

## ПОВЕРШИННЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ПОСИМВОЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

### Введение

В системах беспроводной связи при существенной асимметрии энергетических потенциалов базовых станций и маломощных абонентских устройств для повышения дальности связи, при сохранении пропускной способности канала связи, целесообразно использовать последовательные методы передачи на линии абонентское устройство – базовая станция. При использовании последовательных [1, 2, 3] методов передача производится пошагово. При этом на каждом шаге может быть принято решение как продолжить передачу текущего символа абонентским устройством, так и перейти к передаче следующего символа. Данное решение может приниматься на базовой станции и передаваться на указанное абонентское устройство. Последовательная посимвольная передача в направлении базовой станции часто приводит к сокращению средней энергии маломощных абонентских устройств, используемой на передачу одного символа [1, 2, 3].

Достаточно часто главной причиной отказа от практического использования метода последовательного анализа, лежащего в основе последовательной посимвольной передачи, является «отсутствие эффективных методов оптимизации, анализа и проектирования усеченных последовательных процедур, оптимизация которых оказалась весьма сложной математической проблемой» [4]. Разрешению указанной проблемы посвящена статья.

### Постановка задачи

На основе последовательности бинарных импульсов от абонентского устройства на базовой станции формируется последовательность бинарных признаков. На основе последних определяется значение передаваемого абонентским устройством бинарного символа. Тем самым проверяется простая гипотеза  $H_0$  (что принимаемый символ соответствует «0») против простой альтернативы  $H_1$  (что принимаемый символ соответствует «1»). Заданы их априорные вероятности  $q$  и  $p=1-q$  соответственно. Количество используемых абонентским устройством импульсов не фиксировано, но не может быть больше заданного  $N$ . Заданы условные вероятности нулевого  $1-\alpha_n$  ( $\beta_n$ ) и единичного  $\alpha_n$  ( $1-\beta_n$ ) значений  $n$ -го признака, формируемого базовой станцией на основе импульсов абонентского устройства, при справедливости гипотезы  $H_0$  ( $H_1$ ), при чем  $\alpha_n < 0.5$ ,  $\beta_n < 0.5$ . Проверке  $n$ -го признака соответствуют затраты  $z_n$ . Задан требуемый уровень значимости – вероятность ошибки первого рода (отвергается истинная гипотеза  $H_0$ )  $\alpha_3^*$ , вероятность ошибки второго рода (принимается ложная гипотеза  $H_0$ )  $\beta^*$  может принимать несколько значений.

Пусть  $N$  выбрано так, что существуют последовательные  $N$ -усеченные решающие правила (РП) с мощностью  $D^* = 1-\beta^*$  не ниже заданной  $D_3^*$  и уровнем значимости  $\alpha^*$  равным заданному значению  $\alpha_3^*$ :

$$D^* \geq D_3^* \quad (\beta^* \leq \beta_3^*), \quad \alpha^* = \alpha_3^* \quad (1)$$

при этом оптимальными из них являются РП с минимальными средними затратами:

$$Z_{cp} \rightarrow \min. \quad (2)$$

Для заданного уровня значимости  $\alpha_3^*$  и различных значений мощности правила  $D_3^*$  в общем случае оптимальными будут различные правила. При этом количество оптимальных правил конечно и они могут быть объединены в соответствующее множество.

**Определение 1.** Множество Парето-оптимальных последовательных усеченных решающих правил проверки простой гипотезы против простой альтернативы (МПОРП) включает все оптимальные  $N$ -усеченные последовательные решающие правила для которых  $\alpha_i^* = \alpha_j^*$  и из  $i > j$  следует:

$$((\beta_i^* < \beta_j^*) \cap (z_i > z_j)) \cup ((\beta_i^* = \beta_j^*) \cap (z_i = z_j)), \quad (3)$$

где  $Z_i$  – затраты  $i$ -го РП,  $i, j$  – номера решающих правил множества.

