

АППРОКСИМАЦИЯ УКОРОЧЕННЫХ УРАВНЕНИЙ УДВОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

Синхронизированные автогенераторы широко используются в технике связи, радиоэлектронике, информационно-измерительной технике для решения задач демодуляции сигналов, их усиления, синтеза и стабилизации частоты, нелинейной фильтрации и т.д. Для их исследования разработан ряд аналитических методов. Это различные модификации метода усреднения [1,2], метод разделения частот [3], квазилинейный метод [4] и другие. Большинство из них приводят к укороченным дифференциальным уравнениям, решение которых осуществляется численными методами, отнимающими много времени и сил и не позволяющими эффективно анализировать автогенераторы и их системы [5,6]. Целью настоящей статьи является адаптация метода линейной аппроксимации для решения укороченных уравнений синхронизированного одноконтурного LC-автогенератора в режиме умножения частоты на два, а также исследование влияния отрицательной фазовой обратной связи (ОФОС).

Математическая модель гармонического удвоителя частоты с ОФОС. Рассмотрим, для определенности, автогенератор с трансформаторной обратной связью, (рис.1). Полученные результаты существенно не изменятся, если исходить из иной схемы одноконтурного автогенератора. Для формирования ФОС сигнал синхронизации $e' = E' \cos(\omega_c t + \varphi_c)$, $\omega_c = \text{const}$ возводится в третью степень, затем устраняется первая гармоника. Третья гармоника перемножается с сигналом синхронизированного автогенератора $u = A \cos(2\omega_c t + \varphi)$. Первая гармоника произведения и есть непосредственный сигнал синхронизации $e = E \cos(\omega_c t + \psi)$, где $\psi = 3\varphi_c - \varphi$, а $E = \text{const}$. Уравнение синхронизированного автогенератора, как известно, можно записать в виде:

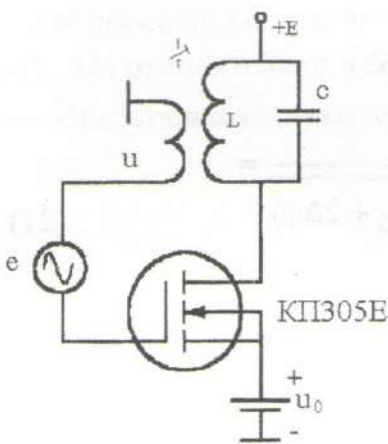


Рис. 1

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega_0 k R \delta \frac{d}{dt} \left(\frac{u}{kR} - i \right) + \omega_0^2 u = 0,$$

где $u = A \cos(2\omega_c t + \varphi)$ – напряжение положительной обратной связи на входе усилительного элемента автогенератора; а i – его ток; ω_0 – резонансная частота контура; $k = M/L$ – модуль коэффициента положительной обратной связи; L и M – индуктивность контура и взаимная индуктивность; R и Q – резонансное сопротивление контура и добротность; $\delta = 1/Q$.

Пусть $E \ll A$, $i = a_0 + a_1 u_y + a_2 u_y^2 + a_3 u_y^3 + a_4 u_y^4 + a_5 u_y^5 + a_6 u_y^6$ – полином, аппроксимирующий нелинейную характеристику безынерционного усилительного элемента $u_y = u + e + u_0$, $u_0 = \text{const}$. Тогда при высокой добротности контура и малом сигнале синхронизации с помощью метода усреднения получим укороченные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} (b_0 y^5 + b_1 y^3 + b_2 y) &= \frac{\varepsilon}{2} B_{1(y)} \cos(3\theta^0), \\ \frac{d\theta^0}{d\tau} - \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y)} \sin(3\theta^0) &= -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2 \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta^0 = \varphi - 2\varphi_c$, $\tau = 2\omega_c t$, $\varepsilon = \delta\alpha$ – малый параметр, $y = A/A_0$ – безразмерная амплитуда, A_0 и A – амплитуды колебаний в автономном режиме и в режиме синхронизации.

