УДК 621.372.061.3.001.63:681.3

А. В. КАРПУХИН, канд. техн. наук, Ж. В. ДЕЙНЕКО, М. В. КЛИМЕНКО

ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Введение

Одним из направлений в создании высоконадежных микроэлектронных устройств вычислительной техники и систем управления является разработка многофункциональных частотных элементов на основе нелинейных резонансных цепей (НРЦ) [1]. Такие цепи являются нелинейными динамическими системами с малым параметром, содержащимся в правой части дифференциального уравнения, описывающего данные системы

До настоящего времени, с инженерной точки зрения, не был разработан единый подход к проблеме проектирования НРЦ. Недостаточно внимания уделялось вопросам формализации и алгоритмизации всего процесса проектирования данного класса цепей, начиная от составления исходных уравнений и заканчивая проектированием конкретного устройства, не рассматривались вопросы оптимизации параметров НРЦ. Все авторы, изучавшие вопросы теории нелинейных колебаний в НРЦ, показывали в своих работах, что нелинейные цепи данного типа можно эффективно исследовать с помощью аналитического построения асимптотических решений на ЭВМ «МИР-2» (1-е и 2-е приближения) с последующим численным исследованием статических и динамических характеристик.

Вызывает особый интерес построение системы моделирования НРЦ с применением асимптотических методов для получения любого наперед заданного приближения решения в аналитическом виде с последующим анализом поведения НРЦ на фазовой плоскости, а также расчет статических и динамических характеристик.

Математическое построение аналитических решений базируется на использовании рекуррентных формул [2]. Реализация алгоритмов получения приближений высоких порядков стала возможной с появлением современной системы аналитических вычислений «Аналитик 2006» [3], на которой базируется построение вторичных математических моделей нелинейных динамических систем, являющихся аналитическим решением исходных уравнений НРЦ.

Чрезвычайно важной является подсистема построения и анализа фазовых портретов динамической системы. Алгоритм ее работы основывается на принципах, изложенных в работах [4–6].

Математические модели нелинейных динамических систем

Изучение динамических явлений и процессов, возникающих в различных областях естествознания, приводит к исследованию нелинейных математических моделей. В силу нелинейности этих моделей и ограниченных возможностей аналитических и качественных методов такое исследование практически невозможно провести без применения численных методов и привлечения компьютеров. При этом наибольшего успеха удается достичь, если комбинировать аналитические и численные методы. Такой комбинированный подход называют численно-аналитическим. Сочетание современных аналитических методов с большими сериями расчетов на компьютере требует разработки адекватных математических моделей и ориентированного на эти модели комплекса эффективных методов, алгоритмов и средств программной поддержки компьютерного эксперимента. Чисто количественный подход, заключающийся в численном решении исходных уравнений, не позволяет определить связь между характеристиками схемы и ее физическими параметрами. При этом невозможно составить общую картину поведения системы.

Составление дифференциальных уравнений всегда связано с некоторой идеализацией действительности, так что соответствующие дифференциальные уравнения всегда являются математическим описанием некоторой упрощенной модели реальных явлений. Кроме того, даже в тех областях, в которых общие принципы составления дифференциальных уравнений известны, рассмотрение частных задач всегда требует неформальных соображений. Формализация составления исходных уравнений НРЦ является важной, но трудноразрешимой задачей.

Для исследования динамических систем до сих пор использовались два разных подхода, отличающиеся типом математической модели, которая отражает поведение такой системы [6]. При одном подходе математическая модель динамической системы S основывается на понятии состояния x, под которым понимается описание системы S в некоторый момент времени, и на понятии оператора T, определяющего изменение этого состояния x во времени. Оператор T указывает процедуру, выполняя которую можно по описанию $x(t)$ в момент времени t найти описание $x(t + \Delta t)$ той же системы в некоторый следующий момент времени $t + \Delta t$. Если оператор T не зависит явно от времени, то система S называется автономной, в противном случае – неавтономной. Состояние x системы S можно рассматривать как точку некоторого пространства Φ, называемого фазовым пространством системы S. Изменению состояния x отвечает в фазовом пространстве Φ движение соответствующей точки, которая называется изображающей. При этом движении изображающая точка описывает кривую, называемую фазовой траекторией. Фазовое пространство Φ и оператор T составляют математическую модель динамической системы. Исследование поведения динамической системы при таком подходе сводится к изучению характера разбиения фазового пространства Φ на траектории и к выяснению зависимости структуры этого разбиения от значений физических параметров системы.