Необходимо найти множество Парето-оптимальных  $N$ -усеченных последовательных РП с заданным уровнем значимости  $\alpha_3^*$ .

### Анализ публикаций

Общий вид детерминированного последовательного РП проверки простой гипотезы против простой альтернативы следующий [1]:

$$\delta_n(y^n) = \begin{cases} d_0, & \ell(y^n) \leq A_n; \\ d_1, & \ell(y^n) \geq B_n; \\ d_n, & \ell(y^n) \in ]A_n, B_n[, \end{cases} \quad (4)$$

где  $n = \overline{1, N}$  – номер шага последовательного правила;  $y^n$  – выборка  $n$ -го шага последовательного правила;  $\ell(y^n)$  – значение отношения правдоподобия (ОП) для выборки  $y^n$ ;  $d_n$  – решение о продолжении наблюдений;  $d_0, d_1$  – решения о прекращении наблюдений и принятии или отклонении гипотезы  $H_0$  соответственно;  $A_n, B_n$  – граничные значения ОП  $n$ -го шага последовательного РП.

При дискретных наблюдениях для обеспечения точного равенства вероятности ошибки первого рода  $\alpha^*$  заданному значению  $\alpha_3^*$  может производиться переход к рандомизированным решающим правилам [3]. Если допустить рандомизацию при решении вопроса о продолжении наблюдений, то достижимы любые наперед заданные вероятности ошибок  $\alpha_3^*$  и  $\beta_3^*$  [3]:

$$\delta_n(y^n) = \begin{cases} d_1, & (\ell(y^n) > B_n) \cup ((\ell(y^n) = B_n) \cap (\eta < \gamma_{B_n})); \\ d_0, & (\ell(y^n) < A_n) \cup ((\ell(y^n) = A_n) \cap (\eta < \gamma_{A_n})); \\ d_n, & (A_n < \ell(y^n) < B_n) \cup (((\ell(y^n) = A_n) \cap (\eta \geq \gamma_{A_n})) \cup ((\ell(y^n) = B_n) \cap (\eta \geq \gamma_{B_n}))), \end{cases}$$

где  $\eta$  – случайная величина, равномерно распределенная на интервале  $[0, 1]$ ;  $\gamma_{A_n}, \gamma_{B_n}$  – граничные значения случайной величины  $\eta$  в граничных точках области прекращения наблюдений.

В последовательных правилах могут использоваться пороги Вальда [1]. Если имеет место "эффект перескока порогов" статистикой отношения правдоподобия [1], то пороги Вальда "часто не обеспечивают заданных значений вероятностей ошибочных решений" и их "в реальных системах использовать нельзя" [4]. К настоящему времени [2] получены приближенные значения порогов для случая далеких гипотез и ряда других частных случаев. Также разработана общая методика нахождения их точных значений, предписывающая решение систем нелинейных уравнений большой размерности.

В работе [4] для определения значений оптимальных порогов при заданных статистиках в рамках введенной структуры последовательного правила используется подход, который включает три основных этапа: статистическое моделирование значений используемых статистик для каждой из проверяемых гипотез и оценка показателей качества процедуры; формирование локализованной (наименьшей) области, в которой следует проводить поиск оптимальных параметров процедуры; быстрый поиск в локализованной области и определение оптимальных значений параметров процедуры. Недостатком данного подхода является необходимость проведения широкомасштабного имитационного моделирования.