$$\Delta\omega/\omega_0 = (2\omega_c - \omega_0)/\omega_0 \ll 1, \quad b_0 = \frac{5}{8}fA_0^4, \quad b_1 = \frac{3}{4}A_0^2(5fE^2 + \gamma), \quad c_2 = -1 + \frac{3}{2}E^2(\gamma + \frac{5}{4}fE^2),$$

$$B_{1(y)} = B_1 + B_2y^2 + B_3y^4, \quad B_{2(y)} = B_4/y + B_5y + B_6y^3, \quad B_1 = -B_4 = -\frac{E^2}{2A_0}(\beta + \delta E^2 + 15/16gE^4),$$

$$B_2 = -\frac{9}{4}E^2A_0(\delta + 5/2gE^2), \quad B_3 = -\frac{75}{16}gE^2A_0^3, \quad B_5 = \frac{3}{4}E^2A_0(\delta + 5/2gE^2), \quad B_6 = \frac{15}{16}gE^2A_0^3,$$

$\alpha = (kR\alpha_0 - 1) > 0$, k – коэффициент положительной обратной связи; R – сопротивление контура автогенератора при резонансе, ω_0 – резонансная частота контура,

$$\alpha_0 = a_1 + 2a_2u_0 + 3a_3u_0^2 + 4a_4u_0^3 + 5a_5u_0^4 + 6a_6u_0^5, \quad \beta_0 = a_2 + 3a_3u_0 + 6a_4u_0^2 + 10a_5u_0^3 + 15a_6u_0^4,$$

$$\gamma_0 = a_3 + 4a_4u_0 + 10a_5u_0^2 + 20a_6u_0^3, \quad \delta_0 = a_4 + 5a_5u_0 + 15a_6u_0^2, \quad f_0 = a_5 + 6a_6u_0, \quad g_0 = a_6,$$

$$\beta = \beta_0/\alpha_0, \quad \gamma = \gamma_0/\alpha_0, \quad \delta = \delta_0/\alpha_0, \quad f = f_0/\alpha_0, \quad g = g_0/\alpha_0, \quad \alpha_0 = 1/(kR) - \alpha_0.$$

Уравнения (1) являются математической моделью одноконтурного LC-автогенератора с мягким самовозбуждением в режиме умножения частоты на два с ОФОС. Считаем, что автогенератор уже синхронизирован и мы имеем дело с изменением частоты и фазы сигнала синхронизации.

Устойчивость колебаний. Исходя из системы уравнений (1) можно записать уравнения для малых возмущений амплитуды δy и фазы $\delta\varphi$ колебаний:

$$\frac{d(\delta y)}{d\tau} = a\delta y + b\delta\varphi,$$

$$\frac{d(\delta\varphi)}{d\tau} = c\delta y + d\delta\varphi,$$

$$a = \frac{\varepsilon}{2}[(dB_{1(y)}/dy)\cos(3\theta^0) - dB_{0(y)}/dy], \quad b = -3\frac{\varepsilon}{2}B_{1(y)}\sin(3\theta^0), \quad d = 3\frac{\varepsilon}{2}B_{2(y)}\cos(3\theta^0),$$

$$c = \frac{\varepsilon}{2}(dB_{2(y)}/dy)\sin(3\theta^0), \quad dB_{0(y)}/dy = 5b_0y^4 + 3b_1y^2 + b_2.$$

Эта система позволяет получить характеристическое уравнение

$\lambda^2 - (a + d)\lambda + ad - cb = 0$. Согласно критерию Рауса-Гурвица, колебания устойчивы, если $-(a + d) > 0$ и $ad - cb > 0$. Анализ показывает, что неравенства удовлетворяются, когда фазовый сдвиг находится в пределах $\pi/2 < 3\theta^0 < 3/2\pi$. Поскольку устойчивые колебания для данного умножителя имеют сдвиг фазы равный π , при нулевой расстройке $\Delta\omega/\omega_0$, то для

аппроксимации его укороченных уравнений переходим к новой переменной $3\theta^1 = 3\theta^0 - \pi$:

$$\frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}(b_0y^5 + b_1y^3 + b_2y) = -\frac{\varepsilon}{2}B_{1(y)}\cos(3\theta^1), \quad (2)$$

$$\frac{d\theta^1}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}B_{2(y)}\sin(3\theta^1) = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2\frac{d\varphi_c}{d\tau}.$$