Это означает, что знание состояния системы в некоторый данный момент времени позволяет определить состояние системы в любой будущий и прошедший момент времени.

Другой подход к изучению динамических систем основан на исследовании функциональной стороны рассматриваемой системы. Этот подход может диктоваться невозможностью или отсутствием необходимости проникнуть во все тонкости внутренней структуры динамической системы. Поэтому система в этом случае трактуется как некий «черный ящик», обладающий входными и выходными переменными. Между этими переменными «черный ящик» реализует связь, определяемую некоторым оператором. Таким образом, математическая модель при втором подходе определяется пространствами входов и выходов, а также оператором, который осуществляет однозначное преобразование входных переменных в выходные.

Построение и реализация математических моделей

В общем случае НРЦ описываются нелинейными дифференциальными уравнениями достаточно сложного вида [1, 6, 7]:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left[m(\tau)\dfrac{d(x\pm y)}{dt}\right]+h(\tau)\dfrac{d(x\pm y)}{dt}+K(\tau)(x\pm y)=F(\tau,\theta)+\varepsilon\Phi_1\left(\tau,x,\dfrac{dx}{dt},\dfrac{d^2x}{dt^2},\dfrac{d^3x}{dt^3},\dfrac{dy}{dt},y\right); \\ \dfrac{dy}{dt}=\varepsilon\Phi_2\left(\tau,x,y,\dfrac{dx}{dt}\right), \end{cases} \quad (1)$$

где τ – «медленное время»; $m(\tau)$, $h(\tau)$, $K(\tau)$ – медленно меняющиеся параметры; $\theta = \int\nu(\tau)dt$; $\nu(\tau)$ – мгновенная частота внешнего периодического воздействия $F(\tau,\theta)$; $\varepsilon\Phi_1$, $\varepsilon\Phi_2$ – нелинейные полиномиальные функции относительно $x, y, \dfrac{dx}{dt}, \dfrac{d^2x}{dt^2}, \dfrac{d^3x}{dt^3}$; x – переменное напряжение на полупроводниковом конденсаторе; y – нормированное напряжение в цепи автосмещения где скорость протекающих процессов значительно ниже, чем в самом контуре НРЦ; ε – малый параметр.

Они содержат малые нелинейные члены с производными не только первого, но и более высоких порядков. Вопрос сводится к тому, чтобы найти решение системы уравнений или, другими словами, проинтегрировать ее. Интегрирование системы можно считать выполненным, если решение удается найти в виде равномерно и абсолютно сходящихся рядов. Однако такие ряды могут сходиться настолько медленно, что ими фактически нельзя воспользоваться [2, 8].

В ряде случаев уравнения НРЦ можно привести к более простому виду, например последовательно-параллельный контур с емкостью *p-n* перехода описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2 x=\varepsilon F\left(t,x,\dfrac{dx}{dt},\dfrac{d^2x}{dt^2}\right)+\Phi(t); \\ \dfrac{dy}{dt}=F_1\left(x,\dfrac{dx}{dt},y\right), \end{cases} \tag{2}$$

где $\Phi(t)$ – внешнее воздействие.

При использовании асимптотического метода Крылова–Боголюбова–Митропольского [4] решение уравнений НРЦ ищется в виде ряда

$$x=\alpha\cos\psi+\varepsilon u_1(\alpha,\nu t,\vartheta)+\varepsilon^2 u_2(\alpha,\nu t,\vartheta)+\ldots\ \varepsilon^m u_m(\alpha,\nu t,\vartheta), \tag{3}$$

в котором амплитуда α и фаза ϑ колебаний определяются из системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{d\alpha}{dt}=\varepsilon A_1(\alpha,\vartheta)+\varepsilon^2 A_2(\alpha,\vartheta)+\ldots+\varepsilon^m A_m(\alpha,\vartheta); \\ \dfrac{d\vartheta}{dt}=\omega-\dfrac{P}{q}\nu+\varepsilon B_1(\alpha,\vartheta)+\varepsilon^2 B_2(\alpha,\vartheta)+\ldots+\varepsilon^m B_m(\alpha,\vartheta), \end{cases} \tag{4}$$

где $\psi=\vartheta+\dfrac{P}{q}\nu t$, ω – собственная частота НРЦ, ν – частота внешней периодической силы, числа P и q определяют вид резонанса.