## Дерево останова (ДО) последовательного решающего правила при использовании бинарных наблюдений

Дискретность экспериментов по проверке признаков и их результатов, а также возможность формальной упорядоченности совокупности данных экспериментов позволяет использовать бинарные деревья для представления хода и возможных результатов последовательного процесса формирования выборки [5, 6]. Под бинарным деревом понимается упорядоченное дерево, у которого из каждой вершины выходят либо две дуги (внутренние вершины), либо ни одной (концевые вершины) [7]. Уровнем вершины в таком дереве называется расстояние от этой вершины до корня. Внутренние вершины графа  $n$ -го уровня соответствуют точкам пространства наблюдений (ПН)  $n$ -го шага последовательного правила, принадлежащим области продолжения наблюдений. Дуги, выходящие из внутренней вершины дерева, характеризуют возможные результаты проверки бинарного признака, соответствующего данной вершине. В концевых вершинах (КВ) графа проверки признаков не проводятся. Следовательно, каждая концевая вершина является точкой терминального ПН. РП принятия решения об истинности гипотезы  $H_0$  синтезируется над множеством концевых вершин методами математической статистики и каждой КВ дерева ставится в соответствие определенное решение. В терминах последовательного анализа введенное дерево соответствует правилу останова и может быть названо деревом останова (ДО) последовательного РП [2].

Каждой вершине  $\vartheta_i$  дерева останова соответствует значение безусловной  $P(\vartheta_i)$  и условных  $P(\vartheta_i / H_0)$ ,  $P(\vartheta_i / H_1)$  вероятностей попадания выборки в нее, а также значение отношения правдоподобия:

$$\ell(\vartheta_i) = P(\vartheta_i / H_1) / P(\vartheta_i / H_0).$$

Средние затраты последовательного РП, представленного деревом останова, определяются выражением

$$Z_{\text{cp}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{внв}}} z(\vartheta_i) P(\vartheta_i),$$

где  $N_{\text{внв}}$  – число внутренних вершин дерева останова РП;  $z(\vartheta_i)$  – затраты на проверку признака, соответствующего внутренней вершине ДО  $\vartheta_i$ .

## Введение квазирандомизированных последовательных $N$ -усеченных решающих правил проверки простой гипотезы против простой альтернативы

При использовании ДО для представления хода и возможных результатов эксперимента решение о продолжении наблюдений  $d_n$  может зависеть от вершины ДО, в которую попала выборка. При этом на  $n$ -м шаге последовательного РП при равенстве значения отношения правдоподобия граничным значениям проверки признаков прекращаются либо продолжают-ся в зависимости от вершины ДО, в которую попала выборка  $y^n$ :

$$\delta_n(y^n) = \begin{cases} d_m, & \text{при } \bar{g}; \\ d_n, & \text{при } g, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\bar{g} = (\ell(\vartheta_i^n) < A_n) \cup (\ell(\vartheta_i^n) > B_n) \cup ((\ell(\vartheta_i^n) = A_n) \cap (\vartheta_i^n \notin \Omega_{\text{ннн}})) \cup ((\ell(\vartheta_i^n) = B_n) \cap (\vartheta_i^n \notin \Omega_{\text{ннн}}))$ ;  $\Omega_{\text{ннн}}$  – область продолжения наблюдений  $n$ -го шага последовательного РП;  $d_m$  – терминальное РП,  $\vartheta_i^n$  – вершина дерева останова  $n$ -го уровня.

Если условие продолжения наблюдений  $g$  не выполнено, то терминальное РП принимает значения:

$$d_m = \begin{cases} d_1, & (\ell(\vartheta_i) > \ell_r) \cup ((\ell(\vartheta_i) = \ell_r) \cap (\eta < \gamma_0)); \\ d_0, & (\ell(\vartheta_i) < \ell_r) \cup ((\ell(\vartheta_i) = \ell_r) \cap (\eta \geq \gamma_0)), \end{cases}$$

где  $\ell_r$  – минимальное значение ОП выборки, принадлежащей критической области терминального РП (ОП границы критической области);  $\gamma_0$  – параметр РП – константа, выбранная таким образом, чтобы вероятность отвергнуть истинную гипотезу  $H_0$  в точности равнялась заданной вероятности ошибки первого рода  $\alpha_3^*$ .