Аппроксимация укороченных уравнений. Точное решение укороченных уравнений (1), как и (2), найти не представляется возможным. В основу подхода к аппроксимации укороченных уравнений положена одна из тенденций развития методов теории нелинейных колебаний – учет особенностей функционирования исследуемых схем, по аналогии с [7]. Наличие избирательной колебательной системы с высокой добротностью уже позволило пренебречь высшими производными медленно меняющихся функций – амплитуды и фазы колебаний и получить укороченные уравнения. В данной работе предлагается учесть особенность

функционирования синхронизированного автогенератора, состоящую в малой длительности процесса установления амплитуды колебаний по сравнению с длительностью процесса установления сдвига фазы. Т.е. амплитуда колебаний для данного мгновенного значения сдвига фазы может быть найдена из первого уравнения системы (2), полагая $dy/d\tau = 0$. Тогда

$$\begin{aligned} b_0 y^5 + b_1 y^3 + b_2 y &= -B_{1(y)} \cos(3\theta^1), \\ 3\theta^1 &= \arcsin[-(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} B_K / B_{(y)}], \end{aligned} \quad (3)$$

где $B_{(y)} = \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y)}$; $B_K = B_{(y)}$ при $y = y_K$; y_K – значение безразмерной амплитуды колебаний на конце полосы синхронизации; $(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} = (\Delta\omega/\omega_0 + 2d\varphi_c/d\tau + d\theta^1/d\tau) / B_K$ – эквивалентная нормированная расстройка.

Легко видеть, что в полосе синхронизации $-1 \leq (\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН} \leq 1$. Система (3) описывает фазовую характеристику синхронизированного автогенератора $3\theta^1 = f[(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}]$. В определенной части полосы синхронизации она достаточно точно может быть аппроксимирована линейной функцией:

$$\theta_a = 3\theta^1 = [-(\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{ЭН} \frac{B_K}{B_0} / (1 - \Delta_c)], \quad (4)$$

где $B_0 = \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y_0)}$. y_0 – определяется из первого уравнения системы (3) при $\theta^1 = 0$.

Как и в [7], аппроксимация оптимальна, если абсолютные величины погрешностей в точке $(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(1)} = 0$ и некоторой иной точке $|(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)}|$ одинаковы: $\delta\theta_a^{(1)} = -\delta\theta_a^{(2)}$. Тогда

$$\Delta_c = [1 + (\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{ЭН}^{(2)} \frac{B_K}{B_0} / (3\theta^1)^{(2)}] / 2 \quad (5)$$

где $(3\theta^1)^{(2)}$ – фазовый сдвиг, соответствующий расстройке $(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}^{(2)}$, определяемый по фазовой характеристике.

Подставляя в выражение (5) соотношение для $(\Delta\omega/\omega_0)_{ЭН}$, имеем:

$$\frac{d\theta^1}{d\tau} + 3B_0(1 - \Delta_c)\theta^1 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2\frac{d\varphi_c}{d\tau}. \quad (6)$$

Это линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, в отличие от укороченных уравнений, легко решается. Пусть $\theta_{(0)}^1 = q$, $\varphi_C = const$, тогда

$$\theta_{(\tau)}^1 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{3B_0(1 - \Delta_c)} (1 - \exp(-3B_0(1 - \Delta_c)\tau)) + q \exp(-3B_0(1 - \Delta_c)\tau). \quad (7)$$

Подобное выражение для автогенератора без ФОС имеет вид:

$$\theta_{(\tau)}^1 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{B_0(1 - \Delta_c)} (1 - \exp(-B_0(1 - \Delta_c)\tau)) + q \exp(-B_0(1 - \Delta_c)\tau).$$

Сравнивая зависимости, легко видеть, что данная ФОС уменьшает фазовый сдвиг и длительность переходного процесса. Последнее имеет существенное значение, поскольку синхронизированные автогенераторы являются одним из эффективных средств обработки сигналов, в частности преобразования очень малых изменений частоты сигнала синхронизации в фазовый сдвиг. В этом качестве, согласно [8], они по чувствительности на два порядка превосходят мостовые и резонансные методы измерений. Введение же ФОС позволяет в три раза расширить полосу пропускания.