Проблема сходимости асимптотических рядов для дифференциальных уравнений, содержащих в правых частях производные независимой переменной x от первого до n-го порядка включительно – трудоемкая математическая задача. В работе [2] показано эффективное применение асимптотического метода для анализа нелинейных последовательно-параллельных резонансных контуров, которые описываются дифференциальными уравнениями, содержащими под знаком малого параметра производные не выше третьего порядка.

Существующие методы решения нелинейных дифференциальных уравнений делятся на аналитические и численные.

Для численного нахождения решений существуют мощные средства в виде современных компьютеров нового поколения с большим быстродействием и объемом памяти. Интегрирование дифференциальных уравнений используется широко и может быть проведено с большой точностью различными программными средствами. Численные методы не всегда являются перспективными для решения уравнений, описывающих НРЦ, так как значительно затрудняется возможность определения функциональных зависимостей между характеристиками резонансной цепи и ее физическими параметрами.

Применение же аналитических методов позволяет применить качественные методы анализа дифференциальных уравнений на фазовой плоскости на первом этапе их исследования, выбрав в качестве фазовых переменных амплитуду α и фазу ϑ.

Качественные методы являются наиболее строгими в теории нелинейных цепей и позволяют извлечь всю необходимую информацию относительно возможных в системе (схеме) движений (явлений) непосредственно из вида дифференциального уравнения, т.е. изучить нелинейную систему в целом. Решения обыкновенных дифференциальных уравнений часто удобнее изображать не в привычном виде $y^1(t), \ldots, y^L(t)$, а в *фазовом пространстве*, по осям которого откладываются значения каждой из найденных функций. При этом аргумент t входит в графики лишь параметрически. В случае двух дифференциальных уравнений такой график фазовый портрет системы является кривой на фазовой плоскости и поэтому особенно нагляден [9–12].

Так как регулярных методов интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений в общем виде и строгих методов построения фазового портрета исследуемой нелинейной динамической системы не существует, то для исследования поведения НРЦ в фазовом пространстве часто наиболее простым является метод приближенного графического интегрирования или метод построения приближенного фазового портрета системы [4, 8, 10].

Путем анализа фазовых портретов можно определить наличие (или отсутствие) устойчивых режимов цепи, релаксационных процессов, характера перехода системы из одного состояния в другое. Поэтому применение качественных методов для анализа дифференциальных уравнений, описывающих физические процессы внутри системы, является важным этапом исследования НРЦ.

Для построения фазовых траекторий были выбраны два метода – классический метод приближенного графического интегрирования (метод изоклин [8]) и метод решения дифференциальных уравнений вида (4). Метод изоклин – один из наиболее широко используемых графических методов приближенного интегрирования, заключается в приближенном построении «сетки» траекторий. Совокупность фазовых траекторий образует фазовый портрет НРЦ. Качественное исследование НРЦ на фазовой плоскости состоит в построении и анализе фазовых портретов при различных параметрах схемы.

Построив изоклины достаточно густо, можно затем приближенно строить траектории рассматриваемой системы. Построение такой сетки траекторий [5, 8, 9] позволяет иногда «нащупать» предельные циклы, существующие у этой системы, а также «угадать», каково расположение сепаратрис.

Если в рассматриваемую систему входят параметры, то, задавая их значения и строя для каждого из этих значений приближенную картину траекторий, можно получить «галерею картин» разбиений фазовой плоскости на траектории. Построенное таким образом семейство фазовых портретов позволяет выбрать значения параметров НРЦ, которые обеспечат ее работу в требуемом режиме.

