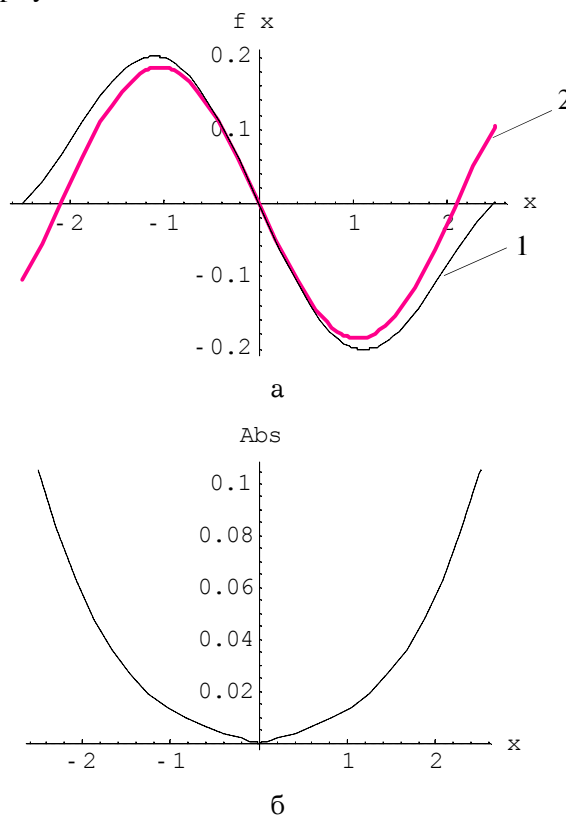


Рис. 2. Результаты вычислений при  $F(k)=\sin kx$ ,  $a=1,5$ : а – идентичность графиков; б – абсолютная погрешность вычислений

**Пример 3.** Рассмотрим графики зависимостей, которые получены согласно (1) при  $n=5$  для  $F(k)=\cos kx$  при значении параметра  $a=1,5$  (рис. 3,а). Здесь также график 1 соответствует усечению ряда, 2 – прямой формуле. Видно, что абсолютная погрешность вычислений (рис. 3, б) определяется сотыми долями.

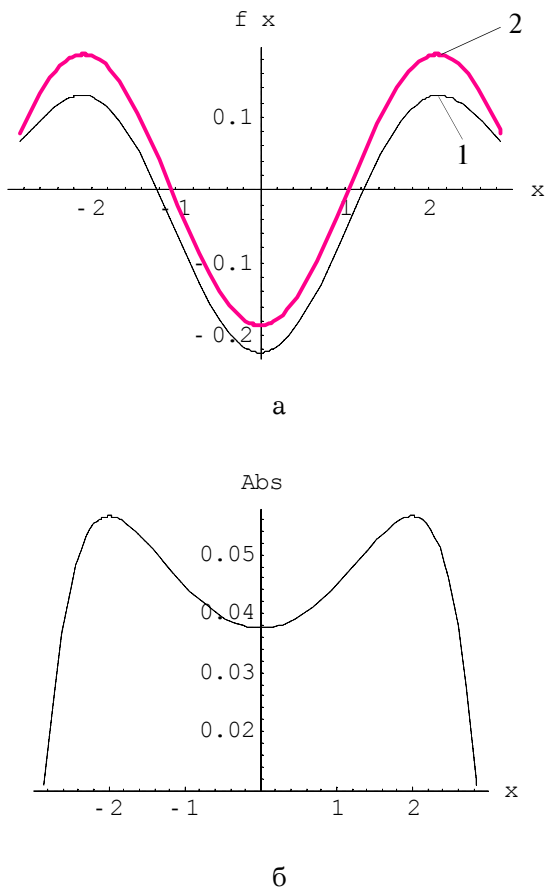


Рис. 3. Результаты вычислений при  $F(k)=\cos kx$  ( $a=1,5$ ): а – идентичность графиков; б – абсолютная погрешность

В работе [2] также была получена сумма билатерального знакопеременного ряда  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\alpha - k\pi)^p}$  в

ГПВЯ  $H_{\text{Кей}}$ , определяемая следующей формулой:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\alpha - k\pi)^p} = \begin{cases} \frac{1}{\sin^p \alpha}, & p = 2n - 1, n = 1, 2, 3, \dots; \\ \frac{\cos \alpha}{\sin^p \alpha}, & p = 2n, n = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (6)$$

Доказательство проводилось методом математической индукции. Сумма ряда  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\alpha - k\pi)^p}$  определялась при натуральных значениях параметра  $p$ . Приведем примеры численного обоснования формулы (6).