Для наглядности, каждой концевой вершине может быть поставлен в соответствие параметр РП  $\gamma(\vartheta_i)$ :

$$\gamma(\vartheta_i) = \begin{cases} 0, & \text{при } d_m = d_0; \\ 1, & \text{при } d_m = d_1; \\ \gamma_0, & \text{при } (\ell(\vartheta_i) = \ell_r) \cap (\gamma_0 < 1). \end{cases} \quad (6)$$

При этом определения критической и допустимой областей вводятся как области ПН в которых параметр РП равен 0 и 1 соответственно [4].

*Определение 2.* Концевая вершина со значениями ОП  $\ell(\vartheta_i) = \ell_r$  и параметра РП  $0 < \gamma(\vartheta_i) < 1$  называется расщепляемой.

Последовательные РП (5) можно назвать квазирандомизированными, а детерминированные последовательные РП (4) являются их подмножеством.

### Повершинный метод

При заданном критерии синтеза РП вероятности ошибок первого и второго рода оптимального терминального РП полностью определяются терминальным ПН. При этом терминальное ПН полностью определяется используемым деревом останова. Тем самым любое оптимальное терминальное РП, поставленное в соответствие дереву останова, характеризуется одними и теми же значениями  $\alpha_3^*$  и  $\beta_3^*$ . Следовательно, синтез последовательного правила в условиях поставленной задачи сводится к выбору дерева останова (ДО) и синтезу оптимального РП над терминальным ПН, соответствующим выбранному ДО.

Множество деревьев останова с заданными характеристиками может быть получено повершинным методом. Метод относится к классу пошаговых. На каждом шаге из исходных деревьев текущего шага создаются соответствующие дочерние. На первом шаге используется одно исходное дерево, состоящее из корня и двух потомков. Формирование одного дочернего дерева текущего шага осуществляется превращением одной КВ одного исходного дерева текущего шага во внутреннюю добавлением к ней двух потомков. Данная операция названа продлением концевой вершины. Исходное дерево, продлеваемая КВ и их обозначения приведены на рис. 1.

При реализации повершинного метода задаются три правила: правило определения наличия у концевой вершины исходного дерева свойств продлеваемой (Правило А), правило ликвидации дочерних деревьев текущего шага (Правило В) и правило формирования множества деревьев останова (последовательных РП) с заданными свойствами (Правило С).

На очередном (текущем) шаге повершинного метода формирования МПОРП выполняются следующие операции:

1. Из каждого исходного дерева формируется столько дочерних деревьев, сколько КВ обладает свойствами продлеваемых (Правило А).
2. Если множество дочерних деревьев текущего шага пусто – ВЫХОД.
3. Ликвидируются все дочерние деревья текущего шага со свойствами ликвидируемых (Правило В).
4. Оставшиеся дочерние деревья являются исходными деревьями следующего шага, а также используются для доформирования искомого множества деревьев останова с заданными свойствами (Правило С).

Повершинный метод при заданных правилах А, В и использовании определения (3) в качестве правила С приводит к различным по эффективности алгоритмам решения задачи (1)÷(3).

## Повершинный метод с продлением конечных вершин, приводящим к последовательным РП со сниженной вероятностью ошибки второго рода

Продление не каждой КВ (даже с возможным последующим продлением ее потомков) приводит к снижению вероятности ошибки второго рода (ВОВР) соответствующего последовательного РП. Вместе с тем ВОВР РП может быть уменьшена продлением расщепляемых КВ, а также, при определенных условиях, продлением отдельных КВ допустимой, критической областей и совместным продлением КВ из этих областей. В процессе исследований были доказаны следующие утверждения.

*Утверждение 1.* При продлении  $i$ -й КВ допустимой области со значением ОП  $l(\mathcal{G}_i) < l_\Gamma$  (рис. 2, а) вероятность ошибки второго рода РП  $\beta^*$  уменьшится, если значение ОП  $l_{\max}(\mathcal{G}_{in})$  хотя бы одного из ее потомков (уровня не больше  $N$ ) превысит значение  $l_\Gamma$  ОП границы критической области исходного дерева ( $\beta^* \downarrow$  при  $l_{\max}(\mathcal{G}_{in}) > l_\Gamma$ ).