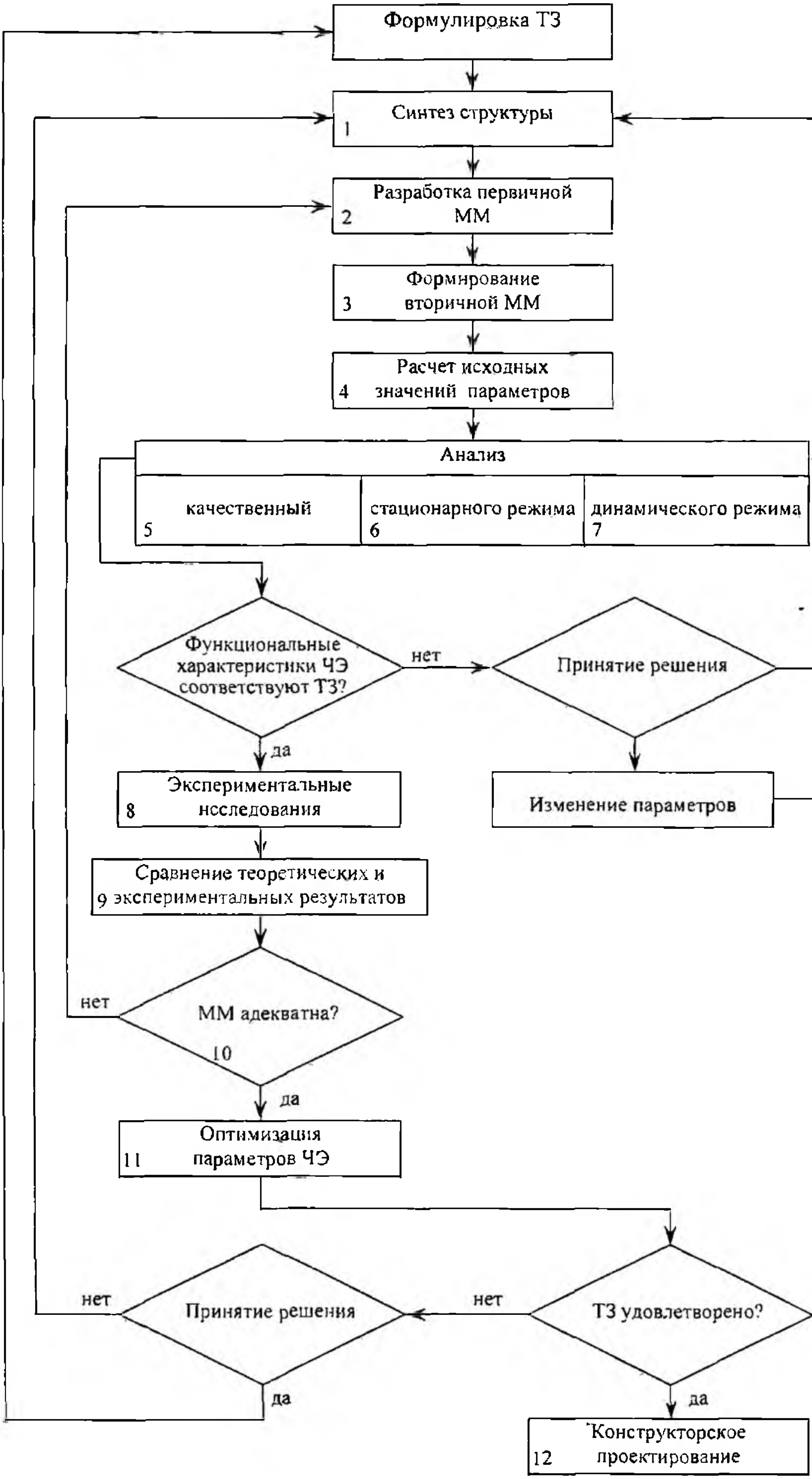
Приведенный алгоритм построения фазовых портретов дает возможность получить семейство фазовых портретов НРЦ при различных значениях их параметров, а анализ фазовых портретов – определить качественную картину переходных процессов в НРЦ, значения амплитуды и фазы стационарных колебаний в устойчивых состояниях. Эта информация значительно сокращает время, необходимое для проведения анализа стационарного и динамического режимов НРЦ.

Особенности моделирования нелинейных резонансных цепей

Проектирование НРЦ представляет сложный многоэтапный процесс. Синтез структуры НРЦ производится проектировщиком на основе всестороннего анализа данных о возможных в цепи физических явлениях. На рис. 1 представлены основные этапы проектирования НРЦ. На первых этапах (1–3 блоки схемы) решаются вопросы выбора адекватной модели устройства (системы), полностью описывающей работу устройства в нужном режиме. Учитываются ограничения, накладываемые на параметры системы (устройства).