**Пример 4.** При  $p=1$  по формуле (6) имеем:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\alpha - k\pi} = \frac{1}{\sin \alpha}.$$

Отличие диаграмм (рис. 4, а), которые показывают функциональные зависимости для левой и правой

частей полученного равенства, можно проиллюстрировать только при помощи графика абсолютной погрешности (рис. 4, б), которая измеряется тысячными долями.

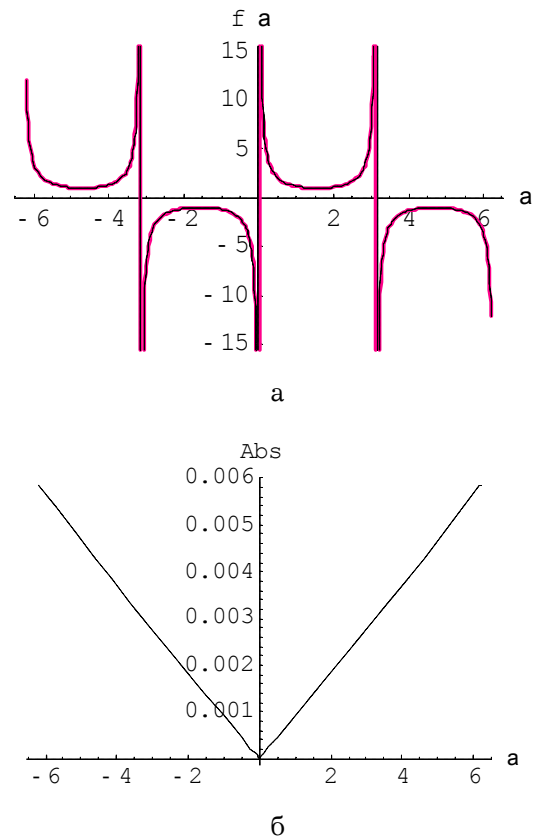


Рис. 4. Графическое совпадение зависимостей (а) и абсолютная погрешность вычислений (б), проведенных по формуле (6) при  $p=1$

**Пример 5.** При  $p=2$  формула (6) принимает вид:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\alpha - k\pi)^2} = \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Графически едва ли можно различить кривые (рис. 5), иллюстрирующие зависимости из левой и правой частей последнего равенства в интервале  $-3\pi < \alpha < 3\pi$  (ось абсцисс), поскольку абсолютная погрешность вычислений в указанном интервале (рис. 6) определяется также тысячными долями.

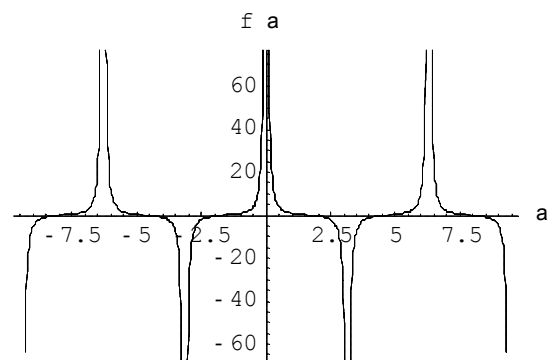


Рис. 5. Совпадение графиков, построенных для левой и правой частей формулы (6) при  $p=2$

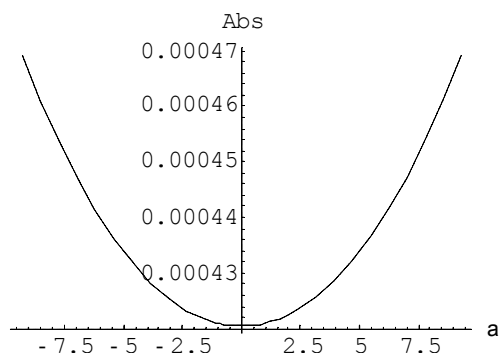


Рис. 6. График абсолютной погрешности для формулы (6) при  $p=2$

**Пример 6.** При  $p=4$  для формулы (6) получаем следующие иллюстрации. На рис. 7, а представлены внешне также едва различимые зависимости, построенные в интервале  $-3\pi < \alpha < 3\pi$ . Ввиду быстрого роста/убывания функции вблизи асимптот  $\alpha = \pi n$  при  $n \in \mathbb{Z}$  график абсолютной погрешности не является наглядной иллюстрацией в этом случае. Тут более приемлема относительная оценка (рис. 7, б).