Эксперимент. Для проверки теоретических результатов использовался одноконтурный автогенератор, представленный на рис. 1, с параметрами: $f_0 = 50 \text{ kHz}$, $E = 0.06 \text{ V}$, $\epsilon = 6.303 \cdot 10^{-4}$, $A_0 = 0.66 \text{ V}$, $R = 11 \cdot 10^3 \Omega$, $\alpha = 0.0397$, $u_0^* = -0.35 \text{ V}$, $k = 0.09$, $\delta = 1/63$, Нелинейную характеристику усилительного элемента автогенератора аппроксимировал полином $i = 1.016 + 3.576u_y - 1.515u_y^2 - 24.19u_y^3 - 43.104u_y^4 - 31.365u_y^5 - 8.379u_y^6 \text{ mA}$ в интервале напряжений $-1.2 < u_y < 0.31$. Пусть $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}^{(2)} = -0.9$, тогда $(3\theta^1)^{(2)} = 1.23$ и $\Delta_c = 0.0719$. Изменения сдвига фазы, рассчитанные по соотношению (7), (тонкие кривые) и по уравнениям (2) (более толстые кривые), представлены на рис. 2, для $\varphi_c = \text{const}$, $\theta_{(0)}^1 = -0.3$. Малое различие между кривыми подтверждает хорошую аппроксимацию укороченных уравнений.

Заключение. В данной работе приведен приближенный метод решения укороченных уравнений синхронизированного одноконтурного автогенератора в режиме удвоения частоты. Новый метод обладает хорошей точностью и позволяет получать интересные зависимости

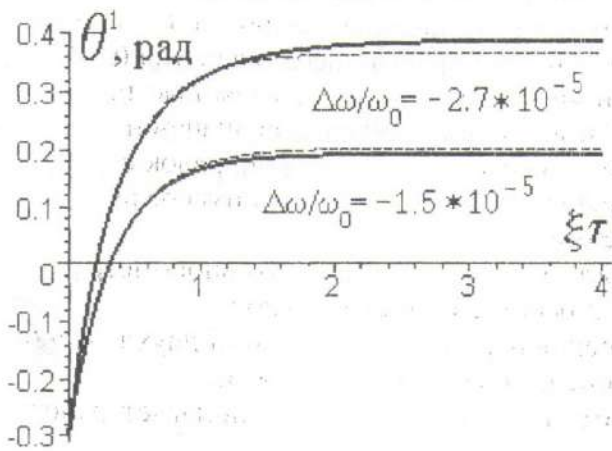


Рис. 2

в виде простых аналитических соотношений. Это дает возможность производить качественный анализ, выявлять физическую сущность исследуемых явлений и создавать простые и достаточно точные методики проектирования. Использование же фазовой обратной связи привело к улучшению быстродействия автогенератора. Совершенствование техники формирования отрицательной ФОС, а также введение иных видов ФОС позволит существенно расширить функциональные возможности синхронизированных автогенераторов.

Список литературы: 1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: ГИФМЛ, 1963. 503 с. 2. Митропольский Ю.А. Методы усреднения в нелинейной механике. К.: Наук думка. 1971. 440 с. 3. Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 320 с. 4. Андреев В.С. Теория нелинейных электрических колебаний. М.: Связь, 1972. 327 с. 5. Шахгильдян В.В., Бурдзейко Б.П. Методы исследования систем фазовой синхронизации // Proc. International Seminar. Nonlinear Circuits and Systems. Moscow, 1992. Vol. 1. P. 171-179. 6. Arena P., Baglio S., Fortuna L., Graziani S. Neural Networks to Generate Poincaré Maps // Proc. International Seminar. Nonlinear Circuits and Systems. Moscow, 1992. Vol. 1. P. 171-179. 7. Rapin V. Synchronized oscillators with the phase negative feedback // IEEE Transactions on Circuits and Systems, CAS-49. № 8. 2002. P. 1242-1245. 8. Полулях К.С. Резонансные методы измерений. М: Энергия, 1980. 120 с.