Моделирование НРЦ приводит к необходимости решать нелинейные дифференциальные уравнения достаточно сложного вида. Получение этих уравнений – чрезвычайно важный этап анализа нелинейных систем. На данном этапе необходимо исходить из полной математической модели (ММ), исследуемой резонансной цепи, которая должна описывать все наиболее важные физические процессы, происходящие в анализируемой схеме. Важной задачей является разработка ММ компонентов НРЦ, определяющих связь их электрических характеристик с физическими и конструктивно-технологическими параметрами. В таком виде полная ММ может быть использована для разработки первичной ММ. Данный процесс можно автоматизировать, формализовав процедуру построения исходного нелинейного дифференциального уравнения с тем, чтобы привести его к стандартному виду, пригодному для применения в дальнейшем численных методов решения и построения фазовых портретов.

Аналитический этап (первые три блока схемы) состоит в получении аналитического вида решения исходных уравнений и его качественном исследовании. С помощью современных средств вычислительной техники можно выполнить данный этап проектирования, используя системы компьютерной алгебры, в частности быстро развивающийся и постоянно обновляющийся алгоритмический язык «Аналитик-2006» [3].



Формулировка ТЗ
Синтез структуры
1
Разработка первичной ММ
2
Формнрование вторичной ММ
3
Расчет исходных значений параметров
4
Анализ
качественный
5
стационарного режима
6
динамического режима
7
Функциональные характеристики ЧЭ соответствуют ТЗ?
нет
Принятие решения
да
Экспериментальные нсследования
8
Изменение параметров
Сравнение теоретических и экспериментальных результатов
9
нет
ММ адекватна?
10
да
Оптимизация параметров ЧЭ
11
нет
Принятие решения
нет
ТЗ удовлетворено?
да
да
Конструкторское проектирование
12

Рис. 1

С помощью аналитических преобразований на третьем этапе осуществляется переход от исходных дифференциальных уравнений второго порядка к системе дифференциальных уравнений первого порядка относительно «медленных» параметров периодического процесса: амплитуды и фазы.

На следующем четвертом шаге проектирования производится решение полученной системы дифференциальных уравнений и построение фазовых портретов. Решая систему двух трансцендентных уравнений (3), полученных на предыдущих этапах проектирования, находим координаты особых точек, которые являются состояниями равновесия исследуемой системы. На основе существующих численных методов решения систем дифференциальных уравнений строятся фазовые портреты. Численное решение так называемых «укороченных» дифференциальных уравнений вида (1), полученных в результате выполнения аналитического этапа анализа, позволяет исследовать переходные процессы в нелинейной схеме в различных режимах, устанавливать их длительность, определять влияние различных факторов на поведение системы в целом.

Степень адекватности математической модели физическому прототипу определяется в результате проведения эксперимента и сравнения данных, полученных в эксперименте, с теоретическими. Одной из решаемых задач проектирования радиоэлектронных устройств является оптимизация их параметров. На этом этапе исследуется поведение системы в окрестности особых точек (состояний равновесия системы), рассчитываются параметры с учетом ограничений. Функции ограничения выбираются обычно из физических соображений и выражают физическую реализуемость устройства, конструктивные и технологические требования.

На завершающем этапе (блок 12) осуществляется конструкторско-технологическое проектирование НРЦ в виде микроэлектронных элементов (например, элементов многоуровневой логики [12]). Такие элементы представляют собой интегральные микросхемы, в которых применяются высокочастотные компоненты (пленочные СВЧ индуктивности, полосковые линии), а также варикапы с заданной вольт-фарадной характеристикой [13].

Построение фазовых портретов динамических систем

Системы нелинейных уравнений вида (4) были решены в MATLAB численно с использованием классического метода Рунге-Кутта четвертого-пятого порядков. При таком подходе фазовые траектории описываются как параметрические кривые x(t), y(t). MATLAB предлагает алгоритмы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений, имеются также команды для построения графиков решения дифференциальных уравнений и фазовых траекторий. Они применяются для разных систем и используют различные схемы численного интегрирования.

Для построения фазовых портретов была разработана программа на языке MATLAB, с помощью которой были построены фазовые портреты для типичных динамических систем, которые содержат производные по времени t и описывают динамику различных физических параметров. Ограничимся в дальнейшем минимальными комментариями, приведем примеры и графики решений, а также фазовые портреты для некоторых моделей.