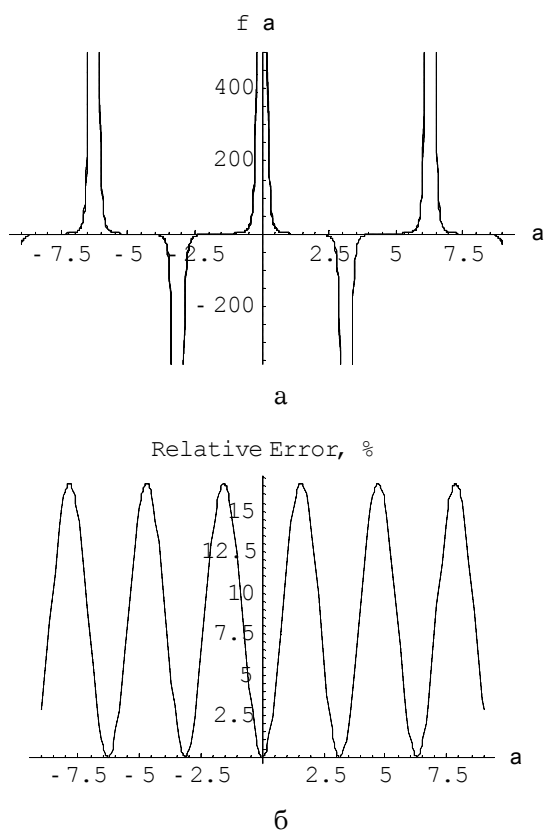


Рис. 7. Иллюстрации для формулы (6) при  $p=4$ : а – графики функций; б – относительная погрешность вычислений

## Выводы

1. Современные стандартные математические программы такие, как Mathematica 4.1, в среде которой выполнялись расчеты, во многих случаях (когда общий член ряда быстро убывает и достаточно мал) дают одинаковые результаты при удерживании 20, 50 и 100 слагаемых.

2. Приведенные численные результаты показывают, что “потери” при усечении ряда могут составлять до 15%. Они возрастают у границ интервала изменения переменной.

3. *Научная новизна* заключается в методе получения формул, по которым выполнен численный расчет, подтверждающий его состоятельность.

4. *Практическая значимость и перспективы.* Взаимопроникновение телекоммуникационных и компьютерных технологий подтверждает практическую целесообразность использования методов радиотехники в компьютерных вычислениях и наоборот, что приводит к появлению нового качества. Что касается применения предложенного метода точного суммирования рядов, то полученные новые научные результаты практически ориентированы на существенное уменьшение погрешности при расчетах как радиотехнических устройств (в части анализа и моделирования антенно-фидерных систем, волноводно-резонаторных устройств), так и в вычислительных сопроцессорах (для повышения точности и быстродействия обработки специальных математических функций).

**Литература:** 1. *Chumachenko S.V.* Summation method of selected series for IP-core design // Proc. East-West Design & Test Conference. 2003. P. 197-203. 2. *Чумаченко С.В.* Гильбертовы пространства с воспроизводящими ядрами и некоторые их применения // Радиоэлектроника и информатика. 2003. №4. С. 141-144. 3. *Чумаченко С.В.* Теоремы о некоторых интегральных тождествах на основе метода суммирования рядов в ГПВЯ // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 1. С. 113-115. 4. *Чумаченко С.В.* Решение интегро-сумматорных уравнений и систем сложной структуры на основе методов суммирования рядов в ГПВЯ // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 2. С.122-125. 5. *Chumachenko S.V., Gowher Malik, Khavar Parvez.* Reproducing Kernel Hilbert Space Methods for CAD Tools // Proc. East-West Design & Test Workshop. 2004. P. 247-250. 6. *Чумаченко С.В.* Суммирование двойных рядов на основе методов ГПВЯ // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 4. С. 140-143. 7. *Chumachenko S.V., Govhar Malik, Imran Saif Chattha.* Series Summation Method in HSRK // Proc. of the international Conference TCSET'2004 “Modern Problems of Radio Engineering Telecommunications and Computer Science”. February 24-28. 2004. Lviv-Slavsko, Ukraine. P. 248-250.

Поступила в редколлегию 07.03.2005

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. Чурюмов Г.И.

**Чумаченко Светлана Викторовна**, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры АПВТ ХНУРЭ. Научные интересы: теория рядов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-326.