Украинская инженерно-педагогическая академия

Поступила в редколлегию 16.04.2004

$$\Delta\omega/\omega_0 = (2\omega_c - \omega_0)/\omega_0 \ll 1, \quad b_0 = \frac{5}{8}fA_0^4, \quad b_1 = \frac{3}{4}A_0^2(5fE^2 + \gamma), \quad c_2 = -1 + \frac{3}{2}E^2(\gamma + \frac{5}{4}fE^2),$$

$$B_{1(y)} = B_1 + B_2y^2 + B_3y^4, \quad B_{2(y)} = B_4/y + B_5y + B_6y^3, \quad B_1 = -B_4 = -\frac{E^2}{2A_0}(\beta + \delta E^2 + 15/16gE^4),$$

$$B_2 = -\frac{9}{4}E^2A_0(\delta + 5/2gE^2), \quad B_3 = -\frac{75}{16}gE^2A_0^3, \quad B_5 = \frac{3}{4}E^2A_0(\delta + 5/2gE^2), \quad B_6 = \frac{15}{16}gE^2A_0^3,$$

$\alpha = (kR\alpha_0 - 1) > 0$, k – коэффициент положительной обратной связи; R – сопротивление контура автогенератора при резонансе, ω_0 – резонансная частота контура, $\alpha_0 = a_1 + 2a_2u_0 + 3a_3u_0^2 + 4a_4u_0^3 + 5a_5u_0^4 + 6a_6u_0^5$. $\beta_0 = a_2 + 3a_3u_0 + 6a_4u_0^2 + 10a_5u_0^3 + 15a_6u_0^4$, $\gamma_0 = a_3 + 4a_4u_0 + 10a_5u_0^2 + 20a_6u_0^3$, $\delta_0 = a_4 + 5a_5u_0 + 15a_6u_0^2$, $f_0 = a_5 + 6a_6u_0$, $g_0 = a_6$, $\beta = \beta_0/\alpha_0$, $\gamma = \gamma_0/\alpha_0$, $\delta = \delta_0/\alpha_0$, $f = f_0/\alpha_0$, $g = g_0/\alpha_0$, $\alpha_0 = 1/(kR) - \alpha_0$.

Уравнения (1) являются математической моделью одноконтурного LC-автогенератора с мягким самовозбуждением в режиме умножения частоты на два с ОФОС. Считаем, что автогенератор уже синхронизирован и мы имеем дело с изменением частоты и фазы сигнала синхронизации.

Устойчивость колебаний. Исходя из системы уравнений (1) можно записать уравнения для малых возмущений амплитуды δy и фазы $\delta\varphi$ колебаний:

$$\frac{d(\delta y)}{d\tau} = a\delta y + b\delta\varphi,$$

$$\frac{d(\delta\varphi)}{d\tau} = c\delta y + d\delta\varphi,$$

$$a = \frac{\varepsilon}{2}[(dB_{1(y)}/dy)\cos(3\theta^0) - dB_{0(y)}/dy], \quad b = -3\frac{\varepsilon}{2}B_{1(y)}\sin(3\theta^0), \quad d = 3\frac{\varepsilon}{2}B_{2(y)}\cos(3\theta^0),$$

$$c = \frac{\varepsilon}{2}(dB_{2(y)}/dy)\sin(3\theta^0), \quad dB_{0(y)}/dy = 5b_0y^4 + 3b_1y^2 + b_2.$$

Эта система позволяет получить характеристическое уравнение

$\lambda^2 - (a+d)\lambda + ad - cb = 0$. Согласно критерию Рауса-Гурвица, колебания устойчивы, если $-(a+d) > 0$ и $ad - cb > 0$. Анализ показывает, что неравенства удовлетворяются, когда фазовый сдвиг находится в пределах $\pi/2 < 3\theta^0 < 3/2\pi$. Поскольку устойчивые колебания для данного умножителя имеют сдвиг фазы равный π , при нулевой расстройке $\Delta\omega/\omega_0$, то для

аппроксимации его укороченных уравнений переходим к новой переменной $3\theta^1 = 3\theta^0 - \pi$:

$$\frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}(b_0y^5 + b_1y^3 + b_2y) = -\frac{\varepsilon}{2}B_{1(y)}\cos(3\theta^1), \quad (2)$$

$$\frac{d\theta^1}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}B_{2(y)}\sin(3\theta^1) = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2\frac{d\varphi_c}{d\tau}.$$