В качестве тестового примера рассмотрим решение уравнения Ван дер Поля, описывающего электрические колебания в замкнутом контуре, состоящем из соединенных последовательно конденсатора, индуктивности, нелинейного сопротивления и элементов, обеспечивающих подкачку энергии извне. Неизвестная функция времени $y(t)$ имеет смысл электрического тока, а в параметре ε заложены количественные соотношения между составляющими электрической цепи, в том числе и нелинейной компонентой сопротивления. Уравнение Ван дер Поля имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \varepsilon\left(1 - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right)\frac{dx}{dt} + x = 0. \qquad (5)$$

Из уравнения второго порядка легко перейти к системе уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y, \\ \dfrac{dy}{dt} = \varepsilon(1 - x^2)y - x. \end{cases} \tag{6}$$

В случае, когда $\varepsilon = 0$. интегральные кривые уравнения (6) образуют семейство концентрических окружностей с центром в начале координат, и тогда это уравнение будет соответствовать простым гармоническим колебаниям.

Решение уравнения Ван дер Поля для $\varepsilon = 1$ представляет собой автоколебания, и их характеристики (амплитуда, частота) не зависят от начальных условий, а определяются исключительно свойствами самой динамической системы. Через некоторое время расчетов после выхода из начальной точки решение выходит на один и тот же цикл колебаний, называемый предельным циклом. Аттрактор типа предельного цикла является замкнутой кривой на фазовой плоскости. К нему асимптотически притягиваются все окрестные траектории, выходящие из различных начальных точек, как изнутри (рис. 2), так и снаружи предельного цикла.

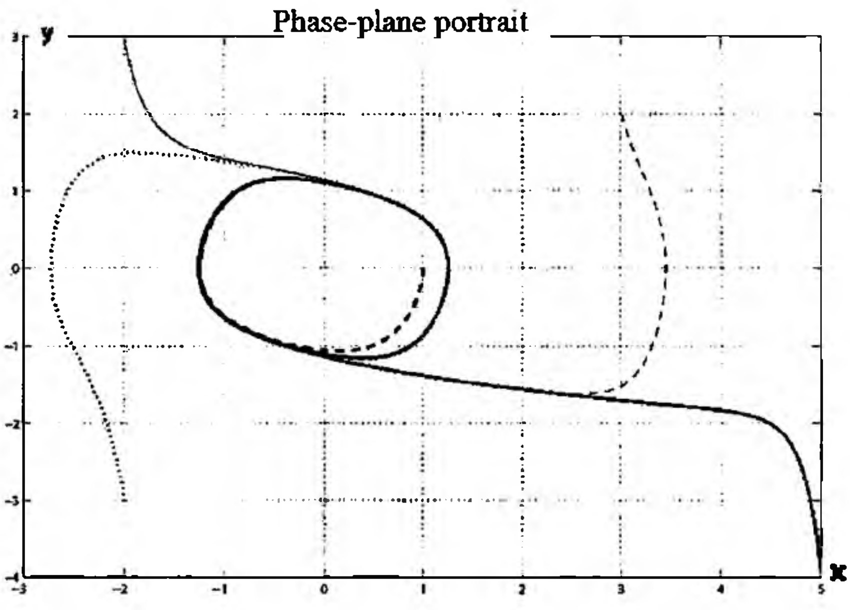


Рис. 2

Полученные результаты подтвердили корректность работы данной программы.

В качестве другого примера динамической системы была рассмотрена НРЦ, содержащая нелинейный контур с управляемой нелинейностью – емкостью *p-n* перехода [1]. Основой такой цепи является автогенератор с нелинейным контуром, работа которого синхронизируется напряжением внешнего источника. В результате решения исходного дифференциального уравнения для этой НРЦ были получены два дифференциальных уравнения для амплитуды и фазы колебаний заряда на нелинейной емкости *p-n* перехода (7). Они могут быть использованы в качестве фазовых переменных при построении фазовых портретов:

$$\begin{aligned} &\frac{da}{dt} = -\frac{1}{2}\left(Za + \frac{1}{48}\varepsilon a^3 S_2^*(7 - 2a)\right) + \frac{\varepsilon}{2} W \cos\upsilon; \\ &\frac{d\upsilon}{dt} = \omega - \nu + \frac{1}{8\omega}\left(\xi - \varepsilon S_0^* - \frac{9}{4}\varepsilon\bar{\lambda}a^2\right)Z + \frac{\varepsilon^2 a^2}{24\omega}\left(S_0^* + \bar{\lambda} + \bar{\lambda}a^3\right)(S_2^* + 4\bar{\lambda}) + \\ &+ \frac{\varepsilon^2 a^4 \bar{\lambda}}{8\omega}(S_2^* + \bar{\lambda}) + \frac{\varepsilon S_0^*}{4\omega} Z + \frac{9\varepsilon\bar{\lambda}}{8\omega} a^2 Z - \frac{\varepsilon}{2\alpha} W \sin\upsilon; \\ &Z = \xi - \varepsilon S_0^* - \frac{3}{4}\varepsilon\bar{\lambda}a^2; \quad W = \left[\frac{S_0^*}{2\varphi_k(1 + b)} + a^2 S_1^*\right] E_1. \end{aligned} \tag{7}$$

Один из фазовых портретов, полученных путем интегрирования уравнений (7), приведен на рис. 3.

Из анализа приведенного фазового портрета следует, что при данных значениях параметров нелинейная система имеет три особые точки: два устойчивых фокуса и одно седло. Наличие трех особых точек характерно для области скачков на амплитудно-частотной характеристике колебательной системы (зона триггерного режима). Две точки, которые являются фокусами, соответствуют двум разным установившимся значениям амаплитуды заряда на нелинейной емкости. Точка, являющаяся седлом, соответствует неустойчивому состоянию системы на участке кривой левого склона амплитудно-частотной характеристики, имеющем отрицательный наклон. Траектория перехода из одного устойчивого состояния в другое определяется способом управления системой, и в частном случае при управлении частотой может проходить через неустойчивую точку. Рассматриваемая нелинейная динамическая система (автогенератор) может работать в триггерном режиме в силу наличия на ее АЧХ неустойчивой ветви с «отрицательным» наклоном. При питании элемента последовательностью прямоугольных импульсов он может работать в многоустойчивом режиме и быть основой для создания элементов многозначной логики. При этом такие элементы на основе автогенератора имеют большую нагрузочную способность, чем элементы на основе обычного контура [1].

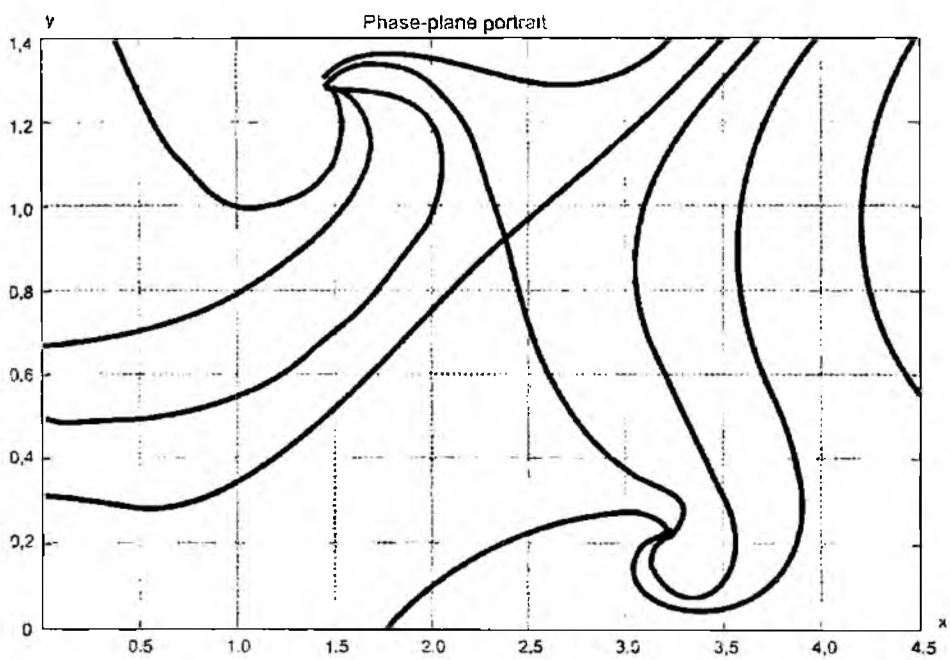


Рис. 3

Параметры системы имели следующие значения $b = 3$, $E1 = 0,5B$, $\omega = 3,14 \cdot 10^6$, $\nu/\omega = 1,05$.