*Утверждение 2.* При продлении  $j$ -й КВ критической области со значением РП  $\gamma(\mathcal{G}_j) = 1$  (рис. 2, б) вероятность ошибки второго рода РП  $\beta^*$  уменьшится, если значение ОП  $l_{\min}(\mathcal{G}_{jn})$  хотя бы одного из ее потомков (уровня не больше  $N$ ) меньше хотя бы одного значения ОП допустимой области исходного дерева ( $\beta^* \downarrow$  при  $((\gamma(l_\Gamma) = 1) \cap (l_{\min}(\mathcal{G}_{jn}) < l_{\text{доп max}})) \cup ((\gamma(l_\Gamma) < 1) \cap (l_{\min}(\mathcal{G}_{jn}) \leq l_{\text{доп max}}))$ ), иными словами:

$$\beta^* \downarrow \text{ при } l_{\min}(\mathcal{G}_{jn}) < l_{\text{доп max}},$$

где  $l_{\text{доп max}} = \begin{cases} l_\Gamma, & \text{при } \gamma(l_\Gamma) < 1; \\ l_{\text{доп max}}, & \text{при } \gamma(l_\Gamma) = 1, \end{cases}$  – максимальное значение ОП конечных вершин допустимой области),  $l_{\text{доп max}}$  – максимальное значение ОП конечных вершин допустимой области со значениями ОП  $l(\mathcal{G}_j) < l_\Gamma$ ).

*Утверждение 3.* Если условия первого ( $l_{\max}(\mathcal{G}_{in}) > l_\Gamma$ ) и второго ( $l_{\min}(\mathcal{G}_{jn}) < l_{\text{доп max}}$ ) утверждений не выполняются, то вероятность ошибки второго рода РП уменьшится при одновременном продлении  $i$ -й КВ допустимой области со значением ОП  $l(\mathcal{G}_i) < l_\Gamma$  и  $j$ -й КВ критической области со значением ОП  $l(\mathcal{G}_j) > l_\Gamma$  (рис. 2, в), если минимальное значение ОП  $l_{\min}(\mathcal{G}_{jn})$  потомка (уровня не больше  $N$ )  $j$ -й КВ меньше максимального значения ОП  $l_{\max}(\mathcal{G}_{in})$  потомка (уровня не больше  $N$ )  $i$ -й КВ

$$(\beta^* \downarrow \text{ при } l_{\min}(\mathcal{G}_{jn}) < l_{\max}(\mathcal{G}_{in}) \cap l_{\max}(\mathcal{G}_{in}) \leq l_\Gamma \cap l_{\min}(\mathcal{G}_{jn}) \geq l_{\text{доп max}}).$$

*Утверждение 4.* При продлении  $i$ -й расщепляемой КВ ( $(l(\mathcal{G}_i) = l_\Gamma) \cap (\gamma(\mathcal{G}_i) > 0)$ ) (уровня менее  $N$ ) вероятность ошибки второго рода РП уменьшится (рис. 2, г)

$$\beta^* \downarrow \text{ при } (l(\mathcal{G}_i) = l_\Gamma) \cap (\gamma(\mathcal{G}_i) > 0).$$

При использовании результатов, приведенных в утверждениях 1–4, при реализации повершинного метода правила В, С остаются без изменений. Правило А формулируется следующим образом: во всех исходных деревьях текущего шага продлеваются все КВ уровня меньше  $N$ , продление которых (может быть с последующим продлением их потомков уровня менее  $N$ ) приводит к снижению ВОВР соответствующего РП.

Продление КВ, не приводящее к снижению ВОВР последовательного РП, увеличивает его средние затраты и не снижает ВОВР РП, по определению. Следовательно, не существует последовательных РП, входящих в искомый МПОРП, которые могут быть получены последовательностью продлений КВ, в которой хотя бы на одном шаге продлевается КВ, не обладающая указанным свойством. Таким образом, повершинный метод с продлением только конечных вершин, приводящим к снижению ВОВР последовательного РП позволяет решить поставленную в статье задачу.