Аппроксимация укороченных уравнений. Точное решение укороченных уравнений (1), как и (2), найти не представляется возможным. В основу подхода к аппроксимации укороченных уравнений положена одна из тенденций развития методов теории нелинейных колебаний – учет особенностей функционирования исследуемых схем, по аналогии с [7]. Наличие избирательной колебательной системы с высокой добротностью уже позволило пренебречь высшими производными медленно меняющихся функций – амплитуды и фазы колебаний и получить укороченные уравнения. В данной работе предлагается учесть особенность

функционирования синхронизированного автогенератора, состоящую в малой длительности процесса установления амплитуды колебаний по сравнению с длительностью процесса установления сдвига фазы. Т.е. амплитуда колебаний для данного мгновенного значения сдвига фазы может быть найдена из первого уравнения системы (2), полагая $dy/d\tau = 0$. Тогда

$$\begin{aligned} b_0 y^5 + b_1 y^3 + b_2 y &= -B_{(y)} \cos(3\theta^1), \\ 3\theta^1 &= \arcsin[-(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}} B_{\kappa} / B_{(y)}], \end{aligned} \quad (3)$$

где $B_{(y)} = \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y)}$; $B_{\kappa} = B_{(y)}$ при $y = y_{\kappa}$; y_{κ} – значение безразмерной амплитуды колебаний на конце полосы синхронизации; $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}} = (\Delta\omega/\omega_0 + 2d\varphi_c/d\tau + d\theta^1/d\tau) / B_{\kappa}$ – эквивалентная нормированная расстройка.

Легко видеть, что в полосе синхронизации $-1 \leq (\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}} \leq 1$. Система (3) описывает фазовую характеристику синхронизированного автогенератора $3\theta^1 = f[(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}]$. В определенной части полосы синхронизации она достаточно точно может быть аппроксимирована линейной функцией:

$$\theta_a = 3\theta^1 = [-(\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{\text{ЭН}} \frac{B_{\kappa}}{B_0} / (1 - \Delta_c)], \quad (4)$$

где $B_0 = \frac{\varepsilon}{2} B_{2(y_0)} \cdot y_0$ – определяется из первого уравнения системы (3) при $\theta^1 = 0$.

Как и в [7], аппроксимация оптимальна, если абсолютные величины погрешностей в точке $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}^{(1)} = 0$ и некоторой иной точке $|(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}^{(2)}| < 1$ одинаковы: $\delta\theta_a^{(1)} = -\delta\theta_a^{(2)}$. Тогда

$$\Delta_c = [1 + (\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{\text{ЭН}}^{(2)} \frac{B_{\kappa}}{B_0} / (3\theta^1)^{(2)}] / 2 \quad (5)$$

где $(3\theta^1)^{(2)}$ – фазовый сдвиг, соответствующий расстройке $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}^{(2)}$, определяемый по фазовой характеристике.

Подставляя в выражение (5) соотношение для $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}$, имеем:

$$\frac{d\theta^1}{d\tau} + 3B_0(1 - \Delta_c)\theta^1 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2\frac{d\varphi_c}{d\tau}. \quad (6)$$

Это линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, в отличие от укороченных уравнений, легко решается. Пусть $\theta_{(0)}^1 = q$, $\varphi_c = \text{const}$, тогда

$$\theta_{(\tau)}^1 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{3B_0(1 - \Delta_c)} (1 - \exp(-3B_0(1 - \Delta_c)\tau)) + q \exp(-3B_0(1 - \Delta_c)\tau). \quad (7)$$

Подобное выражение для автогенератора без ФОС имеет вид:

$$\theta_{(\tau)}^1 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{B_0(1 - \Delta_c)} (1 - \exp(-B_0(1 - \Delta_c)\tau)) + q \exp(-B_0(1 - \Delta_c)\tau).$$

Сравнивая зависимости, легко видеть, что данная ФОС уменьшает фазовый сдвиг и длительность переходного процесса. Последнее имеет существенное значение, поскольку синхронизированные автогенераторы являются одним из эффективных средств обработки сигналов, в частности преобразования очень малых изменений частоты сигнала синхронизации в фазовый сдвиг. В этом качестве, согласно [8], они по чувствительности на два порядка превосходят мостовые и резонансные методы измерений. Введение же ФОС позволяет в три раза расширить полосу пропускания.