Конструктивное исполнение данных элементов возможно в виде гибридной интегральной схемы, в которой используются навесные варикапы [13], а в качестве индуктивного элемента используется тонкопленочная структура [16].

Выводы

Предложен общий подход к проектированию нелинейных динамических систем с малым параметром, основанный на применении численно-аналитических методов.

Изложена методика проектирования НРЦ с использованием асимптотических методов теории колебаний. Показаны преимущества данного подхода по сравнению с использованием только численного подхода.

В качестве примеров применения данной методики приведены некоторые результаты моделирования нелинейных резонансных систем, которые могут быть использованы как логические элементы вычислительной техники (например, элементы многоуровневой логики).

Объем статьи не позволил более подробно рассмотреть вопросы конструкторско-технологического проектирования таких элементов, что будет сделано в следующих публикациях.

Одним из важнейших этапов проектирования динамических систем является анализ поведения радиоэлектронных динамических систем в фазовом пространстве. Поэтому этим вопросам в работе уделено особое внимание. Для построения фазовых портретов были использованы метод изоклин и численный метод решения дифференциальных уравнений.

Результаты исследования могут быть использованы при создании многофункциональных элементов, в частности элементов многозначной логики.

Данная методика применима и для анализа динамических систем другой физической природы.

Список литературы: 1. *Яловега Г.И., Карпухин А.В., Лоза Ю.Х., Слипченко Н.И.* Проектирование частотного элемента на основе автогенератора // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. Х.: Выща шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985. Вып. 75. С.144-147. 2. *Молчанов А.А.* Об асимптотических методах теории колебаний в некоторых задачах нелинейной радиотехники // Изв. высш. уч. зав. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 7. С.987-998. 3. *Клименко В.П., Ляхов А.Л., Фишман Ю.С.* Основные тенденции развития языков систем компьютерной алгебры // Математичні машини і системи. 2002. № 2. С. 29-64. 4. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Физматгиз, 1963. 412 с. 5. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний. М.: Наука; Физматгиз, 1981. 568 с. 6. *Митропольский Ю.А., Молчанов А.А.* Машинный анализ нелинейных резонансных цепей. Киев: Наук. думка, 1981. 238 с. 7. *Карпухин А.В., Лоза Ю.Х., Яловега Г.И.* Математическое моделирование // Проектирование интегральных частотных элементов на основе нелинейных резонансных цепей. Автоматизация проектирования электронной аппаратуры: Межвед. тем. науч. сб. Таганрог: ТРТИ, 1983. Вып.2. С.53-56. 8. *Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г.* Качественная теория динамических систем. М.: Наука, 1966. 568 с. 9. *Немыцкий В.В., Степанов В.В.* Качественная теория дифференциальных уравнений. М., 1949. 10. *Капчинский И.М.* Методы теории колебаний в радиотехнике. М.; Л., 1954. 352 с. 11. *Молчанов А.А.* Моделирование и проектирование сложных систем. К.: Выща шк. Головное изд-во, 1988. 359 с. 12. *Bondarenko M.F., Karpukhin A.V., Chetverikov G.G., Deyneko Zh.V.* Application of a numerically analytical method for Simulation of Non-Linear Resonant Circuits // Proceedings of the 10-th "Mixed design of integrated circuits and systems" (MIXDES 2003), Lodz (Poland). 2003. P. 399-401. 13. *Гончаров Б.И., Дущенко В.К., Карпухин А.В.* О реализации оптимального умножителя частоты на основе емкости *p-n* перехода // Радиотехника: Респ. межвед. науч.-техн. сб. Х.: Вища шк., 1974. Вып. 31. С. 104-112. 14. *Джон Г. Мэтьюз, Куртис Д. Финк.* Численные методы. Использование MATLAB. 3-е изд. М.: Изд. Дом «Вильямс», 2001. 720 с. 15. *Дьяконов В.П.* MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. (Серия «Полное руководство пользователя»). 16. *Александров В.В, Карпухин А.В.* Особенности конструктивного расчета и технологии изготовления микроэлектронных устройств обмена информацией // Изв. высш. уч. зав. Приборостроение, 1977. Т.XX. №5. С. 120-124.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 22.03.2007