**Поверхинный метод с продлением конечных вершин из множества Парето-оптимальных конечных вершин текущего дерева**

*Определение 3.* Множество Парето-оптимальных конечных вершин исходного дерева (МПОКВ) включает только конечные вершины, продление которых (может быть с последующим продлением их потомков), приводит к РП с  $\alpha^* = \alpha_j^*$ , для которых из  $i > j$  следует

$$((\Delta\beta_i^* > \Delta\beta_j^*) \cap (z_i > z_j)) \cup ((\Delta\beta_i^* = \Delta\beta_j^*) \cap (z_i > z_j)), \quad (7)$$

а дерево останова которых включает в себя рассматриваемое исходное дерево.

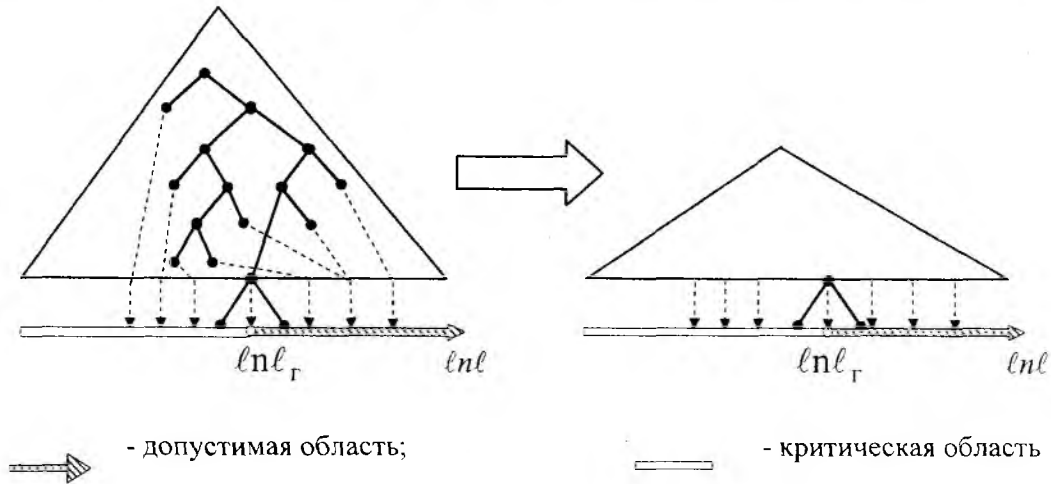


Рис. 1

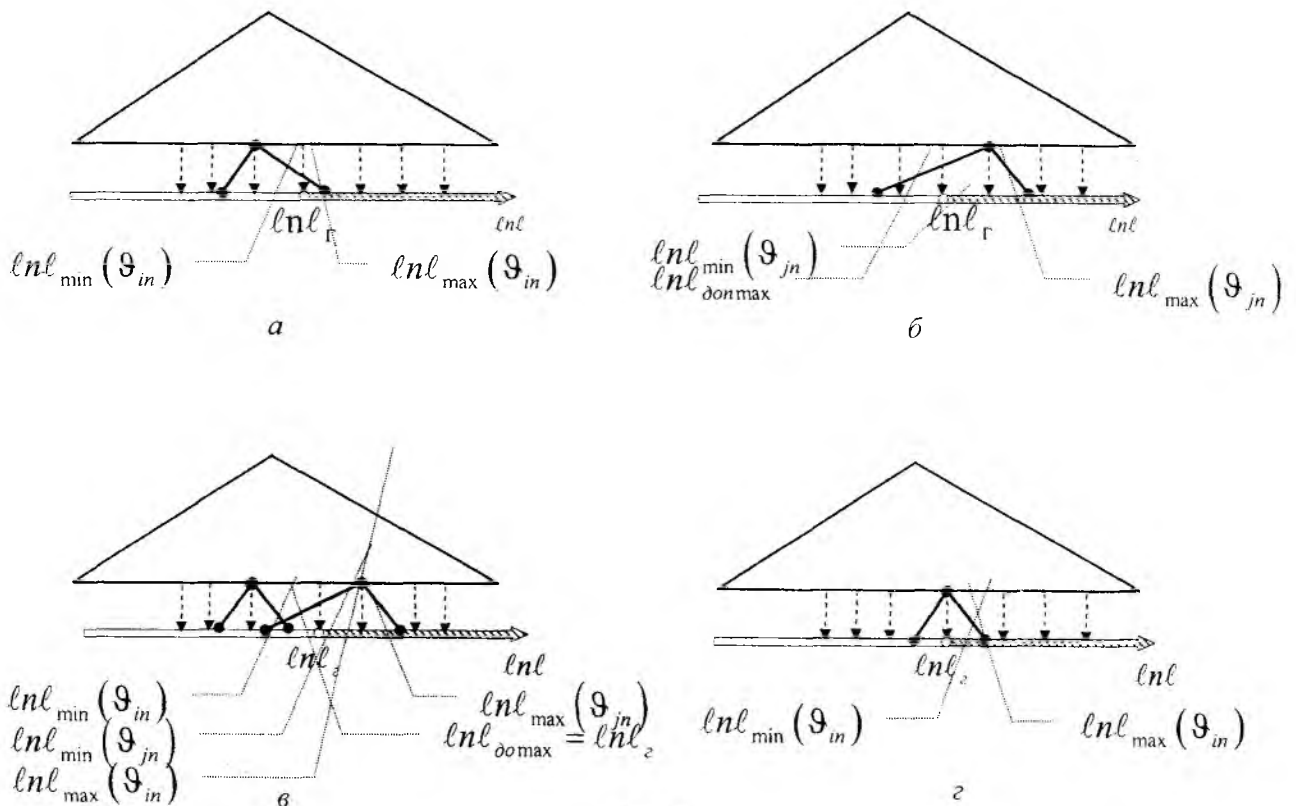


Рис. 2

*Утверждение 5.* Все деревья, принадлежащие МПОРП, могут быть получены попершинным методом, в котором продлеваются только вершины, принадлежащие МПОКВ исходных деревьев текущего шага.

*Правила продления КВ для определения их принадлежности МПОКВ следующие.*

1. КВ допустимой области (со значением ОП  $\ell(\mathcal{S}_i) < \ell_{cr}$ ) продлеваются (Утверждение 1), если их правые потомки (уровня не более  $N$ ) принадлежат критической области соответствующего дочернего дерева. Причем продление правых потомков КВ производится до тех пор пока они не попадут в критическую область соответствующего дочернего дерева, либо их уровень не станет равным  $N$ .

2. КВ критической области, не являющиеся расщепляемыми, продлеваются, если продление их левых потомков приведет к условиям Утверждений 2,3. При чем при одновременном выполнении условий Утверждения 3 и принадлежности пары вершин МПОКВ (7) считается, что МПОКВ принадлежит только вершина пары, принадлежащая критической области исходного дерева.

3. Расщепляемые КВ продлеваются (Утверждение 4).

4. КВ деревьев останова, полученных с использованием Правил 1÷3 в дальнейшем продлеваются в соответствии с ними.

**Повершинный метод с эвристическим формированием множества Парето – оптимальных конечных вершин текущего дерева.**

Определение всех элементов МПОКВ текущего дерева достаточно трудоемко, так как использование Правила 4 приводит к почти полному перебору возможных деревьев останова.