Эксперимент. Для проверки теоретических результатов использовался одноконтурный автогенератор, представленный на рис. 1, с параметрами: $f_0 = 50 \text{ kHz}$, $E = 0.06 \text{ V}$, $\epsilon = 6.303 \cdot 10^{-4}$, $A_0 = 0.66 \text{ V}$, $R = 11 \cdot 10^3 \Omega$, $\alpha = 0.0397$, $u_0 = -0.35 \text{ V}$, $k = 0.09$, $\delta = 1/63$, Нелинейную характеристику усилительного элемента автогенератора аппроксимировал полином $i = 1.016 + 3.576u_y - 1.515u_y^2 - 24.19u_y^3 - 43.104u_y^4 - 31.365u_y^5 - 8.379u_y^6 \text{ mA}$ в интервале напряжений $-1.2 < u_y < 0.31$. Пусть $(\Delta\omega/\omega_0)_{\text{ЭН}}^{(2)} = -0.9$, тогда $(3\theta^1)^{(2)} = 1.23$ и $\Delta_c = 0.0719$. Изменения сдвига фазы, рассчитанные по соотношению (7), (тонкие кривые) и по уравнениям (2) (более толстые кривые), представлены на рис. 2, для $\varphi_c = \text{const}$, $\theta_{(0)}^1 = -0.3$. Малое различие между кривыми подтверждает хорошую аппроксимацию укороченных уравнений.

Заключение. В данной работе приведен приближенный метод решения укороченных уравнений синхронизированного одноконтурного автогенератора в режиме удвоения частоты. Новый метод обладает хорошей точностью и позволяет получать интересные зависимости в виде простых аналитических соотношений.

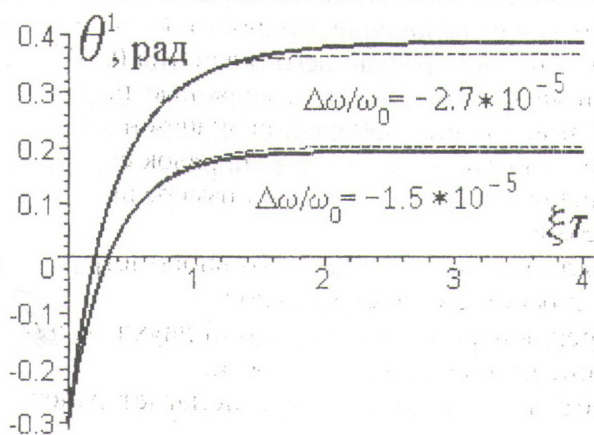


Рис. 2

Это дает возможность производить качественный анализ, выявлять физическую сущность исследуемых явлений и создавать простые и достаточно точные методики проектирования. Использование же фазовой обратной связи привело к улучшению быстродействия автогенератора. Совершенствование техники формирования отрицательной ФОС, а также введение иных видов ФОС позволит существенно расширить функциональные возможности синхронизированных автогенераторов.

Список литературы: 1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: ГИФМЛ, 1963. 503 с. 2. Митропольский Ю.А. Методы усреднения в нелинейной механике. К.: Наук думка, 1971. 440 с. 3. Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 320 с. 4. Андреев В.С. Теория нелинейных электрических колебаний. М.: Связь, 1972. 327 с. 5. Шахгильдян В.В., Бурдзейко Б.П. Методы исследования систем фазовой синхронизации // Proc. International Seminar. Nonlinear Circuits and Systems. Moscow, 1992. Vol. 1. P. 171-179. 6. Arena P., Baglio S., Fortuna L., Graziani S. Neural Networks to Generate Poincaré Maps // Proc. International Seminar. Nonlinear Circuits and Systems. Moscow, 1992. Vol. 1. P. 171-179. 7. Rapin V. Synchronized oscillators with the phase negative feedback // IEEE Transactions on Circuits and Systems, CAS-49. № 8. 2002. P. 1242-1245. 8. Полулях К.С. Резонансные методы измерений. М.: Энергия, 1980. 120 с.