При исследовании результатов применения попершинного метода было установлено два факта. Во-первых, для получения РП из МПОРП достаточно последовательного  $M$ -кратного продления КВ деревьев останова решающих правил, принадлежащих МПОРП определенного шага попершинного метода. Таким образом, в правило В дополнительно может быть включено условие ликвидации дочернего дерева останова текущего шага, если оно и предшествующие ему исходные деревья на  $M$  предыдущих шагах метода не были включены в МПОРП текущих шагов метода.

Во-вторых. Повершинным методом с продлением конечных вершин из множества Парето-оптимальных КВ текущего дерева можно сформировать МПОРП даже исключив Правило 4. Однако для этого Правила 1 и 3 должны быть дополнены следующим.

1. Продление правых потомков КВ допустимой области исходного дерева может производиться до тех пор пока их уровень не станет равным  $N$  (однако рекомендуется не более 2÷3 продлений после первого попадания их потомка в критическую область соответствующего дочернего дерева).

3. При рассмотрении расщепляемых КВ продлеваются их расщепляемые потомки.

При этом при применении обоих правил в МПОКВ может быть включено несколько элементов с одной и той же КВ исходного дерева, но разными значениями приращения затрат и снижения ВОВР РП.

### **Выводы**

Задача оптимизации параметров последовательной передачи данных с маломощного абонентского устройства на базовую станцию сведена к задаче синтеза последовательного решающего правила проверки простой гипотезы против простой альтернативы по последовательности бинарных признаков. Введено множество Парето-оптимальных последовательных РП с заданным уровнем значимости включающее РП, отличающиеся между собой мощностью. Предложен попершинный метод формирования данного множества и введено несколько его модификаций. С применением разработанного программного продукта получаемые с использованием попершинного метода решения сравнивались с результатами полного перебора (для  $N < 6$ ). Случая несовпадения результатов последней из приведенных в статье модифика-

ций метода и полного перебора выявлено не было. Предложенный метод обладает хорошими селективными возможностями. Так для случая  $\alpha_n = \alpha = 10^{-5}$ ,  $\alpha_s^* = 10^{-7}$ ,  $\beta_n = \beta = 0.2$  и использовании  $M = 6$  при  $N = 4$  методом было сформировано 15 деревьев останова (из них 12 соответствовало МПОРП) из 677 возможных [8], аналогично при  $N = 5$  – 36(28) из 458330, при  $N = 6$  – 95 (74) из  $>2.1 \cdot 10^{11}$ , при  $N = 9$  – 3526 (2713) из  $>3.7 \cdot 10^{90}$ , при  $N = 10$  – 14168 (6088) из  $>1.4 \cdot 10^{181}$ , при  $N = 12$  – 210167 (14513) из  $>2.0 \cdot 10^{362}$ .

**Список литературы:** 1. Вальд А. Последовательный анализ: Пер. с англ. / Под ред. Б.А. Севастьянова. М.: Физматгиз, 1960. 328 с. 2. Тартаковский А.Г. Последовательные методы в теории информационных систем. М.: Радио и связь, 1991. 280 с. 3. Сосулин Ю.Г. Последовательное обнаружение сигналов: проблемы и перспективы // Радиотехника. 1998. Т. 53. № 10. С. 39-47. 4. Леман Э. Проверка статистических гипотез: Пер. с англ. / Под ред. Ю.В. Прохорова. М.: Наука, 1979. 408 с. 5. Саваневич В.Е. Постановка задачи синтеза алгоритмов минимальной сложности // Системы обробки інформації. Зб. наук. праць. Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. 2002. Вип. 4 (20). С. 67 – 69. 6. Саваневич В.Е. Синтез последовательного обнаружителя объекта по бинарно квантованным сигналам // Системы обробки інформації. Зб. наук. праць. Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. 2002. Вип. 5 (21). С. 15 – 22. 7. Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. СПб.: БХВ-Петербург, 2003 1104с. 8. Саваневич В.Е., Польшина Л.В. Бинарные деревья с внутренними бинарными вершинами: количество и кодирование // АСУ и приборы автоматики. 2005. Вып. 131. С. 4 – 11.

*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 17.09.2007*